

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于无模型自适应控制的自动泊车方案

王文佳, 侯忠生

引用本文:

王文佳,侯忠生. 基于无模型自适应控制的自动泊车方案[J]. *控制与决策*, 2022, 37(8): 2056–2066.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0626>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [基于收缩约束模型预测控制的无人车辆路径跟踪](#)

Unmanned vehicle path tracking based on contraction constraint model predictive control

*控制与决策*. 2022, 37(3): 625–634 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1239>

#### [具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制](#)

Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints

*控制与决策*. 2022, 37(2): 361–369 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

#### [基于神经网络的周期扰动非线性系统自适应渐近跟踪控制](#)

Neural-networks-based adaptive asymptotic tracking control for nonlinear systems with periodic disturbances

*控制与决策*. 2022, 37(4): 922–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1252>

#### [基于数据驱动的非线性网络系统自适应迭代学习控制](#)

Data driven adaptive learning control of nonlinear network system

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1523–1528 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1182>

#### [航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

# 基于无模型自适应控制的自动泊车方案

王文佳, 侯忠生<sup>†</sup>

(青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071)

**摘要:** 提出一种基于无模型自适应控制的自动泊车方案. 首先, 通过车载传感器采集车周环境信息用于规划期望路径; 然后, 将自动泊车跟踪问题转化为预瞄偏差角跟踪问题, 通过设计相应的无模型自适应控制算法实现自动泊车. 该方案设计的优点是仅使用自动泊车过程中生成的前轮转角输入数据和预瞄偏差角输出数据, 没有使用任何被控车辆的信息, 因此可适用于不同车型. Matlab 仿真以及与 PID 控制方案和 Fuzzy 控制方案的对比仿真结果验证了所提出方案的可行性.

**关键词:** 无模型自适应控制; 自动泊车; 预瞄偏差角; 路径跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0626

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王文佳, 侯忠生. 基于无模型自适应控制的自动泊车方案[J]. 控制与决策, 2022, 37(8): 2056-2066.

## Model-free adaptive control based automatic parking scheme

WANG Wen-jia, HOU Zhong-sheng<sup>†</sup>

(School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** This paper proposes a control scheme based on model-free adaptive control for automatic parking. In this scheme, the vehicle environment information is collected by the on-board sensor to plan the desired path. Then, the tracking problem of automatic parking is transformed into the tracking problem of preview-deviation-yaw. The automatic parking is realized by designing the corresponding model-free adaptive control algorithm. The advantage of this scheme is that only the input data of front wheel rotation angle and the output data of preview-deviation-yaw are utilized, while not using any informations of the controlled vehicle. Therefore, this scheme can be applied to different vehicles. The simulation results of Matlab and the comparison with the PID control scheme and the fuzzy control scheme verify the feasibility of the proposed scheme.

**Keywords:** model-free adaptive control (MFAC); automatic car parking; preview-deviation-yaw; path tracking

## 0 引言

随着社会的发展以及人们生活水平的提高, 汽车保有量不断上升, 汽车的普及在给人们的出行带来极大便利的同时, 也带来了各种各样的问题, 其中泊车难是最常见的问题之一. 另一方面, 由于城市建设的飞速发展以及车辆的增加, 使得停车位空间减小, 停车难度增大, 给新手司机带来了困难. 生活中常见的停车位类型包括平行停车位、垂直停车位、斜行停车位. 平行停车位因在宽度方向上所需空间少, 多用于路边停车; 垂直停车位因面积利用率高, 多用于大型商场或小区住宅的地下车库; 斜行停车位因快进快出的特点, 多用于医院停车场. 在繁忙的日常工作中, 人们为了出行或工作方便通常会将车辆停放在路边,

因而如何快速、安全地泊车成为当前人们十分关注的问题<sup>[1]</sup>.

自动泊车系统(automated parking system, APS)的出现不仅提高了泊车成功率, 还降低了因泊车而造成的交通事故发生率. APS 系统一般由车载传感器系统、计算机系统、自动控制系统组成, 计算机系统通过分析车载传感器系统准确采集的车身周围环境信息, 计算规划出一条可用最优泊车路径, 将路径信息传送给自动控制系统以控制车辆准确驶入车位<sup>[2]</sup>. 另外, 现在市面上的车分为四驱车和两驱车, 四驱车拥有较强的越野和操控性, 底盘强度高、适应性强, 多用于军事、野外、公务等用车; 两驱车能够根据路面情况及时调整扭矩分配, 多用于城市私家车. 本文目的

收稿日期: 2021-04-13; 录用日期: 2021-07-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61833001, 62073025).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zhshou@bjtu.edu.cn.

是针对城市用车设计一套完整的自动平行泊车系统,故选择两驱车为研究对象。

自动泊车一般分为3个步骤<sup>[3]</sup>:车位探测、路径规划、路径跟踪。司机驾驶车辆行驶到停车位附近时,启动车载传感器系统开始搜集停车位周围环境信息,将信息传送给计算机系统;计算机系统通过分析车载传感器系统准确采集的车身周围环境信息,计算规划出一条可用最优泊车路径并将规划路径传送给自动控制系统;自动控制系统接收信息后控制车辆按照规划路径驶入泊车位<sup>[4]</sup>。目前,国内外关于车位探测、路径规划、路径跟踪进行了大量研究。

车位探测方面,Suhr等<sup>[5]</sup>提出了一种融合车位标记和自由空间检测的互补方案,该方案借助车上现有的大量传感器来确定可用车位。Shih等<sup>[6]</sup>提出了一种利用广角鱼镜头或散角摄像机进行车位检测的方案,摄像头检测到车位周围的图像信息后,通过改进的Hough变换和新的Hough单元格累积方案提取车位边界线,最后通过背景减法检测出可用车位。Lee等<sup>[7]</sup>针对传统周围视图检测(around view monitoring,AVM)传感器在检测中存在障碍物遮挡的问题,提出了一种概率占用滤波器检测车位的方法。Huang等<sup>[8]</sup>提出了一种三层贝叶斯层次框架检测车位方案,该方案首先建立一个三维停车场模型并通过图像标记的方式来解释场景内容,然后借助透视摄像头检测出可用停车位,最后通过分层贝叶斯层次框架处理空位检测中出现的阴影、遮挡、亮度变化等问题后确定可用车位。上述车位探测方法虽然已经得到了不同程度的应用,但仍各有不足。超声波测距寻找车位是现在认可度最高的方法,该方法受环境影响小,测量误差小,但需要探测器与被测物体保持垂直才能测得较准确的数据,现在大多采用多个探测器相互配合测距的方式以测得准确数据。采用摄像头或图像测距寻找车位的方法,可以得到车位周围的完整信息,但在大雾、大雪、光线过暗等极端环境下不能准确采集车位信息,成功率会大大降低。

路径规划方面,Moon等<sup>[9]</sup>提出一种前向路径规划方案,该方案分为定位段和进入段,定位段部分通过碰撞约束得出能够驶离车位的最小圆弧期望路径;进入段加入Bezier曲线来连接路径中的圆弧段。Vorobieva等<sup>[10]</sup>提出一种无碰撞圆弧路径,该方案与车辆初始位置和方向无关,只要车位长度和宽度均大于车辆长度和宽度就可以生成一个泊车路径。Wang等<sup>[11]</sup>提出了一种递归神经网络规划泊车路径的方案,该方案利用TensorFlow训练基于碰撞约束

的递归神经网络预测停车轨迹曲线,然后通过训练数据确定最优轨迹。Zips等<sup>[12]</sup>针对狭窄环境下的泊车提出了一种基于快速优化的路径规划方案,该方案在基于树的指导原则前提下,首先采用Runge-Kutta方法离散运动学微分方程,然后制定静态优化问题以确定最优泊车路径。上述路径规划方案各有优缺点,前向路径规划方案简单易行;无碰撞圆弧路径规划方案对车辆初始位置和方向没有要求,适用于狭窄空间车位。但上述两种方案容易出现曲率不连续的问题,车辆在跟踪过程中必须停在路径连接处重新调整前轮转角,这会加剧轮胎的磨损。递归神经网络路径规划方案虽然成功率高,但该方案需要大量实验数据进行训练,成本过高。基于快速优化的路径规划算法虽然能够得出最优路径,但该方案需要提前得知周围环境信息。

路径跟踪方面,Song等<sup>[13]</sup>以车辆速度和前轮转角为控制输入,以车辆航向角和位置坐标为控制输出,设计了模型预测控制(model predictive control,MPC)算法来控制车辆实现路径跟踪。Liang等<sup>[14]</sup>设计了一种模糊PID(fuzzy proportional integral differential,fuzzy PID)调节器,输入方向盘角度和车轮速度可得到实际运行轨迹,通过一次次与期望轨迹比较得出模糊PID调节器所需的偏差并进行调整,以实现路径跟踪。Ji等<sup>[15]</sup>以方向盘转角为控制输入,车辆的横向位移、侧滑角、偏航率为控制输出,提出多约束模型预测控制(multiconstrained model predictive control,MMPC)方法,通过对横向位移、侧滑角、偏航率的输出约束和对方向盘转角的输入约束实现路径跟踪。上述跟踪方案大多采用控制车身角与期望轨迹斜率相同的方案来实现路径跟踪,但该方案在实际跟踪过程中可能出现实际运行轨迹与期望轨迹平行而非重合的问题,使汽车不能准确停在目标位置。另外,针对不同的车型,PID控制器在使用时需要重新整定参数,模型预测控制器在使用时需要重新设定被控对象的模型信息。因此,基于上述控制器的跟踪方案可移植性较差。

汽车在泊车过程中会产生大量输入输出(input/output,I/O)数据,这些I/O数据可以准确反映汽车动力学信息,利用数据驱动的方法实现对汽车自动泊车过程的控制,是目前一个新颖的方法。由于一些系统存在时变、建模难等问题,数据驱动控制逐渐成为研究热点。具有代表性的数据驱动控制方法有虚拟参考反馈整定<sup>[16-17]</sup>、自适应动态规划<sup>[18-22]</sup>、无模型自适应控制<sup>[22-23]</sup>等。

无模型自适应控制(model free adaptive control, MFAC)理论与方法是一种典型的数据驱动控制方法<sup>[22,24]</sup>. MFAC针对离散时间非线性系统使用了一种新的动态线性化方法及一个称为伪偏导数(pseudo partial derivative, PPD)的新概念,在闭环系统的每个动态工作点处建立一个等价的动态线性化数据模型,然后基于此等价的虚拟数据模型设计控制器并进行控制系统的理论分析,进而实现非线性系统的自适应控制. 目前, MFAC方法已经在无人驾驶<sup>[25-27]</sup>、无人水面载具<sup>[28]</sup>、城市交通网络<sup>[29]</sup>、电力系统阻尼控制<sup>[30-31]</sup>、绕线式转子同步电机驱动系统<sup>[32]</sup>、外骨骼机器人控制<sup>[33]</sup>等领域得到了应用. 理论分析和实际应用均表明, MFAC计算简单、鲁棒性强,尤其是不需要任何系统模型信息,仅需系统输入输出数据即可进行控制,适用性强.

通过上述分析可知,现在关于自动泊车控制系统的研究大多是通过控制车身角与期望路径斜率相同来实现路径跟踪<sup>[13,15,34]</sup>,但该方法在控制过程中可能出现实际运动轨迹与期望轨迹平行而非重合的问题,使汽车最终不能准确地停在目标位置. 因此,本文提出基于MFAC的预瞄偏差角跟踪控制方案以解决该问题. 本文的主要贡献为:

1) 针对现有跟踪方案中可能出现的实际运动轨迹与期望轨迹平行而非重合的问题,本文提出预瞄偏差角跟踪控制方案. 预瞄偏差角在计算过程中用到了每一时刻的坐标信息,使得跟踪更加准确.

2) 针对现有控制器可移植性差的问题,本文设计了MFAC控制器及相应的控制算法、参数估计算法和参数重置算法. MFAC控制器在使用过程中仅需系统产生的I/O数据,不需要任何车辆模型信息,可移植性强.

3) 目前,预瞄偏差角跟踪方案仅在自动驾驶中得到了验证<sup>[25-27]</sup>,本文尝试将该跟踪方案应用于自动泊车中.

## 1 运动学模型及路径规划

### 1.1 泊车运动学模型

汽车在泊车过程中速度较低,后轮不会发生侧滑现象,且后轮为非转向轮,因此,选取后轴中点的运动轨迹来代替汽车的运动轨迹<sup>[35]</sup>,建立如图1所示的车辆模型示意图. 图1中, $x$ 和 $y$ 分别为车辆后轴中点的横坐标和纵坐标, $v_0$ 为车速, $\alpha$ 为车身角(即车体径向与 $X$ 轴正向间的夹角), $\theta$ 为前轮转角, $L$ 为前后轮轴距.

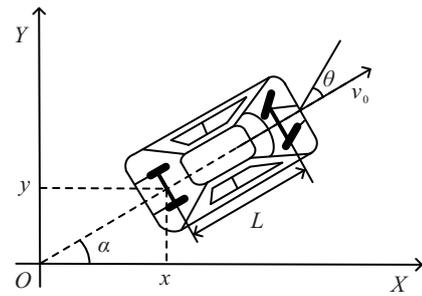


图1 车辆模型示意图

图1所示车辆运动学模型方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \alpha, \\ \dot{y} = v_0 \sin \alpha, \\ \dot{\alpha} = \frac{v_0}{L} \tan \theta. \end{cases} \quad (1)$$

由于车载传感器检测的信号为模拟信号,而计算机系统只能处理数字信号,将模型(1)离散化处理为

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + Tv_0 \cos(\alpha(k)), \\ y(k+1) = y(k) + Tv_0 \sin(\alpha(k)), \\ \alpha(k+1) = \alpha(k) + \frac{v_0}{L} \tan(\theta(k)), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $T$ 为采样时间.

根据驾驶经验可知,前轮转角在实际运行过程中会受到最大前轮转角 $\theta_{\max}$ 的限制,即 $|\theta(k)| \leq \theta_{\max}$ .

### 1.2 泊车车位探测

本文采用超声波测距传感器与轮速脉冲传感器结合的方法寻找车位,车位探测示意如图2所示. 在汽车车身前方、后方及两侧安装超声波传感器,在前轮位置处安装轮速脉冲传感器. 汽车前后方超声波传感器用于检测与前后方车位上汽车的距离,以防发生碰撞;左右两侧的超声波传感器用于检测车位宽度是否可用;轮速脉冲传感器用于计算车位长度是否可用.

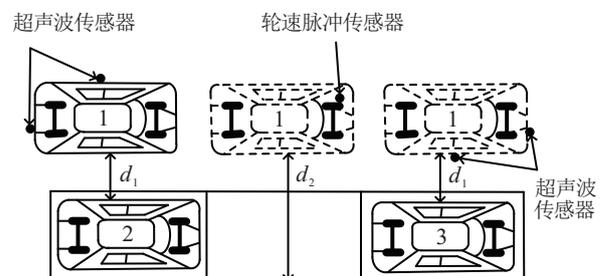


图2 自动泊车位探测示意图

汽车准备平行泊车时,启动自动泊车系统,车身两侧的超声波探测器开始工作,当车位有车不可用时右侧探测器测得距离为 $d_1(m)$ ,当车位可用时右侧探测器测得距离为 $d_2(m)$ . 当右侧探测器测得的距离从 $d_1$ 突变到 $d_2$ 时,轮速脉冲传感器开始记录脉冲个数,

当右侧探测器测得的距离从  $d_2$  突变到  $d_1$  时, 轮速脉冲传感器停止记录脉冲个数, 通过计算得出车位长度  $L_P$ , 并判断车位长度是否可用。

### 1.3 泊车路径规划

泊车路径规划需要满足以下几点要求:

- 1) 泊车路径满足动力学约束;
- 2) 泊车路径曲率连续, 不需要停顿调整转向;
- 3) 泊车跟踪过程中汽车不能与周围障碍物发生碰撞;
- 4) 泊车路径在连续的基础上, 应尽可能地简单, 以便于汽车跟踪。

根据司机泊车经验, 泊车过程通常分为4个阶段, 即直线倒车、右打轮倒车、回正车轮直线倒车和左打轮倒车。结合泊车经验及文献[34-35]中的三段式泊车路径规划方案, 本文的路径规划示意如图3所示。

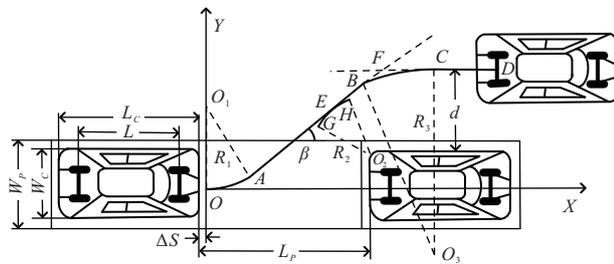


图3 自动泊车路径规划示意图

图3中: 3块矩形为停车位, 左右两侧的停车位上已有车辆, 为不可用车位; 中间车位上没有车辆, 为空余可用车位。图1中各符号含义如表1所示。

表1 图1中各符号含义

符号	意义
$W_P$	车位宽度
$L_P$	车位长度
$W_C$	汽车宽度
$L_C$	汽车长度
$L$	汽车前后轮轴距
$O$	坐标原点
$X$	坐标 $X$ 轴, 停车位径向中轴线
$Y$	坐标 $Y$ 轴, 与后方车头距离为 $\Delta S$
$d$	车身中线与路边的距离
$\beta$	直线 $AB$ 与 $X$ 轴正向的夹角
$\Delta S$	两车之间的安全距离

由文献[35]可知, 汽车车体的运动轨迹可由后轴中心的运动轨迹完全体现, 所以选择后轴中心为研究对象。如图3所示, 自动泊车起点为  $D$  点, 泊车终点为  $O$  点, 路径由直线段  $DC$ 、圆弧段  $CB$ 、直线段  $BA$ 、圆弧段  $AO$  组成。  $F$  点为直线段  $DC$  延长线与直线段  $BA$  延长线的交点, 直线段  $CF$  的长度决定半径  $R_3$  的

大小。圆弧段  $CB$  为以  $O_3$  为圆心、  $R_3$  为半径的一段圆弧,  $R_3$  需大于  $R_1$ , 与直线段  $DC$  相切于点  $C$ , 与直线段  $BA$  相切于点  $B$ 。圆弧段  $AO$  为以  $O_1$  为圆心、  $R_1$  为半径的一段圆弧,  $R_1$  需大于等于车辆最小转弯半径, 与直线段  $BA$  相切于点  $A$ , 与  $X$  轴正方向相切于原点  $O$ 。圆弧段  $GH$  为以  $O_2$  为圆心、  $R_2$  为半径的一段圆弧,  $R_2$  的长度决定泊车路径与前方车辆的安全距离, 与直线段  $AB$  相切于点  $E$ 。直线段  $BA$  与  $X$  轴正方向夹角为  $\beta$ ,  $\beta$  的取值由  $R_3$ 、  $R_2$ 、  $R_1$  共同决定。为避免泊车过程中汽车与前方车辆发生碰撞, 取半径  $R_2 = \Delta S + 0.5W_C$ 。加入直线段  $AB$  的目的是使泊车路径平滑、曲率连续, 避免前轮转角发生突变, 便于车辆控制。由几何关系可知, 图3中  $A$ 、  $B$ 、  $C$ 、  $E$  点的坐标为

$$\begin{cases} X_A = R_1 \sin \beta, \\ Y_A = R_1(1 - \cos \beta); \\ X_B = \frac{2R_1(1 - \cos \beta) + (2d + W_C) \cos \beta}{2 \sin \beta} - L_{CF}(1 + \cos \beta), \\ Y_B = d + \frac{W_C}{2} - L_{CF} \sin \beta; \\ X_C = \frac{2R_1(1 - \cos \beta) + (2d + W_C) \cos \beta}{2 \sin \beta}, \\ Y_C = d + \frac{W_C}{2}; \\ X_E = L_P - R_2 \sin \beta - \Delta S, \\ Y_E = \frac{W_C}{2} + R_2 \cos \beta. \end{cases} \quad (3)$$

于是, 直线段  $BA$  与  $X$  轴正方向的夹角  $\beta$  的取值为

$$\tan \beta = \frac{Y_E - Y_A}{X_E - X_A} = \frac{W_C - 2R_1 + 2(R_1 + R_2) \cos \beta}{2(L_P - R_1 \sin \beta - R_2 \sin \beta - \Delta S)}. \quad (4)$$

为了避免汽车方向盘处于最大转角, 同时保证泊车空间尺寸小, 借鉴文献[34], 半径  $R_1$  取值为

$$R_1 = \frac{L}{\tan\left(\frac{\theta_{\max}}{1.1}\right)}, \quad (5)$$

其中  $\theta_{\max}$  为最大前轮转角。

## 2 预瞄偏差角控制方案

### 2.1 基本概念

根据驾驶经验可知, 司机在驾驶车辆行驶时会盯着前方的一个点来不断调整方向盘转角以使车辆可以直线行驶。Liu等<sup>[25-26]</sup>、田涛涛等<sup>[27]</sup>在无人驾驶中参考这样的过程设计跟踪控制器并实现了车辆自动

驾驶,自动泊车同样参考这样的过程. 由于在计算预瞄偏差角时使用了汽车每一时刻的坐标信息及车身角等信息,在控制运行过程中可以避免出现实际轨迹与期望轨迹平行而非重合的情况,使跟踪更加准确.

引入预瞄点和预瞄偏差角的概念<sup>[36]</sup>,规定自动泊车系统中的预瞄点为期望轨迹上、汽车后方某一距离的点,该距离称为预瞄距离(指期望轨迹上距离汽车当前点最近的点与预瞄点的弧长距离,而不是预瞄点与当前位置点连线的直线距离). 由于汽车泊车过程中运行速度较低,预瞄距离可以直接取为 $l_{\min}$ . 预瞄偏差角<sup>[37]</sup>指当前位置点与预瞄点连线和汽车泊车运行方向形成的夹角,借鉴文献[27]设计自动泊车跟踪方案,如图4所示. 图4中各符号含义如表2所示.

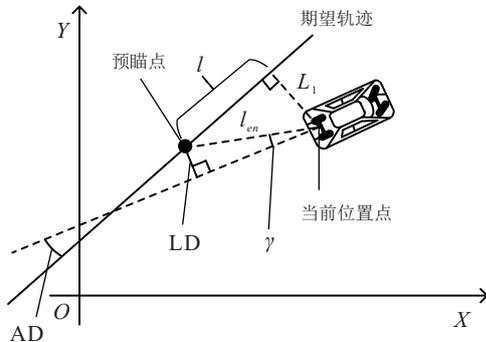


图4 自动泊车路径跟踪示意图

表2 常用符号含义

符号	意义
AD	预瞄点航向角与汽车航向角的差
LD	汽车预瞄点与汽车运行方向延长线的距离
$l$	预瞄距离
$L_1$	汽车当前点与预瞄点运行方向延长线的距离
$l_{en}$	当前点与预瞄点之间的距离
$\gamma$	当前点与预瞄点连线和汽车运行方向形成的角度

### 2.2 预瞄偏差角跟踪方案

预瞄偏差角跟踪分析示意如图5所示.

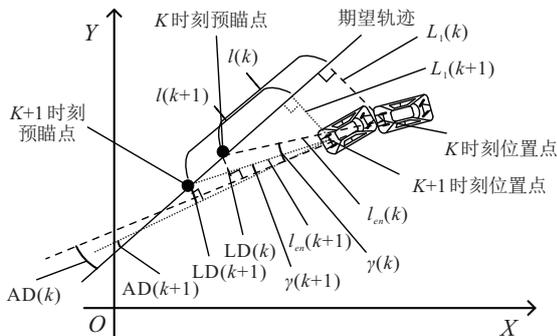


图5 预瞄偏差角跟踪分析示意图

由图4可知,当 $AD \rightarrow 0$ 且 $LD \rightarrow 0$ 时,汽车跟踪上泊车期望路径. 由几何关系可知

$$\gamma = \arctan \frac{L_1}{l} - AD, \tag{6}$$

$$\sin \gamma = \frac{LD}{l_{en}}. \tag{7}$$

由式(6)可知,当 $\gamma \rightarrow 0$ 时汽车泊车跟踪轨迹如图5所示. 因为运动过程为泊车运动,在朝向预瞄点的位置运动时, $L_1(k+1) < L_1(k)$ ,所以有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} L_1(k) = 0. \tag{8}$$

又因预瞄距离 $l(k) \neq 0$ ,故 $\arctan(L_1/l) \rightarrow 0$ ,则 $AD \rightarrow 0$ . 由式(7)可知,当 $\gamma \rightarrow 0$ 时 $l(k) \neq 0$ ,所以 $LD \rightarrow 0$ . 通过上述分析可知,当 $AD \rightarrow 0$ 且 $LD \rightarrow 0$ 时,汽车跟踪上泊车期望路径.

### 3 预瞄偏差角跟踪方案MFAC控制器设计

文献[38]提出,常见的汽车动力学模型可以转化为非完整链式系统,基于非完整链式系统可以设计相应的控制算法以实现自动泊车控制. 汽车运动学模型转化为非完整链式系统后存在非线性、时变、建模难的问题,再加上引入了预瞄距离、预瞄偏差角等相关物理概念,所以更难建立精确的数学模型. 针对该问题,本文采用MFAC方案作为预瞄偏差角跟踪方案的控制器. MFAC控制器不需要任何数学模型信息,仅需泊车过程中产生的I/O数据,通过选取适当的参数即可实现泊车路径的跟踪,适用于不同型号的车辆,可移植性强.

自动泊车跟踪控制流程如图6所示,在该控制器中,车辆前轮转角 $\theta(k)$ 为控制输入,预瞄偏差角 $\gamma(k)$ 为控制输出.

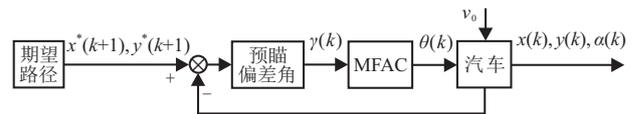


图6 自动泊车跟踪控制流程

由于汽车的泊车控制系统是一个非线性、时变、难建模的复杂离散时间系统,可将自动泊车控制系统转化为带外部输入的非线性自回归滑动平均(nonlinear auto-regressive moving average with exogenous input, NARMAX)模型<sup>[39-41]</sup>来表示,即

$$\gamma(k) = f(\gamma(k), \dots, \gamma(k - n_\gamma), \theta(k), \dots, \theta(k - n_\theta)). \tag{9}$$

其中: $n_\gamma$ 和 $n_\theta$ 是两个未知的正整数; $f(\cdot) : R^{n_\gamma+n_\theta+2} \rightarrow R$ 是一个未知的非线性函数. 式(9)可称为自动泊车预瞄偏差角跟踪系统.

对于自动泊车预瞄偏差角跟踪系统,汽车泊车控制系统的准确非完整链式系统数学模型很难建立,而且轨迹跟踪问题也很难用准确的数学表达式描述,因

此,很难确定式(9)中 $f(\cdot)$ 的数学表达式. 利用线性化方法将NARMAX系统转化到线性系统框架中进行研究,是处理此类一般非线性系统的常用做法<sup>[24]</sup>.

针对式(9)表达的自动泊车预瞄偏差角跟踪系统,定义 $\mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) \in \mathbf{R}^{L_\gamma+L_\theta}$ 为一个在输入相关的滑动时间窗口 $[k-L_\theta+1, k]$ 内的所有控制输入信号以及在输出相关的滑动时间窗口 $[k-L_\gamma+1, k]$ 内的所有系统输出信号组成的向量,即

$$\mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) = [\gamma(k), \dots, \gamma(k-L_\gamma+1), \theta(k), \dots, \theta(k-L_\theta+1)]^T, \quad (10)$$

且当满足 $k \leq 0$ 时有 $\mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) = \mathbf{0}_{L_\gamma+L_\theta}$ . 其中:整数 $L_\gamma, L_\theta (0 \leq L_\gamma \leq n_\gamma, 1 \leq L_\theta \leq n_\theta)$ 称为系统(9)的伪阶数, $\mathbf{0}_{L_\gamma+L_\theta}$ 是维度为 $L_\gamma+L_\theta$ 的零向量. 给出如下假设.

**假设1** 系统(9)的输入输出数据可测. 即对于一致有界的期望输出信号 $\gamma^*(k)$ ,存在一致有界可行的输入信号 $\theta(k)$ ,使得在该输入信号驱动下,系统的输出 $\gamma(k)$ 趋于期望输出信号 $\gamma^*(k)$ .

**假设2**  $f(\cdot)$ 关于各个变量都存在连续偏导数.

**假设3** 系统(9)满足广义Lipschitz条件,即对于 $k_1 \neq k_2, k_1, k_2 \geq 0$ 和 $\mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k_1) \neq \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k_2)$ ,有

$$|\gamma(k_1+1) - \gamma(k_2+1)| \leq b \|\mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k_1) - \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k_2)\|. \quad (11)$$

其中: $\gamma(k_i+1) = f(\gamma(k_i), \dots, \gamma(k_i-n_\gamma), \theta(k_i), \dots, \theta(k_i-n_\theta)), i = 1, 2; b > 0$ 是一个常数.

记 $\Delta \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) = \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) - \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k-1)$ ,给出如下引理.

**引理1**<sup>[24]</sup> 若非线性系统满足假设1~假设3,给定 $0 \leq L_\gamma \leq n_\gamma, 1 \leq L_\theta \leq n_\theta$ ,当 $\|\Delta \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k)\| \neq 0$ 时,一定存在一个被称为伪梯度(pseudo gradient, PG)的时变参数向量 $\Phi_{f, L_\gamma, L_\theta}(k) \in \mathbf{R}^{L_\gamma+L_\theta}$ ,使得系统(9)可以转化为如下基于全格式动态线性化数据模型:

$$\Delta \gamma(k+1) = \Phi_{f, L_\gamma, L_\theta}^T(k) \Delta \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k). \quad (12)$$

且对于任意时刻 $k, \Phi_{f, L_\gamma, L_\theta}(k) = [\varphi_1(k), \dots, \varphi_{L_\gamma}(k), \varphi_{L_\gamma+1}(k), \dots, \varphi_{L_\gamma+L_\theta}(k)]^T$ 是有界的.

为减少计算量,取 $L_\gamma = L_\theta = 1$ ,有 $\Phi_{f, L_\gamma, L_\theta}^T(k) = [\varphi_1(k), \varphi_2(k)] \in \mathbf{R}^2, \Delta \mathbf{H}_{L_\gamma, L_\theta}(k) = [\Delta \gamma(k), \Delta \theta(k)]^T$ ,则根据引理1,式(9)表达的非线性系统转化为等价的动态线性化数据模型为

$$\begin{cases} \Delta \gamma(k+1) = \varphi_1(k) \Delta \gamma(k) + \varphi_2(k) \Delta \theta(k), \\ \Delta \gamma(k+1) = \gamma(k+1) - \gamma(k), \\ \Delta \theta(k) = \theta(k+1) - \theta(k). \end{cases} \quad (13)$$

其中: $\varphi_1(k)$ 和 $\varphi_2(k)$ 表示系统的伪偏导数, $\Delta \gamma(k+1)$ 为前后不同采样时间的预瞄偏差角差值, $\Delta \theta(k)$ 为前后不同采样时间的前轮转角差值. 考虑如下控制输入准则函数:

$$J(\theta(k)) = (\gamma^*(k+1) - \gamma(k+1))^2 + \lambda(\Delta \theta(k))^2. \quad (14)$$

其中: $\gamma^*(k+1)$ 表示期望预瞄偏差角; $\lambda > 0$ 表示权重因子,用来限制控制输入量 $\theta(k)$ 的变化,以得到良好的控制效果及性能.

将式(13)代入(14),并对 $\theta(k)$ 求极值,可得如下控制律:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{\rho \varphi_2(k)(\gamma^*(k+1) - \gamma(k) - \varphi_1(k) \Delta \gamma(k))}{\lambda + \varphi_2^2(k)}, \quad (15)$$

其中 $\rho > 0$ 是加入的步长因子,其目的是使控制算法更具一般性.

因系统的伪偏导数 $\varphi_1(k)$ 和 $\varphi_2(k)$ 是时变参数,很难获取每一时刻精确的真实值,故提出如下估计准则函数:

$$J \left( \begin{bmatrix} \varphi_1(k) \\ \varphi_2(k) \end{bmatrix} \right) = \mu \left\| \begin{bmatrix} \varphi_1(k) \\ \varphi_2(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(k-1) \\ \hat{\varphi}_2(k-1) \end{bmatrix} \right\|^2 + \left| \Delta \gamma(k) - [\Delta \gamma(k-1), \Delta \theta(k-1)] \begin{bmatrix} \varphi_1(k) \\ \varphi_2(k) \end{bmatrix} \right|^2, \quad (16)$$

其中 $\mu > 0$ 为权重因子.

依据最优条件,利用矩阵求逆引理对式(16)求极值,得 $\varphi_1(k)$ 和 $\varphi_2(k)$ 的估计算法为

$$\begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(k) \\ \hat{\varphi}_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(k-1) \\ \hat{\varphi}_2(k-1) \end{bmatrix} + \eta \begin{bmatrix} \Delta \gamma(k-1) \\ \Delta \theta(k-1) \end{bmatrix} \times \frac{\Delta \gamma(k) - [\hat{\varphi}_1(k-1), \hat{\varphi}_2(k-1)] \begin{bmatrix} \Delta \gamma(k-1) \\ \Delta \theta(k-1) \end{bmatrix}}{\mu + [\Delta \gamma(k-1), \Delta \theta(k-1)] \begin{bmatrix} \Delta \gamma(k-1) \\ \Delta \theta(k-1) \end{bmatrix}}. \quad (17)$$

其中: $\hat{\varphi}_1(k)$ 和 $\hat{\varphi}_2(k)$ 分别为带有时变的未知参数 $\varphi_1(k)$ 和 $\varphi_2(k)$ 的估计值;加入的 $\eta \in (0, 2]$ 为步长因子,其目的是使设计的控制算法更具一般性.

上述估计算法和控制律中出现的不确定权重和步长因子的稳定性证明参见文献[42].

为使参数估计算法跟踪时变参数的能力更强,本文提出如下算法对参数进行重置:

$$\begin{cases} \begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(k) \\ \hat{\varphi}_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(1) \\ \hat{\varphi}_2(1) \end{bmatrix}, \\ \text{if } [\hat{\varphi}_1(k), \hat{\varphi}_2(k)] \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(k) \\ \hat{\varphi}_2(k) \end{bmatrix} \leq \varepsilon; \\ \text{or } [\Delta\gamma(k+1), \Delta\theta(k-1)] \begin{bmatrix} \Delta\gamma(k+1) \\ \Delta\theta(k-1) \end{bmatrix} \leq \varepsilon; \\ \text{or } \text{sign}(\hat{\varphi}_2(k)) \neq \text{sign}(\hat{\varphi}_2(1)). \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $\varepsilon$  为一个极小的正数,  $\hat{\varphi}_1(1)$  和  $\hat{\varphi}_2(1)$  分别为  $\hat{\varphi}_1(k)$  和  $\hat{\varphi}_2(k)$  的初值.

### 4 仿真分析

为验证本文所提出预瞄偏差角跟踪方案的有效性和MFAC控制方案的优越性,本节利用Matlab软件仿真平台对自动泊车控制系统进行仿真验证,并使用增量式PID控制算法和模糊控制算法与MFAC控

制算法进行仿真比较. 仿真实验车型选用两驱车一汽-大众CC(2016款1.8TSI)和奥迪A1两款车型,泊车速度为  $v_0 = 80 \text{ cm/s}$ ,实验车型参数选自汽车之家官网. PID控制器如下式所示:

$$\begin{cases} d\theta(k) = K_p(e(k) - e(k-1)) + K_i e(k) + 2K_d(e(k) - e(k-1)), \\ \theta(k) = \theta(k-1) + d\theta(k). \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $e(k) = \gamma^*(k) - \gamma(k)$  为预瞄偏差角误差,  $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_d$  分别表示比例、积分、微分参数.

模糊控制器以距离偏差  $dX$  和角度偏差  $d\zeta$  为控制输入,以前轮转角为控制输出. 模糊控制系统框图如图7所示.

距离偏差  $dX$  和角度偏差  $d\zeta$  的计算公式为

$$\begin{cases} dX(k) = \sqrt{(x^*(k+1) - x(k))^2 + (y^*(k+1) - y(k))^2}, \\ d\zeta(k) = \arctan\left(\frac{y^*(k+1) - y(k)}{x^*(k+1) - x(k)}\right) - \alpha(k). \end{cases} \quad (20)$$

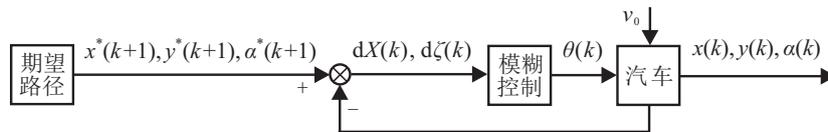


图7 模糊控制系统框图

通过大量仿真实验分析并结合Z-N整定法得到PID控制方案的一组较优参数  $K_p = 2.1$ ,  $K_i = 0.02$ ,  $K_d = 1.12$ ;MFAC控制算法具有较强的鲁棒性,其控制性能受参数变化影响较小,而且伪偏导数  $\varphi_1(k)$  和  $\varphi_2(k)$  为慢时变参数,对参数变化及系统结构不敏感. 在进行仿真实验时发现,在一定范围内选取不同的参数值均能得到较好的控制效果. 结合文献[42]及多次实验分析,MFAC控制方案的一组参数可选为  $\eta = 1.19$ ,  $\mu = 1.49$ ,  $\rho = 1.01$ ,  $\lambda = 0.6$ ,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ,  $\hat{\varphi}_1(1) = 1.3$ ,  $\hat{\varphi}_2(1) = 0.4$ .

为使得3种控制方案的跟踪效果对比更加明显,定义均方根误差指标公式为

$$\text{RMSE}_1(\cdot) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |l_n|^2}, \quad (21)$$

$$\text{RMSE}_2(\cdot) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\omega_n|^2}. \quad (22)$$

其中:式(21)表示跟踪误差均方根,  $l_n$  为第  $n$  个采样时刻的位置点与期望轨迹上所对应时刻位置点的距离;

式(22)表示航向角误差均方根,  $\omega_n$  为第  $n$  个采样时刻的航向角与期望航向角的误差;  $N$  为总采样点数. 算法时间代价统一用  $k = 100 \sim 101$  采样时刻的运行时间进行对比分析.

#### 4.1 一汽-大众CC(2016款)自动泊车仿真

一汽-大众CC(2016款)的基本参数和车位信息如表3所示.

表3 一汽-大众CC(2016款)基本参数

参数	数值
$L_C / \text{m}$	4.812
$W_C / \text{m}$	1.855
$L / \text{m}$	2.712
$L_P / \text{m}$	5.600
$\theta_{\max}, \theta_{\min} / (^\circ)$	$\pm 40$
$\Delta S / \text{m}$	0.500

3种控制方案的路径跟踪曲线、路径跟踪误差对比分别如图8和图9所示.

从图8中可以看出,MFAC控制方案、PID控制方案以及Fuzzy控制方案均能实现自动泊车过程. 图

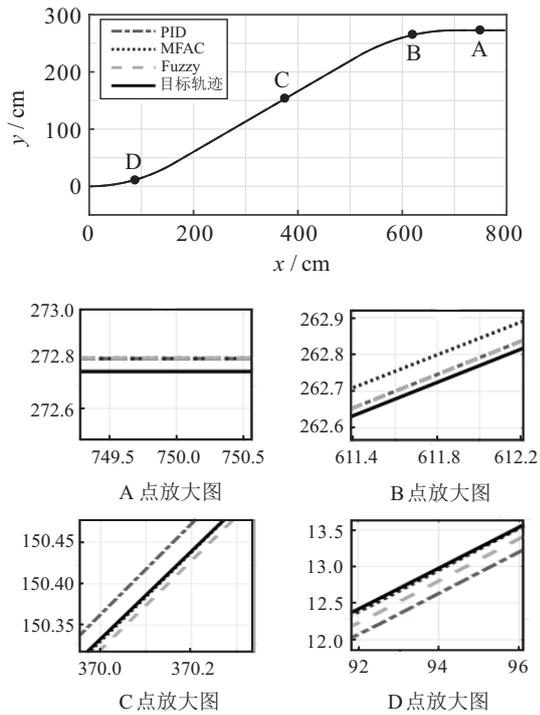


图8 一汽-大众(CC)路径跟踪曲线

图8中A处所对应规划路径中的DC段,从放大图中可以看出3种控制方案的跟踪效果相同.图8中B处对应于规划路径中的CB段,从放大图中可以看出,PID

表4 一汽大众(CC)跟踪性能对比

对比项	MFAC	PID	Fuzzy
跟踪误差均方根	0.1791	0.2009	0.1960
航向角误差均方根	$9.2891 \times 10^{-3}$	$9.9208 \times 10^{-3}$	$9.3590 \times 10^{-3}$
算法时间代价/ms	7.835	5.516	10.347

从图9中可以看出,MFAC控制方案总体的跟踪误差比PID控制方案和Fuzzy控制方案小,且Fuzzy控制方案略优于PID控制方案;从表4中可以看出,MFAC控制方案的跟踪误差均方根和航向角误差均方根均小于PID控制方案与Fuzzy控制方案.虽然PID算法时间代价最小,但跟踪误差相对最大;MFAC算法时间代价介于PID算法与Fuzzy算法之间,但跟踪误差相对最小;Fuzzy算法时间代价最大,但跟踪误差介于PID算法与MFAC算法之间.

对比3种控制方案的路径跟踪情况和跟踪误差,并对比跟踪误差均方根、航向角误差均方根和算法时间代价,结果表明,对于车型一汽-大众(CC)而言,MFAC控制方案优于PID控制方案和Fuzzy控制方案.

#### 4.2 奥迪A1自动泊车仿真

奥迪A1的基本参数及车位信息如表5所示.

3种控制方案对于奥迪A1的路径跟踪曲线、路径跟踪误差对比分别如图10和图11所示.

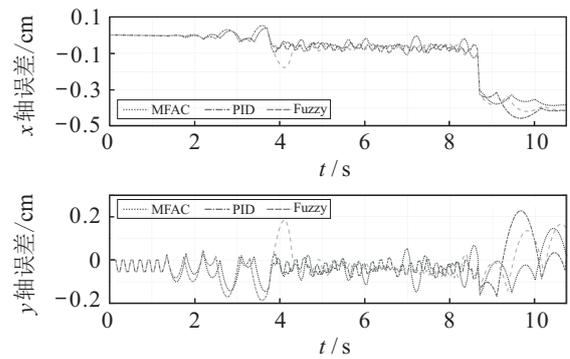


图9 一汽-大众(CC)路径跟踪误差对比

控制方案与Fuzzy控制方案跟踪效果相同,且优于MFAC控制方案.图8中C处对应于路径规划中的BA段,从放大图中可以看出,MFAC控制方案的实际泊车轨迹基本与期望轨迹重合,且Fuzzy控制方案跟踪效果优于PID控制方案跟踪效果.图8中D处对应于规划路径中的AO段,从放大图中可以看出MFAC控制方案跟踪效果最好,Fuzzy控制方案次之,PID控制方案跟踪误差相对较大.

3种控制方案对于一汽-大众(CC)的跟踪误差均方根、航向角误差均方根及算法时间代价对比如表4所示.

表5 奥迪A1基本参数

参数	数值
$L_C/m$	3.954
$W_C/m$	1.740
$L/m$	2.469
$L_P/m$	5.600
$\theta_{max}, \theta_{min}/(^{\circ})$	$\pm 40$
$\Delta S/m$	0.500

从图10中可以看出,3种控制方案均能实现泊车路径跟踪.在规划路径DC段A点处,从放大图中可以看出3种控制方案的跟踪效果相同.在规划路径CB段B点处,从放大图中可以看出,PID控制方案与Fuzzy控制方案的实际泊车轨迹基本重合,且跟踪效果优于MFAC控制方案.在规划路径BA段C点处,从放大图中可以看出,MFAC控制方案的实际泊车轨迹基本与期望轨迹重合,且PID控制方案控制效果优于Fuzzy控制方案.在规划路径AO段D点处,从放大图中可以看出,MFAC控制方案的跟踪误差最小,优

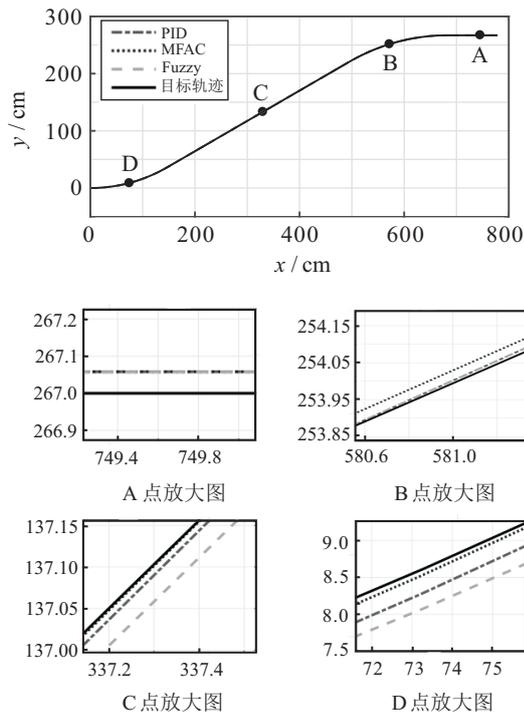


图10 奥迪A1路径跟踪曲线

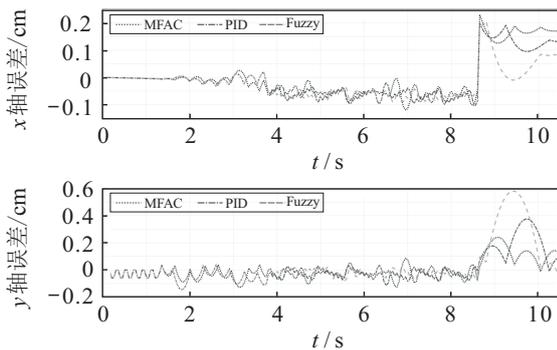


图11 奥迪A1路径跟踪误差对比

于PID控制方案和Fuzzy控制方案,且Fuzzy控制方案的跟踪误差相对较大。

3种控制方案的跟踪误差均方根、航向角误差均方根及算法时间代价对比如表6所示。

从图11中可以看出,在规划泊车路径的前3段中,Fuzzy控制方案的跟踪误差与PID控制方案的跟踪误差相差不大,且均略小于MFAC控制方案,但在最后圆弧段部分Fuzzy控制方案在y轴方向上的跟踪误差明显增大,MFAC控制方案的跟踪效果明显优于PID控制方案和Fuzzy控制方案。从表6中可以看出,PID控制算法时间代价最小,但跟踪误差介于MFAC控制方案与Fuzzy控制方案之间;MFAC控制算法时间代价介于PID控制算法与Fuzzy控制算法之前,但跟踪效果相对最好;Fuzzy控制算法时间代价最大,跟踪误差也相对较大。

对比3种控制方案的路径跟踪情况和跟踪误差,并对比跟踪误差均方根、航向角误差均方根和算法时间代价,结果表明,对于车型奥迪A1而言,MFAC控制方案优于PID控制方案和Fuzzy控制方案。

在 $v_0 = 80 \text{ cm/s}$ 条件下,通过对一汽-大众CC(2016款)和奥迪A1车型的仿真结果分析可知,针对不同的车型,MFAC控制方案、PID控制方案和Fuzzy控制方案均能较好地完成自动泊车过程。通过分析跟踪误差变化曲线可知,MFAC控制方案的效果优于PID和Fuzzy控制方案,而且MFAC控制方案方法简单、计算负担小、鲁棒性较强,控制参数可根据控制状态实时更新,自适应性强。通过多次实验发现,在一定范围内选取不同参数均能得到较好的跟踪效果。

表6 奥迪A1跟踪性能对比

对比项	MFAC	PID	Fuzzy
跟踪误差均方根	0.1118	0.1278	0.1668
航向角误差均方根	$9.7863 \times 10^{-3}$	$9.9599 \times 10^{-3}$	$10.0346 \times 10^{-3}$
算法时间代价/ms	8.652	6.374	11.195

### 5 结论

本文针对自动泊车系统提出了基于MFAC的预瞄偏差角跟踪方案。该方案仅需自动泊车过程中生成的前轮转角输入数据和预瞄偏差角输出数据,不需要任何车辆信息;所提出的预瞄偏差角跟踪方案在计算过程中使用了每一时刻的坐标信息及车身角信息,使跟踪更加准确。给出了两款不同车型的自动泊车仿真,通过分析对比跟踪误差可知,MFAC控制方案的跟踪效果优于PID控制方案和Fuzzy控制方案。因此,本文提出的MFAC预瞄偏差角跟踪方案可移植性强,能够针对不同车型使用。

### 参考文献(References)

- [1] Demirli K, Khoshnejad M. Autonomous parallel parking of a car-like mobile robot by a neuro-fuzzy sensor-based controller[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(19): 2876-2891.
- [2] 宋金泽. 自主泊车系统关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009: 9-11.  
(Song J Z. Research on the key technology for auto-parking system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009: 9-11.)
- [3] Jung H G, Lee Y H, Kim J. Uniform user interface for semiautomatic parking slot marking recognition[J].

- IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(2): 616-626.
- [4] Kim D, Chung W, Park S. Practical motion planning for car-parking control in narrow environment[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(1): 129-139.
- [5] Suhr J K, Jung H G. Automatic parking space detection and tracking for underground and indoor environments[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(9): 5687-5698.
- [6] Shih S E, Tsai W H. A convenient vision-based system for automatic detection of parking spaces in indoor parking lots using wide-angle cameras[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(6): 2521-2532.
- [7] Lee M, Kim S, Lim W, et al. Probabilistic occupancy filter for parking slot marker detection in an autonomous parking system using AVM[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(6): 2389-2394.
- [8] Huang C C, Wang S J. A hierarchical Bayesian generation framework for vacant parking space detection[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2010, 20(12): 1770-1785.
- [9] Moon J, Bae I, Cha J G, et al. A trajectory planning method based on forward path generation and backward tracking algorithm for automatic parking systems[C]. The 17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. Qingdao, 2014: 719-724.
- [10] Vorobieva H, Glaser S, Minoiu-Enache N, et al. Geometric path planning for automatic parallel parking in tiny spots[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2012, 45(24): 36-42.
- [11] Wang Z H, Shao Q L, Wang C, et al. Automatic parking trajectory planning based on recurrent neural network[C]. IEEE 9th International Conference on Software Engineering and Service Science. Beijing, 2018: 1-4.
- [12] Zips P, Böck M, Kugi A. Optimisation based path planning for car parking in narrow environments[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 79: 1-11.
- [13] Song J, Zhang W W, Wu X C, et al. Laser-based SLAM automatic parallel parking path planning and tracking for passenger vehicle[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019, 13(10): 1557-1568.
- [14] Liang Z, Zheng G Q, Li J S. Automatic parking path optimization based on Bezier curve fitting[C]. IEEE International Conference on Automation and Logistics. Zhengzhou, 2012: 583-587.
- [15] Ji J, Khajepour A, Melek W W, et al. Path planning and tracking for vehicle collision avoidance based on model predictive control with multiconstraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(2): 952-964.
- [16] Campi M C, Savaresi S M. Direct nonlinear control design: The virtual reference feedback tuning (VRFT) approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(1): 14-27.
- [17] Previdi F, Schauer T, Savaresi S M, et al. Data-driven control design for neuroprostheses: A virtual reference feedback tuning (VRFT) approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(1): 176-182.
- [18] Ferrari S, Steck J E, Chandramohan R. Adaptive feedback control by constrained approximate dynamic programming[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics, 2008, 38(4): 982-987.
- [19] Murray J J, Cox C J, Lendaris G G, et al. Adaptive dynamic programming[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2002, 32(2): 140-153.
- [20] Liu D R, Wei Q L, Yan P F. Generalized policy iteration adaptive dynamic programming for discrete-time nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2015, 45(12): 1577-1591.
- [21] Wei Q L, Song R Z, Liao Z H, et al. Discrete-time impulsive adaptive dynamic programming[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(10): 4293-4306.
- [22] 侯忠生, 许建新. 数据驱动控制理论及方法的回顾和展望[J]. 自动化学报, 2009, 35(6): 650-667.  
(Hou Z S, Xu J X. On data-driven control theory: The state of the art and perspective[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 650-667.)
- [23] Xu J X, Hou Z S. Notes on data-driven system approaches[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 668-675.
- [24] Hou Z S, Jin S T. Model free adaptive control: Theory and applications[M]. Boca Raton: CRC Press, 2014: 11, 59-62.
- [25] Liu S D, Hou Z S, Tian T T, et al. A novel dual successive projection-based model-free adaptive control method and application to an autonomous car[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(11): 3444-3457.
- [26] Liu S D, Hou Z S, Tian T T, et al. Path tracking control of a self-driving wheel excavator via an enhanced data-driven model-free adaptive control approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(2): 220-232.

- [27] 田涛涛, 侯忠生, 刘世达, 等. 基于无模型自适应控制的无人驾驶汽车横向控制方法[J]. 自动化学报, 2017, 43(11): 1931-1940.  
(Tian T T, Hou Z S, Liu S D, et al. Model-free adaptive control based lateral control of self-driving car[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(11): 1931-1940.)
- [28] Liao Y L, Jiang Q Q, Du T P, et al. Redefined output model-free adaptive control method and unmanned surface vehicle heading control[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2020, 45(3): 714-723.
- [29] Lei T, Hou Z S, Ren Y. Data-driven model free adaptive perimeter control for multi-region urban traffic networks with route choice[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(7): 2894-2905.
- [30] Zhao Y, Lu C, Men K, et al. Research on the application of model free adaptive control algorithm in power system damping control[C]. Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation. Shenyang, 2014: 414-419.
- [31] Zhao Y, Yuan Z C, Lu C, et al. Improved model-free adaptive wide-area coordination damping controller for multiple-input-multiple-output power systems[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2016, 10(13): 3264-3275.
- [32] Aghaei Hashjin S, Pang S Z, Miliani E H, et al. Data-driven model-free adaptive current control of a wound rotor synchronous machine drive system[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2020, 6(3): 1146-1156.
- [33] Wang X F, Li X, Wang J H, et al. Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi degree-of-freedom robotic exoskeleton[J]. Information Sciences, 2016, 327: 246-257.
- [34] 侯忠生, 董航瑞, 金尚泰. 基于坐标补偿的自动泊车系统无模型自适应控制[J]. 自动化学报, 2015, 41(4): 823-831.  
(Hou Z S, Dong H R, Jin S T. Model-free adaptive control with coordinates compensation for automatic car parking systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(4): 823-831.)
- [35] Liu K Z, Dao M Q, Inoue T. An exponentially  $\epsilon$ -convergent control algorithm for chained systems and its application to automatic parking systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(6): 1113-1126.
- [36] Sotelo M A. Lateral control strategy for autonomous steering of Ackerman-like vehicles[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2003, 45(3/4): 223-233.
- [37] Ungoren A, Peng H. An adaptive lateral preview driver model[J]. Vehicle System Dynamics, 2005, 43(4): 245-259.
- [38] Liu K Z, Horii M. An experimental comparison of nonholonomic control methods: Automatic parking benchmark[C]. SICE Annual Conference 2007. Takamatsu, 2007: 1712-1717.
- [39] Sales K R, Billings S A. Self-tuning control of non-linear ARMAX models[J]. International Journal of Control, 1990, 51(4): 753-769.
- [40] Chen S, Billings S A. Representations of non-linear systems: The NARMAX model[J]. International Journal of Control, 1989, 49(3): 1013-1032.
- [41] Proll T, Nazmul Karim M. Real-time design of an adaptive nonlinear predictive controller[J]. International Journal of Control, 1994, 59(3): 863-889.
- [42] Hou Z S, Xiong S S. On model-free adaptive control and its stability analysis[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(11): 4555-4569.

### 作者简介

王文佳(1996—), 男, 硕士生, 从事自动泊车的研究, E-mail: wangwenjia2455@163.com;

侯忠生(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事数据驱动控制、无模型自适应控制、学习控制、智能交通系统等研究, E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)