

控制与决策

Control and Decision

分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计

鲜斌, 许鸣镝, 王岭

引用本文:

鲜斌,许鸣镝,王岭. 分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2226–2234.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0141>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于观测优化的双机协同控制与避障

Cooperative control and collision avoidance for two UAVs based on optimization of observation
控制与决策. 2022, 37(3): 593–604 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1168>

基于分布式模型预测控制的无人机编队控制

Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm
控制与决策. 2022, 37(7): 1763–1771 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0447>

基于凸面体圆弧航路的无人机自主避障算法

Autonomous obstacle avoidance algorithm designed for UAV based on convex circular trajectory
控制与决策. 2021, 36(3): 653–660 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0768>

分布式无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs
控制与决策. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms
控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计

鲜斌^{1†}, 许鸣镝¹, 王岭²

(1. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072; 2. 天津航海仪器研究所, 天津 300451)

摘要: 研究分布式无人机集群巡航任务中的协同路径跟踪问题与动态避障控制问题. 利用 *transverse feedback linearization*(TFL) 方法对无人机的动力学模型进行变换, 通过解耦控制实现对期望巡航路径的跟踪. 在期望路径方向上, 设计基于一致性协议的分布式无人机队列协同控制算法, 并结合势场法设计协同巡航过程中对移动障碍物的规避控制策略. 在队列达成一致性目标的同时, 能够保障队列行进的安全性. 基于 Lyapunov 分析方法和 LaSalle 不变原理证明闭环系统的稳定性, 同时采用能量法证明队列中的无人机不会与动态障碍物发生碰撞. 最后, 基于搭建的无人机协同飞行实验平台, 完成多架无人机的协同队列控制和移动障碍物规避实验, 飞行实验结果验证了所设计协同控制算法与避障控制策略的有效性.

关键词: 无人机队列; 一致性; 势场法; 避障; 分布式控制; 非线性控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0141

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 鲜斌, 许鸣镝, 王岭. 分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计 [J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2226-2234.

Distributed unmanned aerial vehicle platoon control with dynamic obstacle avoidance

XIAN Bin^{1†}, XU Ming-di¹, WANG Ling²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Tianjin Navigation Instrument Research Institute, Tianjin 300451, China)

Abstract: In this paper, the cooperative cruising control and dynamic obstacle avoidance problems for unmanned aerial vehicle (UAV) platoon are investigated. The *transverse feedback linearization* (TFL) method is employed to transfer the dynamic model of UAVs, and a decoupled control input is designed for the platoon to follow the desired path. Following the cruise path, a distributed control strategy based on the consensus protocol is developed. In order to ensure the safety of the UAV platoon which is subject to the moving obstacle, this paper also proposes an obstacle avoidance control strategy via the combination of the potential field methodology with the consensus protocol. The stability of the proposed control strategy is proved via the Lyapunov based stability analysis and the LaSalle's invariance principle. Meanwhile, it is proved through the energy-based analysis that no collisions occur between any agent in the vehicle platoon and the moving obstacle. Finally, real-time experiments of cooperative flight control and obstacle avoidance are performed to demonstrate the effectiveness of the proposed control strategy.

Keywords: vehicle platoon; consensus; potential field; obstacle avoidance; distributed control; nonlinear control

0 引言

多无人机协同飞行具有探测范围大、负载能力高和环境适应能力强等突出的优点, 能够完成复杂的飞行任务并提高整体工作效率, 成为近年来无人机领域的研究热点. 自主巡航是多无人机执行协同飞行任务的基本方式之一, 在军事演练、交通管制、区域侦查和电力巡检等应用场景发挥重要作用^[1]. 因此, 研究无人机的协同巡航控制具有重要的应用价值.

在多无人机执行协同飞行任务的过程中, 队形的

建立与保持是完成任务的基础, 国内外许多学者对其进行了深入研究^[2-4]. 文献 [2] 采用 *leader-follower* 策略, 在控制器中仅使用 *leader* 的位置和速度项, 实现了多无人机系统的协同编队飞行, 并在实验中实现了一定范围内的编队防撞. 文献 [3] 采用基于行为法的编队方式, 使多无人机系统按照群集行为建立队形, 同时设计了可变权重的通信拓扑结构, 进行群集飞行实验实现了相邻拓扑节点间保持相同的距离. 文献 [4] 基于一致性方法实现分布式编队控制, 并给出了

收稿日期: 2021-01-23; 录用日期: 2021-05-12.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFB1403900); 国家自然科学基金项目(91748121, 90916004).

[†]通讯作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn.

多智能体系统有限时间收敛的理论证明,通过数值仿真验证了控制算法的有效性. 上述文献中,无人机群采用相对位置矢量或虚拟中心的方法构成和保持队形,其协同飞行主要通过给定时变的编队中心函数实现. 在实际的巡航过程中,多架无人机需要沿相同的期望路径完成协同飞行任务,各无人机间的相对位置和速度矢量时刻变化. 同时,考虑巡航任务的实质为路径跟踪问题,即巡航路径为时不变的给定空间路径,其无需表达为具有时变参数的轨迹形式,也不需要无人机在某一时刻到达特定的期望位置,因此直接采用传统的多无人机编队方式设计巡航控制策略具有一定的困难. 为解决上述问题,一些学者提出了TFL方法,将系统状态映射到与期望路径相切和相交的空间上,实现运动系统对固定路径的跟踪^[5]. 文献[6]基于TFL方法研究了具有路径限制的多无人机控制问题,实现在同一期望路径上的机间协同,并通过实验验证了所设计控制器的有效性.

在多无人机的协同巡航过程中,不仅要考虑队列内部的相互协同,还需要应对复杂的周围环境和突发状况给任务执行带来的诸多不便,其中外部障碍物的威胁是影响飞行任务顺利执行的重要因素. 因此,有效的防撞和避障策略是保障飞行安全的前提和关键. 文献[7]研究了多无人机编队的防撞问题,在一致性控制器中加入避障项,证明了控制算法的稳定性,并通过数值仿真验证了避障效果,但其采取仅在高度上进行机间防撞控制的策略,没有考虑其他方向的动作. 文献[8]采用矢量场驱动的方法实现了多无人机集群飞行过程中对静态障碍物的规避,将多无人机群体视为虚拟刚体结构,位于刚体顶点的无人机能够分别避开环境障碍,但虚拟刚体的各顶点之间没有相互协同,仅通过与刚体中心保持固定的位置矢量形成编队,并且没有提供闭环系统的稳定性证明. 文献[9]提出一种增强人工势场模型,解决了局部最小值问题,基于该模型实现了无人机对移动障碍的躲避,通过数值仿真方法表明了算法的有效性,该文献详细介绍了势场模型与避障策略,但没有给出关于稳定性和安全性的理论分析. 一些学者采用数学规划方法,使无人机在遇到障碍时自主决策飞行轨迹实现避障^[10-13]. 文献[10]将强化学习应用于无人机的动态避障,基于改进的A2C算法在无人机之间共享学习经验,仿真结果表明其能够提高训练效率和避障成功率. 文献[11]基于非线性模型预测控制算法求解单架无人机的动态避障规划问题,在飞行实验中可以预测2s内的障碍物轨迹,并通过实时求解避障路径进

行动态避障. 文献[12]基于优化方法求解多无人机的避障路径,但其采用分散式的结构,在进行避障实验的过程中没有考虑无人机之间的协同. 综上所述,基于数学规划的避障方法在一定程度内可以保障存在障碍物时的飞行安全,但对无人机跟踪性能要求较高,且当环境和动力学约束条件复杂时存在求解优化方程计算量较大和实时性难以保证等问题^[13],其稳定性的证明也较为困难.

基于以上分析,目前关于无人机集群队列巡航控制的研究较少,多数文献只进行了数值仿真验证,而多无人机对移动障碍物规避问题的相关研究缺乏稳定性和安全性的证明. 受文献[6]的启发,本文采用基于一致性方法的多无人机编队的队列控制策略,结合TFL方法解决巡航过程中的路径追踪问题,设计分布式的控制系统,实现多无人机协同巡航控制目标. 同时,考虑队列巡航过程中可能遇到的恶劣环境、障碍物阻挡等问题,设计基于势场法的避障策略,实现在巡航路径上的协同避障.

本文主要创新点包括: 1) 采用TFL方法研究多无人机队列巡航控制问题,与传统编队给定时间轨迹的控制方式不同,对期望路径跟踪的优先度高,避免巡航过程中受障碍阻挡而导致实际位置与期望位置误差较大的问题. 该方法能够实现队列中每架无人机均运行在同一期望路径上的控制目标,更适合应用于集群巡航任务. 2) 设计基于一致性的协同控制方法,使无人机队列在巡航路径上达成设定的相对距离和速度目标,同时考虑避障问题,在一致性协议中加入避障控制项,实现在巡航路径上对移动障碍物的规避. 3) 基于Lyapunov稳定性分析方法对设计的控制器进行分析,证明队列系统的稳定性,并从能量法的角度证明无人机集群队列行进过程中可安全规避移动障碍物. 4) 基于搭建的多无人机协同控制实验平台,在室内环境进行飞行实验,结果验证了算法设计的有效性和稳定性. 而现有的无人机队列控制研究成果较少,缺乏对移动障碍物规避的实验验证.

1 问题描述

1.1 理论基础

考虑非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (1)$$

其输出方程为

$$y = h(x). \quad (2)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为 n 维状态向量; $y \in \mathbf{R}^m$ 为 m 维输出向量; $u \in \mathbf{R}^m$ 为 m 维控制输入向量; $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$,

$g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{n \times m}, h: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{n \times m}$ 均为 \mathbf{R}^n 上的光滑向量场。

在 m 维输出空间中定义期望路径的参数化表示, $\delta: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}^m, \mathbf{D} \subseteq \mathbf{R}$ 为一条光滑无自交的封闭曲线, 满足 $\delta(\theta + \theta_L) = \delta(\theta)$, 其中 θ_L 为封闭路径的周长. 参考文献[14]定义系统期望输出集合 $\lambda = \{y: s(y) = 0\}$, 其中 $s: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^{m-1}$ 为光滑映射, 满足 0 为 $s(\cdot)$ 的正则值, $\delta(\mathbf{R}) = s^{-1}(0)$. 由 λ 可得到系统状态变量 x 的期望集合 $\Lambda = \{x: s(h(x)) = 0\}$, 当系统状态 $x \in \Lambda$ 时, $y \in \lambda$, 即输出位于期望路径 $\delta(\cdot)$ 上. 定义路径跟踪流形 Λ^* 为满足 $\Lambda^* \subseteq \Lambda$ 的最大控制不变集, 称其为系统(1)在虚拟输出 $\tilde{y} = s(h(x))$ 下的零动态流形. 控制目标转化为设计控制器, 使系统状态保持在不变集 Λ^* 中.

1.2 TFL(transverse feedback linearization)方法

TFL 方法的思想为通过状态映射将运动系统分解为横向子系统(transversal subsystem)和切向子系统(tagential subsystem), 同时将控制输入解耦, 分别在各子系统中实现控制器设计^[5].

在 $x^* \in \Lambda^*$ 的某邻域 N 内寻找一微分同胚映射 $T(\cdot): x \mapsto \text{col}(\eta, \zeta)$, 满足 $T(\Lambda^* \cap N) = \{\text{col}(\eta, \zeta): \zeta = 0\}$. 其中: η 为沿期望路径方向的切向状态, ζ 为与期望路径相交方向的横向状态, $\text{col}(\cdot)$ 为列向量化算子.

定义辅助路径函数^[6]

$$\kappa(y) = \int_0^{\arg \inf_{\theta \in \mathbf{D}} \|y - \delta(\theta)\|} \left\| \frac{d\delta(\rho)}{d\rho} \right\| d\rho + k_\delta \theta_L. \quad (3)$$

$\kappa(\cdot): \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}$ 将输出空间中任意一点映射为沿期望路径方向经过的路径长度, 其中 $\arg \inf_{\theta \in \mathbf{D}} \|y - \delta(\theta)\|$ 为点 y 到集合 $\delta(\mathbf{D})$ 的距离, $k_\delta \in \mathbf{N}$ 为系统输出向量 y 沿期望路径方向经过的圈数.

借助 $\kappa(\cdot)$ 和 $s(\cdot)$ 定义系统(1)的虚拟输出向量

$$\tilde{y} = \text{col}(\kappa(h(x)), s(h(x))). \quad (4)$$

为方便表示, 记 $\kappa(h(x)) = \Gamma(x), s(h(x)) = \Pi(x)$. 令 \tilde{y}_i 为 \tilde{y} 的第 i 个分量, r_i 为 \tilde{y}_i 的相对阶, 根据文献[14]作如下假设.

假设1 系统(1)的虚拟输出向量 \tilde{y} 满足 $\sum_{i=1}^n r_i = n$.

分别对 \tilde{y}_i 求 r_i 阶 Lie 导数, 得到如下形式:

$$\begin{bmatrix} d^{r_1} \tilde{y}_1 / dt^{r_1} \\ d^{r_2} \tilde{y}_2 / dt^{r_2} \\ \vdots \\ d^{r_m} \tilde{y}_m / dt^{r_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} \Gamma(x) \\ L_f^{r_2} \Pi_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} \Pi_{m-1}(x) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} \Gamma(x) \quad \dots \quad L_{g_m} L_f^{r_1-1} \Gamma(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} \Pi_1(x) \quad \dots \quad L_{g_m} L_f^{r_2-1} \Pi_1(x) \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} \Pi_1(x) \quad \dots \quad L_{g_m} L_f^{r_m-1} \Pi_1(x) \end{bmatrix} u. \quad (5)$$

其中: $\Pi_i(x)$ 为 $\Pi(x)$ 的第 i 个分量, $L_f^i \alpha(x)$ 为 $\alpha(x)$ 沿向量场 f 方向的 i 阶 Lie 导数. 式(5)可简记为

$$\begin{bmatrix} d^{r_1} \tilde{y}_1 / dt^{r_1} \\ d^{r_2} \tilde{y}_2 / dt^{r_2} \\ \vdots \\ d^{r_m} \tilde{y}_m / dt^{r_m} \end{bmatrix} = K(x) + L(x)u. \quad (6)$$

根据假设1可以得到 $L(x)$ 非奇异^[14]. 定义控制输入

$$\nu = \text{col}(\nu^{\parallel}, \nu^{\perp}) = K(x) + L(x)u. \quad (7)$$

利用控制量 $\nu(t)$ 可实现对子系统 η, ζ 的解耦控制.

根据上述分析, 取微分同胚映射 $T(\cdot): x \mapsto \text{col}(\eta, \zeta)$ 为

$$T(x) = \begin{bmatrix} \text{col}(\Gamma, \dots, L_f^{r_1-1} \Gamma)(x) \\ \text{col}(\Pi_1, \dots, L_f^{r_2-1} \Pi_1)(x) \\ \vdots \\ \text{col}(\Pi_{m-1}, \dots, L_f^{r_m-1} \Pi_{m-1})(x) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

满足 $T(\Lambda^* \cap N) = \{\text{col}(\eta, \zeta): \zeta = 0\}$. 针对变换后的系统, 分别设计控制律使状态 $\zeta(t)$ 收敛于零, 使系统输出收敛于期望路径, 通过控制状态 $\eta(t)$ 可改变系统沿期望路径的运动状态.

1.3 无人机动力学模型

假设多无人机群体中每架无人机的动力学与运动学特性相同, 对于第 i 架无人机, 有^[15]

$$\begin{cases} \dot{p}^{(i)} = v^{(i)}, \\ m^{(i)} \dot{v}^{(i)} = f_z^{(i)} R^{(i)} e_z - m^{(i)} g e_z. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $p^{(i)} = [x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}]^T, v^{(i)} = [\dot{x}^{(i)}, \dot{y}^{(i)}, \dot{z}^{(i)}]^T$ 分别为惯性坐标系 $\{\mathbf{I}\}$ 下的位置和线速度, $m^{(i)}$ 为无人机质量, g 为重力加速度, $f_z^{(i)}(t)$ 为总升力大小, $R(t)$ 为机体坐标系 $\{\mathbf{B}\}$ 到惯性坐标系 $\{\mathbf{I}\}$ 的旋转矩阵, $e_z = \text{col}(0, 0, 1)$ 为沿 Z 轴正方向的单位向量. 考虑多无人机协同飞行过程, 各无人机的姿态变化平稳, 可对式(9)中的动力学模型做如下简化.

定义虚拟控制输入 $u^{(i)}(t)$ 如下所示:

$$u^{(i)} = \frac{1}{m^{(i)}} f_z^{(i)} R^{(i)} e_z - g e_z, \quad (10)$$

则式(9)中的动力学模型可改写为

$$\dot{\xi}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \xi^{(i)} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_3 \end{bmatrix} u^{(i)}. \quad (11)$$

其中: 状态向量 $\xi^{(i)} = [p^{(i)T}, v^{(i)T}]^T, I_3$ 为 3×3 单位阵.

在使用TFL方法研究路径跟踪问题时,需要根据期望路径选取合适的映射,将运动系统分解为不同的子系统分别进行控制器设计. 首先给定期望巡航路径方程

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2, \\ z = h. \end{cases} \quad (12)$$

式(12)确定了三维空间中一条光滑无自交的封闭路径,其中 $r, h \in \mathbf{R}^+$ 为轨迹参数.

设计式(5)中的辅助函数 $\Gamma(\xi)$ 和 $\Pi(\xi)$ 分别为

$$\Gamma(\xi) = r \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + k_\delta \theta_\delta, \quad (13)$$

$$\Pi(\xi) = \begin{bmatrix} \sigma - r \\ z - h \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中 $\sigma = \sqrt{x^2 + y^2}$.

为实现无人机队列跟踪给定的期望路径,选取系统的输出方程为

$$\tilde{y}^{(i)} = [I_3 \quad 0] \xi^{(i)}. \quad (15)$$

由式(8)构造微分同胚映射 $T: \xi^{(i)} \mapsto \text{col}(\eta^{(i)}, \zeta^{(i)})$,将系统(11)变换为如下形式:

$$\dot{\eta}^{(i)} = A^{\parallel(i)} \eta^{(i)} + B^{\parallel(i)} \nu^{\parallel(i)}, \quad (16)$$

$$\dot{\zeta}^{(i)} = A^{\perp(i)} \zeta^{(i)} + B^{\perp(i)} \nu^{\perp(i)}. \quad (17)$$

其中

$$A^{\parallel(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{\parallel(i)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A^{\perp(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{\perp(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

式(16)为切向子系统,式(17)为横向子系统.

2 控制器设计

2.1 横向子系统

对横向子系统(17),记 $\Xi^{(i)} = \text{col}(\zeta_1^{(i)}, \zeta_3^{(i)})$, $\Theta^{(i)} = \text{col}(\zeta_2^{(i)}, \zeta_4^{(i)})$. 该式可改写为

$$\begin{cases} \dot{e}_\Xi^{(i)} = e_\Theta^{(i)}, \\ \dot{e}_\Theta^{(i)} = \nu^{(i)}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: $e_\Xi^{(i)} = \Xi^{(i)} - \Xi_d^{(i)}$, $e_\Theta^{(i)} = \Theta^{(i)} - \Theta_d^{(i)}$.

设计非奇异快速终端滑模面

$$S^{(i)} = e_\Theta^{(i)} + \alpha e_\Xi^{(i)} + \beta e_\Xi^{(i)q/p}. \quad (19)$$

其中: α, β 为正常数, p, q 为正奇数且满足 $2 > q/p > 1$. 设计控制律 $\nu^{\perp(i)}$ 如下所示:

$$\nu^{\perp(i)} = -k_1^{\perp} S^{(i)} - k_2^{\perp} |S^{(i)}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S^{(i)}) -$$

$$\alpha e_\Theta^{(i)} - \frac{\beta q}{p} e_\Xi^{(i)q/p-1} e_\Theta^{(i)}. \quad (20)$$

其中: k_1, k_2 为控制增益,且有

$$|S|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S) = \text{col}(|S_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S_1), |S_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S_2), \dots, |S_n|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S_n)).$$

2.2 切向子系统

切向子系统决定了无人机队列在期望路径上的运行状态,根据子系统(16),对队列中的第 i 架无人机有

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1^{(i)} = \eta_2^{(i)}, \\ \dot{\eta}_2^{(i)} = \nu^{\parallel(i)}. \end{cases} \quad (21)$$

考虑队伍行进中遇到的障碍威胁问题,将障碍物视为圆柱体模型,根据其半径 r_{ob} 、位置 p_{ob} 设计如下排斥场函数:

$$\Psi^{(i)} = \begin{cases} \frac{K_{\text{ob}}}{(d^{(i)} - r_{\text{ob}})^2} - \frac{K_{\text{ob}}}{(r_{\text{safe}} - r_{\text{ob}})^2}, & r_{\text{ob}} < r^{(i)} < r_{\text{safe}} \wedge d^{(i)} < r_s; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (22)$$

其中: K_{ob} 为斥力场的正增益系数,表示场强大小, r_{safe} 为障碍物的安全区域半径. 在式(22)中 $r^{(i)} = \|\kappa(p_{\text{ob}}) - \kappa(p^{(i)})\|$,同时取 $k_\delta \equiv 0$ 表示在期望路径方向上障碍物与第 i 架无人机之间的相对距离, $d^{(i)}$ 为第 i 架无人机与障碍物之间的空间距离.

对于队列中的第 i 架无人机,设计分布式避障控制律 $\nu^{\parallel(i)}(t)$ 为

$$\nu^{\parallel(i)} = \dot{v}_d - \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} - \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \sum_{j=1}^n a_{ij} [\Phi_2(\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}) + \rho \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)})]. \quad (23)$$

其中: $v_d = v_{d0} - \alpha_{\text{ob}} \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}}$ 为无人机队列在目标路径上的期望切向线速度, α_{ob} 为正常数; $\Phi_i(\cdot)$ 为奇函数,且满足

$$\Phi'_i(x) \geq 0, \quad \Phi_i(x) \begin{cases} > 0, & x > 0; \\ = 0, & x = 0; \\ < 0, & x < 0. \end{cases} \quad (24)$$

a_{ij} 为多无人机通信拓扑图对应的邻接矩阵 \mathcal{A} 的元素, $a_{ij} \neq 0$ 表示第 i, j 两架无人机之间信息互通,关于多无人机控制中的图论内容可参见文献[15]; $\eta_{1d}^{(ij)}$ 为第 i 架无人机与第 j 架无人机之间的径向期望距离; ρ 为正常数; $-\frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}}$ 为障碍物对在其安全区域范

围内第*i*架无人机产生的路径方向排斥力,其符号表示排斥力在期望路径上的方向.

假设2 多无人机通信拓扑图是无向连通图^[16].

3 稳定性分析

3.1 横向子系统稳定性分析

定理1 在控制律(20)的作用下,子系统(17)状态误差收敛于零,系统(9)三维空间位置坐标处于期望路径上.

证明 选取Lyapunov 候选函数 H_1 如下:

$$H_1 = \frac{1}{2} S^{(i)T} S^{(i)} \geq 0. \tag{25}$$

式(25)两边同时对时间*t*求导,代入式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_1 &= S^{(i)T} \dot{S}^{(i)} = \\ &S^{(i)T} \left(\dot{e}_{\theta}^{(i)} + \alpha \dot{e}_{\Xi}^{(i)} + \frac{\beta q}{p} e_{\Xi}^{(i)q/p-1} \dot{e}_{\Xi}^{(i)} \right). \end{aligned} \tag{26}$$

将式(18)和(20)代入(26),得

$$\begin{aligned} \dot{H}_1 &= \\ &S^{(i)T} \left[-k_1^{\uparrow} S^{(i)} - k_2^{\uparrow} |S^{(i)}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S^{(i)}) - \alpha e_{\theta}^{(i)} - \right. \\ &\left. \frac{\beta q}{p} e_{\Xi}^{(i)q/p-1} e_{\theta}^{(i)} + \alpha e_{\theta}^{(i)} + \frac{\beta q}{p} e_{\Xi}^{(i)q/p-1} e_{\theta}^{(i)} \right] = \\ &-k_1^{\uparrow} S^{(i)} - k_2^{\uparrow} |S^{(i)}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(S^{(i)}) \leq 0. \end{aligned} \tag{27}$$

由式(25)和(27),根据Lyapunov 稳定性分析理论,子系统(17)状态误差渐近收敛于零,即系统(9)的空间位置收敛于期望路径上. □

3.2 切向子系统稳定性分析

引理1 对于任意*n*维向量 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$, $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ 和实对称矩阵 $Q = [q_{ij}] \in \mathbf{R}^n$, 对于满足式(24)的 $\Phi(\cdot)$, 有

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} (a_i - a_j) \Phi(b_i - b_j) = \\ &\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} a_i \Phi(b_i - b_j). \end{aligned} \tag{28}$$

证明过程见文献[17],此略.

定理2 在控制律(23)的作用下,无人机队列在期望路径上达成一致,即

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_1^{(i)}(t) - \eta_1^{(j)}(t) = \eta_{1d}^{(ij)}, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_2^{(i)}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_2^{(j)}(t) = v_d. \end{cases} \tag{29}$$

即队列中的第*i*架无人机与第*j*架无人机之间保持期望的相对径向距离,且按照期望切向速度运动.

证明 选取Lyapunov 候选函数 H_2 如下:

$$H_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \int_0^{\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}} \Phi_2(\tau) d\tau +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d)^2 + \sum_{i=1}^n \Psi^{(i)}. \tag{30}$$

由假设2可知 $H_2(t)$ 正定.

对式(29)求取时间导数,可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &= \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}) + \\ &\sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) (\dot{\eta}_2^{(i)} - \dot{v}_d) + \sum_{i=1}^n \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} \frac{d\eta_1^{(i)}}{dt}. \end{aligned} \tag{31}$$

将式(21)和(23)代入(31),可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &= \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}) + \\ &\sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) \left\{ -\frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} - \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \right. \\ &\left. \sum_{j=1}^n a_{ij} [\Phi_2(\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}) + \right. \\ &\left. \rho \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)})] \right\} + \sum_{i=1}^n \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} \eta_2^{(i)}. \end{aligned} \tag{32}$$

根据引理1可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &= -\sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \rho (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) + \\ &\sum_{i=1}^n v_d \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}}. \end{aligned} \tag{33}$$

将 $v_d = v_{d0} - \alpha_{ob} \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}}$ 代入式(33),可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &= \\ &-\sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \rho (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) + \\ &\sum_{i=1}^n \left[v_{d0} \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} - \alpha_{ob} \left(\frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \tag{34}$$

对式(34)进行放缩,可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &\leq \\ &-\sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \rho (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) + \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\|v_{d0}\| - \alpha_{ob} \left\| \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} \right\| \right] \left\| \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} \right\|. \quad (35)$$

对式(35)进一步放缩,可得

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 \leq & - \sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d) \Phi_1(\eta_2^{(i)} - v_d) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \rho (\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \Phi_2(\eta_2^{(i)} - \eta_2^{(j)}) \leq 0. \end{aligned} \quad (36)$$

即 \dot{H}_2 半负定. 当 $\dot{H}_2 \equiv 0$ 时,有

$$\eta_2^{(i)} \equiv \eta_2^{(j)} \equiv v_d. \quad (37)$$

定义子系统(16)的正不变紧集 Ω 为

$$\Omega = \{(\eta_1, \eta_2) : \dot{H}_2(\eta_1, \eta_2) = 0\}. \quad (38)$$

令 M 为 Ω 中的最大不变集. 根据已知条件, 可通过下式求解 M :

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2, \dot{\eta}_2 = v_d, \dot{H}_2(\eta_1, \eta_2) = 0. \quad (39)$$

由式(37)和(39), 可得

$$\dot{\eta}_2^{(i)} = \dot{\eta}_2^{(j)} = v_d. \quad (40)$$

联立式(39)与(40), 可得

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \Phi_2(\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}) + \frac{d\Psi^{(i)}}{d\eta_1^{(i)}} = 0. \quad (41)$$

由式(29)和(36)可知, 当 $t \rightarrow \infty, H_2 \rightarrow 0$, 而 $H_2 \equiv 0$ 时, $\Psi^{(i)} \equiv 0$, 因此有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi^{(i)}(t) = 0. \quad (42)$$

由式(41)和(42), 可得

$$\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)} = 0. \quad (43)$$

于是求得 Ω 的最大不变集为

$$M = \{(\eta_1, \eta_2) : \eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} = \eta_{1d}^{(ij)}, \eta_2^{(i)} = \eta_2^{(j)} = v_d\}. \quad (44)$$

由 LaSalle 不变性原理可知, 子系统(16)状态收敛于不变集 M , 即无人机队列在期望路径上达成了一致性. \square

定理3 在控制律(23)的作用下, 队列中任何一架无人机不会与障碍物发生碰撞.

证明 假设无人机队列的初始能量为 $H_2(\eta(0)) = C$, 其中 C 为一有界正常数. 根据定理2, $H_2(\eta) \geq 0, \dot{H}_2(\eta) \leq 0$, 由此可得

$$\forall t > 0, H_2(\eta) \leq C. \quad (45)$$

若第 k 架无人机与障碍物发生碰撞, 则有

$$H_2(\eta) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \int_0^{\eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}} \Phi_2(\tau) d\tau + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\eta_2^{(i)} - v_d)^2 + \sum_{i=1, i \neq k}^n \Psi^{(i)} + \Psi^{(k)} \geq \\ & \Psi^{(k)} = +\infty > C. \end{aligned} \quad (46)$$

式(46)与 $H_2(\eta) \leq C$ 矛盾, 故队列中任何一架无人机都不会与障碍物发生碰撞. \square

4 实验结果

4.1 实验平台介绍

为验证所设计控制算法的有效性, 基于搭建的多无人机协同控制平台进行室内飞行实验. 如图1所示, 多无人机平台由轴距0.25 m的四旋翼无人机构成, 每架无人机搭载 Pixhawk 飞行控制器和 ARM 嵌入式计算板, 质量约为 0.926 kg. 飞行过程采用 OptiTrack 动作捕捉系统进行定位, 通过 WiFi 组建基于 ROS(robot operation system)的通信网络, 由机载 ARM 计算板接收定位信息, 并以 50 Hz 的频率运行本文设计的协同控制算法, 通过串口向 Pixhawk 飞行控制器发送控制指令, 最终由 Pixhawk 控制电调和电机实现无人机的姿态和位置控制.

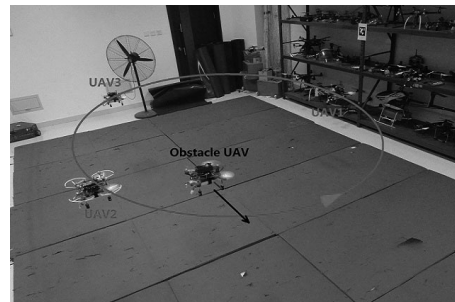


图1 多无人机实验平台

4.2 无人机队列协同实验

给定期望路径方程如式(12)所示, 根据实验场地规模, 选取 $r = 1.5 \text{ m}, h = 1.0 \text{ m}$, 队列中前后两架无人机之间的期望相对路径距离设为 $\eta_{1d}^{(ij)} = \theta_L/3 = 3.14 \text{ m}$, 队列的行进速度设为 $v_d = 0.4 \text{ m/s}$. 横向子系统控制器参数选取为 $k_1^h = 0.7, k_2^h = 0.2, \alpha = 3.5, \beta = 1.0, p = 3, q = 5$. 切向子系统控制器参数选取为 $\rho = 0.1$, 其中非线性函数取 $\Phi_1(x) = 5.5 \tanh(1.5x), \Phi_2(x) = 3 \tanh(x)$. 根据无人机队列的结构特点, 采用无向连通的通信拓扑结构, 满足假

设2, 其邻接矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

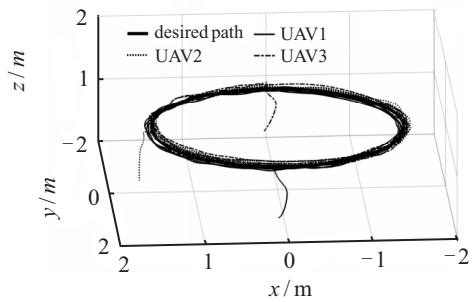
本组实验开始时各无人机放置于地面, 因此具有一定的初始高度, 各初始位置依次为

$$p^{(1)}(0) = [0.096\ 9, 1.580\ 0, 0.211\ 6]^T \text{ m},$$

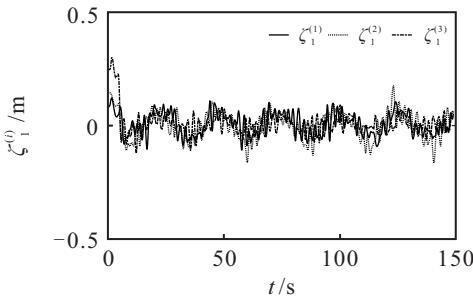
$$p^{(2)}(0) = [1.645\ 2, 0.008\ 8, 0.190\ 1]^T \text{ m},$$

$$p^{(3)}(0) = [0.038\ 5, -1.748\ 7, 0.211\ 3]^T \text{ m}.$$

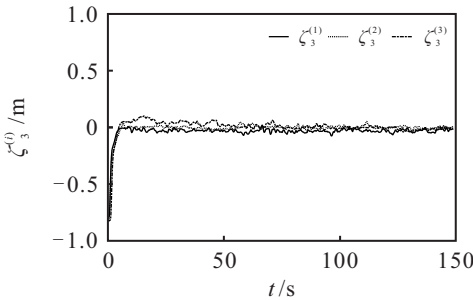
实验开始时各无人机从初始位置起飞至一定高度,当 $t = 4.5\text{ s}$ 时实验者通过地面站向机载计算板发送指令,开始运行本文所设计的控制算法并持续至 150 s 左右. 图2(a)为实验过程中无人机队列在三维空间中运行的轨迹. 从曲线中可以看出,队列中的无人机实际位置始终收敛于期望路径,能够完成协同巡航任务.



(a) 无人机队列空间运行轨迹



(b) 各无人机在X-Y平面内的距离误差



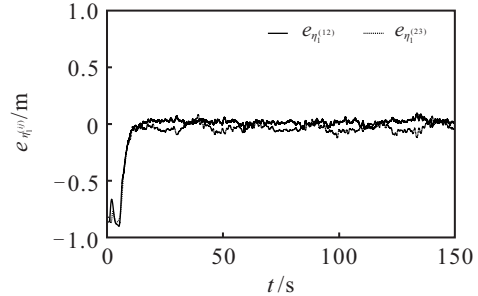
(c) 各无人机在Z轴方向上的距离误差

图2 无人机队列协同实验跟踪效果

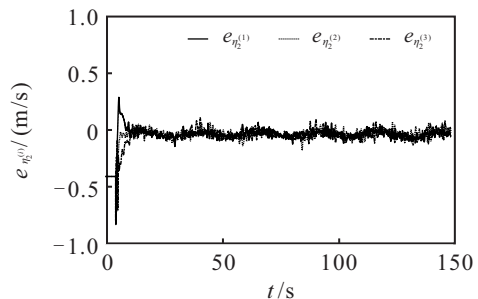
图2(b)和图2(c)分别为各无人机在 X - Y 平面内和 Z 轴方向上与期望路径的距离误差 $\zeta_1^{(i)}$ 和 $\zeta_3^{(i)}$, 当 $\zeta_1^{(i)}$ 和 $\zeta_3^{(i)}$ 均为零时,无人机恰好处于期望路径上的某一点. 根据以上实验结果,各无人机的横向子系统状态能够收敛于零且保持稳定. 在 X - Y 平面内,距离误差 $\zeta_1^{(1)}$ 在 0.11 m 以内, $\zeta_1^{(2)}$ 在 0.18 m 以内, $\zeta_1^{(3)}$ 在 0.09 m 以内. 在 Z 轴方向上,距离误差 $\zeta_3^{(1)}$ 在 0.07 m 以内, $\zeta_3^{(2)}$ 在 0.06 m 以内, $\zeta_3^{(3)}$ 在 0.07 m 以内. 上述分析

表明了所提出的控制算法具有较好的跟踪效果,验证了横向子系统控制算法(20)的有效性.

为了研究无人机队列在期望路径上的运动状态和协同情况,定义路程误差 $e_{\eta_1^{(ij)}} = \eta_1^{(i)} - \eta_1^{(j)} - \eta_{1d}^{(ij)}$, 速度误差 $e_{\eta_2^{(i)}} = \eta_2^{(i)} - v_d$, 切向子系统(16)的运动状态如图3所示.



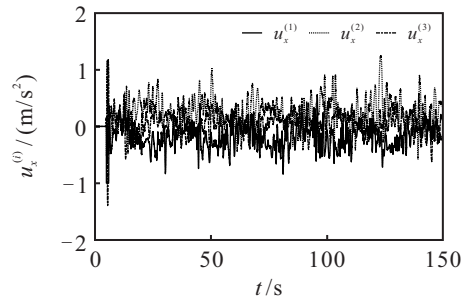
(a) 无人机队列沿期望路径方向距离误差



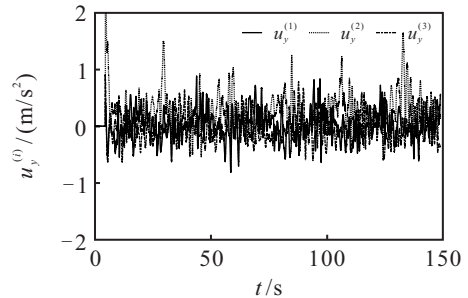
(b) 无人机队列沿期望路径上的运动轨迹

图3 无人机队列在期望路径上的运动状态

由图3(a)可见,无人机队列在路径上的相对距离能够收敛到给定值,相对距离误差 $e_{\eta_1^{(12)}}$ 在 0.09 m 以内, $e_{\eta_1^{(23)}}$ 在 0.13 m 以内,实现了期望路径上的协同. 根据图3(b),无人机队列的行进速度能够收敛于给



(a) 各无人机X方向控制输入量



(b) 各无人机Y方向控制输入量

图4 无人机队列协同实验控制输入量

定速度 v_d , 其中速度误差 $e_{\eta_2^{(1)}}$ 在 0.11 m/s 以内, $e_{\eta_2^{(2)}}$ 在 0.13 m/s 以内, $e_{\eta_2^{(3)}}$ 在 0.11 m/s 以内, 具有较好的速度跟踪效果. 上述实验数据和误差分析验证了切向子系统控制算法(23)的有效性. 同时根据图4, 实验过程中各无人机的控制输入量始终在有界范围内, 表明了控制器设计的稳定性.

4.3 无人机队列避障实验

考虑到无人机队列行进过程中存在的外部障碍威胁问题, 基于一致性协议和势场法设计了避障控制算法, 本节验证队列的避障功能.

实验平台如图1所示, 无人机以队列的方式稳定运行后, 实验者通过遥控器手动控制障碍物无人机, 使其多次穿过队列的期望路径, 阻碍队列中无人机的行进. 考虑无人机桨叶长度超出机身的情况, 实际测得桨叶长度约 0.06 m , 可以计算得到理论碰撞距离为 $d_c = 0.06 \times 2 + 0.25 = 0.37 \text{ m}$. 为了留出一定的安全裕量, 在控制器参数中设定障碍物半径 $r_{ob} = 0.4 \text{ m}$, 障碍物的安全半径 $r_{safe} = 1.0 \text{ m}$. 设置避障控制器中 $K_{ob} = 3.5, \alpha_{ob} = 0.05$. 给定期望路径、期望相对距离与速度以及其余控制器参数的选取与上组实验相同. 实验结果如图5所示, 其中队列收敛过程略去, 即当 $t = 0$ 时队列已经稳定行进.

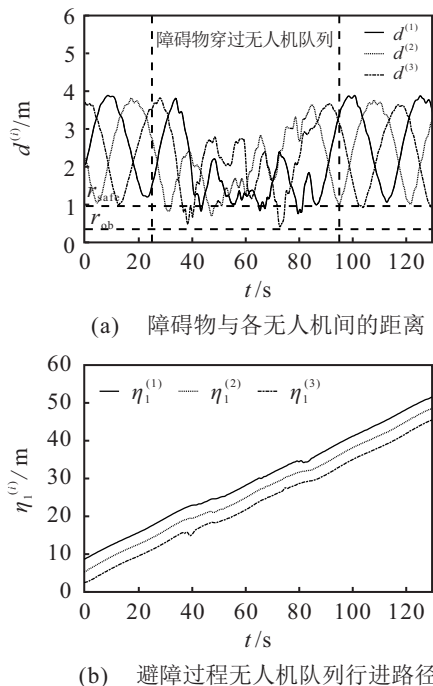


图5 无人机队列避障实验效果

由图5(a)可见, 在障碍物反复多次穿过无人机队列期望路径的过程中, 当队列中的无人机与障碍物之间的距离小于设定的安全半径时, 其能够在路径方向进行障碍规避, 并且任意一架无人机与障碍物之间的距离均大于设定的障碍物半径, 验证了避障算法的可

靠性和安全性. 图5(b)为无人机队列避障过程中在期望路径方向上行进的距离, 可以看出当队列中某一架无人机因躲避障碍物产生偏离时, 其他无人机在一定程度上能够与其保持相对的路径距离, 体现了队列内部的协同. 根据图6, 在无人机队列的避障过程中, 单架无人机的控制输入量始终在有限范围内, 符合实际运动系统情况. 上述避障飞行实验验证了所设计基于一致性的协同避障控制算法的有效性.

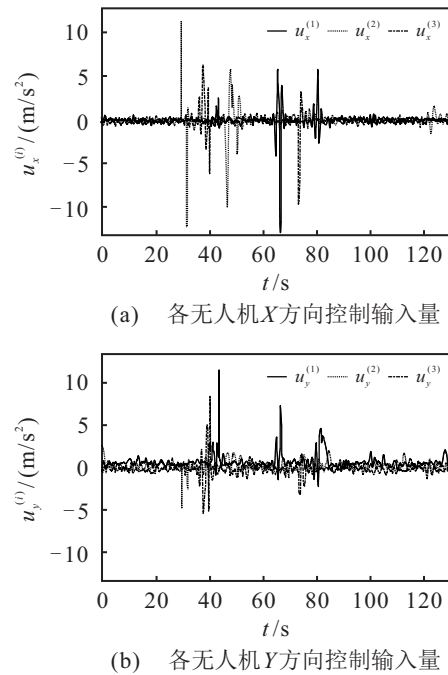


图6 无人机队列避障实验控制输入量

5 结论

本文针对多无人机巡航时的协同路径跟踪与避障问题, 采用TFL方法实现了巡航路径的跟踪控制; 设计基于一致性协议的协同避障控制算法, 使无人机以队列的方式在期望路径上达成一致, 同时实现了在路径方向上对障碍物的规避. 通过Lyapunov稳定性分析方法和LaSalle不变性原理证明了队列系统的稳定性; 进一步基于自主搭建的多无人机飞行实验平台进行室内飞行实验, 验证了控制算法设计的有效性. 实验结果表明, 所设计控制算法具有较好的跟踪与协同效果, 达成了多无人机的协同巡航目标, 并能够保障无人机队列在期望路径上行进过程中遇到障碍威胁时的安全性.

本文在实现多无人机巡航控制的过程中, 使用TFL方法对无人机动力学模型进行变换时, 没有考虑外部扰动对无人机运动状态的影响和建模不确定性对控制系统带来的影响, 下一步可考虑对模型和控制算法进行改进, 提升系统的鲁棒性. 针对巡航路径上的障碍物, 目前只给出沿路径方向的避障策略, 接下

来的研究可以结合智能算法进行避障过程的轨迹规划,同时考虑使用机载传感器进行环境障碍的自主检测和定位,提高环境适应能力。

参考文献(References)

- [1] 杜永浩, 邢立宁, 蔡昭权. 无人飞行器集群智能调度技术综述[J]. 自动化学报, 2020, 46(2): 222-241.
(Du Y H, Xing L N, Cai Z Q. Survey on intelligent scheduling technologies for unmanned flying craft clusters[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(2): 222-241.)
- [2] Simonsen A S, Ruud E L M. The application of a flexible leader-follower control algorithm to different mobile autonomous robots[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, 2021: 11561-11566.
- [3] Saif O, Fantoni I, Zavala-Río A. Distributed integral control of multiple UAVs: Precise flocking and navigation[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(13): 2008-2017.
- [4] Du C K, Liu X D, Ren W, et al. Finite-time consensus for linear multiagent systems via event-triggered strategy without continuous communication[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2020, 7(1): 19-29.
- [5] Nielsen C, Fulford C, Maggiore M. Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system[C]. American Control Conference. SaintLouis, 2009: 3045-3050.
- [6] Sun J W, Gill R. Vehicle platoon control with virtual path constraints[C]. IEEE Conference on Control Technology and Applications. Hong Kong, 2019: 456-461.
- [7] Kuriki Y, Namerikawa T. Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-UAV system[C]. American Control Conference. Portland, 2014: 2077-2082.
- [8] Zhou D J, Wang Z J, Schwager M. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 916-923.
- [9] Luo Y L, Huang X Y, Wu C F, et al. Enhanced artificial potential field-based moving obstacle avoidance for UAV in three-dimensional environment[C]. IEEE 16th International Conference on Control & Automation. Singapore, 2020: 177-182.
- [10] Han X, Wang J, Zhang Q Y, et al. Multi-UAV automatic dynamic obstacle avoidance with experience-shared A2C[C]. International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications. Barcelona, 2019: 330-335.
- [11] Lindqvist B, Mansouri S S, Agha-Mohammadi A A, et al. Nonlinear MPC for collision avoidance and control of UAVs with dynamic obstacles[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(4): 6001-6008.
- [12] Wang L, Ames A D, Egerstedt M. Safe certificate-based maneuvers for teams of quadrotors using differential flatness[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Singapore, 2017: 3293-3298.
- [13] 张玮, 马焱, 赵捍东, 等. 基于改进烟花-蚁群混合算法的智能移动体避障路径规划[J]. 控制与决策, 2019, 34(2): 335-343.
(Zhang W, Ma Y, Zhao H D, et al. Obstacle avoidance path planning of intelligent mobile based on improved fireworks-ant colony hybrid algorithm[J]. Control and Decision, 2019, 34(2): 335-343.)
- [14] Hladio A, Nielsen C, Wang D. Path following for a class of mechanical systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(6): 2380-2390.
- [15] 李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2423-2431.
(Li Z P, Xian B. Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(11): 2423-2431.)
- [16] 王丹丹, 宗群, 张博渊, 等. 多无人机完全分布式有限时间编队控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(12): 2656-2660.
(Wang D D, Zong Q, Zhang B Y, et al. Fully distributed finite-time formation control for multiple UAVs[J]. Control and Decision, 2019, 34(12): 2656-2660.)
- [17] 潘欢. 二阶多智能体一致性算法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012.
(Pan H. The investigation of consensus algorithms in second-order multi-agent systems[D]. Changsha: Central South University, 2012.)

作者简介

鲜斌(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统及其应用等研究, E-mail: xbin@tju.edu.cn;

许鸣镝(1997—), 男, 硕士生, 从事多无人机协同控制与避障方法的研究, E-mail: xumingdi@tju.edu.cn;

王岭(1978—), 男, 高级工程师, 从事导航、制导与控制系统等研究, E-mail: wangling_tju@tju.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)