

# 控制与决策

Control and Decision

基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异 终端滑模轨迹跟踪控制

赵振华, 肖亮, 姜斌, 曹东

引用本文:

赵振华, 肖亮, 姜斌, 曹东. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异 终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201–2210.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1819>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制](#)

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制](#)

Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault

控制与决策. 2021, 36(9): 2103–2112 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0083>

[输入受限的多旋翼无人机轨迹跟踪鲁棒正定不变集设计](#)

Design of robust positively invariant set for trajectory tracking of multi-rotor UAV with input saturation

控制与决策. 2021, 36(4): 857–866 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0880>

# 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异 终端滑模轨迹跟踪控制

赵振华<sup>†</sup>, 肖亮, 姜斌, 曹东

(南京航空航天大学 自动化学院, 南京 211106)

**摘要:** 针对受多源干扰影响的四旋翼无人机系统的轨迹跟踪控制问题进行研究, 充分考虑位置回路和姿态回路动态特性, 提出一种全回路复合快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制方案. 首先, 通过变换将轨迹跟踪问题转化为位置回路和姿态回路的指令跟踪控制问题; 然后, 将各通道之间的耦合以及多源干扰影响视作集总干扰, 并基于扩张状态观测器对其进行估计; 接着, 基于干扰估计信息和快速非奇异终端滑模控制算法, 分别在位置回路和姿态回路构造复合快速非奇异终端滑模控制器; 最后, 基于位置回路和姿态回路虚拟控制量解得无人机真实控制量旋翼转速. 仿真结果表明, 所提出控制方案显著提升了四旋翼无人机轨迹跟踪的响应速度和抗干扰性能.

**关键词:** 四旋翼无人机; 扩张状态观测器; 干扰估计; 快速非奇异终端滑模

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1819

**引用格式:** 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201-2210.

## Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers

ZHAO Zhen-hua<sup>†</sup>, XIAO Liang, JIANG Bin, CAO Dong

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** In this paper, the trajectory tracking control of a quadrotor UAV system with multi-source disturbances is studied. A full loop composite fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control scheme is proposed by considering both position and attitude loop dynamics. Firstly, the trajectory tracking problem is transformed into the commands tracking in position and attitude loop. Then, the couplings between different channels and the influences of multi-source disturbances are regarded as lumped disturbances and estimated by extended state observers. Based on the disturbances' estimation and the fast nonsingular terminal sliding mode control algorithm, the composite fast nonsingular terminal sliding mode controllers are constructed both in the position loop and the attitude loop. Finally, the real control action of UAV, i.e., rotor speed, is calculated based on the virtual controller. The simulation results show that the proposed control scheme significantly improves the trajectory tracking performance.

**Keywords:** quadrotor UAV; extended state observer; disturbance estimation; fast nonsingular terminal sliding mode

## 0 引言

四旋翼无人机因其结构简单、尺寸紧凑、灵活性高等优点得到了广泛应用<sup>[1]</sup>. 在军事方面, 四旋翼无人机可用于侦察、对地攻击等; 在民事方面, 可用于森林火灾监视、农药喷洒、空中航拍等<sup>[2]</sup>. 四旋翼无人机通过特定轨迹的跟踪执行各类飞行任务<sup>[3]</sup>, 因此

高精度轨迹跟踪控制是四旋翼无人机飞行控制系统设计的关键. 四旋翼无人机是一个本质非线性、强耦合、多输入多输出的系统, 且随着飞行任务的日趋复杂, 飞行过程中会受到外部环境干扰、内部气动参数摄动、未建模动态等多源干扰的影响, 这些因素给轨迹跟踪控制系统设计带来了巨大的挑战<sup>[4]</sup>.

收稿日期: 2021-10-24; 录用日期: 2022-01-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903192); 国家博士后基金项目(2020M681591); 航空科学基金项目(20200058052002); 江苏省自然科学基金项目(BK20190402); 江苏省博士后基金项目(2021K071A); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NT2021011).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zzh@nuaa.edu.cn.

为了克服四旋翼无人机系统轨迹跟踪控制面临的挑战,国内外研究人员提出了很多有效的控制方法.其中比例积分微分(proportional integral differential, PID)控制算法由于其控制结构简单、调试方便,成为四旋翼无人机控制设计中最为常见的方法<sup>[5]</sup>.针对阵风干扰的影响,文献[6]提出了一种分数阶PID控制方案,仿真结果表明,所提出方案在阵风干扰下可保证四旋翼无人机高精度轨迹跟踪.针对载荷变化对控制精度的影响,文献[7]结合PID算法与自适应算法提出了一种新型的轨迹跟踪控制方案,仿真结果表明,所提出方案显著增强了控制系统的鲁棒性.尽管上述基于PID算法的线性控制方案在一定程度上保证了轨迹跟踪精度,但是四旋翼无人机系统是一类本质非线性系统,特别是进行复杂轨迹跟踪过程中,会充分激发系统非线性特性,造成上述线性控制方案跟踪精度显著降低<sup>[4]</sup>.

滑模控制算法因其强鲁棒性在四旋翼无人机控制系统设计中得到了应用.文献[8]分别采用线性滑模和PID算法进行四旋翼无人机轨迹跟踪控制器设计,受扰环境下定点悬停实验结果表明,线性滑模控制算法在响应速度和鲁棒性上均优于PID算法.尽管线性滑模控制算法能够保证滑模变量有限时间内收敛为0,却无法保证系统状态误差有限时间内收敛为0<sup>[9]</sup>.文献[10]将自适应理论与终端滑模算法<sup>[9]</sup>相结合,设计出自适应全局终端滑模轨迹跟踪控制器,提升了轨迹跟踪的响应速度,但是该类终端滑模因其设计特点,在系统跟踪误差收敛到0的过程中易出现奇异性问题.为了同时保证跟踪误差有限时间收敛和避免奇异性问题,文献[11]基于非奇异终端滑模算法<sup>[12]</sup>,设计了四旋翼无人机非奇异终端滑模轨迹跟踪控制器,实验结果表明,所提出方案相较于传统滑模具有更快的响应速度和更好的抗干扰性能.

主动抗干扰控制因其能够通过多源干扰的估计和补偿实现干扰的快速抑制,近年来在四旋翼无人机控制设计中得到了广泛应用<sup>[13]</sup>.文献[14]将扩张状态观测器技术与线性滑模控制算法相结合,提出了复合滑模轨迹跟踪控制方法,仿真结果表明,该方法提升了原有滑模控制算法的抗干扰性能.文献[15]针对外部干扰的影响,引入滑模观测器对系统集总干扰进行估计,并基于估计信息设计复合动态面控制器,实现了四旋翼无人机轨迹的高精度跟踪.

本文针对受多源干扰影响的四旋翼无人机轨迹跟踪控制问题进行研究,提出一种基于扩张状态观测器的复合快速非奇异终端滑模全回路轨迹跟踪控制

方案.首先,基于四旋翼无人机位置回路和姿态回路内外环串级控制的理念,将轨迹跟踪问题转化为位置回路和姿态回路的指令跟踪问题;然后,将四旋翼无人机位置与姿态回路各通道间的耦合和多源干扰的影响视为集总干扰,并设计扩张状态观测器对其进行估计;接着,基于干扰估计信息和快速非奇异终端滑模控制算法,分别在位置和姿态回路构造复合快速非奇异终端滑模控制器;最后,将位置和姿态回路的控制量转化为无人机旋翼转速这一真实控制量.与现有文献相比,本文的主要内容包括:1)通过对集总干扰的估计和补偿,显著提升了闭环系统的抗干扰性能;2)快速非奇异终端滑模面的引入,保证了轨迹跟踪误差具有更快的收敛速度;3)采用饱和函数代替符号函数,保证了控制量的连续性.

## 1 系统建模与问题描述

本节首先给出四旋翼无人机系统的六自由度动力学模型,而后基于模型特点和串级控制理念,通过变换将轨迹跟踪问题转化为位置回路和姿态回路的指令跟踪控制问题.

### 1.1 四旋翼无人机建模

四旋翼无人机动力由4个电机提供,通过调节电机的转速改变旋翼转速,进而实现姿态和位置的调整.为描述四旋翼无人机的位置和姿态运动,引入地面坐标系和机体坐标系:地面坐标系( $O_e, X_e, Y_e, Z_e$ )为惯性坐标系,坐标原点 $O_e$ 与起飞位置重合, $X_e O_e Y_e$ 在水平面上, $O_e Z_e$ 轴方向铅锤向上.机体坐标系( $O_b, X_b, Y_b, Z_b$ )坐标原点为4个旋翼的几何中心,各轴指向如图1所示.

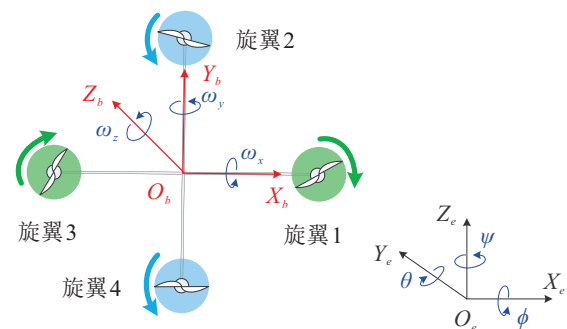


图1 四旋翼无人机旋翼结构示意图

定义旋翼的转速分别为 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ,沿 $Z_b$ 轴的总升力为 $U_L$ ,绕机体轴 $O_b X_b, O_b Y_b, O_b Z_b$ 的转动转矩分别为 $\tau_x, \tau_y$ 和 $\tau_z$ ,则可得到

$$U_L = k_L(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2),$$

$$\tau_x = lk_L(\omega_2^2 - \omega_4^2),$$

$$\tau_y = lk_L(-\omega_1^2 + \omega_3^2),$$

$$\tau_z = b(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2). \quad (1)$$

其中:  $k_L$  为升力系数,  $b$  为反扭矩系数,  $l$  为旋翼中心到无人机质心的距离. 假设四旋翼无人机为刚体, 则其六自由度动力学模型为

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_x + \omega_y \sin \phi \tan \theta + \omega_z \cos \phi \tan \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi, \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \theta} (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi), \\ \dot{\omega}_x &= \frac{1}{J_x} [(J_z - J_y) \omega_y \omega_z + \tau_x] + \tau_{dx}, \\ \dot{\omega}_y &= \frac{1}{J_y} [(J_x - J_z) \omega_x \omega_z + \tau_y] + \tau_{dy}, \\ \dot{\omega}_z &= \frac{1}{J_z} [(J_y - J_x) \omega_y \omega_x + \tau_z] + \tau_{dz}. \quad (3) \\ \ddot{x} &= -\frac{U_L}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) - \frac{k_t \dot{x}}{m} + \frac{F_{dx}}{m}, \\ \ddot{y} &= -\frac{U_L}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) - \frac{k_t \dot{y}}{m} + \frac{F_{dy}}{m}, \\ \ddot{z} &= -\frac{U_L}{m} \cos \phi \cos \theta - g - \frac{k_t \dot{z}}{m} + \frac{F_{dz}}{m}. \quad (4) \end{aligned}$$

其中:  $x$ 、 $y$ 、 $z$  为无人机质心在惯性坐标系下的位置,  $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$  分别为四旋翼无人机的滚转角、俯仰角、偏航角,  $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$  为绕机体轴的旋转角速度,  $J_x$ 、 $J_y$ 、 $J_z$  为三轴转动惯量,  $\tau_{dx}$ 、 $\tau_{dy}$ 、 $\tau_{dz}$  为外部干扰力矩,  $m$  为无人机质量,  $g$  为重力加速度,  $k_t$  为阻力系数,  $F_{dx}$ 、 $F_{dy}$  和  $F_{dz}$  为外部干扰力.

### 1.2 问题描述与控制问题提炼

在位置回路动态方程(4)中引入虚拟控制量

$$\begin{aligned} a_{xu} &= -\frac{U_L}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi), \\ a_{yu} &= -\frac{U_L}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi), \\ a_{zu} &= -\frac{U_L}{m} \cos \phi \cos \theta - g, \quad (5) \end{aligned}$$

则产生虚拟控制量  $a_{xu}$ 、 $a_{yu}$ 、 $a_{zu}$  所需的期望姿态角  $\phi^d$ 、 $\theta^d$  和期望升力  $U_L^d$  为

$$\begin{aligned} \phi^d &= \arcsin \left( m \frac{a_{yu} \cos \psi - a_{xu} \sin \psi}{U_L} \right), \\ \theta^d &= \arctan \left( \frac{a_{xu} \cos \psi + a_{yu} \sin \psi}{a_{zu} + g} \right), \\ U_L^d &= m \sqrt{a_{xu}^2 + a_{yu}^2 + (a_{zu} + g)^2}. \quad (6) \end{aligned}$$

由式(6)可见, 四旋翼无人机是通过调整姿态角改变位置回路加速度进而实现轨迹跟踪的.

定义四旋翼无人机的位置跟踪误差为

$$e_x = x - x^d, \quad e_y = y - y^d, \quad e_z = z - z^d.$$

将定义(5)代入式(4), 得到位置跟踪误差动态

$$\begin{aligned} \ddot{e}_x &= a_{xu} - \frac{k_t \dot{x}}{m} + \frac{F_{dx}}{m} - \ddot{x}^d, \\ \ddot{e}_y &= a_{yu} - \frac{k_t \dot{y}}{m} + \frac{F_{dy}}{m} - \ddot{y}^d, \\ \ddot{e}_z &= a_{zu} - \frac{k_t \dot{z}}{m} + \frac{F_{dz}}{m} - \ddot{z}^d. \quad (7) \end{aligned}$$

为方便书写, 将姿态回路动态方程(2)和(3)改写为

$$\begin{cases} \dot{\Theta} = W\Omega, \\ \dot{\Omega} = -J^{-1}[\Omega \times (J\Omega)] + J^{-1}\tau + \tau_d. \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta &= \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}, \\ \tau_d &= \begin{bmatrix} \tau_{dx} \\ \tau_{dy} \\ \tau_{dz} \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}, \\ W &= \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

定义姿态角跟踪误差

$$e_\Theta = \Theta - \Theta^d = [\phi - \phi^d, \theta - \theta^d, \psi - \psi^d]^T,$$

则根据式(8)得到姿态角跟踪误差动态

$$\begin{cases} \dot{e}_\Theta = W\Omega - \dot{\Theta}^d, \\ \ddot{e}_\Theta = WJ^{-1}[\tau - \Omega \times (J\Omega)] + \dot{W}\Omega + D_A. \end{cases} \quad (9)$$

其中  $D_A$  为姿态回路集总干扰, 其表达式为

$$D_A = W\tau_d - \ddot{\Theta}^d,$$

$\dot{\Theta}^d$  和  $\ddot{\Theta}^d$  为期望姿态角  $\Theta^d$  的一阶和二阶导数.

针对姿态回路跟踪误差动态(9), 定义如下变量:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_{A_1} \\ f_{A_2} \\ f_{A_3} \end{bmatrix} &= -WJ^{-1}[\Omega \times (J\Omega)] + \dot{W}\Omega, \\ \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} &= WJ^{-1} \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} D_A^\phi \\ D_A^\theta \\ D_A^\psi \end{bmatrix} = D_A, \quad (10) \end{aligned}$$

则式(9)可写为

$$\begin{aligned} \ddot{e}_\phi &= \tau_1 + f_{A_1} + D_A^\phi, \\ \ddot{e}_\theta &= \tau_2 + f_{A_2} + D_A^\theta, \\ \ddot{e}_\psi &= \tau_3 + f_{A_3} + D_A^\psi. \quad (11) \end{aligned}$$

通过上述变换, 将四旋翼无人机的轨迹跟踪问题

转化为位置跟踪误差系统(7)中 $e_x, e_y, e_z$ 和姿态跟踪误差系统(11)中 $e_\phi, e_\theta, e_\psi$ 的镇定问题。

## 2 控制器设计

本节首先针对位置和姿态回路分别设计扩张状态观测器对集总干扰进行估计,然后基于估计信息,结合快速非奇异终端滑模控制算法,分别在位置和姿态回路设计复合快速非奇异终端滑模控制器,实现多源干扰环境下四旋翼无人机轨迹的高精度跟踪。

### 2.1 扩张状态观测器设计

**引理1** 对于单输入线性系统 $\dot{x}=Ax+Bu$ ,若 $A$ 为Hurwitz矩阵且 $u$ 有界,满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)=0$ ,则此系统是渐近稳定的<sup>[16]</sup>。

**假设1** 位置跟踪误差系统(7)中外部干扰力 $F_{dx}, F_{dy}, F_{dz}$ 和姿态跟踪误差系统(11)中集总干扰 $D_A^\phi, D_A^\theta, D_A^\psi$ 是慢变干扰,且满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{F}_{dx} &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{F}_{dy} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{F}_{dz} = 0; \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{D}_A^\phi &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{D}_A^\theta = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{D}_A^\psi = 0. \end{aligned}$$

1)位置回路扩张状态观测器设计。

为了估计位置回路外部干扰 $F_{dx}, F_{dy}$ 和 $F_{dz}$ ,对位置跟踪误差系统(7)设计如下扩张状态观测器:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{x1} &= -\frac{k_t}{m}\dot{x} - \ddot{x}^d + a_{xu} + z_{x2} - l_{px1}(z_{x1} - \dot{x}), \\ \dot{z}_{x2} &= -l_{px2}(z_{x1} - \dot{x}), \quad \hat{F}_{dx} = mz_{x2}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{y1} &= -\frac{k_t}{m}\dot{y} - \ddot{y}^d + a_{yu} + z_{y2} - l_{py1}(z_{y1} - \dot{y}), \\ \dot{z}_{y2} &= -l_{py2}(z_{y1} - \dot{y}), \quad \hat{F}_{dy} = mz_{y2}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{z1} &= -\frac{k_t}{m}\dot{z} - \ddot{z}^d + a_{zu} + z_{z2} - l_{pz1}(z_{z1} - \dot{z}), \\ \dot{z}_{z2} &= -l_{pz2}(z_{z1} - \dot{z}), \quad \hat{F}_{dz} = mz_{z2}. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $l_{px1}, l_{px2}, l_{py1}, l_{py2}, l_{pz1}, l_{pz2}$ 为观测器增益,其取值为正常数; $\hat{F}_{dx}, \hat{F}_{dy}, \hat{F}_{dz}$ 为外部干扰 $F_{dx}, F_{dy}, F_{dz}$ 的估计值。

2)姿态回路扩张状态观测器设计。

为了估计姿态回路集总干扰 $D_A^\phi, D_A^\theta$ 和 $D_A^\psi$ ,对姿态跟踪误差系统(11)设计如下扩张状态观测器:

$$\begin{aligned} \dot{z}_\phi^1 &= \tau_\phi + f_{A1} + z_\phi^2 - k_1^1(z_\phi^1 - \dot{\phi}), \\ \dot{z}_\phi^2 &= -k_1^2(z_\phi^1 - \dot{\phi}), \quad \hat{D}_A^\phi = z_\phi^2; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_\theta^1 &= \tau_\theta + f_{A2} + z_\theta^2 - k_2^1(z_\theta^1 - \dot{\theta}), \\ \dot{z}_\theta^2 &= -k_2^2(z_\theta^1 - \dot{\theta}), \quad \hat{D}_A^\theta = z_\theta^2; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_\psi^1 &= \tau_\psi + f_{A3} + z_\psi^2 - k_3^1(z_\psi^1 - \dot{\psi}), \\ \dot{z}_\psi^2 &= -k_3^2(z_\psi^1 - \dot{\psi}), \quad \hat{D}_A^\psi = z_\psi^2. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $k_1^1, k_1^2, k_2^1, k_2^2, k_3^1, k_3^2$ 为观测器增益,其取值均为正常数; $\hat{D}_A^\phi, \hat{D}_A^\theta$ 和 $\hat{D}_A^\psi$ 为外部干扰 $D_A^\phi, D_A^\theta$ 和 $D_A^\psi$

的估计值。

3)扩张状态观测器收敛性证明。

由于位置回路 $X, Y, Z$ 三通道系统动态以及观测器设计形式均相同,不失一般性,下面以 $X$ 通道为例证明位置回路扩张状态观测器的收敛性。

定义 $X$ 通道观测器的误差为

$$\begin{aligned} e_{ox}^1 &= z_{x1} - \dot{x}, \\ e_{ox}^2 &= \frac{\hat{F}_{dx}}{m} - \frac{F_{dx}}{m}. \end{aligned} \quad (18)$$

考虑定义(18),联立式(7)和(12),得到

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{ox}^1 \\ \dot{e}_{ox}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{px1} & 1 \\ -l_{px2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{ox}^1 \\ e_{ox}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\dot{F}_{dx}}{m} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

由假设1可知外部干扰力 $F_{dx}$ 是有界慢变干扰,且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{F}_{dx} = 0$ ;  $l_{px1}, l_{px2}$ 均为正常数,由引理1和式(19)可知观测误差 $e_{ox}^1, e_{ox}^2$ 渐近收敛,故干扰估计 $\hat{F}_{dx}$ 渐近趋近于其真实值 $F_{dx}$ 。

同理可证,扩张状态观测器(15)~(17)保证 $\hat{D}_A^\phi, \hat{D}_A^\theta$ 和 $\hat{D}_A^\psi$ 渐近收敛至其真实值 $D_A^\phi, D_A^\theta$ 和 $D_A^\psi$ 。

### 2.2 复合快速非奇异终端滑模控制器设计

设计如下全回路快速非奇异终端滑模面:

$$S_i = e_i + \frac{1}{\alpha_i} e_i^{g_i/h_i} + \frac{1}{\beta_i} \dot{e}_i^{p_i/q_i}, \quad i = x, y, z, \phi, \theta, \psi. \quad (20)$$

其中: $\alpha_i > 0; \beta_i > 0; h_i, g_i, p_i, q_i$ 均为正奇数,且满足 $1 < \frac{p_i}{q_i} < 2, \frac{p_i}{q_i} < \frac{g_i}{h_i}$ 。

**定理1** 针对位置回路跟踪误差动态(7),设计如下三通道复合快速非奇异终端滑模控制器:

$$\begin{aligned} a_{xu} &= \\ & -\beta_x \cdot \frac{q_x}{p_x} \left[ \dot{e}_x^{2-p_x/q_x} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_x} \cdot \frac{g_x}{h_x} \cdot e_x^{g_x/h_x-1} \right) \right] + \\ & \frac{k_t \dot{x}}{m} - \frac{\hat{F}_{dx}}{m} + \ddot{x}^d - k_{x1} \cdot S_x^{m_x/n_x} - k_{x2} \cdot \text{sign}(S_x), \\ a_{yu} &= \\ & -\beta_y \cdot \frac{q_y}{p_y} \left[ \dot{e}_y^{2-p_y/q_y} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_y} \cdot \frac{g_y}{h_y} \cdot e_y^{g_y/h_y-1} \right) \right] + \\ & \frac{k_t \dot{y}}{m} - \frac{\hat{F}_{dy}}{m} + \ddot{y}^d - k_{y1} \cdot S_y^{m_y/n_y} - k_{y2} \cdot \text{sign}(S_y), \\ a_{zu} &= \\ & -\beta_z \cdot \frac{q_z}{p_z} \left[ \dot{e}_z^{2-p_z/q_z} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_z} \cdot \frac{g_z}{h_z} \cdot e_z^{g_z/h_z-1} \right) \right] + \\ & \frac{k_t \dot{z}}{m} - \frac{\hat{F}_{dz}}{m} + \ddot{z}^d - k_{z1} \cdot S_z^{m_z/n_z} - k_{z2} \cdot \text{sign}(S_z), \end{aligned} \quad (21)$$

可保证位置回路跟踪误差 $e_x, e_y, e_z$ 有限时间收敛。

其中:  $\hat{F}_{dx}$ 、 $\hat{F}_{dy}$ 、 $\hat{F}_{dz}$  由观测器(12)~(14)获得;  $m_x$ 、 $m_y$ 、 $m_z$ 、 $n_x$ 、 $n_y$ 、 $n_z$  为正奇数, 且满足  $\frac{m_x}{n_x} \geq 1$ ,  $\frac{m_y}{n_y} \geq 1$ ,  $\frac{m_z}{n_z} \geq 1$ ;  $k_{x_1}$ 、 $k_{x_2}$ 、 $k_{y_1}$ 、 $k_{y_2}$ 、 $k_{z_1}$ 、 $k_{z_2}$  为正实数, 且满足

$$\begin{aligned} k_{x_2} > L_{dx}, k_{y_2} > L_{dy}, k_{z_2} > L_{dz}, \\ \left| \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m} \right|_{\max} \leq L_{dx}, \left| \frac{F_{dy} - \hat{F}_{dy}}{m} \right|_{\max} \leq L_{dy}, \\ \left| \frac{F_{dz} - \hat{F}_{dz}}{m} \right|_{\max} \leq L_{dz}. \end{aligned}$$

**定理2** 针对姿态回路跟踪误差动态(11), 设计滚转角、俯仰角、偏航角通道复合快速非奇异终端滑模控制器

$$\begin{aligned} \tau_1 = & -\beta_1 \cdot \frac{q_1}{p_1} \left[ \dot{e}_\phi^{2-p_1/q_1} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{g_1}{h_1} \cdot e^{g_1/h_1-1} \right) \right] - \\ & f_{A_1} - \hat{D}_A^\phi - k_{\phi_1} \cdot S_\phi^{m_\phi/n_\phi} - k_{\phi_2} \cdot \text{sign}(S_\phi), \\ \tau_2 = & -\beta_2 \cdot \frac{q_2}{p_2} \left[ \dot{e}_\theta^{2-p_2/q_2} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{g_2}{h_2} \cdot e^{g_2/h_2-1} \right) \right] - \\ & f_{A_2} - \hat{D}_A^\theta - k_{\theta_1} \cdot S_\theta^{m_\theta/n_\theta} - k_{\theta_2} \cdot \text{sign}(S_\theta), \\ \tau_3 = & -\beta_3 \cdot \frac{q_3}{p_3} \left[ \dot{e}_\psi^{2-p_3/q_3} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_3} \cdot \frac{g_3}{h_3} \cdot e^{g_3/h_3-1} \right) \right] - \\ & f_{A_3} - \hat{D}_A^\psi - k_{\psi_1} \cdot S_\psi^{m_\psi/n_\psi} - k_{\psi_2} \cdot \text{sign}(S_\psi), \quad (22) \end{aligned}$$

可保证姿态回路跟踪误差  $e_\phi$ 、 $e_\theta$ 、 $e_\psi$  有限时间收敛。

其中:  $\hat{D}_A^\phi$ 、 $\hat{D}_A^\theta$ 、 $\hat{D}_A^\psi$  由观测器(15)~(17)获得;  $m_\phi$ 、 $m_\theta$ 、 $m_\psi$ 、 $n_\phi$ 、 $n_\theta$ 、 $n_\psi$  为正奇数, 且满足  $\frac{m_\phi}{n_\phi} \geq 1$ ,  $\frac{m_\theta}{n_\theta} \geq 1$ ,  $\frac{m_\psi}{n_\psi} \geq 1$ ;  $k_{\phi_1}$ 、 $k_{\phi_2}$ 、 $k_{\theta_1}$ 、 $k_{\theta_2}$ 、 $k_{\psi_1}$ 、 $k_{\psi_2}$  为正实数, 且满足

$$\begin{aligned} k_{\phi_2} > L_{d\phi}, k_{\theta_2} > L_{d\theta}, k_{\psi_2} > L_{d\psi}, \\ \left| D_A^\phi - \hat{D}_A^\phi \right|_{\max} \leq L_{d\phi}, \left| D_A^\theta - \hat{D}_A^\theta \right|_{\max} \leq L_{d\theta}, \\ \left| D_A^\psi - \hat{D}_A^\psi \right|_{\max} \leq L_{d\psi}. \end{aligned}$$

所提出的四旋翼无人机全回路复合快速非奇异终端滑模控制方案控制结构如图2所示。其中姿态回路三通道力矩  $\tau_x$ 、 $\tau_y$  和  $\tau_z$  可由姿态回路虚拟控制量  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  和  $\tau_3$  根据方程(10)反解得到

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = JW^{-1} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}.$$

四旋翼无人机真实控制量旋翼转速  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$  和  $\omega_4$  可由式(1)根据  $U_L$ 、 $\tau_x$ 、 $\tau_y$ 、 $\tau_z$  解算得到

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{U_L}{k_L} \\ \frac{\tau_x}{lk_L} \\ \frac{\tau_y}{lk_L} \\ \frac{\tau_z}{b} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中  $U_L$  由控制器(21)和变换(6)计算得到。

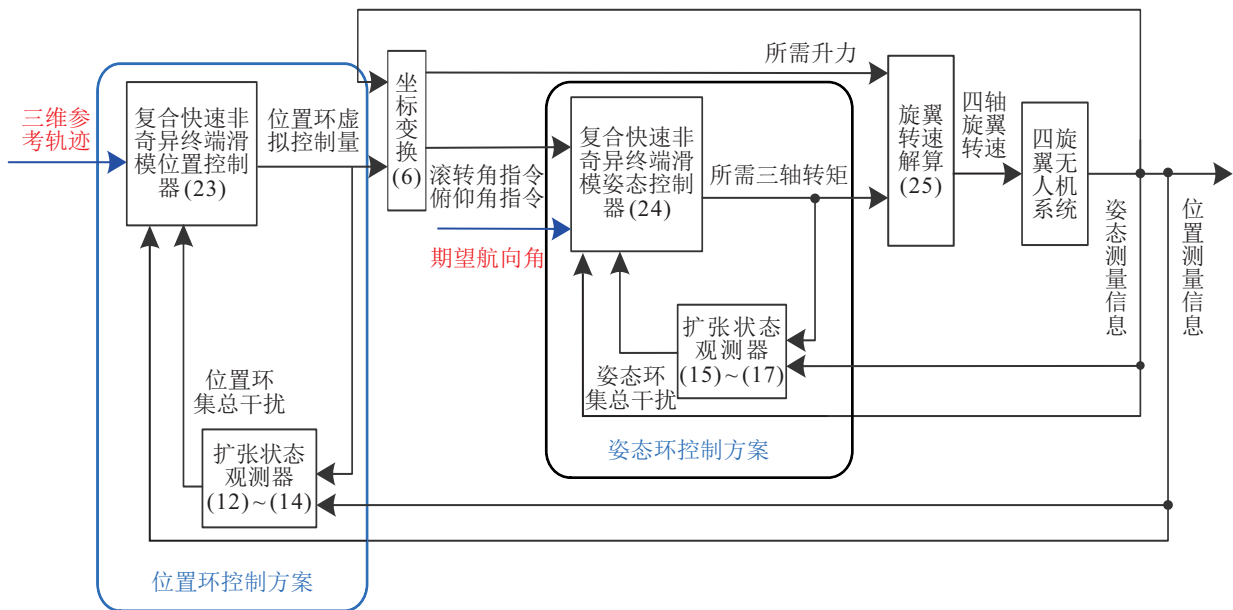


图2 四旋翼无人机全回路复合快速非奇异终端滑模控制方案结构

### 3 稳定性分析

由式(23)可见, 若定理1和定理2得到证明, 真实控制量  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$  和  $\omega_4$  便能够保证四旋翼无人机有

限时间跟踪期望轨迹。由位置回路轨迹跟踪误差动态(7)、观测器(12)~(14)和控制器(20)~(21)可见, 位置回路三通道跟踪误差动态、观测器以及控制器均

相同,因此可以通过证明任一通道控制器的稳定性举一反三表明其他通道控制器的稳定性.不失一般性,下面以X通道为例对控制器的稳定性进行证明.

1)跟踪误差动态有限时间到达滑模面.

将控制器(21)代入系统(7),得到闭环系统误差动态

$$\ddot{e}_x = -\frac{\beta_x q_x}{p_x} \dot{e}_x^{2-p_x/q_x} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha_x} \cdot \frac{g_x}{h_x} \cdot e^{g_x/h_x-1} \right] - k_{x1} \cdot S_x^{m_x/n_x} - k_{x2} \cdot \text{sign}(S_x) + \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m}. \quad (24)$$

定义关于  $S_x$  的Lyapunov 函数

$$V_x = \frac{1}{2} S_x^2. \quad (25)$$

考虑到式(20)和(24),对  $V_x$  求导,得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= S_x \cdot \left( \dot{e}_x + \frac{1}{\alpha_x} \frac{g_x}{h_x} e^{g_x/h_x-1} \cdot \dot{e}_x + \frac{1}{\beta_x} \frac{p_x}{q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} \cdot \ddot{e}_x \right) = \\ &= -\frac{S_x p_x}{\beta_x q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} \left[ k_{x2} \text{sign}(S_x) - \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m} \right] - \\ &= \left( \frac{k_{x1} p_x}{\beta_x q_x} S_x^{m_x/n_x+1} \right) \dot{e}_x^{p_x/q_x-1}. \end{aligned}$$

由于  $m_x, n_x, p_x, q_x$  均为正奇数且满足  $1 < \frac{p_x}{q_x} < 2$ , 有

$$\begin{aligned} \frac{k_{x1} p_x}{\beta_x q_x} S_x^{m_x/n_x+1} &> 0, \\ \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} &> 0. \end{aligned}$$

由上式可得

$$\dot{V}_x \leq -\frac{S_x p_x}{\beta_x q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} \left[ k_{x2} \text{sign}(S_x) - \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m} \right]. \quad (26)$$

由于  $\left| \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m} \right|_{\max} \leq L_{dx}$  且  $k_{x2} > L_{dx}$ , 由式(26), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &\leq -\frac{(k_{x2} - L_{dx}) p_x}{\beta_x q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} \cdot |S_x| = \\ &= -\frac{\sqrt{2}(k_{x2} - L_{dx}) p_x}{\beta_x q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} \cdot V_x^{1/2}. \quad (27) \end{aligned}$$

根据  $\dot{e}_x$  的取值分两种情况进行讨论:

①当  $\dot{e}_x \neq 0$  时, 存在正常数  $\varepsilon$  满足

$$\frac{\sqrt{2}(k_{x2} - L_{dx}) p_x}{\beta_x q_x} \dot{e}_x^{p_x/q_x-1} > \varepsilon.$$

由式(27), 得到

$$\dot{V}_x \leq -\varepsilon V_x^{1/2},$$

故有  $V_x$  有限时间收敛, 即  $S_x$  有限时间收敛到0.

②当  $\dot{e}_x = 0$  时, 由系统闭环动态(25)得到

$$\ddot{e}_x = -k_{x1} S_x^{m_x/n_x} - k_{x2} \text{sign}(S_x) + \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m}.$$

由上式和  $\left| \frac{F_{dx} - \hat{F}_{dx}}{m} \right|_{\max} \leq L_{dx}$  可见: 当  $S_x > 0$  时,  $\ddot{e}_x \leq -(k_{x2} - L_{dx})$ ; 当  $S_x < 0$  时,  $\ddot{e}_x \geq (k_{x2} - L_{dx})$ . 因此当  $S_x \neq 0$  时,  $\dot{e}_x = 0$  不能保持, 即  $\dot{e}_x$  总是趋于  $\dot{e}_x \neq 0$  状态.

综上所述, 式(27)总能够保证  $S_x$  有限时间收敛到0.

2)跟踪误差动态到达滑模面后有限时间收敛.

假设当  $t = t_r$  时, 系统到达滑模面, 则当  $t > t_r$  时, 由式(20), X通道跟踪误差动态变为

$$\dot{e}_x = -e_x^{q_x/p_x} \cdot \beta_x^{q_x/p_x} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_x} e^{g_x/h_x-1} \right)^{q_x/p_x}.$$

由上式, 得到

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{e_x} \right)^{q_x/p_x} de_x &= \\ &= -\beta_x^{q_x/p_x} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_x} e^{g_x/h_x-1} \right)^{q_x/p_x} dt. \quad (28) \end{aligned}$$

对式(28)两边同时积分, 得到

$$\begin{aligned} \int_{e_x(t_r)}^{e_x(t_r+\Delta t)} \left( \frac{1}{e_x} \right)^{q_x/p_x} de_x &= \\ &= -\int_{t_r}^{t_r+\Delta t} \beta_x^{q_x/p_x} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_x} e^{g_x/h_x-1} \right)^{q_x/p_x} dt \leq \\ &= -\int_{t_r}^{t_r+\Delta t} \beta_x^{q_x/p_x} dt. \end{aligned}$$

由上式可得到

$$\begin{aligned} e_x(t_r + \Delta t)^{(p_x - q_x)/p_x} &\leq \\ e_x(t_r)^{(p_x - q_x)/p_x} - \frac{p_x - q_x}{p_x} \beta_x^{q_x/p_x} \Delta t, \end{aligned}$$

其中:  $p_x, q_x$  均为正奇数且  $p_x > q_x$ , 有  $\frac{p_x - q_x}{p_x} > 0$ , 因此关于  $\Delta t$  的函数  $e_x(t_r + \Delta t)^{(p_x - q_x)/p_x}$  随着  $\Delta t$  的增大而单调递减. 当  $e_x(t_r + t_s)^{(p_x - q_x)/p_x} = 0$  时, 时间  $t_s$  满足

$$t_s \leq \frac{\left( \frac{1}{\beta_x} \right)^{q_x/p_x} \cdot p_x}{p_x - q_x} e_x(t_r)^{1 - q_x/p_x},$$

即X通道跟踪误差  $e_x$  可在有限时间收敛到0.

综上所述, 控制器(21)中控制量  $a_{xu}$  可保证位置回路X通道跟踪误差  $e_x$  有限时间收敛到0. 同理证得位置回路控制器(21)可以保证Y、Z通道位置跟踪误差有限时间收敛.

由位置和姿态回路跟踪误差动态(7)和(11)、观测器(12)~(14)和(15)~(17)、滑模面(20)以及控制器(21)和(22)可见, 位置和姿态回路在跟踪误差动态、观测器设计、滑模面设计、复合控制器设计4个方面形式一致, 因此从上述位置回路控制器稳定性证明

可举一反三得到姿态回路控制器的稳定性,即控制器(22)可保证姿态回路指令跟踪误差有限时间收敛。

## 4 仿真分析

### 4.1 仿真设定

为了验证所提出的复合快速非奇异终端滑模(composite fast nonsingular terminal sliding mode, CFNTSM)控制算法的有效性,本节基于四旋翼无人机模型数据,采用 Matlab/Simulink 仿真软件,对所提出算法进行仿真测试。四旋翼无人机本体结构参数取值如下:

$$\begin{aligned} m &= 0.8 \text{ kg}, J_x = J_y = 5.445 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ J_z &= 1.089 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, l = 0.165 \text{ m}, \\ b &= 2 \times 10^{-7}, k_L = 2.98 \times 10^{-6}, k_t = 9 \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

四旋翼无人机位置、姿态初始值设定如下:

$$\begin{aligned} x(0) &= 2, y(0) = 2, z(0) = 0, \\ \dot{x}(0) &= 0, \dot{y}(0) = 0, \dot{z}(0) = 0, \\ \theta(0) &= \pi/18, \phi(0) = \pi/18, \psi(0) = \pi/12, \\ p(0) &= 0, q(0) = 0, r(0) = 0. \end{aligned}$$

参考轨迹为圆柱螺旋曲线,即

$$\begin{aligned} x^d &= 0.5 \sin(0.5t), y^d = 0.5 \cos(0.5t), \\ z^d &= 2 + 0.1t. \end{aligned}$$

参考航向角设定为

$$\psi^d = 60^\circ \sin(0.5t).$$

为了模拟飞行过程中受到方向相反的阵风影响以及时变风的影响,将四旋翼无人机外界干扰设定为随时间正弦周期性变化的形式与幅值相同、方向相反的常值形式的组合。在位置回路,为了使干扰设定更加合理,将其设置为质量的函数,以保证其与无人机重力在同一量级,具体设置为

$$F_{dx} = F_{dy} = F_{dz} = \begin{cases} 2m, & 0 \leq t < 10; \\ 0.6m + m \cdot \sin(0.5t), & 10 \leq t < 20; \\ -2m, & t \geq 20. \end{cases}$$

其中  $m$  为无人机质量。姿态回路外界干扰设置为

$$\tau_{dx} = \tau_{dy} = \tau_{dz} = \begin{cases} 0.3, & 0 \leq t < 10; \\ 0.2 + 0.2 \cdot \sin(0.5t), & 10 \leq t < 20; \\ -0.3, & t \geq 20. \end{cases}$$

所提出的 CFNTSM 控制算法观测器和控制器分别设计为式(12)~(17)和(21)~(22)的形式,控制器

和观测器参数具体设计如下:

1)位置回路控制器参数为

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_y = \alpha_z = 5; \\ \beta_x &= \beta_y = \beta_z = 1; \\ h_i &= 3, g_i = 7, q_i = 3, p_i = 5, i = x, y, z; \\ k_{x_1} &= k_{x_2} = k_{y_1} = k_{y_2} = k_{z_1} = k_{z_2} = 1; \\ m_x &= m_y = m_z = 11; \\ n_x &= n_y = n_z = 5. \end{aligned}$$

2)姿态回路控制器参数为

$$\begin{aligned} \alpha_\phi &= \alpha_\theta = \alpha_\psi = 5; \\ \beta_\phi &= \beta_\theta = \beta_\psi = 5; \\ h_i &= 3, g_i = 7, q_i = 3, p_i = 5, i = \phi, \theta, \psi; \\ k_{\phi_1} &= 8, k_{\theta_1} = 8, k_{\psi_1} = 10; \\ k_{\phi_2} &= k_{\theta_2} = k_{\psi_2} = 5; \\ m_\phi &= m_\theta = m_\psi = 11; \\ n_\phi &= n_\theta = n_\psi = 5. \end{aligned}$$

3)扩张状态观测器参数为

$$\begin{aligned} l_{px_1} &= l_{py_1} = l_{pz_1} = 10, \\ l_{px_2} &= l_{py_2} = l_{pz_2} = 25, \\ k_1^1 &= k_2^1 = k_3^1 = 60, \\ k_1^2 &= k_2^2 = k_3^2 = 900. \end{aligned}$$

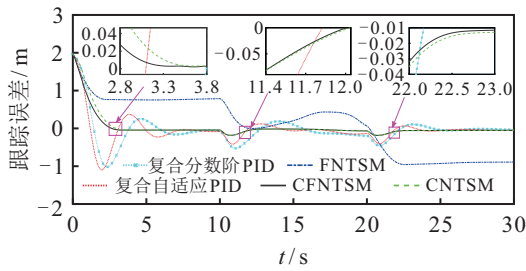
为了验证所提出算法的优越性,本节分别采用快速非奇异终端滑模算法(fast nonsingular terminal sliding mode, FNTSM)和复合非奇异终端滑模算法(composite nonsingular terminal sliding mode, CNTSM)进行对比仿真。此外,基于文献[6]和文献[7]的算法,结合扩张状态观测器技术,分别设计了复合分数阶PID控制器和复合自适应PID控制器,并应用于仿真系统进行测试。仿真过程中,为了削弱系统抖振,在CFNTSM、FNTSM、CNTSM三种滑模控制器中均采用饱和函数代替符号函数,即

$$\text{sign}(s) \approx \text{sat}(s) = \begin{cases} 1, & s > \Delta; \\ \frac{s}{\Delta}, & |s| \leq \Delta; \\ -1, & s < -\Delta, \end{cases}$$

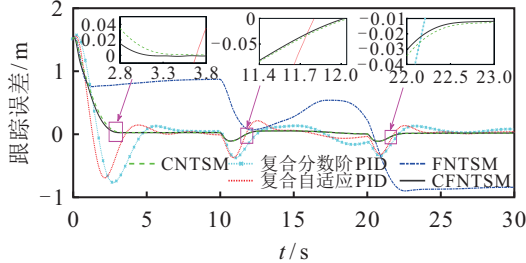
其中  $\Delta = 0.20$ 。

### 4.2 仿真结果分析

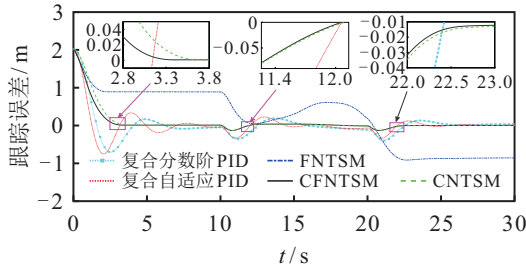
图3为5种控制方法下四旋翼无人机三通道位置跟踪误差响应曲线。下面从两方面对不同方法进行比较:1)抗干扰性能:所提出控制方案CFNTSM和CNTSM抗干扰性能最好,可保证常值干扰或时变干扰情况下跟踪误差快速收敛到0;复合分数阶PID和



(a) X通道跟踪误差响应曲线

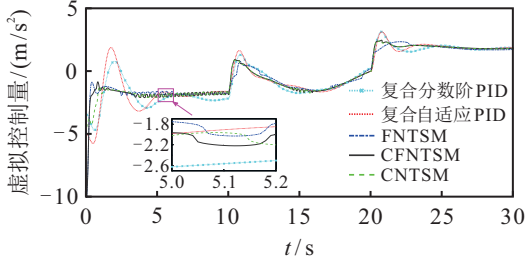


(b) Y通道跟踪误差响应曲线

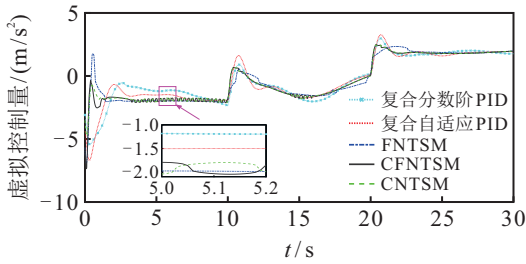


(c) Z通道跟踪误差响应曲线

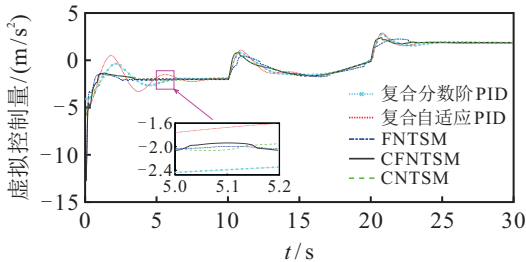
图3 位置回路指令跟踪误差响应曲线



(a) X通道虚拟控制量响应曲线

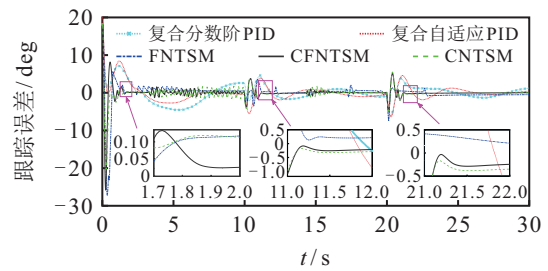


(b) Y通道虚拟控制量响应曲线

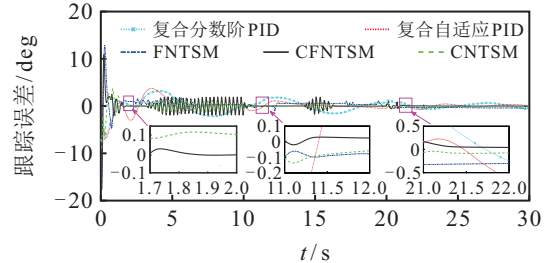


(c) Z通道虚拟控制量响应曲线

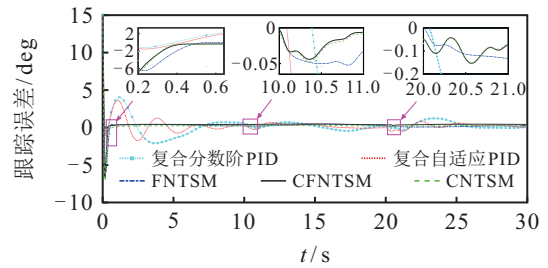
图4 位置回路虚拟控制量响应曲线



(a) 滚转角跟踪误差响应曲线

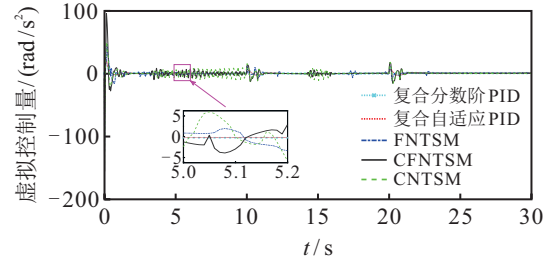


(b) 俯仰角跟踪误差响应曲线

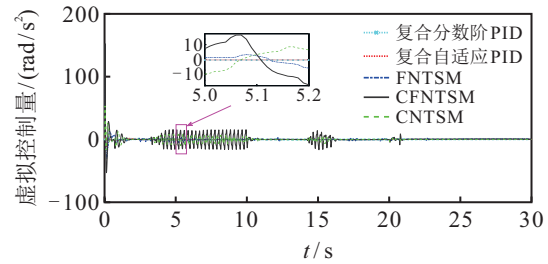


(c) 偏航角跟踪误差响应曲线

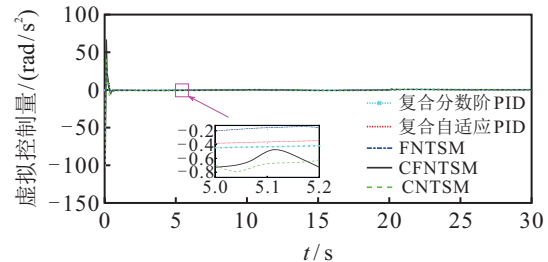
图5 姿态回路指令跟踪误差响应曲线



(a) 滚转角虚拟控制量响应曲线



(b) 俯仰角虚拟控制量响应曲线

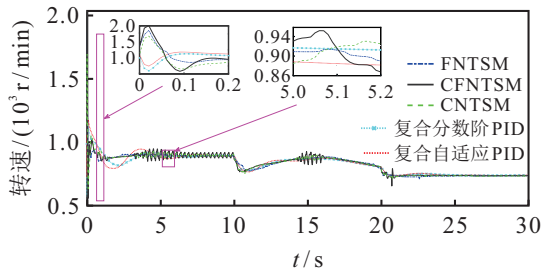


(c) 偏航角虚拟控制量响应曲线

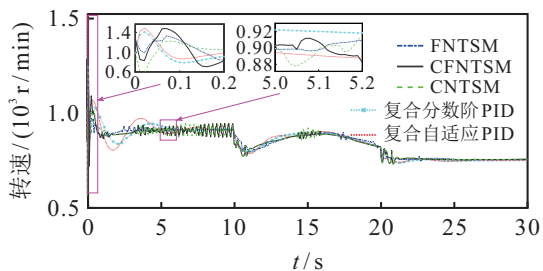
图6 姿态回路虚拟控制量响应曲线

复合自适应PID具有一定的抗干扰性能,可实现多类干扰情况下跟踪误差的收敛;FNTSM抗干扰性能最差,无法在干扰存在情况下保证跟踪误差收敛。2)跟踪误差收敛速度:比较跟踪误差响应曲线及其在2.8~3.8s、11.4~12.2s、22~23s时间段放大图可以看出CFNTSM的收敛速度最快,CNTSM的收敛速度较快,复合分数阶PID和复合自适应PID的收敛速度较慢。

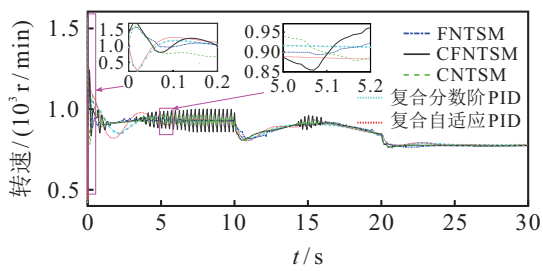
图4为5种控制方法下四旋翼无人机三通道虚拟控制量响应曲线。由图4可见,不同方法下,三通道控制量幅值相近,控制器所需能量在同等级别。从5~5.2s时间段局部放大图可以看出,由于采用饱和函数代替符号函数,CFNTSM、FNTSM、NTSM三种滑模控制方法均能够保证控制量连续。



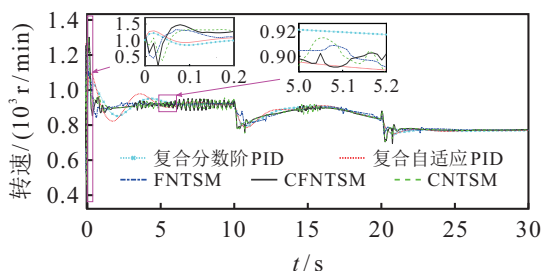
(a) 旋翼1转速响应曲线



(b) 旋翼2转速响应曲线



(c) 旋翼3转速响应曲线



(d) 旋翼4转速响应曲线

图7 旋翼转速响应曲线

图5和图6分别为5种控制方法下四旋翼无人机姿态回路跟踪误差响应曲线和姿态回路控制力矩响应曲线。由图5可见,CFNTSM和CNTSM方案抗干扰性能最好且跟踪误差收敛速度较快,FNTSM抗干扰性能较好,复合分数阶PID和复合自适应PID抗干扰性能较差,无法保证跟踪误差渐近收敛。由图6可见,不同方法下,姿态回路三通道控制量幅值相近,控制器所需能量在同等级别。由图6的局部放大图可见,CFNTSM、FNTSM、NTSM三种滑模控制方法均能够保证姿态回路三通道虚拟控制量连续。

图7为5种控制方法下四旋翼无人机旋翼转速响应曲线,可以看出不同方法下旋翼转速幅值相近,消耗能量在同一级别。旋翼转速分布在900 r/min附近,且旋翼转速均连续变化,符合工程实际。

### 5 结论

本文针对受多源干扰影响的四旋翼无人机轨迹跟踪控制问题进行研究,综合考虑四旋翼无人机位置、姿态回路动态耦合和受扰动力学模型,提出了一种复合快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制方案。仿真结果表明,所提出控制方案保证了受扰四旋翼无人机轨迹的高精度跟踪,提高了四旋翼无人机的抗干扰性能,加快了轨迹跟踪的响应速度。

考虑到故障广泛存在于实际飞行器系统<sup>[17]</sup>,文献[18]对受故障影响的非线性系统提出了较为完善的容错方法,下一步将针对同时受故障和干扰影响的四旋翼无人机系统研究抗干扰容错控制方法。

### 参考文献(References)

- [1] 李俊芳,李峰,吉月辉,等. 四旋翼无人机轨迹稳定跟踪控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 349-356.  
(Li J F, Li F, Ji Y H, et al. Trajectory stable tracking control of quadrotor UAV[J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 349-356.)
- [2] 刘一莎,杨晟萱,王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1351-1360.  
(Liu Y S, Yang S X, Wang W. An active disturbance-rejection flight control method for quad-rotor unmanned aerial vehicles[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1351-1360.)
- [3] Chen F Y, Jiang R Q, Zhang K K, et al. Robust backstepping sliding-mode control and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(8): 5044-5056.
- [4] Zhao Z H, Cao D, Yang J, et al. High-order sliding mode observer-based trajectory tracking control for a quadrotor

- UAV with uncertain dynamics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 102(4): 2583-2596.
- [5] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰fal函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用[J]. *控制与决策*, 2018, 33(10): 1901-1907.  
(Chen Z W, Zhang Z Z, Cao Y J. Fal function improvement of ADRC and its application in quadrotor aircraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(10): 1901-1907.)
- [6] Efe M Ö. Neural network assisted computationally simple  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  control of a quadrotor UAV[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2011, 7(2): 354-361.
- [7] Moonumca P, Yamamoto Y, Depaiwa N. Adaptive PID for controlling a quadrotor in a virtual outdoor scenario: Simulation study[C]. *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Takamatsu, 2013: 1080-1086.
- [8] 尤元, 李闻先. 四旋翼无人机设计与滑模控制仿真[J]. *现代电子技术*, 2015, 38(15): 80-83, 86.  
(You Y, Li W X. Design of quadrotor UAV and its sliding mode control simulation[J]. *Modern Electronics Technique*, 2015, 38(15): 80-83, 86.)
- [9] Wu Y Q, Yu X H, Man Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(5): 281-287.
- [10] 王月男. 基于终端滑模理论的四旋翼无人机容错控制研究[D]. 南京: 南京邮电大学, 2020.  
(Wang Y N. Research on fault-tolerant control of quadrotor UAV based on terminal sliding mode theory[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2020.)
- [11] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 四旋翼无人机非奇异终端滑模位置控制器设计[J]. *飞行力学*, 2020, 38(1): 54-60.  
(Zhao C L, Dai S W, Zhao G R, et al. Design of non-singular terminal sliding mode position controller for quadrotor UAV[J]. *Flight Dynamics*, 2020, 38(1): 54-60.)
- [12] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [13] Wang H L, Chen M. Trajectory tracking control for an indoor quadrotor UAV based on the disturbance observer[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2016, 38(6): 675-692.
- [14] 赵红超, 周洪庆, 王书湖. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机滑模控制[J]. *指挥控制与仿真*, 2020, 42(5): 91-96.  
(Zhao H C, Zhou H Q, Wang S H. Sliding mode control of quad-rotor UAV based on extended state observer[J]. *Command Control & Simulation*, 2020, 42(5): 91-96.)
- [15] Lin X B, Yu Y, Sun C Y. A decoupling control for quadrotor UAV using dynamic surface control and sliding mode disturbance observer[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 97(1): 781-795.
- [16] Li S H, Yang J, Chen W H, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4792-4802.
- [17] Jiang B, Gao Z F, Shi P, et al. Adaptive fault-tolerant tracking control of near-space vehicle using Takagi-sugeno fuzzy models[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, 18(5): 1000-1007.
- [18] Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1578-1583.

### 作者简介

赵振华(1988—), 男, 副研究员, 博士, 从事无人系统自主控制技术、多源干扰估计与抑制理论、无人机控制系统设计等研究, E-mail: zzh@nuaa.edu.cn;

肖亮(1998—), 男, 硕士生, 从事抗干扰控制、滑模控制理论及其在无人机系统中的应用等研究, E-mail: xiaoliang@nuaa.edu.cn;

姜斌(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能故障诊断与容错控制、故障预测与健康管理和飞机、卫星、高速列车的安全性分析与设计等研究, E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn;

曹东(1972—), 男, 副教授, 硕士, 从事无人飞行器飞行控制技术的研究, E-mail: cdman@nuaa.edu.cn.

(责任编辑: 魏冰)