

控制与决策

Control and Decision

二维桥式起重机的滑模控制

梁慧慧, 吴炜, 楼旭阳, 贾佳佳, 崔宝同

引用本文:

梁慧慧, 吴炜, 楼旭阳, 贾佳佳, 崔宝同. 二维桥式起重机的滑模控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(8): 2163–2169.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0069>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

伴有初始负载摆角的桥式起重机能量防摆控制

Energy anti-swing control of bridge crane with initial load swing angle

控制与决策. 2022, 37(7): 1779–1784 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0003>

非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制

Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties

控制与决策. 2022, 37(1): 160–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1069>

基于能量分析的桥式起重机防摆控制方法

Anti-swing control method of bridge crane based on energy analysis

控制与决策. 2021, 36(12): 3091–3096 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0694>

基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

二维桥式起重机的滑模控制

梁慧慧, 吴炜[†], 楼旭阳, 贾佳佳, 崔宝同

(1. 江南大学轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏无锡 214122;
2. 江南大学物联网工程学院, 江苏无锡 214122)

摘要: 基于滑模控制理论, 研究二维桥式起重机的控制器设计问题. 首先, 考虑小车端受到外界干扰的情况以及利用一些等价变换, 得到一个四阶桥式起重机动力学模型; 然后, 根据得到的动力学方程, 分别设计一种比例微分滑模控制器和一种比例微分积分滑模控制器, 进而通过构造李雅普诺夫函数的方法证明两种控制器下滑模面的可达性和系统的稳定性; 最后, 设计1组对比仿真实验和1组在自制的桥式起重机实验平台上的验证性实验. 实验结果表明, 所设计的两种滑模控制器均可以使桥式起重机达到给定的控制目标.

关键词: 桥式起重机; 欠驱动系统; 滑模控制; 非线性控制; 抗摆控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0069

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 梁慧慧, 吴炜, 楼旭阳, 等. 二维桥式起重机的滑模控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(8): 2163-2169.

Sliding mode control of two-dimensional overhead crane

LIANG Hui-hui, WU Wei[†], LOU Xu-yang, JIA Jia-jia, CUI Bao-tong

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of IoT Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Based on the sliding mode control theory, this paper studies the controller design of a two-dimensional overhead crane. In this paper, a four-order dynamic model of the overhead crane is firstly obtained considering the external disturbance of the trolley end and using some equivalent transformations. Then, according to the obtained dynamic equations, a proportional differential sliding mode controller and a proportional differential integral sliding mode controller are designed respectively, and the sliding mode surface accessibility and the stability of the system of the two controllers are proved by constructing the Lyapunov functions. Finally, this paper designs a group of comparative simulation experiments and a group of verification experiments on the self-made overhead crane test platform. The experimental results show that the two kinds of sliding mode controllers designed can achieve the given control goal of the overhead crane.

Keywords: overhead crane; underactuated system; sliding mode control; nonlinear control; anti-swing control

0 引言

桥式起重机是一种搬运机械, 具有方便省力、占地空间小的特征, 广泛应用于各种室内和室外场景中. 目前, 桥式起重机的控制主要依赖操作人员基于经验进行手动控制, 因此存在工作效率不高的问题. 鉴于此, 一套可靠的关于桥式起重机的控制理论有待提出和发展^[1]. 然而, 作为一个非线性、欠驱动和强耦合的系统, 桥式起重机系统的控制问题研究颇具挑战, 受到大量研究工作者的关注^[2-4].

截至目前, 研究者们尝试了诸多控制方法实现桥式起重机的控制, 其中包括轨迹规划^[5-7]、自适应控

制^[8]、输入整形^[9]、滑模控制^[10-18]、在线定位^[19-20]、能量耦合耗散控制^[21]等. 这些方法中, 由于滑模控制可以使系统具有较强的鲁棒性, 成为一个重要的研究热点方向. Lee等^[11]提出了一种应用于高速吊货的桥式起重机的滑模防摆控制方法. Lu等^[12]通过设计一个二阶滑模控制器得到了导数连续的控制输入, 从而有效避免了滑模方法与生俱来的抖振问题. 此外, 为了更加贴合实际情况, Chwa^[13]提出了一种三维桥式起重机基于滑模控制的有限时间防摆控制器, 该控制器可以使横向摆角稳定后纵向摆角也稳定. 另外, 为了进一步提高系统的鲁棒性, Zhang等^[14]提出了一种

收稿日期: 2021-01-13; 录用日期: 2021-06-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61807016); 江苏省自然科学基金项目(BK20201340).

责任编辑: 关治洪.

[†]通讯作者. E-mail: weiwu@jiangnan.edu.cn.

基于有限时间干扰观测器的终端滑模控制器。

在经典的滑模控制方法中,系统的运动一般分为2个阶段:1)控制系统在有限时间内从任意的初始状态到达给定的滑模面;2)在控制律的作用下使系统保持滑模运动^[15]。在常微分方程形式的桥式起重机的控制器设计方面,大部分研究学者均选择采用组合形式的比例微分滑模面形式和向量形式的比例微分滑模面形式,鲜有人在设计滑模面时引入积分环节(在滑模面加入积分环节和适当的常数项,可以使系统状态从头至尾均处于滑模面上,进而消除滑模面的到达阶段)。

本文分别提出一种比例微分滑模控制器和一种比例微分积分滑模控制器,在理论上证明所提出滑模面的可达性和系统在滑模面上的稳定性,并通过实验验证所提出方法的有效性。

1 问题描述

本文考虑二维桥式起重机的动力学方程如下:

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\sin\theta\dot{\theta}^2 = F + \Delta, \quad (1)$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\cos\theta\ddot{x} + mgl\sin\theta = 0. \quad (2)$$

其中: M 和 m 分别为小车和负载的质量; x 、 θ 和 l 分别为小车位置、负载摆角和缆线长度; g 为重力加速度; F 为控制力; Δ 为不确定性干扰。

系统的控制目标是:使小车由起始位置 $x(0)$ 移动至目标位置 x_d ,同时保证小车的速度 \dot{x} 、负载的摆角 θ 和摆角速度 $\dot{\theta}$ 均趋于0。

式(2)可改写为

$$\ddot{x} = -g\tan\theta - \frac{l\ddot{\theta}}{\cos\theta}. \quad (3)$$

将式(3)代入(1)中,可得

$$-\frac{(M+m\sin^2\theta)l}{\cos\theta}\left(\ddot{\theta} + \frac{\cos\theta\Delta}{(M+m\sin^2\theta)l}\right) - (M+m)g\tan\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F. \quad (4)$$

进一步地,利用部分线性反馈法设计控制律

$$F = -\frac{(M+m\sin^2\theta)l}{\cos\theta}\omega - (M+m)g\tan\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta, \quad (5)$$

其中 ω 为待设计的辅助控制信号。通过这种方式,将对控制律 F 的求解转换为对辅助控制信号 ω 的求解。经此转换,上述系统可以化简为

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -g\tan\theta - \frac{l\ddot{\theta}}{\cos\theta}, \\ \ddot{\theta} &= \omega - \frac{\cos\theta\Delta}{(M+m\sin^2\theta)l}. \end{aligned} \quad (6)$$

令 $q_1 = x$, $q_2 = \dot{x}$, $q_3 = \theta$, $q_4 = \dot{\theta}$,得到二维桥式起重

机系统的状态空间方程

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= q_2, \\ \dot{q}_2 &= -g\tan q_3 - \frac{l\dot{q}_4}{\cos q_3}, \\ \dot{q}_3 &= q_4, \\ \dot{q}_4 &= \omega - \frac{\cos q_3\Delta}{(M+m\sin^2 q_3)l}. \end{aligned} \quad (7)$$

为了便于控制器的设计,引入如下变量消除上述状态空间方程右边含 \dot{q}_4 的项^[16]:

$$\begin{aligned} \eta_1 &:= q_1 - x_d + l\ln\left(\frac{1}{\cos q_3} + \tan q_3\right), \\ \eta_2 &:= q_2 + \frac{l}{\cos q_3}q_4, \\ \eta_3 &:= -g\tan q_3, \\ \eta_4 &:= -\frac{g}{\cos^2 q_3}q_4. \end{aligned} \quad (8)$$

进而可以将二维桥式起重机的状态空间方程改写为

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 &= \eta_3 - h(\eta_3)\eta_4^2, \\ \dot{\eta}_3 &= \eta_4, \\ \dot{\eta}_4 &= -\frac{g}{\cos^2 q_3}\left(\omega - \frac{\cos q_3\Delta}{(M+m\sin^2 q_3)l}\right) - \frac{2g}{\cos^2 q_3}q_4^2\tan q_3. \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} h(\eta_3) &= \frac{l\eta_3}{(g^2 + \eta_3^2)^{1.5}}, \\ |h(\eta_3)| &\leq \bar{h} := \frac{\sqrt{2}gl}{2(1.5g^2)^{1.5}}. \end{aligned}$$

不难看出,将系统(7)转变为系统(9)的同时,也将 $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) \rightarrow (x_d, 0, 0, 0)$ 的控制目标转变为 $(\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) \rightarrow (0, 0, 0, 0)$ 。

系统(9)将是本文的主要研究对象,同时提出以下几个合理假设:

- 1) 干扰 Δ 有正数界限 $\bar{\Delta}$,即 $|\Delta| \leq \bar{\Delta}$;
- 2) 负载保持在小车所在水平面以下,即 $|\theta| < \pi/2$;
- 3) 小车和负载起始于静止临界状态,即 $\dot{x}(0) = \theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ 。

2 比例微分滑模控制器设计及稳定性分析

首先,选取如下比例微分形式的滑模面:

$$s_1 = c_1\eta_1 + c_2\eta_2 + c_3\eta_3 + \eta_4, \quad (10)$$

其中 c_1, c_2, c_3 均为正数。

然后,选择 s 对时间的导数 $\dot{s}_1 = -k_{pd}\text{sgn}(s_1)$ 作为趋近律,其中

$$k_{pd} > 0,$$

$$\text{sgn}(*) = \begin{cases} 1, & * > 0; \\ 0, & * = 0; \\ -1, & * < 0. \end{cases}$$

结合式(9)和(10),得到辅助控制信号的表达式为

$$\omega = \frac{\cos^2 q_3}{g} \left[c_1 \eta_2 + c_2 (\eta_3 - h(\eta_3) \eta_4^2) + c_3 \eta_4 + \frac{g}{(M + m \sin^2 q_3) \cos q_3 l} \bar{\Delta} \text{sgn } s_1 - \frac{2g}{\cos^2 q_3} q_4^2 \tan q_3 + k_{pd} \text{sgn } s_1 \right]. \quad (11)$$

定理1 考虑系统(9),若采用辅助控制信号(11),则系统的状态可以在有限时间 $t_r \leq \frac{\sqrt{2V_1(0)}}{k_{pd}}$ 内到达滑模面 $s_1 = 0$.

证明 选取如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^2. \quad (12)$$

将李雅普诺夫函数对时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_1 \dot{s}_1 \leq \\ &\frac{g}{(M + m \sin^2 \theta) \cos \theta l} (|\Delta| - \bar{\Delta}) |s_1| - k_{pd} |s_1| \leq \\ &- k_{pd} |s_1| = -\sqrt{2} k_{pd} \sqrt{V_1}. \end{aligned} \quad (13)$$

对式(13)分离变量再求积分可得 $2\sqrt{V_1(t)} - 2\sqrt{V_1(0)} \leq -\sqrt{2} k_{pd} t$. 设 t_r 时刻 $\sqrt{V_1(t_r)} = 0$, 可以求得 $t_r \leq \frac{\sqrt{2V_1(0)}}{k_{pd}}$. 由到达条件可知,在辅助控制信号

(11)作用下,系统(9)能够在有限时间 $t_r \leq \frac{\sqrt{2V_1(0)}}{k_{pd}}$ 内到达滑模面 $s_1 = 0$,且 k_{pd} 越大,到达时间越短. \square

下面证明当系统(9)到达滑模面 $s_1 = 0$ 时,系统(9)的状态 $(\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4)$ 会沿着滑模面趋于平衡点 $(0, 0, 0, 0)$. 由式(10)可知到达滑模面 $s_1 = 0$ 后

$$\eta_4 = -c_1 \eta_1 - c_2 \eta_2 - c_3 \eta_3, \quad (14)$$

所以系统到达滑模面以后的动态方程为

$$\dot{\eta}_s = P \eta_s + \kappa. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta_s &= [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T, \\ \kappa &= [0 \quad -h(\eta_3) \eta_4^2 \quad 0]^T, \\ P &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

c_1, c_2, c_3 为可以任意选择的参数,在不失一般性的情况下,取 $c_1 = c^3, c_2 = 3c^2, c_3 = 3c$,其中 c 为正数. 令 $\varphi_s = \Psi \eta_s$, 其中

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 - c & -1 & 0 \\ -c^2 + c & 1 - 2c & -1 \\ c^2 & 2c & 1 \end{bmatrix}$$

为可逆矩阵,且 Ψ 的逆矩阵为 Ψ^{-1} . 进而系统(15)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_s &= \Psi \dot{\eta}_s = \Psi P \Psi^{-1} \varphi_s + \Psi \kappa = \\ &\Omega \varphi_s + \Psi \kappa, \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\Omega = \Psi P \Psi^{-1} = \begin{bmatrix} -c & 1 & 0 \\ 0 & -c & 1 \\ 0 & 0 & -c \end{bmatrix}.$$

定理2 考虑系统(16).若系统参数满足 $c > \sqrt{2}/2$ 且 $\|\varphi_s(0)\| \in [0, \lambda_s/(2L)]$, 其中 $\lambda_s = 2c - \sqrt{2}, L = \bar{h} \sqrt{8c^2 - 4c + 2} \cdot \|[-c^3 \quad -3c^2 \quad -3c] \Psi^{-1}\|^2$, 则系统(16)的状态 φ_s 趋近于平衡点,即 $\varphi_s \rightarrow 0$.

证明 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} \varphi_s^T \varphi_s = \frac{1}{2} \|\varphi_s\|^2, \quad (17)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为欧氏范数. 将李雅普诺夫函数对时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \varphi_s^T \dot{\varphi}_s = -\frac{1}{2} \varphi_s^T [-(\Omega^T + \Omega)] \varphi_s + \varphi_s^T \Psi \kappa \leq \\ &-\frac{1}{2} \lambda_s \|\varphi_s\|^2 + \|\varphi_s\| \cdot \|\Psi \kappa\|, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 λ_s 为 $-(\Omega^T + \Omega)$ 的最小特征值,且 $\lambda_s = 2c - \sqrt{2}$.

由式(14)可得

$$\eta_4 = [-c^3 \quad -3c^2 \quad -3c] \Psi^{-1} \varphi_s = \Pi \varphi_s,$$

其中

$$\Pi = [-c^3 \quad -3c^2 \quad -3c] \Psi^{-1}.$$

进而可得

$$\begin{aligned} \|\Psi \kappa\| &= \left\| \begin{bmatrix} h(\eta_3) \eta_4^2 \\ (2c - 1) h(\eta_3) \eta_4^2 \\ 2ch(\eta_3) \eta_4^2 \end{bmatrix} \right\| \leq \\ &\sqrt{8c^2 - 4c + 2} |h(\eta_3)| \eta_4^2 \leq \\ &\sqrt{8c^2 - 4c + 2} \cdot \bar{h} \cdot \|\Pi\|^2 \cdot \|\varphi_s\|^2, \end{aligned}$$

所以

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2} \lambda_s \|\varphi_s\|^2 + L \|\varphi_s\|^3,$$

其中 $L = \bar{h} \sqrt{8c^2 - 4c + 2} \|\Pi\|^2$.

可见,当 $\lambda_s > 0$, 即 $c > \sqrt{2}/2$ 时, $\|\varphi_s\|$ 在区间 $[0, \lambda_s/(2L)]$ 具有局部稳定性,因此只要系统(16)的初始值满足 $\|\varphi_s(0)\| < \lambda_s/(2L)$, 系统(16)便满足 $\|\varphi_s\| \rightarrow 0$, 即 $\varphi_s \rightarrow 0, (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) \rightarrow (0, 0, 0, 0)$. \square

3 比例微积分滑模控制器设计及稳定性分析

本节考虑选取如下比例积分微分形式的滑模面:

$$s_2 = k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + k_3\eta_3 + \eta_4 + k_4 \int_0^t \eta_1 d\tau + k_5 \int_0^t \eta_3 d\tau - k_1\eta_1(0). \quad (19)$$

选取如下辅助控制信号:

$$\omega = \frac{\cos^2 q_3}{g} \left[k_1\eta_2 + k_2(\eta_3 - h(\eta_3)\eta_4^2) + k_3\eta_4 + \frac{g}{(M + m \sin^2 q_3) \cos q_3 l} \bar{\Delta} \text{sgn } s_2 + k_4\eta_1 - \frac{2g}{\cos^2 q_3} q_4^2 \tan q_3 + k_5\eta_3 + k_{\text{pid}}s_2 \right], \quad (20)$$

其中 $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_{\text{pid}}$ 均为正数.

定理3 考虑系统(9),采用辅助控制信号(20),可以使得系统总是保持在滑模面 $s_2=0$ 上.

证明 选取如下李雅普诺夫函数:

$$V_3 = \frac{1}{2}s_2^2. \quad (21)$$

将李雅普诺夫函数对时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= s_2\dot{s}_2 \leq \\ &\frac{g}{(M + m \sin^2 \theta) \cos \theta l} (|\Delta| - \bar{\Delta})|s_2| - k_{\text{pid}}s_2^2 \leq \\ &- k_{\text{pid}}s_2^2. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(19)可知 $s_2(0) = 0$,进而在辅助控制信号(20)的作用下,系统(9)始终保持在滑模面 $s_2 = 0$ 上.因此,采用辅助控制信号(20)可以使系统不存在到达阶段. □

由定理2可得 $\dot{s}_2=0$,由式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_4 &= -k_4\eta_1 - k_1\eta_2 - (k_5 + k_2)\eta_3 - \\ &k_3\eta_4 + k_2h(\eta_3)\eta_4^2. \end{aligned}$$

由此,到达滑模面后,系统的状态空间方程可以写为

$$\dot{\eta} = A\eta + \xi_1 + \xi_2. \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta &= [\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4]^T, \\ \xi_1 &= [0 \ -h(\eta_3)\eta_4^2 \ 0 \ 0]^T, \\ \xi_2 &= [0 \ 0 \ 0 \ k_2h(\eta_3)\eta_4^2]^T, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_4 & -k_1 & -(k_2 + k_5) & -k_3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

再取 $k_1=4k^3, k_2+k_5=6k^2, k_3=4k, k_4=k^4$,其中 k 为正数.令 $\varphi=\Phi\eta$,其中

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1-k & -1 & 0 & 0 \\ -k^2+k & 1-2k & -1 & 0 \\ -k^3+k^2 & -3k^2+2k & 1-3k & -1 \\ k^3 & 3k^2 & 3k & 1 \end{bmatrix}$$

为可逆矩阵,且 Φ 的逆为 Φ^{-1} .系统(23)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \Phi\dot{\eta} = \Phi A\Phi^{-1}\varphi + \Phi\xi_1 + \Phi\xi_2 = \\ &R\varphi + \Phi\xi_1 + \Phi\xi_2, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $R = \begin{bmatrix} -k & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -k \end{bmatrix}$.

定理4 考虑系统(24),当系统参数满足 $k > (\sqrt{5} + 1)/4$,且 $\|\varphi(0)\| \in [0, \lambda_m/(2L_1))$ 时,系统(24)趋近于平衡点,即 $\varphi \rightarrow 0$. 其中

$$\begin{aligned} \lambda_m &= 2k - \frac{\sqrt{5} + 1}{2}, \\ L_1 &= (\sqrt{18k^4 - 12k^3 + 8k^2 - 4k + 2} + \\ &k_2\sqrt{2})\bar{h} \cdot \|[0 \ 0 \ 0 \ 1]\Phi^{-1}\|^2. \end{aligned}$$

证明 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_4 = \frac{1}{2}\varphi^T\varphi = \frac{1}{2}\|\varphi\|^2. \quad (25)$$

将其对时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \varphi^T\dot{\varphi} = \frac{1}{2}\varphi^T(R^T + R)\varphi + \varphi^T\Phi\xi_1 + \varphi^T\Phi\xi_2 \leq \\ &-\frac{1}{2}\lambda_m\|\varphi\|^2 + \|\varphi\| \cdot \|\Phi\xi_1\| + \|\varphi\| \cdot \|\Phi\xi_2\|, \end{aligned}$$

其中 λ_m 为 $-(R^T + R)$ 的最小特征值,且 $\lambda_m = 2k - (\sqrt{5} + 1)/2$. 因为 $\eta_4 = \Lambda\varphi$,其中 $\Lambda = [0 \ 0 \ 0 \ 1]\Phi^{-1}$,可得

$$\begin{aligned} \|\Phi\xi_1\| &= \left\| \begin{bmatrix} h(\eta_3)\eta_4^2 \\ (2k-1)h(\eta_3)\eta_4^2 \\ (3k^2-2k)h(\eta_3)\eta_4^2 \\ (-3k^2)h(\eta_3)\eta_4^2 \end{bmatrix} \right\| \leq \\ &\sqrt{18k^4 - 12k^3 + 8k^2 - 4k + 2} |h(\eta_3)|\eta_4^2 \leq \\ &\bar{h}\sqrt{18k^4 - 12k^3 + 8k^2 - 4k + 2} \cdot \|\Lambda\|^2 \cdot \|\varphi\|^2. \end{aligned}$$

同理可得

$$\|\Phi\xi_2\| \leq k_2\sqrt{2} \cdot \bar{h} \cdot \|\Lambda\|^2 \cdot \|\varphi\|^2. \quad (26)$$

所以有

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &\leq -\frac{1}{2}\lambda_m\|\varphi\|^2 + (\sqrt{18k^4 - 12k^3 + 8k^2 - 4k + 2} + \\ &k_2\sqrt{2})\bar{h} \cdot \|\Lambda\|^2 \cdot \|\varphi\|^3 \leq \\ &-\frac{1}{2}\lambda_m\|\varphi\|^2 + L_1\|\varphi\|^3, \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$L_1 =$$

$$(\sqrt{18k^4 - 12k^3 + 8k^2 - 4k + 2} + k_2\sqrt{2})\bar{h} \cdot \|\Lambda\|^2. \tag{28}$$

可见,当 $\lambda_m > 0$,即 $k > (\sqrt{5} + 1)/4$ 时, $\|\varphi\|$ 在区间 $[0, \lambda_m/(2L_1))$ 具有局部稳定性,因此只要系统(24)的初始值满足 $\|\varphi(0)\| < \lambda_m/(2L_1)$,系统(24)便满足 $\|\varphi\| \rightarrow 0$,即 $\varphi \rightarrow 0, (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) \rightarrow (0, 0, 0, 0)$. \square

4 仿真和实验分析

4.1 数值仿真

仿真实验将所提出的比例微分滑模控制器、比例微积分滑模控制器与Sun等^[16]提出的滑模控制器和Le等^[17]提出的分层滑模控制器进行比较.

给定干扰信号为 $\Delta = 2 \sin(2t)$. 桥式起重机的参数给定的值为 $M = 2 \text{ kg}, m = 0.8 \text{ kg}, l = 1.2 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m/s}^2$. 给定小车的期望位置为 $x_d = 0.6 \text{ m}$. 所提出比例微分滑模控制器的控制参数为 $k_{pd} = 2, c_1 = 8, c_2 = 12, c_3 = 6$. 所提出比例微积分滑模控制器的参数设置为 $k_{pid} = 2, k_1 = 32, k_2 = 23.99, k_3 = 8, k_4 = 16, k_5 = 0.01$.

Sun等^[16]提出的滑模控制器为

$$F = -\frac{(M + m \sin^2 \theta)l}{\cos \theta} \left[-\frac{\cos^2 \theta}{g} - 2\dot{\theta}^2 \tan \theta + \frac{\Delta}{Ml} \text{sgn}s_3 + k_s |s_3|^i \text{sgn}s_3 \right] - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - (M + m)g \tan \theta.$$

其中

$$s_3 = \eta_4 - \int_0^t \phi \, d\tau;$$

$$\phi = -n_1\beta(\eta_1 + 3\eta_2 + 3\eta_3 + \eta_4) - n_2\beta(\eta_2 + 2\eta_3 + \eta_4) - \eta_3 - 2\eta_4;$$

$$\beta(*) = \begin{cases} \sin(*), & |*| \leq \pi/2; \\ \text{sgn}(*), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

控制参数为 $n_1 = 0.14, n_2 = 0.75, k_s = 0.06, i = 0.8$.

Le等^[17]提出的分层滑模控制器如下:

$$F = \frac{\alpha p_1 \dot{x} + \alpha f_1 + \beta p_2 \dot{\theta} + \beta f_2 + p_3 s_4 + p_4 \text{sgn}(s_4)}{\alpha g_1 + \beta g_2}.$$

其中

$$s_4 = \alpha(p_1(x - x_d) + \dot{x}) + \beta(p_2\theta + \dot{\theta}),$$

$$f_1 = \frac{mL\dot{\theta}^2 \sin \theta + mg \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta},$$

$$b_1 = \frac{1}{M + m \sin^2 \theta},$$

$$f_2 = -\frac{(m + M)g \sin \theta + mL\dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta}{(M + m \sin^2 \theta)l},$$

$$b_2 = -\frac{\cos \theta}{(M + m \sin^2 \theta)l}.$$

控制参数为 $p_1 = 3, p_2 = 0.01, \alpha = 2, \beta = 1.4, p_3 = 0.1, p_4 = 2$.

小车的位置轨迹如图1所示. 由图1可见,文献[17]提出的控制器有一定的超调,其余控制器几乎没有超调,所提出的2个控制器均可以很快地跟踪到期望位置,比例微积分滑模控制器较比例微分滑模控制器稍慢,文献[16]的跟踪速度是最慢的. 负载摆角的变化轨迹如图2所示. 由图2可见,所提出控制器的摆角最大幅值均小于文献[17]控制器的摆角最大幅值,且比例微积分滑模控制器较比例微分滑模控制器的最大摆角幅度小,文献[16]的最大幅值是最小的,所提出控制器的摆动次数均少于文献[17]控制器. 控制力的变化轨迹如图3所示. 由图3可见,所提出比例微分滑模控制器和文献[17]滑模控制器均存在一段非切换过程,这是由于系统存在1个滑模面的到达阶段,在 $\text{sgn}(s)$ 函数的影响下,4种控制器最终均会在一定范围内高速切换,切换的幅值依赖于控制器中符号函数前的系数. 滑模面的变化轨迹如图4所示. 由图4可见,所提出比例微分滑模控制器的滑模面比文献[17]控制器收敛快,由于 $s_2(0) = s_4(0) = 0$,所提出比例微积分滑模控制器和文献[16]控制器均没有到达阶段,始终位于 $s = 0$ 上.

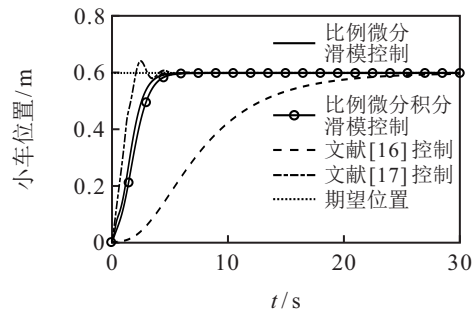


图1 小车的位置轨迹

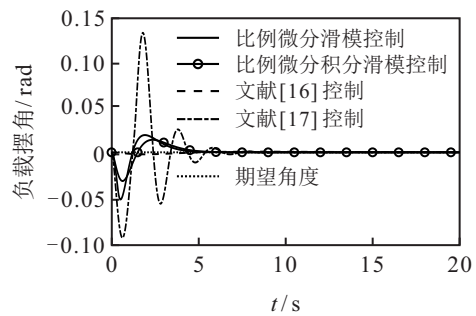


图2 负载摆角的变化轨迹

注1 在滑模控制中,符号函数的存在会使得系统控制器存在抖振,这虽然是滑模控制的特点,但是抖振会对系统本身造成不利影响. 在实际应用中,可以用双曲正切函数或饱和函数代替控制器中的符号

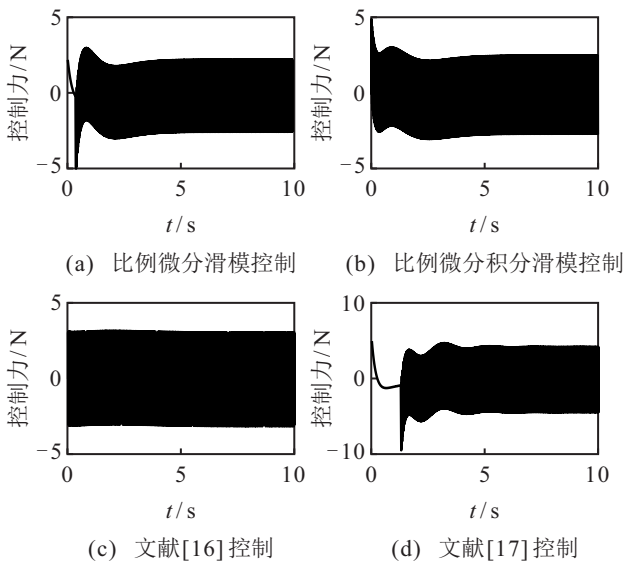


图3 控制力的变化轨迹

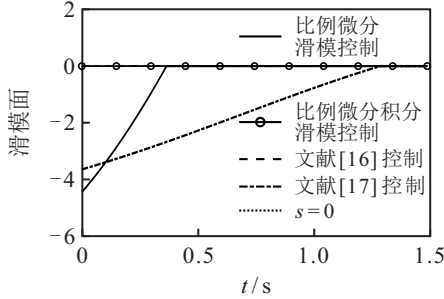


图4 滑模面的变化轨迹

函数,以削弱控制器的抖振.因此,在第4.2节的实物实验中,用双曲正切函数替代控制器中的符号函数.

4.2 实物实验

本节将所提出的比例微分滑模控制器和比例微分积分滑模控制器在自制的桥式起重机的实验平台上进行验证.实验平台结构如图5所示.控制器由单片机STM32F103实现,伺服电机和驱动器分别为松下MSMF012L1U2M和松下MADLT05SF.实验平台的系统参数为 $M = 2.1 \text{ kg}$, $m = 9.4 \text{ kg}$, $l = 1 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.给定小车的初始位置、期望位置、干扰上界分别为 $x(0) = 0.1 \text{ m}$, $x_d = 0.5 \text{ m}$, $\bar{\Delta} = 17.5$.比例微分控制器的控制参数为 $k_{pd} = 10$, $c = 3 \rightarrow c_1 = 27, c_2 = 27, c_3 = 9$.比例微分积分控制器的控制参数为 $k_{pid} = 10$, $k = 2.1 \rightarrow k_1 = 37.04, k_2 = 26.45, k_3 = 8.4, k_4 = 19.45, k_5 = 0.01$.



图5 实验平台结构

小车的位置轨迹如图6所示.由图6可见,所提出的2个控制器均可以跟踪到期望位置,但比例积分微分滑模控制器存在超调.实验结果中摆角 θ 最终有点误差而不为0的原因是,在实验平台上,小车的轨道是齿状的,由于齿与齿间的不充分咬合,使得小车在静止的时候,编码器也总是存在一个很小的负载摆角,负载摆角的变化轨迹如图7所示.由图7可见,所提出的2个控制器几乎是同时稳定的,并且比例微分积分滑模控制器较比例微分滑模控制器的摆角幅度小.同时,摆角的初始位置和最后位置均不为0,即上述所述齿与齿间不充分咬合带来的影响.控制力的变化轨迹如图8所示.由图8可见,所提出的2个控制器的控制力均在不停地波动,符合滑模控制的特点.

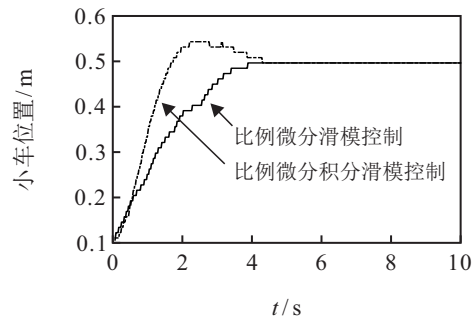


图6 小车的位置轨迹

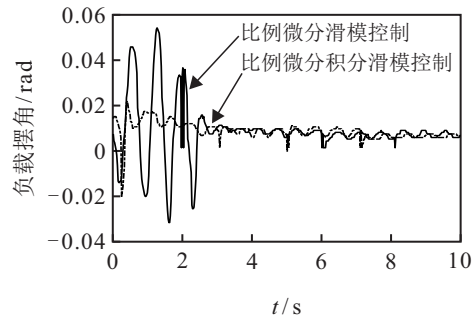


图7 负载摆角的变化轨迹

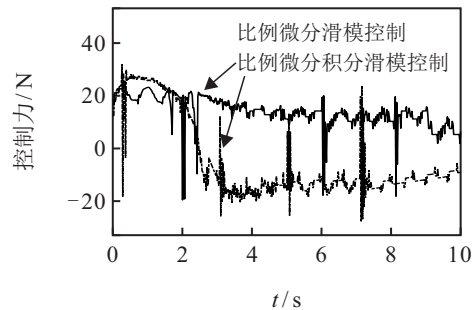


图8 控制力的变化轨迹

5 结论

本文针对桥式起重机的防摆控制器设计问题,基于滑模控制理论,提出了比例微分滑模控制和比例微分积分滑模控制两种控制器设计方法,并给出了滑模面可达和系统稳定的充分条件.同时建立了1组仿真

对比,通过实验验证了所提出方法的有效性. 实验结果表明,比例微分滑模控制和比例微分积分滑模控制均可以使桥式起重机达到控制目标.

参考文献(References)

- [1] 王伟, 易建强, 赵冬斌, 等. 基于滑模方法的桥式吊车系统的抗摆控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 1013-1016.
(Wang W, Yi J Q, Zhao D B, et al. Anti-swing control of overhead cranes based on sliding-mode method[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 1013-1016.)
- [2] Auernig J W, Troger H. Time optimal control of overhead cranes with hoisting of the load[J]. Automatica, 1987, 23(4): 437-447.
- [3] Fang Y, Dixon W E, Dawson D M, et al. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2003, 8(3): 418-423.
- [4] Yu W, Moreno-Armendariz M A, Rodriguez F O. Stable adaptive compensation with fuzzy CMAC for an overhead crane[J]. Information Sciences, 2011, 181(21): 4895-4907.
- [5] Sun N, Zhang X, Fang Y, et al. Transportation task-oriented trajectory planning for underactuated overhead cranes using geometric analysis[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(10): 1410-1423.
- [6] Wang P C, Fang Y C, Jiang Z Y. A direct swing constraint-based trajectory planning method for underactuated overhead cranes[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(11): 2414-2419.
- [7] Tho H D, Uchiyama N, Terashima K. Resonance-based tossing control for bulk materials transportation of an overhead crane[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(1): 609-621.
- [8] Yang J H, Shen S H. Novel approach for adaptive tracking control of a 3-D overhead crane system[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2011, 62(1): 59-80.
- [9] Maghsoudi M J, Ramli L, Sudin S, et al. Improved unity magnitude input shaping scheme for sway control of an underactuated 3D overhead crane with hoisting[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 123: 466-482.
- [10] Lee H H. A new design approach for the anti-swing trajectory control of overhead cranes with high-speed hoisting[J]. International Journal of Control, 2004, 77(10): 931-940.
- [11] Lee H H, Liang Y, Segura D. A sliding-mode antiswing trajectory control for overhead cranes with high-speed load hoisting[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2006, 128(4): 842-845.
- [12] Lu B, Fang Y C, Sun N. Continuous sliding mode control strategy for a class of nonlinear underactuated systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(10): 3471-3478.
- [13] Chwa D. Sliding-mode-control-based robust finite-time antisway tracking control of 3-D overhead cranes[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(8): 6775-6784.
- [14] Zhang Z C, Li L, Wu Y Q. Disturbance-observer-based antiswing control of underactuated crane systems via terminal sliding mode[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(18): 2588-2594.
- [15] 李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
(Li P. Research and application of traditional and higher-order sliding mode control[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.)
- [16] Sun N, Fang Y C, Chen H. A new antiswing control method for underactuated cranes with unmodeled uncertainties: Theoretical design and hardware experiments[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(1): 453-465.
- [17] Le H X, Le A V, Nguyen L. Adaptive fuzzy observer based hierarchical sliding mode control for uncertain 2D overhead cranes[J]. Cyber-Physical Systems, 2019, 5(3): 191-208.
- [18] Lu B, Fang Y C, Sun N. Sliding mode control for underactuated overhead cranes suffering from both matched and unmatched disturbances[J]. Mechatronics, 2017, 47: 116-125.
- [19] 何博, 方勇纯, 刘海亮, 等. 桥式起重机精准定位在线轨迹规划方法设计及应用[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(10): 1352-1358.
(He B, Fang Y C, Liu H L, et al. Precise positioning online trajectory planner design and application for overhead cranes[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(10): 1352-1358.)
- [20] 姚亚婵, 徐为民, 郑翔, 等. 桥式吊车装卸定位防摇控制研究[J]. 计算机仿真, 2017, 34(11): 360-364.
(Yao Y C, Xu W M, Zheng X, et al. The research of anti-swing position control for overhead crane loading and unloading[J]. Computer Simulation, 2017, 34(11): 360-364.)
- [21] Zhang S Z, He X X, Chen Q. Energy coupled-dissipation control for 3-dimensional overhead cranes[J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 99(3): 2097-2107.

作者简介

梁慧慧(1997—), 女, 硕士生, 从事桥式起重机控制技术的研究, E-mail: 6191905004@stu.jiangnan.edu.cn;

吴炜(1981—), 男, 副教授, 博士, 从事事件触发控制等研究, E-mail: weiwu@jiangnan.edu.cn;

楼旭阳(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事网络化机电系统的优化与控制、混杂系统的分析与控制等研究, E-mail: Louxy@jiangnan.edu.cn;

贾佳佳(1989—), 男, 讲师, 博士, 从事线性结构化系统的研究, E-mail: j.jia@jiangnan.edu.cn;

崔宝同(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统控制理论与应用等研究, E-mail: btcui@jiangnan.edu.cn.