

控制与决策

Control and Decision

异步时滞切换正系统的有限时间镇定

王雪飞, 闻继伟, 栾小丽

引用本文:

王雪飞, 闻继伟, 栾小丽. 异步时滞切换正系统的有限时间镇定[J]. *控制与决策*, 2022, 37(8): 2077–2084.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0042>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[切换非线性正系统的有限时间稳定性](#)

Finite-time stability of switched nonlinear positive systems

控制与决策. 2022, 37(7): 1915–1920 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0092>

[具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制](#)

Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints

控制与决策. 2022, 37(2): 361–369 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

[离散切换线性系统的异步滤波器设计](#)

Asynchronous filter design for discrete-time switched linear systems

控制与决策. 2022, 37(7): 1785–1793 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0091>

[基于模型依赖驻留时间的异步切换控制](#)

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time

控制与决策. 2021, 36(3): 609–618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

[基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 \$H_\infty\$ 控制](#)

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

异步时滞切换正系统的有限时间镇定

王雪飞, 闻继伟[†], 栾小丽

(1. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122;
2. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘要: 研究异步切换下时滞切换正系统的有限时间控制问题, 即针对控制器切换滞后于子系统切换形成的异步现象, 基于平均驻留时间切换方法对切换正系统开展有限时间镇定研究。首先, 将每个正子系统运行的区间划分为子系统与控制器匹配和失配区间, 并构造多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函; 其次, 基于有限时间稳定理论, 实现平均驻留时间切换律及异步时滞切换正系统有限时间镇定控制器的联合设计, 并给出连续时间和离散时间两种情形下系统有限时间镇定的充分条件; 最后, 通过两个仿真例子验证所提出方法的有效性。

关键词: 时滞切换正系统; 异步有限时间镇定; 多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函; 平均驻留时间

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0042

引用格式: 王雪飞, 闻继伟, 栾小丽. 异步时滞切换正系统的有限时间镇定 [J]. 控制与决策, 2022, 37(8): 2077-2084.

Finite-time stabilization for switched positive time-delay systems under asynchronous switching

WANG Xue-fei, WEN Ji-wei[†], LUAN Xiao-li

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: This paper aims to investigate the finite-time control problem of time-delay switched positive systems under asynchronous switching. That is, for the asynchronous phenomenon caused by the switching of the controller lagging behind the switching of the subsystems, a finite-time stabilization research is carried out for switched positive systems based on the average dwell time switching method. Firstly, the running interval of each positive subsystem is divided into controller matched interval and controller mismatched interval, and the multiple co-positive Lyapunov-Krasovskii functional is constructed. Then, based on the finite-time stability theory, the suitable average dwell time switching law and controllers that guarantee the time-delay switched positive system under asynchronous switching finite-time stable are designed, and sufficient conditions of the finite-time stabilization for both continuous time and discrete time systems are given. Finally, two examples are provided to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: time-delay switched positive systems; asynchronous finite-time stabilization; multiple co-positive Lyapunov-krasovskii functional; average dwell time

0 引言

正系统指的是状态变量初值非负则状态变量始终非负的一类系统, 如以传染病传播速度、液体的浓度、生物种群数量等非负变量为状态组成的系统都是正系统。正系统在经济学^[1]、通信系统^[2]、生物学^[3]中应用广泛, 获得了众多学者的广泛关注。

线性切换正系统是由有限个线性正子系统及一组控制子系统进行切换的信号组成。线性切换正系统在编队飞行控制^[4]、网络通信控制^[5]、城市供水系统控制^[6]等众多领域有着大量应用。由于正系统的

状态变量始终处于非负区间, 利用切换正系统状态变量非负的特性, 使用非二次型余正 Lyapunov 函数方法, 可以减小切换正系统稳定性分析和控制器设计的保守性^[7-12]。文献[8]基于平均驻留时间切换思想, 采用多线性余正 Lyapunov 函数方法分析了线性切换正系统的指数稳定性。文献[12]研究了时滞不确定线性切换正系统的有限时间稳定性问题, 使用多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法得到系统有限时间镇定的充分条件。

在实际应用中, 普遍存在控制器切换滞后于子系

收稿日期: 2021-01-09; 录用日期: 2021-06-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61991402, 62073154); 江南大学基本科研计划项目(JUSRP221014).

[†]通讯作者. E-mail: wjw8143@jiangnan.edu.cn.

统切换,如网络控制系统^[13]、远程控制系统^[14]等,这种异步切换现象会导致控制系统性能变差,甚至导致系统不稳定。在研究切换正系统的异步控制问题时,不但要考虑到子系统与对应控制器不匹配问题,还要考虑到异步控制时仍要保证系统为正系统,这无形中增加了控制器设计的难度。文献[15]针对带有时滞的连续和离散线性切换正系统,研究其在异步切换下状态反馈镇定问题,得到闭环系统指数稳定的充分条件。文献[5]针对不确定线性切换正系统,做了系统 L_1 增益性能分析及异步控制器设计,给出了使异步切换系统为正系统、渐近稳定且满足 L_1 增益性能指标的充分条件。现存结论主要针对的是Lyapunov渐近稳定性,其关注的是无限时间区间上系统的行为。然而,实际应用中很多系统往往要求在有限时间内的状态轨迹不超过给定界限,如飞行控制系统^[16]、网络通信控制系统^[17]等。文献[18]研究了离散异步时滞脉冲切换正系统的有限时间控制问题,基于模式依赖平均驻留时间方法,给出异步控制器的存在性条件。由于切换正系统具有复杂的动力学行为,系统微小的变化可能会引发完全不同的系统特性。本文在此基础上,进一步探索时变时滞异步切换正系统在连续和离散情形下的有限时间镇定。文献[19]基于T-S模糊模型研究了连续隐马尔科夫跳变正系统的有限时间 L_2 增益异步控制问题,但采用的随机Lyapunov-Krasovskii泛函是二次型而非余正型,体现不出系统的非负特性。

基于上述讨论可见,异步时滞切换正系统仍然具有研究的空间。首先,如何保证异步切换情形下,闭环切换系统有限时间稳定且同时是个切换正系统是一个难点;其次,由于多余正Lyapunov-Krasovskii泛函是非二次型泛函,这便给有限时间控制器的设计带来困难。因此,如何改进文献[12,20]中的综合方法,避免控制器求解的充分条件是双线性矩阵不等式形式是另一个难点。

本文针对控制器切换滞后于子系统切换形成的异步现象,研究时变时滞切换正系统有限时间状态反馈镇定。本文主要贡献在于:1)通过构造适当的非二次型多余正Lyapunov-Krasovskii泛函,并引入一组参数向量,避免待求变量出现耦合,直接以线性矩阵不等式形式获得有限时间镇定的充分条件,不需要额外的求解算法;2)实现平均驻留时间约束下异步切换律和有限时间镇定控制器的联合设计,确保闭环系统有限时间稳定且为正系统;3)本文设计方法适用于一般的连续和离散时变时滞切换正系统,拓宽了切换

正系统设计方法的适用范围。

1 问题描述

考虑如下时变时滞切换系统:

$$\begin{cases} \delta x(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}x(t-d(t)) + F_{\sigma(t)}u(t), \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-d_M, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 和 $u(t) \in R^m$ 分别为系统的状态变量和控制输入; $\delta x(t)$ 在连续系统中表达式为 $\delta x(t) = dx(t)/dt$, 在离散系统中表达式为 $\delta x(t) = x(t+1) - x(t)$; $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow S = \{1, 2, \dots, s\}$ 是右连续分段常值函数, 代表切换信号, 它的取值范围是有限正整数集合 S , s 代表子系统的个数; $\{t_1, t_2, \dots, t_l, \dots\}$ 是切换信号对应的切换时间序列, t_l 代表系统第 l 个切换瞬间, $l \in N^+$, N^+ 表示正整数; 相邻两次切换之间的时间差称为驻留时间 τ , $\tau = t_{l+1} - t_l$; A_i, B_i 和 F_i 是已知多维常数矩阵, $i \in S$; $d(t)$ 表示时变状态时滞, 对于连续系统, 有 $0 < d_m \leq d(t) \leq d_M$ 且 $\dot{d}(t) \leq \rho < 1$, 对于离散系统, 有 $0 < d_m \leq d(t) \leq d_M$, d_m, d_M 和 ρ 都是已知常数, 分别代表时滞的最小值、最大值以及连续系统情形下时滞变化率的最大值; $\varphi(t)$ 是定义在区间 $[-d_M, 0]$ 上的初始向量函数。

定义1 如果对于任意初始条件 $\varphi(t) \geq 0$ 、输入 $u(t) \geq 0$ 以及任意切换信号 $\sigma(t)$ 始终有 $x(t) \geq 0, \forall t > 0 (t \in N)$ 成立, 则连续(离散)时变时滞切换系统(1)被称为正系统^[20]。其中: N 表示自然数, $A \succ 0 (A \geq 0)$ 表示矩阵 A 中每一项都大于零(不小于零)。

定义2 对于切换信号 $\sigma(t)$ 及任意时刻 $t_2 > t_1 > 0$, 令 $N_\sigma(t_1, t_2)$ 表示该切换信号在时间 (t_1, t_2) 上的切换次数, 如果对于给定常数 $N_0 > 0$ 和 $\tau_a > 0$ 有 $N_\sigma(t_1, t_2) \leq N_0 + (t_2 - t_1)/\tau_a$ 成立, 则称 τ_a 为该切换信号的平均驻留时间, N_0 为抖振界。不失一般性, 本文取 $N_0 = 0$, 有

$$N_\sigma(t_1, t_2) \leq \frac{t_2 - t_1}{\tau_a}. \quad (2)$$

定义3 对于连续(离散)切换正系统(1), 存在大于零的常数 $C_1, C_2 (C_1 < C_2)$ 、 T_f 以及切换信号 $\sigma(t)$, 满足条件

$$\|x(0)\| \leq C_1 \Rightarrow \|x(t)\| \leq C_2, t \in [0, T_f], \quad (3)$$

则称系统(1)关于 $(C_1, C_2, T_f, \sigma(t))$ 有限时间稳定。其中: $C_1 = \sup_{t \in [-d_M, 0]} \|x(t)\|$, $\|x\| = \sum_{s=1}^n |x_s|$, x_s 表示 n 维向量 x 的第 s 项^[12]。

定义4 如果方阵 A 的所有非对角元素非负, 则

A 被称为Metzler矩阵^[8].

对于连续(离散)系统(1)而言,状态反馈控制器 $u(t) = K_{\sigma(t)}x(t)$, $K_{\sigma(t)}$ 是待求的控制增益矩阵.但在实际应用中,由于对子系统的识别需要耗费一定时间,控制器往往不可能同步于子系统进行切换,而是滞后于子系统切换.所以,实际的状态反馈控制器为

$$u(t) = K_{\sigma(t-\Delta_l)}x(t), \quad (4)$$

其中 Δ_l 表示控制器切换滞后于子系统切换的时间, $0 \leq \Delta_l \leq t_{l+1} - t_l$, $l \in \mathbb{N}^+$.用 $\sigma'(t)$ 表示控制器(4)真实的切换信号,可以得到 $\sigma'(t) = \sigma(t - \Delta_l)$,这种异步切换现象如图1所示.假设在切换时刻 t_l ,子系统*i*($i \in S$)瞬间被激活;切换时刻 t_{l+1} ,子系统*j*($j \in S$)瞬间被激活,两个子系统对应的控制器分别在时刻 $t_l + \Delta_l$ 和 $t_{l+1} + \Delta_{l+1}$ 被激活.将控制器(4)代入切换系统(1)得到闭环控制系统

$$\begin{cases} \delta x(t) = A'_i x(t) + B_i x(t - d(t)), \\ \quad t \in [t_l + \Delta_l, t_{l+1}]; \\ \delta x(t) = A'_{i,j} x(t) + B_j x(t - d(t)), \\ \quad t \in [t_{l+1}, t_{l+1} + \Delta_{l+1}]. \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$A'_i = (A_i + F_i K_i), \quad A'_{i,j} = (A_j + F_j K_i), \quad i \neq j.$$

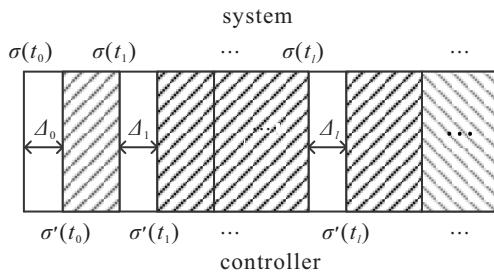


图1 子系统和控制器切换信号异步现象

引理1 连续时间切换系统(5)为切换正系统当且仅当 A'_i 和 $A'_{i,j}$ 都是Metzler矩阵,且 $B_i \succeq 0, \forall i, j \in S, i \neq j$ ^[21].

引理2 离散时间切换系统(5)为切换正系统,当且仅当 $A'_i \succeq 0, A'_{i,j} \succeq 0$,且 $B_i \succeq 0, \forall i, j \in S, i \neq j$ ^[22].

定义5 对于连续(离散)异步时滞切换正系统(5),存在大于零的常数 $C_1, C_2 (C_1 < C_2), T_f$ 以及切换信号 $\sigma(t)$ 和 $\sigma'(t)$,满足条件

$$\|x(0)\| \leq C_1 \Rightarrow \|x(t)\| \leq C_2, \quad t \in [0, T_f], \quad (6)$$

则称连续(离散)异步时滞切换正系统(5)关于 $(C_1, C_2, T_f, \sigma(t), \sigma'(t))$ 有限时间稳定,其中 $C_1 = \sup_{t \in [-d_M, 0]} \|x(t)\|$.

2 主要结果

2.1 连续时间系统

首先针对连续时间切换正系统(1),研究其在异步切换规律下的有限时间镇定.

定理1 考虑连续时间切换正系统(1),对于给定的非负常数 $C_1, C_2 (C_1 < C_2), T_f, \alpha, \beta, \lambda_{i,j}, \mu_1, \mu_2$ 和向量 $v_i \in R_+^m$,如果存在向量 $v_i, v_{i,j}, g_i, g_{i,j} \in R_+^n$,以及 $\xi_i \in R^n, \forall (i, j) \in S \times S, i \neq j$,满足下列不等式:

$$A_i^T v_i + \xi_i - \alpha v_i + g_i \preceq 0; \quad (7)$$

$$B_i^T v_i - (1 - \rho) e^{\alpha d_m} g_i \preceq 0; \quad (8)$$

$$\lambda_{i,j} v_i^T F_i^T v_i \leq v_i^T F_j^T v_{i,j}; \quad (9)$$

$$\xi_i \preceq 0, \quad v_i^T F_i^T v_i > 0; \quad (10)$$

$$A_j^T v_{i,j} + \lambda_{i,j} \xi_i - \beta v_{i,j} + g_{i,j} \preceq 0; \quad (11)$$

$$B_j^T v_{i,j} - (1 - \rho) e^{\beta d_m} g_{i,j} \preceq 0; \quad (12)$$

$$I_g(v_i^T F_i^T v_i A_i^T + \xi_i v_i^T F_i^T) I_l^T \geq 0, \quad g \neq l; \quad (13)$$

$$I_g(v_i^T F_i^T v_i A_j^T + \xi_i v_i^T F_j^T) I_l^T \geq 0, \quad g \neq l; \quad (14)$$

$$v_j \preceq \mu_1 v_{i,j}, \quad g_j \preceq \mu \mu_1 g_{i,j}; \quad (15)$$

$$v_{i,j} \preceq \mu_2 v_i, \quad g_{i,j} \preceq \mu \mu_2 g_i, \quad (16)$$

则称连续时间异步时滞切换正系统(1)关于 $(C_1, C_2, T_f, \sigma(t), \sigma'(t))$ 有限时间稳定.其中: $\mu = e^{-(\alpha+\beta)d_M}$, $\mu^2 \mu_1 \mu_2 > 1, R_+^n$ 表示n维向量且向量的每一项都是非负实数,

$$I_g = \overbrace{[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]}^{g-1} \overbrace{[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]}^{n-g}, \quad I_l = \overbrace{[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]}^{l-1} \overbrace{[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]}^{n-l}.$$

平均驻留时间下界和状态反馈增益如下:

$$\frac{T_f \ln(\mu_1 \mu_2)}{\ln C_2 - \ln \phi - \Delta_{(0, T_f)}(\beta - \alpha)} = \tau_a^* \leq \tau_a, \quad (17)$$

$$K_i = \frac{1}{v_i^T F_i^T v_i} v_i \xi_i^T. \quad (18)$$

其中: $\phi = (W_1 + (e^{\alpha d_M} - 1) W_2 / \alpha) C_1 / W_3, \Delta_{(0, T_f)} = \Delta_0 + \Delta_1 + \dots + \Delta_f, C_1 = \sup_{t \in [-d_M, 0]} \|x(t)\|, W_1 = \max(v_i(s)), W_2 = \max(g_i(s)), W_3 = \min\{v_i(s), v_{i,j}(s)\}, s \in \{1, 2, \dots, n\}, v_i(s)$ 表示向量 v_i 的第s项.

证明 当 $t \in [t_l + \Delta_l, t_{l+1}]$ 时,子系统*i*对应的状态反馈控制器为 $u(t) = K_i x(t)$,此时闭环系统(1)的状态方程为 $\dot{x}(t) = A'_i x(t) + B_i x(t - d(t))$.由不等式(13)可知 $v_i^T F_i^T v_i A_i^T + \xi_i v_i^T F_i^T$ 是Metzler矩阵,由式(10)知不等式(13)两边同时除以 $v_i^T F_i^T v_i$ 得到的 $A_i^T + \frac{\xi_i v_i^T F_i^T}{v_i^T F_i^T v_i}$ 依然是Metzler矩阵,将式(18)代入即得 $A_i^T + K_i^T F_i^T$,所以 $A_i^T + K_i^T F_i^T$ 是Metzler矩阵,因

而 $A'_i = (A_i + F_i K_i)$ 是 Metzler 矩阵.

构造多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V_i(t) = x^T(t)v_i + \int_{t-d(t)}^t e^{\alpha(t-s)}x^T(s)g_i ds, \quad (19)$$

求此泛函一阶导数得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) = & \alpha V_i(t) + x^T(t)A_i^T v_i + x^T(t-d(t))B_i^T v_i + \\ & x^T(t)K_i^T F_i^T v_i + x^T(t)g_i - \\ & (1-\dot{d}(t))e^{\alpha d(t)}x^T(t-d(t))g_i = \\ & \alpha V_i(t) + x^T(t)[(A_i + F_i K_i)^T v_i + g_i - \alpha v_i] + \\ & x^T(t-d(t))[B_i^T v_i - (1-\dot{d}(t))e^{\alpha d(t)}g_i] \leqslant \\ & \alpha V_i(t) + x^T(t)[(A_i + F_i K_i)^T v_i + g_i - \alpha v_i] + \\ & x^T(t-d(t))[B_i^T v_i - (1-\rho)e^{\alpha d_m}g_i]. \end{aligned} \quad (20)$$

由式(18)得 $K_i^T = \frac{1}{v_i^T F_i^T v_i} \xi_i v_i^T$, 等式两边同乘以 $F_i^T v_i$, 可得 $\xi_i = K_i^T F_i^T v_i$, 再结合式(7)~(9)和(20), 可得 $\dot{V}_i(t) \leqslant \alpha V_i(t)$, 即

$$V_i(t) \leqslant e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} V_i(t_l + \Delta_l). \quad (21)$$

当 $t \in [t_{l+1}, t_{l+1} + \Delta_{l+1}]$ 时, 子系统 j 对应的状态反馈控制器为 $u(t) = K_j x(t)$, 由于异步切换现象, 系统的状态反馈控制器仍为 $u(t) = K_i x(t)$, 所以此时闭环系统(1)的状态方程为 $\dot{x}(t) = A'_{i,j} x(t) + B_j x(t-d(t))$. 使用相似方法, 由式(10)、(14)、(18)可知 $A'_{i,j} = (A_j + F_j K_i)$ 是 Metzler 矩阵. 由引理 1 可知连续系统(5)是正系统.

构造多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V_{i,j}(t) = x^T(t)v_{i,j} + \int_{t-d(t)}^t e^{\beta(t-s)}x^T(s)g_{i,j} ds, \quad (22)$$

求此泛函一阶导数得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j}(t) = & \alpha V_{i,j}(t) + x^T(t)A_i^T v_{i,j} + x^T(t-d(t))B_i^T v_{i,j} + \\ & x^T(t)K_i^T F_i^T v_{i,j} + x^T(t)g_{i,j} - \\ & (1-\dot{d}(t))e^{\alpha d(t)}x^T(t-d(t))g_{i,j} = \\ & \alpha V_{i,j}(t) + x^T(t)[(A_i + F_i K_i)^T v_{i,j} + g_{i,j} - \alpha v_{i,j}] + \\ & x^T(t-d(t))[B_i^T v_{i,j} - (1-\dot{d}(t))e^{\alpha d(t)}g_{i,j}] \leqslant \\ & \alpha V_{i,j}(t) + x^T(t)[(A_i + F_i K_i)^T v_{i,j} + g_{i,j} - \alpha v_{i,j}] + \\ & x^T(t-d(t))[B_i^T v_{i,j} - (1-\rho)e^{\alpha d_m}g_{i,j}]. \end{aligned} \quad (23)$$

结合式合(9)、(10)和(18)可得

$$K_i^T F_j^T v_{i,j} = \xi_i \frac{v_i^T F_j^T v_{i,j}}{v_i^T F_i^T v_i} \preceq \lambda_{i,j} \xi_i,$$

再结合式(11)得

$$A_j^T v_{i,j} + K_i^T F_j^T v_{i,j} - \beta v_{i,j} + g_{i,j} \preceq 0. \quad (24)$$

由式(12)、(23)、(24)得 $\dot{V}_{i,j}(t) \leqslant \beta V_{i,j}(t)$, 即

$$V_{i,j}(t) \leqslant e^{\beta(t-t_{l+1})} V_{i,j}(t_{l+1}). \quad (25)$$

$t_1 < t_2 < \dots < t_f$ 是有限时间区间 $[t_0, T_f]$ 内的切换时刻, 针对连续异步时滞切换正系统(5)使用余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法, 结合式(2)、(15)、(16)、(21)、(25)得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(t) &\leqslant \\ & e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} V_{\sigma(t_l+\Delta_l)}(t_l + \Delta_l) \leqslant \\ & \mu_1 e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} V_{\sigma(t_l+\Delta_l)}((t_l + \Delta_l)^-) \leqslant \\ & \mu_1 e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} e^{\beta \Delta_l} V_{\sigma'(t_l), \sigma(t_l)}(t_l) \leqslant \\ & \mu_1 \mu_2 e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} e^{\beta \Delta_l} V_{\sigma(t_l^-)}(t_l^-) \leqslant \\ & \mu_1 \mu_2 e^{\alpha(t-t_l-\Delta_l)} e^{\beta \Delta_l} e^{\alpha(t_l-t_{l-1}-\Delta_{l-1})} \times \\ & V_{\sigma(t_{l-1}+\Delta_{l-1})}(t_{l-1} + \Delta_{l-1}) \dots \leqslant \\ & (\mu_1 \mu_2)^{N_\sigma(t_0, t)} e^{\alpha(t-t_0)+(\beta-\alpha)(\Delta_l+\dots+\Delta_0)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leqslant \\ & (\mu_1 \mu_2)^{N_\sigma(t_0, t)} e^{\alpha(t-t_0)+\Delta_{(t_0, t)}(\beta-\alpha)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leqslant \\ & (\mu_1 \mu_2)^{T_f/\tau_a} e^{\alpha T_f + \Delta_{(0, T_f)}(\beta-\alpha)} V_{\sigma(0)}(0). \end{aligned} \quad (26)$$

由式(19)可知

$$\begin{aligned} V_{\sigma(0)}(0) = & x^T(0)v_{\sigma(0)} + \int_{-d(0)}^0 e^{-\alpha s} x^T(s)g_{\sigma(0)} ds \leqslant \\ & x^T(0)[W_1, \dots, W_1]^T + \\ & \int_{-d(0)}^0 e^{-\alpha s} x^T(s)[W_2, \dots, W_2]^T ds \leqslant \\ & x^T(0)[W_1, \dots, W_1]^T + \\ & W_2 \sup_{t \in [-d_M, 0]} \|x(t)\| \int_{-d}^0 e^{-\alpha s} ds \leqslant \\ & (W_1 + (e^{\alpha d_M} - 1)W_2/\alpha) \sup_{t \in [-d_M, 0]} \|x(t)\| \leqslant \\ & (W_1 + (e^{\alpha d_M} - 1)W_2/\alpha)C_1. \end{aligned} \quad (27)$$

由式(19)、(22)可得

$$W_3 \|x(t)\| \leqslant x^T(t)v_{\sigma(t)} < V_{\sigma(t)}(t), \quad (28)$$

结合式(26)~(28)得

$$\|x(t)\| < (\mu_1 \mu_2)^{T_f/\tau_a} e^{\alpha T_f + \Delta_{(0, T_f)}(\beta-\alpha)} \phi. \quad (29)$$

由条件(17)得

$$\frac{T_f \ln(\mu_1 \mu_2)}{\ln C_2 - \ln \phi - \Delta_{(0, T_f)}(\beta-\alpha)} < \tau_a,$$

$$\frac{T_f}{\tau_a} < \frac{\ln C_2 - \ln \phi - \Delta_{(0, T_f)}(\beta-\alpha)}{\ln(\mu_1 \mu_2)},$$

$$(\mu_1 \mu_2)^{T_f/\tau_a} e^{\alpha T_f + \Delta_{(0, T_f)}(\beta-\alpha)} \phi < C_2,$$

所以 $\|x(t)\| < C_2$. \square

注1 定理1中 $C_1, C_2 (C_1 < C_2), T_f$ 是根据实际系统设置的参数; 非负常数 $\lambda_{i,j}$ 以及非负向量 $v_i \in R_+^m$ 没有额外限制应优先给定; 从定理1的线性矩阵不等式限制条件可以看出, 参数 α 和 β 的取值越大越有利于得到线性矩阵不等式组的可行解, 所以应该优先选取较小的 α 和 β 值, 没有可行解的时候再依次增大 α 和 β 的值, 而参数 μ_1, μ_2 应该满足 $\mu^2 \mu_1 \mu_2 > 1$ 条件, 所以应该优先选取较大的非负常数, 在没有可行解时, 再依次减, 直到得到可行解.

2.2 离散时间系统

下面针对离散时间切换正系统(1), 研究其在异步切换规律下的有限时间镇定.

定理2 考虑离散时间切换正系统(1), 对于给定的非负常数 $C_1, C_2 (C_1 < C_2), T_f, \omega, \theta, \lambda_{i,j}, \mu_1, \mu_2$ 以及向量 $v_i \in R_+^m$, 如果存在向量 $v_i, v_{i,j}, g_i, g_{i,j} \in R_+^n$, 以及 $\xi_i \in R^n, \forall (i, j) \in S \times S, i \neq j$, 满足下列不等式:

$$A_i^T v_i + \xi_i - e^\omega v_i + (d_M - d_m + 1)g_i \preceq 0; \quad (30)$$

$$B_i^T v_i - e^{\omega d_m} g_i \preceq 0; \quad (31)$$

$$\lambda_{i,j} v_i^T F_i^T v_i \leq v_i^T F_j^T v_{i,j}; \quad (32)$$

$$\xi_i \preceq 0, v_i^T F_i^T v_i > 0; \quad (33)$$

$$A_j^T v_{i,j} + \lambda_{i,j} \xi_i - e^\theta v_{i,j} + (d_M - d_m + 1)g_{i,j} \preceq 0; \quad (34)$$

$$B_j^T v_{i,j} - e^{\theta d_m} g_{i,j} \preceq 0; \quad (35)$$

$$v_i^T F_i^T v_i A_i^T + \xi_i v_i^T F_i^T \succeq 0; \quad (36)$$

$$v_i^T F_i^T v_i A_j^T + \xi_i v_i^T F_j^T \succeq 0; \quad (37)$$

$$v_j \preceq \mu_1 v_{i,j}, g_j \preceq \mu \mu_1 g_{i,j}; \quad (38)$$

$$v_{i,j} \preceq \mu_2 v_i, g_{i,j} \preceq \mu \mu_2 g_i, \quad (39)$$

则称离散时间异步时滞切换正系统(1)关于 $(C_1, C_2, T_f, \sigma(k), \sigma'(k))$ 有限时间稳定. 其中: $\mu = e^{-(\omega+\theta)d_M}$, $\mu^2 \mu_1 \mu_2 > 1$.

平均驻留时间下界和状态反馈增益分别为

$$\frac{T_f \ln(\mu_1 \mu_2)}{\ln C_2 - \ln \phi - \Delta_{(0, T_f)}(\theta - \omega)} = \tau_a^* \leq \tau_a, \quad (40)$$

$$K_i = \frac{1}{v_i^T F_i^T v_i} v_i \xi_i^T. \quad (41)$$

其中: $\phi = (W_1 + W_2(e^{\omega(d_M+1)} - e^{\omega d_m} - e^\omega + 1))C_1/W_3, \Delta_{(0, T_f)} = \Delta_0 + \Delta_1 + \dots + \Delta_f, C_1 = \sup_{k \in [-d_M, 0]} \|x(k)\|, W_1 = \max(v_i(s)), W_2 = \max(g_i(s)), W_3 = \min\{v_i(s), v_{i,j}(s)\}, s \in \{1, 2, \dots, n\}, v_i(s)$ 表示向量 v_i 的第 s 项.

证明 同理, 由式(33)、(26)、(37)和(41)可知

$A_i + F_i K_i \succeq 0, A_j + F_j K_i \succeq 0$, 根据引理2可知此离散系统(5)为正系统.

$k_1 < k_2 < \dots < k_f$ 是有限时间区间 $[k_0, T_f]$ 内的切换时刻, 当 $k \in [k_l + \Delta_l, k_{l+1})$, 构造多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V_i(k) = x^T(k) v_i + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} e^{\omega(k-s-1)} x^T(s) g_i + \sum_{\pi=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+\pi}^{k-1} e^{\omega(k-s-1)} x^T(s) g_i.$$

由式(5)可得

$$\begin{aligned} V_i(k+1) - e^\omega V_i(k) = & x^T(k+1) v_i + \sum_{s=k-d(k+1)+1}^k e^{\omega(k-s)} x^T(s) g_i + \\ & \sum_{\pi=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+\pi+1}^k e^{\omega(k-s)} x^T(s) g_i - x^T(k) e^\omega v_i - \\ & \sum_{\pi=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+\pi}^{k-1} e^{\omega(k-s)} x^T(s) g_i - \\ & \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} e^{\omega(k-s)} x^T(s) g_i \leq \\ & x^T(k)(A_i^T v_i + K_i^T F_i^T v_i - e^\omega v_i + (d_M - d_m + \\ & 1)g_i) + x^T(k-d(k))(B_i^T v_i - e^{\omega d_m} g_i). \end{aligned} \quad (42)$$

结合式(30)、(31)、(41)、(42)得

$$V_i(k) \leq e^{\omega(k-k_l-\Delta_l)} V_i(k_l + \Delta_l).$$

当 $k \in [k_l, k_l + \Delta_l)$ 时, 构造多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V_{i,j}(k) = x^T(k) v_{i,j} + \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} e^{\theta(k-s-1)} x^T(s) g_{i,j} + \sum_{\pi=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+\pi}^{k-1} e^{\theta(k-s-1)} x^T(s) g_{i,j}.$$

由式(5)可得

$$\begin{aligned} V_{i,j}(k+1) - e^\theta V_{i,j}(k) = & x^T(k+1) v_{i,j} + \sum_{s=k-d(k+1)+1}^k e^{\theta(k-s)} x^T(s) g_{i,j} + \\ & \sum_{s=k+\pi+1}^k e^{\theta(k-s)} x^T(s) g_{i,j} - x^T(k) e^\theta v_{i,j} - \\ & \sum_{\pi=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+\pi}^{k-1} e^{\theta(k-s)} x^T(s) g_{i,j} - \\ & \sum_{s=k-d(k)}^{k-1} e^{\theta(k-s)} x^T(s) g_{i,j} \leq \end{aligned}$$

$$x^T(k)(A_j^T v_{i,j} + K_i^T F_j^T v_{i,j} - e^\theta v_{i,j} + (d_M - d_m + 1)g_{i,j}) + x^T(k-d(k))(B_j^T v_{i,j} - e^{\theta d_m} g_{i,j}). \quad (43)$$

由式(32)、(33)、(41)可得

$$K_i^T F_j^T v_{i,j} = \xi_i \frac{v_i^T F_j^T v_{i,j}}{v_i^T F_i^T v_i} \leq \lambda_{i,j} \xi_i,$$

结合式(34)、(35)、(43)得

$$V_{i,j}(k) \leq e^{\theta(k-k_l)} V_{i,j}(k_l). \quad (44)$$

易知

$$\begin{aligned} V(0) &= \\ &x^T(0)v_{\sigma(0)} + \sum_{s=0-d(0)}^{0-1} e^{\omega(0-s-1)} x^T(s)g_{\sigma(0)} + \\ &\sum_{\pi=-d_m+1}^{-d_m} \sum_{s=0+\pi}^{0-1} e^{\omega(0-s-1)} x^T(s)g_{\sigma(0)} \leq \\ &C_1(W_1 + W_2(e^{\omega(d_M+1)} - e^{\omega d_m} - e^\omega + 1)). \end{aligned}$$

与定理1证明相似,由式(30)~(41)同理可得 $\|x(t)\| < (\mu_1 \mu_2)^{T_f/\tau_a} e^{\omega T_f + \Delta_{(0,T_f)}(\theta-\omega)} \phi < C_2$. \square

注2 关于参数的选取,由定理2的线性矩阵不等式限制条件可以看出,在满足条件时参数 ω 和 θ 的取值越大越有利于得到线性矩阵不等式组的可行解,所以应该优先选取较小的 ω 和 θ 值,没有可行解时再依次增大 ω 和 θ 的值.其他参数的选取原则与注1相同.

3 仿真示例

下面分别给出一个应用实例和一个数值仿真来验证结果的有效性.

例1 考虑一个工程上常见的异步时滞切换正系统应用实例来验证所得结论的有效性.具有两个传输节点的数据传输网络如图2所示^[5],大量的数据包通过这个传输网络从控制中心C传输到通讯终端T,整个系统将在两种工作模式下进行切换:繁忙模式和空闲模式,所以该网络系统可以描述为由两个子系统组成的切换系统.图中 $x(t)$ 代表所有节点处理的数据量,而数据量为非负变量,所以此网络系统可用正系统描述; $u(t)$ 代表控制输入,本例中 $u(t)$ 用来控制网络系统防止数据传输出现拥塞而造成数据包丢

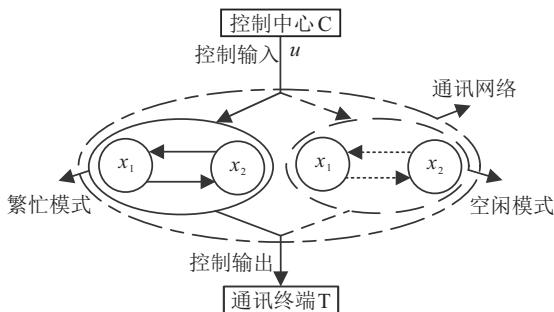


图2 两节点的数据传输网络模型

失;系统实际工作时,数据传输在时间上也存在滞后现象,所以此网络系统也是时滞系统;系统在两种工作模式间转换时,需要一定时间来判定系统工作模式然后选择对应的控制器,所以会出现控制器切换滞后于子系统切换现象,即异步现象.综上所述,这个通讯网络完全可以用异步时滞切换正系统模型来描述.

不失一般性,作以下设定:1)所有的数据包从控制中心C传输到通讯终端T所用时间在 $T_f = 20$ s之内;2)整个网络系统所能承受的数据传输上限为2Gb,即 $x_1(t) + x_2(t) \leq 2, \forall t \in [0, T_f]$. 系统参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.6 \\ 0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0.18 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.03 \\ 0.03 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0.01 & 0.02 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.02 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.03 \end{bmatrix},$$

$$d_m = 0.1, d_M = 0.2, \rho = 0.1,$$

$$\Delta_{(0,T_f)} = 2, \varphi(t) = [0 \ 0]^T.$$

其中: d_m 表示数据传输过程延时的最小值, d_M 表示数据传输过程延时的最大值, ρ 表示时变时滞的最大变化率, $\Delta_{(0,T_f)}$ 则表示数据传输网络在 $[0, T_f]$ 时间段内用于识别子系统模态所用的总时间,即控制器切换滞后于子系统切换的总时间.

根据注1中所述原则选取 $C_1 = 0.1, C_2 = 2, \alpha = 0.42, \beta = 0.5, \mu_1 = 1.11, \mu_2 = 1.1, \lambda_{1,2} = 0.6, \lambda_{2,1} = 0.8, v_1 = 1, v_2 = 1$,求解LMIs(7)~(16)得

$$v_1 = [80.4177 \ 99.0864]^T,$$

$$g_1 = [14.1935 \ 13.3574]^T,$$

$$v_2 = [76.7521 \ 91.0123]^T,$$

$$g_2 = [14.1964 \ 13.3583]^T,$$

$$\xi_1 = [-6.0287 \ -2.4639]^T,$$

$$\xi_2 = [-2.6450 \ -1.7091]^T,$$

$$v_{12} = [77.1774 \ 91.0915]^T,$$

$$g_{12} = [14.1310 \ 13.2976]^T,$$

$$v_{21} = [81.8044 \ 96.3440]^T,$$

$$g_{21} = [14.1332 \ 13.2988]^T,$$

$$W_1 = 99.0864, W_2 = 14.1964, W_3 = 76.7521,$$

$$\tau_a^* = 1.5564,$$

$$K_1 = [-1.0043 \ -0.4105],$$

$$K_2 = [-0.3606 \ -0.2330].$$

其中 τ_a^* 为平均驻留时间下界; K_1, K_2, K_3 为控制增益矩阵.

为了验证数据传输网络系统有限时间镇定效果, 进一步选取 $\tau_a = 2, x(0) = [0.06 \ 0.04]^T$ 以及初始子系统模态 $\sigma(0) = 1$. 图3为子系统切换信号 $\sigma(t)$, 以及自治系统在切换信号 $\sigma(t)$ 作用下的状态响应 $\|x(t)\|$, 易知自治系统不满足给定的有限时间稳定; 图4为子系统切换信号 $\sigma(t)$ 和控制器切换信号 $\sigma'(t)$, 以及受控系统在切换信号 $\sigma(t), \sigma'(t)$ 作用下的状态响应 $\|x(t)\|$. 由图4可以看出, 依据定理1设计的切换律和控制器能够使这个网络传输控制系统关于 $(0.1, 2, 20, \sigma(t), \sigma'(t))$ 有限时间稳定, 即不会出现数据拥塞现象.

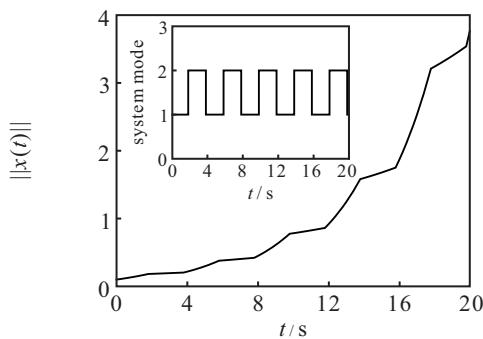


图3 连续时间自治系统状态响应 $\|x(t)\|$

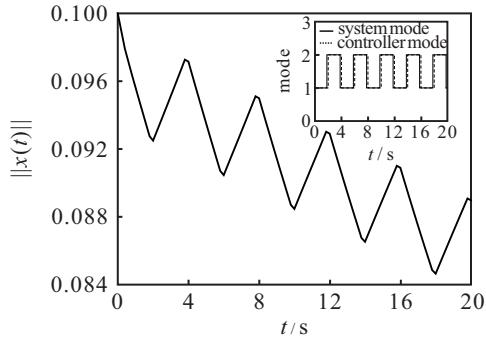


图4 连续时间受控系统状态响应 $\|x(t)\|$

例2 考虑离散时间切换系统(1), 参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.48 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.45 \\ 0.62 & 0.54 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.32 \end{bmatrix},$$

$$d_m = 1, d_M = 2, K_f = 20,$$

$$\Delta_{(0, K_f)} = 4, \varphi(k) = [0 \ 0]^T.$$

根据注2原则选取 $C_1 = 1, C_2 = 10, \omega = 0.04, \theta = 0.1, \mu_1 = 1, \mu_2 = 1.1, \lambda_{1,2} = 0.6, \lambda_{2,1} =$

0.8, $v_1 = 1, v_2 = 1$, 求解LMIs (30)~(39) 得

$$v_1 = [49.3744 \ 50.1789]^T,$$

$$g_1 = [8.9050 \ 12.8560]^T,$$

$$v_2 = [53.0099 \ 66.1412]^T,$$

$$g_2 = [8.9302 \ 12.9696]^T,$$

$$v_{12} = [60.7593 \ 70.8534]^T,$$

$$g_{12} = [11.2194 \ 15.9925]^T,$$

$$v_{21} = [56.0341 \ 53.6843]^T,$$

$$g_{21} = [10.7387 \ 15.7220]^T,$$

$$\xi_1 = [-49.1483 \ -20.0895]^T,$$

$$\xi_2 = [-62.3283 \ -19.9712]^T,$$

$$W_1 = 66.1412, W_2 = 12.9696, W_3 = 49.3744,$$

$$\tau_a^* = 4.5818,$$

$$K_1 = [-1.6456 \ -0.6727],$$

$$K_2 = [-1.8109 \ -0.5803].$$

其中: τ_a^* 为子系统切换的平均驻留时间下界; K_1, K_2 为控制增益矩阵.

为了验证离散系统有限时间镇定效果, 进一步选取 $\tau_a = 5, x(0) = [0.6 \ 0.4]^T$ 以及初始子系统模态 $\sigma(0) = 1$. 由图5和图6可以看出, 依据定理2设计的切换律和控制器能够使离散异步时滞切换正系统关于 $(1, 10, 20, \sigma(k), \sigma'(k))$ 有限时间稳定.

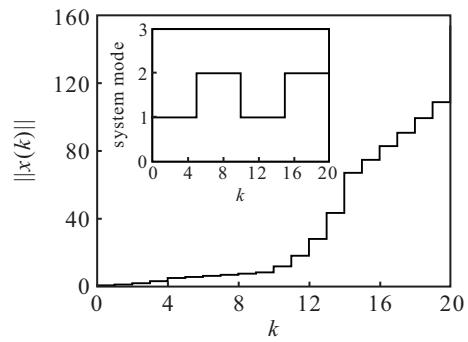


图5 离散时间自治系统状态响应 $\|x(k)\|$

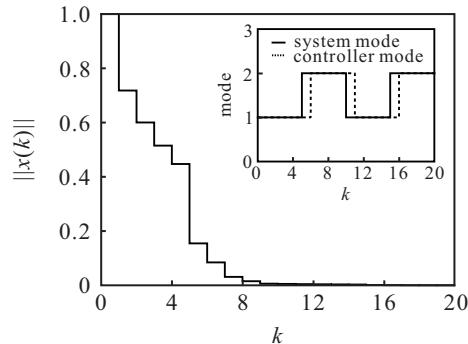


图6 离散时间受控系统状态响应 $\|x(k)\|$

4 结 论

使用余正型Lyapunov函数不但可以体现系统的非负特性而且可以刻画非二次型能量函数。本文基于多余正Lyapunov-Krasovskii泛函及平均驻留时间方法,研究连续时间时滞切换正系统和离散时间时滞切换正系统的异步切换有限时间镇定问题,给出异步时滞闭环切换正系统有限时间镇定下切换律和控制器存在的充分条件。

参考文献(References)

- [1] Benvenuti L, Farina L. A tutorial on the positive realization problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(5): 651-664.
- [2] Blanchini F, Colaneri P, Valcher M E. Switched positive linear systems[J]. Foundations and Trends in Systems and Control, 2015, 2(2): 101-273.
- [3] Ait Rami M. Solvability of static output-feedback stabilization for LTI positive systems[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(9): 704-708.
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [5] Li Y, Zhang H B. Asynchronous L_1 -gain control of uncertain switched positive linear systems with dwell time[J]. ISA Transactions, 2018, 75: 25-37.
- [6] Liu L J, Zhao X D, Sun X M, et al. LP-based observer design for switched positive linear time-delay systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(9): 2419-2427.
- [7] Shen J, Wang T, Duan Z X. L_1 -gain analysis and control for discrete-time switched positive systems with dwell time constraint[C]. 2020 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Hefei, 2020: 34-39.
- [8] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, et al. Stability of switched positive linear systems with average dwell time switching[J]. Automatica, 2012, 48(6): 1132-1137.
- [9] Liu J, Yin K, Yang D D, et al. Stability analysis of switched positive systems with an impulse interval[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021, 40(2): 1005-1020.
- [10] Zhou Z Y, Wang Y W, Yang W, et al. Exponential stability of switched positive systems with all modes being unstable[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(12): 4600-4610.
- [11] Chen G P, Yang Y. Finite-time stability of switched positive linear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(1): 179-190.
- [12] Yu T J, Zhong Y K, Chen T F, et al. Finite-time stabilization of uncertain switched positive linear systems with time-varying delays[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2015, 2015: 1-9.
- [13] 王昭磊, 徐利杰, 王青, 等. 基于局部交叠异步切换的网络控制系统故障检测[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 1951-1958.
(Wang Z L, Xu L J, Wang Q, et al. Fault detection for the networked control systems with locally over-lapped asynchronous switching law[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 1951-1958.)
- [14] Hespanha J P. Uniform stability of switched linear systems: Extensions of LaSalle's invariance principle[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(4): 470-482.
- [15] Xiang M, Xiang Z R, Karimi H R. Stabilization of positive switched systems with time-varying delays under asynchronous switching[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2014, 12(5): 939-947.
- [16] San Filippo F A, Dorato P. Short-time parameter optimization with flight control application[J]. Automatica, 1974, 10(4): 425-430.
- [17] Mastellone S, Abdallah C T, Dorato P. Stability and finite-time stability analysis of discrete-time nonlinear networked control systems[C]. Proceedings of the 2005, American Control Conference. Portland, 2005: 1239-1244.
- [18] Liu T T, Wu B W, Liu L L, et al. Asynchronously finite-time control of discrete impulsive switched positive time-delay systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(10): 4503-4514.
- [19] Ren C C, He S P, Luan X L, et al. Finite-time L_2 -gain asynchronous control for continuous-time positive hidden Markov jump systems via T-S fuzzy model approach[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(1): 77-87.
- [20] Liu L P, Xing H, Di Y F, et al. Asynchronously input-output finite-time control of positive impulsive switched systems[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2020, 18(7): 1751-1757.
- [21] Zhao X D, Zhang L X, Shi P. Stability of a class of switched positive linear time-delay systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23(5): 578-589.
- [22] Liu X W, Yu W S, Wang L. Stability analysis of positive systems with bounded time-varying delays[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2009, 56(7): 600-604.

作者简介

王雪飞(1994—),男,硕士生,从事切换正系统性能分析与综合的研究,E-mail: 15061884506@163.com;

闻继伟(1981—),男,副教授,博士,从事复杂系统性能分析与综合等研究,E-mail: wjw8143@jiangnan.edu.cn;

栾小丽(1979—),女,教授,博士生导师,从事复杂动态系统建模与先进控制、基于数据驱动的间歇过程优化等研究,E-mail: xlluan@jiangnan.edu.cn。

(责任编辑: 孙艺红)