

控制与决策

Control and Decision

串级连续搅拌反应釜的有限时间命令滤波控制

孔晓涵, 辛丽平, 柴欣生

引用本文:

孔晓涵, 辛丽平, 柴欣生. 串级连续搅拌反应釜的有限时间命令滤波控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2245–2254.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0199>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制](#)

Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints
控制与决策. 2022, 37(2): 361–369 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

[具有全状态约束和未建模动态的严格反馈系统有限时间自适应动态面控制](#)

Finite-time adaptive dynamic surface control for strict-feedback systems with full state constraints and unmodeled dynamics
控制与决策. 2022, 37(1): 108–118 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1023>

[参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计](#)

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty
控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

[线控转向系统的自适应高阶滑模控制](#)

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system
控制与决策. 2021, 36(6): 1529–1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

[一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制](#)

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems
控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

串级连续搅拌反应釜的有限时间命令滤波控制

孔晓涵¹, 辛丽平^{1,2†}, 柴欣生²

(1. 青岛理工大学 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266500;

2. 华南理工大学 轻工科学与工程学院, 广州 510630)

摘要: 针对串级连续搅拌反应釜系统的快速精准跟踪控制问题, 利用自适应反步控制方法、模糊逻辑系统、命令滤波器以及有限时间控制技术设计串级连续搅拌反应釜系统的有限时间命令滤波控制器. 其中, 自适应反步方法使系统控制器的设计更简单; 模糊逻辑系统通过逼近系统模型中的复杂非线性函数使控制器的在线计算量更小; 命令滤波器解决了经典反步法带来的“计算爆炸”的问题; 有限时间控制方法能够使系统被控量更迅速地跟踪其参考值; Lyapunov 稳定性分析证明了系统的稳定性. 通过 Matlab 实例仿真验证所设计控制器的有效性和可行性, 为有限时间命令滤波控制技术在串级连续搅拌反应釜过程中的应用提供指导. 与现有控制方法相比, 所提出的控制策略具有控制器结构简单、在线计算复杂度小、跟踪速度快以及无静差的优点.

关键词: 串级连续搅拌反应釜; 自适应反步控制; 有限时间; 命令滤波; 模糊控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0199

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 孔晓涵, 辛丽平, 柴欣生. 串级连续搅拌反应釜的有限时间命令滤波控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2245-2254.

Finite-time command filter control of cascade continuous stirred tank reactors

KONG Xiao-han¹, XIN Li-ping^{1,2†}, CHAI Xin-sheng²

(1. School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266500, China;

2. School of Light Industry and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510630, China)

Abstract: In this paper, a finite-time command filter adaptive fuzzy backstepping controller is designed for the cascade continuous stirred tank reactors system. The backstepping adaptive method makes the controller design of the cascade continuous stirred reactor system simpler. The fuzzy logic system is used to approximate the complex nonlinear function in the system dynamic model, which can reduce the on-line calculation of the controller. The command filter technique is able to solve the "computing explosion" problem caused by classical backstepping control. The finite-time control method makes all output signals of the system can converge the reference variables fast and robust. The stability of the closed-up system is proved by Lyapunov analysis. Finally, Matlab simulation results show the effectiveness of the proposed controller, and it provides guidance for the application of finite-time command filter control technology in cascade continuous stirred tank reactors. Compared with the existing controller, the controller has the advantages of simple controller structure, low on-line calculation complexity, fast tracking speed and no static error.

Keywords: cascade continuous stirred reactors; adaptive backstepping control; finite-time; command filter; fuzzy control

0 引言

串级连续搅拌反应釜(cascade continuous stirred tank reactors, CCSTR)是一种典型的具有高非线性、大时滞性、不确定性以及多工作点的化学反应器系

统,广泛应用于制药、生物、化工等过程工业. 由于目前对串级连续搅拌反应釜内部机制尚未有完全清楚的认知,反应釜内各环境因素间存在不明确的耦合影响以及釜内随机出现的反应死角,致使CCSTR

收稿日期: 2021-01-30; 录用日期: 2021-06-03.

基金项目: 山东省自然科学基金项目(ZR2021MF076, ZR2016FB04); 国家自然科学基金项目(201606141); 山东省重点研发项目(2018GHY115025); 中国博士后面项目(2018M642611); 南宁市科学研究与开发计划-重点研发类项目(20183045-2).

责任编辑: 牛玉刚.

†通讯作者. E-mail: lpxin@qut.edu.cn.

过程呈现严重的不稳定性和非线性. 当CCSTR系统受到外界干扰时, CCSTR过程的控制稳态极易被破坏, 导致CCSTR偏离指定工作点, 从而对产品质量和生产安全造成重大影响. 因此, CCSTR过程的控制问题, 尤其是CCSTR的反应温度和反应物浓度的跟踪控制问题一直备受关注^[1-4].

近年来, 随着不确定非线性系统的控制问题在神经网络/模糊逻辑自适应控制方面取得的显著性进步, CCSTR系统的控制问题有所突破, 许多研究者针对CCSTR系统提出了不同的控制算法^[5-9]. 文献[5]基于神经网络逼近特性提出了一种反步自适应CCSTR控制算法, 通过实例仿真验证了该算法的有效性. 文献[6-7]分别针对具有输入死区和输出约束的CCSTR系统分别设计了自适应控制器, 利用神经网络的性质逼近非线性复杂函数, 采用反步设计方法移除互联项以确保闭环系统中的信号有界, 并引入Lyapunov函数证明系统的稳定性. 文献[8]对具有外部时变扰动的多输入多输出非线性系统, 应用反步技术设计了一种 H_∞ 控制器, 并将该控制方法成功应用于CCSTR系统. 文献[9]针对具有干扰解耦问题的多输入多输出系统, 研究了基于反步法的自适应模糊控制方案, 该方案被应用于CCSTR系统的控制, 取得了很好的控制效果. 上述串联连续搅拌反应器的控制算法都是基于反步法设计系统控制器, 因为反步法可以简化非线性系统控制器的设计过程, 而且反步法与自适应控制方法相结合能够有效减小外界干扰信号对系统动态和静态性能的影响^[10-13]. 但是, 反步法需要对虚拟控制函数重复求导, 导致控制器的在线计算量剧增, 尤其是当系统阶数较高时(一般大于3)会出现“计算爆炸”的问题. 因此, 文献[14]设计了基于动态面控制的自适应反步CCSTR控制器, 该控制器在反步控制中引入一阶低通滤波器, 利用一阶滤波器的输出近似虚拟控制函数的导数, 从而避免对虚拟控制函数的求导, 解决了“计算爆炸”的问题. 但由于动态面控制方法没有考虑滤波器产生的滤波误差对系统控制品质的影响, 致使系统始终存在稳态偏差^[15-19]. 为了进一步解决稳态偏差的问题, 本文拟采用命令滤波技术设计CCSTR系统的控制器, 通过引入滤波误差补偿信号消除被控变量的跟踪偏差. 考虑到CCSTR系统的现有控制器均为使系统渐近稳定的, 无法实现系统被控量在有限时间内跟踪指定值, 本文拟采用有限时间控制技术^[20-23], 以实现CCSTR过程的快速精准控制.

本文基于有限时间和命令滤波技术设计了

CCSTR系统的自适应反步控制器, 并采用模糊逻辑系统逼近CCSTR数学模型中的复杂非线性函数, 采用Lyapunov稳定性分析证明CCSTR闭环系统的稳定性. 本文提出了新的虚拟控制函数、实际控制输入函数和误差补偿函数, 通过Matlab实例仿真验证所设计的控制器能够在更短的时间内使CCSTR系统的被控变量无偏差地跟踪参考值, 实现CCSTR过程的快速精准控制, 从而为有限时间命令滤波控制技术在串级连续搅拌反应器过程中的应用提供指导. 与现有控制方法相比, 所提出控制策略具有控制器结构简单、在线计算复杂度小、跟踪速度快以及无静差的优点.

1 系统描述

一个发生不可逆放热反应的串级连续搅拌反应器动力学模型为

$$\begin{aligned} \frac{dC_{A1}}{dt} &= \frac{Q_0 C_{A0}}{V} - \frac{(Q + Q_R) C_{A1}}{V} + \frac{Q_R C_{A2}}{V} - \alpha C_{A1} e^{-\frac{E}{RT_1}}, \\ \frac{dC_{A2}}{dt} &= \frac{(Q + Q_R) C_{A1}}{V} - \frac{(Q + Q_R) C_{A2}}{V} - \alpha C_{A2} e^{-\frac{E}{RT_2}}; \\ \frac{dT_1}{dt} &= \frac{Q_0 T_0}{V} - \frac{(Q + Q_R) T_1}{V} + \frac{Q_R T_2}{V} - \frac{\alpha \lambda C_{A1} e^{-\frac{E}{RT_1}}}{\rho c_p} - \frac{UA(T_1 - T_{j1})}{\rho c_p V}, \\ \frac{dT_2}{dt} &= \frac{(Q_0 + Q_R) T_1}{V} - \frac{(Q + Q_R) T_2}{V} - \frac{\alpha \lambda C_{A2} e^{-\frac{E}{RT_2}}}{\rho c_p} - \frac{UA(T_2 - T_{j2})}{\rho c_p V}; \\ \frac{dT_{j1}}{dt} &= \frac{Q_{j1}}{V_j} (T_{j10} - T_{j1}) + \frac{UA}{\rho_j c_j V_j} (T_1 - T_{j1}), \\ \frac{dT_{j2}}{dt} &= \frac{Q_{j2}}{V_j} (T_{j20} - T_{j2}) + \frac{UA}{\rho_j c_j V_j} (T_2 - T_{j2}). \end{aligned} \quad (1)$$

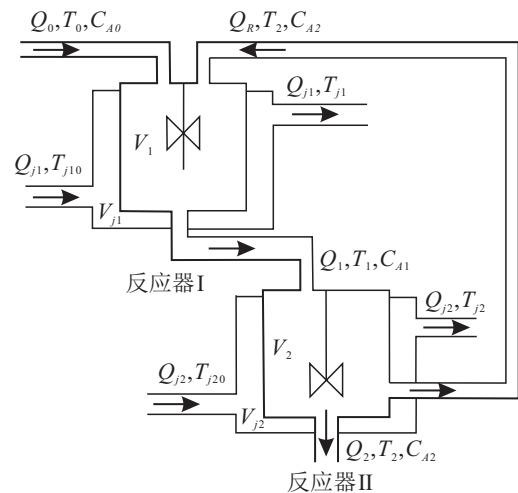


图1 串级连续搅拌反应器系统

图1为可循环串级连续搅拌反应釜系统原理图, 系统中各符号所代表的变量如表1所示. C_{A2} 、 T_0 、 T_1 、 T_2 、 T_{j1} 、 T_{j2} 、 T_{j10} 、 T_{j20} 的期望值分别记作 C_{A2}^d 、 T_0^d 、 T_1^d 、 T_2^d 、 T_{j1}^d 、 T_{j2}^d 、 T_{j10}^d 、 T_{j20}^d , 其参数值将在后文给出. 在串联的两个反应釜中发生不可逆的放热反应, 在两个反应器外侧设计冷却层, 使反应釜的温度恒定. 假定冷却层体积为 $V_{j1} = V_{j2} = V_j$, 反应器体积为 $V_1 = V_2 = V$, 反应物流速为 $Q_0 = Q_2 = Q$, $Q_1 = Q + Q_R$.

表1 串级连续搅拌反应釜系统中各符号含义

符号	含义
Q_0	反应物 A 流入反应器 I 的流速
Q_1	反应物 A 流出反应器 I 的流速
Q_2	反应物 A 流出反应器 II 的流速
Q_R	反应器 II 反馈至反应器 I 的反应物 A 的流速
Q_{j1}	反应器 I 冷却水流入与流出时的流速
Q_{j2}	反应器 II 冷却水流入与流出时的流速
T_0	反应物 A 流入反应器 I 的温度
T_1	反应器 I 内的温度
T_2	反应器 II 内的温度
T_{j10}	反应器 I 冷却水流入时的温度
T_{j1}	反应器 I 冷却水流出时的温度
T_{j20}	反应器 II 冷却水流入时的温度
T_{j2}	反应器 II 冷却水流出时的温度
C_{A0}	反应物 A 流入反应器 I 的浓度
C_{A1}	反应器 I 中反应物 A 的浓度
C_{A2}	反应器 II 中反应物 A 的浓度
V_1	反应器 I 的体积
V_{j1}	反应器 I 冷却层的体积
V_2	反应器 II 的体积
V_{j2}	反应器 II 冷却层的体积
ρ	反应物密度
ρ_j	冷却水密度
c_p	反应物比热容
c_j	冷却水比热容
λ	反应物 A 的焓
R	普适气体常数
E	活化能
α	反应速率常数

令 $x_{11} = C_{A2} - C_{A2}^d$, $x_{12} = f_2$, $x_{21} = T_2 - T_2^d$, $x_{22} = T_{j2} - T_{j2}^d$, $x_{31} = T_1 - T_1^d$, $x_{32} = T_{j1} - T_{j1}^d$. 由此, 连续搅拌反应釜的动力学模型为

$$\dot{x}_{11} = a_{11}x_{11}, \dot{x}_{12} = a_{12}u_1, y_1 = x_{11}; \quad (2)$$

$$\dot{x}_{21} = a_{21}x_{22} + \phi_{21} + \Phi x_{31},$$

$$\dot{x}_{22} = a_{22}u_2 + \phi_{22}, y_2 = x_{21}; \quad (3)$$

$$\dot{x}_{31} = a_{31}x_{32} + \phi_{31} + \Psi \omega,$$

$$\dot{x}_{32} = a_{32}u_3 + \phi_{32}, y_3 = x_{31}. \quad (4)$$

其中

$$a_{11} = 1, a_{12} = 1, a_{21} = UA/(\rho c_p V),$$

$$a_{22} = Q_{j2}/V_j, a_{31} = UA/(\rho c_p V),$$

$$a_{32} = Q_{j1}/V_j, \Psi = Q_0/V, \Phi = Q + Q_R/V,$$

$$u_1 = [(Q + Q_R)Q_0 C_{A0}]/V^2 + f_4,$$

$$u_2 = T_{j20} - T_{j20}^d, u_3 = T_{j10} - T_{j10}^d,$$

$$\omega = T_0 - T_0^d,$$

$$\begin{aligned} \phi_{21} = & (Q + Q_R)T_1^d/V - (Q + Q_R)(x_{21} + T_2^d)/V - \\ & \alpha\lambda(x_{11} + C_{A2}^d)e^{-E/[R(x_{21} + T_2^d)]}/(\rho c_p) - \\ & UA(x_{21} + T_2^d - T_{j2}^d)/(\rho c_p V), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{22} = & Q_{j2}(T_{j20}^d - x_{22} - T_{j2}^d)/V + \\ & UA(x_{21} + T_2^d - x_{22} - T_{j2}^d)/(\rho_j c_j V_j), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{31} = & Q_0 T_0^d/V - (Q + Q_R)(x_{31} + T_1^d)/V - \\ & \alpha\lambda C_{A1}e^{-E/[R(x_{31} + T_1^d)]}/(\rho c_p) + \\ & Q_R(x_{21} + T_2^d)/V - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & UA(x_{31} + T_1^d - T_{j1}^d)/(\rho c_p V), \\ \phi_{32} = & Q_{j1}(T_{j10}^d - x_{32} - T_{j1}^d)/V_j + \\ & UA(x_{31} + T_1^d - x_{32} - T_{j1}^d)/(\rho_j c_j V_j), \end{aligned}$$

$$f_1 = -(Q + Q_R)C_{A1}/V + Q_R C_{A2}/V -$$

$$\begin{aligned} & \alpha C_{A1}e^{-E/(RT_1)}, \\ f_2 = & (Q + Q_R)C_{A1}/V - (Q + Q_R)C_{A2}/V - \\ & \alpha C_{A2}e^{-E/(RT_2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3 = & (Q + Q_R)T_1/V - UA(T_2 - T_{j2})/(\rho c_p V) - \\ & (Q + Q_R)T_2/V - \alpha\lambda C_{A2}e^{-E/(RT_2)}/(\rho c_p), \\ f_4 = & (Q + Q_R)f_1/V - f_2Q + Q_R/V - \\ & \alpha EC_{A2}e^{-E/(RT_2)}f_3/(RT_2^2) - \\ & f_2\alpha e^{-E/(RT_2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{A1} = & V(x_{12} + (Q + Q_R)(x_{11} + C_{A2}^d))/V + \\ & \alpha(x_{11} + C_{A2}^d)e^{-E/[R(x_{21} + T_2^d)]}/(Q + Q_R). \end{aligned}$$

针对串级连续搅拌反应釜, 应用自适应反步法设计有限时间命令滤波控制器, 实现反应物浓度和温度在有限时间内快速达到期望值并保持恒定, 即系统输出信号在有限时间内收敛到零的较小邻域内.

模糊逻辑系统具有良好的函数逼近能力, 能够精确逼近任意光滑的非线性连续函数, 常用于控制工程. 系统中的非线性复杂函数不易直接用于控制器, 故在有限时间命令滤波控制器中应用模糊逻辑系统逼近复杂的非线性连续函数.

引理1 非线性连续函数 $f(x)$ 将利用以下模糊逻辑系统近似:

模糊逻辑系统具有良好的函数逼近能力, 能够精确逼近任意光滑的非线性连续函数, 常用于控制工程. 系统中的非线性复杂函数不易直接用于控制器, 故在有限时间命令滤波控制器中应用模糊逻辑系统逼近复杂的非线性连续函数.

引理1 非线性连续函数 $f(x)$ 将利用以下模糊逻辑系统近似:

$$f(x) = W^T S(x) + \epsilon(x).$$

其中: $S(X) = [P_1(x), P_2(x), \dots, P_N(x)]^T / \sum_{i=1}^n P_i(x)$ 为模糊基向量, $N > 1$ 为模糊规则的数量, $\epsilon(x)$ 为近似误差, $W = [W_1, W_2, \dots, W_N]^T$ 为最优权向量. 模糊

基向量用高斯函数表示为

$$P_i(x) = \exp\left[\frac{-(x - \mu_i)^T(x - \mu_i)}{2\eta_i^2}\right].$$

其中: $\mu_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{in}]$ 为中心向量, η_i 为高斯函数宽度. $W, \epsilon(x)$ 有界且 $\|W\| \leq \bar{W}, \|\epsilon(x)\| \leq \bar{\epsilon}$, \bar{W} 和 $\bar{\epsilon}$ 为任意标量.

引理2 命令滤波器定义为

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_n \varphi_2, \quad (5)$$

$$\dot{\varphi}_2 = -2\zeta\omega_n \varphi_2 - \omega_n(\varphi_1 - \alpha_1). \quad (6)$$

若输入信号 α_1 满足 $|\dot{\alpha}_1| \leq \rho_1$ 和 $|\ddot{\alpha}_1| \leq \rho_2$ 对于任意 $t \geq 0$ 均成立, ρ_1 和 ρ_2 均为正常数, 且 $\varphi_1(0) = \alpha_1(0)$, $\varphi_2(0) = 0$, 则对于任意 $\mu > 0$, 必然存在 $\omega_n > 0$ 和 $\zeta \in (0, 1)$, 使得 $|(\varphi_1 - \alpha_1)| \leq \mu, |\dot{\varphi}_1|, |\ddot{\varphi}_1|$ 均是有界的.

引理3 假设在微分方程的输入信号中检测到了有界的内部扰动, 如 $|(\varphi_i - \alpha_r)| \leq \kappa$, 那么在有限的时间内, 对于正常数 v_i 和 \bar{r}_i , 有

$$|(\varphi_i - \alpha_r)| \leq v_1 \kappa^{(n+2-i)/(n+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$|(v_j - \alpha_{r(j+1)})| \leq \bar{r}_j \kappa^{(n+1-j)/(n+1)},$$

$$j = 1, 2, \dots, n-1.$$

其中 $\alpha_{r(j+1)}$ 为 α_r 的 j 阶导数. 由此得

$$|(\varphi_1 - \alpha_r)| \leq v_1 \kappa = \bar{\omega}_1,$$

$$|(v_1 - \dot{\alpha}_r)| \leq \bar{r}_1 \kappa^{1/2} = \bar{\omega}_1.$$

其中: 常数 $v_1 > 0, \bar{r}_1 > 0$, 且取决于二阶微分方程的参数设计; 常数 $\bar{\omega}_1 > 0, \bar{\omega}_1 > 0$.

2 连续反应釜的有限时间命令滤波器设计

利用命令滤波技术、有限时间控制和模糊反步法设计串级连续搅拌反应釜的控制器, 设计步骤如下.

step 1: 定义跟踪误差为 $z_{11} = x_{11} - x_{1d}, z_{12} = x_{12} - x_{1,c}$. 设计命令滤波器的补偿跟踪误差信号为 $v_{11} = z_{11} - \xi_{11}$, 其中 $x_{1d} = 0$.

选取 Lyapunov 函数 $V_{11} = v_{11}^2/2$, 对 V_{11} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{11} &= v_{11}(x_{12} + \dot{x}_{1d} - \dot{\xi}_{11}) = \\ &v_{11}(z_{12} + \alpha_1 + x_{1,c} - \alpha_1 - \dot{\xi}_{11}). \end{aligned} \quad (7)$$

选取虚拟控制函数及误差补偿函数为

$$\alpha_1 = -k_{11}z_{11} + \dot{x}_{1d} - s_{11}v_{11}^\gamma, \quad (8)$$

$$\dot{\xi}_{11} = -k_{11}\xi_{11} + \xi_{12} + (x_{1,c} - \alpha_1) - l_{11}\text{sign}(\xi_{11}). \quad (9)$$

其中: 常数 $k_{11} > 0, s_{11} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{11} > 0$. 将式(8)和(9)代入(7), 得

$$\dot{V}_{11} = -k_{11}v_{11}^2 + v_{11}v_{12} - s_{11}v_{11}^{\gamma+1} + l_{11}v_{11}\text{sign}(\xi_{11}).$$

step 2: 定义命令滤波器补偿跟踪误差信号 $v_{12} =$

$z_{12} - \xi_{12}$, 选取 Lapunov 函数 $V_{12} = V_{11} + v_{12}^2/2$, 对 V_{12} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{12} &= \dot{V}_{11} + v_{12}(u_1 - \dot{x}_{1,c} - \dot{\xi}_{12}) = \\ &-k_{11}v_{11}^2 + v_{11}v_{12} - s_{11}v_{11}^{\gamma+1} + \\ &l_{11}v_{11}\text{sign}(\xi_{11}) + v_{12}(u_1 - \dot{x}_{1,c} - \dot{\xi}_{12}). \end{aligned} \quad (10)$$

定义未知函数 $F_{12}(X_{12}) = -\dot{x}_{1,c}$, 基于模糊逻辑系统的普遍近似性, F_{12} 可表示为

$$F_{12}(X_{12}) = W_{12}^T S_{12}(X_{12}) + \epsilon_{12}.$$

其中: $X_{12} = [x_{11}, x_{12}]$; $\|\epsilon_{12}\| \leq \bar{\epsilon}_{12}$, ϵ_{12} 为近似误差, $\bar{\epsilon}_{12}$ 为任意正数. 由杨氏不等式, 得

$$\begin{aligned} v_{12}F_{12} &\leq \frac{1}{2h_{12}^2}v_{12}^2\|W_{12}\|^2 S_{12}^T S_{12} + \\ &\frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}v_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{12}^2, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 l_{12} 为任意正数. 选取实际控制输入函数及误差补偿函数为

$$\begin{aligned} u_1 &= -k_{12}z_{12} - \frac{1}{2h_{12}^2}v_{12}\hat{\theta}S_{12}^T S_{12} - z_{11} - \\ &\frac{1}{2}v_{12} - s_{12}v_{12}^\gamma, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_{12} = -k_{12}\xi_{12} - \xi_{11} - l_{12}\text{sign}(\xi_{12}). \quad (13)$$

其中: 常数 $k_{12} > 0, s_{12} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{12} > 0$; $\hat{\theta}$ 为 θ 的估计值, θ 的定义将在 step 7 给出. 将式(11)~(13)代入(10), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{12} &= -k_{11}v_{11}^2 - k_{12}v_{12}^2 + \frac{1}{2h_{12}^2}v_{12}(\|W_{12}\| - \\ &\hat{\theta})S_{12}^T S_{12} - s_{11}v_{11}^{\gamma+1} - s_{12}v_{12}^{\gamma+1} + \\ &l_{11}v_{11}\text{sign}(\xi_{11}) + l_{12}v_{12}\text{sign}(\xi_{12}) + \\ &\frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{12}^2. \end{aligned}$$

step 3: 定义跟踪误差为 $z_{21} = x_{21} - x_{2d}, z_{22} = x_{22} - x_{2,c}$. 设计命令滤波器的补偿跟踪误差信号为 $v_{21} = z_{21} - \xi_{21}$, 其中 $x_{2d} = 0$.

选取 Lapunov 函数 $V_{21} = V_{12} + \frac{1}{2a_{21}}v_{21}^2$, 对 V_{21} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{21} &= \dot{V}_{12} + v_{21}[z_{22} + \alpha_2 + x_{2,c} - \alpha_2] + \\ &v_{21}\left[-\frac{1}{a_{21}}\dot{\xi}_{21} + \frac{1}{a_{21}}(\phi_{21} + \Phi x_{31})\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

定义未知函数

$$F_{21}(X_{21}) = \frac{1}{a_{21}}(\phi_{21} + \Phi x_{31}).$$

基于模糊逻辑系统的普遍近似性, F_{12} 可表示为

$$F_{21}(X_{21}) = W_{21}^T S_{21}(X_{21}) + \epsilon_{21}.$$

其中: $X_{21} = [x_{11}, x_{12}, x_{21}]$; $\|\epsilon_{21}\| \leq \bar{\epsilon}_{21}$, ϵ_{21} 为近似误

差, $\bar{\epsilon}_{21}$ 为任意正数. 由杨氏不等式, 得

$$v_{21}F_{21} \leq \frac{1}{2h_{21}^2}v_{21}^2\|W_{21}\|^2S_{21}^TS_{21} + \frac{1}{2}h_{21}^2 + \frac{1}{2}v_{21}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{21}^2, \quad (15)$$

其中 l_{21} 为任意正数. 选取虚拟控制函数及误差补偿函数为

$$\alpha_2 = -k_{21}z_{21} - \frac{1}{2h_{21}^2}v_{21}\hat{\theta}S_{21}^TS_{21} - \frac{1}{2}v_{21} - s_{21}v_{21}^\gamma, \quad (16)$$

$$\dot{\xi}_{21} = a_{21}[-k_{21}\xi_{21} + \xi_{22} + (x_{2,c} - \alpha_2) - l_{21}\text{sign}(\xi_{21})]. \quad (17)$$

其中: 常数 $k_{21} > 0, s_{21} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{21} > 0$. 将式 (15)~(17) 代入 (14), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{21} = & \dot{V}_{12} - k_{21}v_{21}^2 + v_{21}v_{22} + \\ & \frac{1}{2h_{21}^2}v_{21}^2(\|W_{21}\| - \hat{\theta})S_{21}^TS_{21} - s_{21}v_{21}^{\gamma+1} + \\ & v_{21}l_{21}\text{sign}(\xi_{21}) + \frac{1}{2}h_{21}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{21}^2. \end{aligned}$$

step 4: 设计命令滤波器的补偿跟踪误差信号为 $v_{22} = z_{22} - \xi_{22}$. 选取 Lapunov 函数 $V_{22} = V_{21} + \frac{1}{2a_{22}}v_{22}^2$, 对 V_{22} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{22} = & \dot{V}_{12} - k_{21}v_{21}^2 + v_{21}v_{22} - s_{21}v_{21}^{\gamma+1} + \frac{1}{2}h_{21}^2 + \\ & \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{21}^2 + \frac{1}{2h_{21}^2}v_{21}^2(\|W_{21}\| - \hat{\theta})S_{21}^TS_{21} + \\ & v_{21}l_{21}\text{sign}(\xi_{21}) + v_{22}[u_2 - \dot{\xi}_{22}/a_{22} + \\ & (\phi_{22} - x_{2,c})/a_{22}]. \end{aligned} \quad (18)$$

定义未知函数

$$F_{22}(X_{22}) = \frac{1}{a_{22}}(\phi_{22} - x_{2,c}).$$

基于模糊逻辑系统的普遍近似性, F_{22} 可表示为

$$F_{22}(X_{22}) = W_{22}^TS_{22}(X_{22}) + \bar{\epsilon}_{22}.$$

其中: $X_{22} = [x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, \hat{\theta}]$; $\|\epsilon_{22}\| \leq \bar{\epsilon}_{22}$, ϵ_{22} 为近似误差, $\bar{\epsilon}_{22}$ 为任意正数. 由杨氏不等式, 得

$$v_{22}F_{22} \leq \frac{1}{2h_{22}^2}v_{22}^2\|W_{22}\|^2S_{22}^TS_{22} + \frac{1}{2}h_{22}^2 + \frac{1}{2}v_{22}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{22}^2, \quad (19)$$

其中 l_{22} 为任意正数. 选取实际控制输入函数及误差补偿函数为

$$u_2 = -k_{22}z_{22} - \frac{1}{2h_{22}^2}v_{22}\hat{\theta}S_{22}^TS_{22} - z_{21} - \frac{1}{2}v_{22} - s_{22}v_{22}^\gamma, \quad (20)$$

$$\dot{\xi}_{22} = a_{22}[-k_{22}\xi_{22} - \xi_{21} - l_{22}\text{sign}(\xi_{22})]. \quad (21)$$

其中: 常数 $k_{22} > 0, s_{22} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{22} > 0$. 将式

(19)~(21) 代入 (18), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{22} \leq & \dot{V}_{12} - k_{21}v_{21}^2 - k_{22}v_{22}^2 - s_{21}v_{21}^{\gamma+1} - s_{22}v_{22}^{\gamma+1} + \\ & \frac{1}{2h_{21}^2}v_{21}^2(\|W_{21}\| - \hat{\theta})S_{21}^TS_{21} + v_{21}l_{21}\text{sign}(\xi_{21}) + \\ & \frac{1}{2h_{22}^2}v_{22}^2(\|W_{22}\| - \hat{\theta})S_{22}^TS_{22} + v_{22}l_{22}\text{sign}(\xi_{22}) + \\ & \frac{1}{2}h_{21}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{21}^2 + \frac{1}{2}h_{22}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{22}^2. \end{aligned}$$

step 5: 定义跟踪误差为 $z_{31} = x_{31} - x_{3d}, z_{32} = x_{32} - x_{3,c}$. 设计命令滤波器的补偿跟踪误差信号为 $v_{31} = z_{31} - \xi_{31}$, 其中 $x_{3d} = 0$. 选取 Lapunov 函数 $V_{31} = V_{22} + \frac{1}{2a_{31}}v_{31}^2$, 对 V_{31} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{31} = & \dot{V}_{22} + v_{31} \left[z_{32} + \alpha_3 + x_{3,c} - \alpha_3 + \right. \\ & \left. \frac{1}{a_{31}}(\phi_{31} + \Psi\omega - \dot{\xi}_{31}) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

定义未知函数

$$F_{31}(X_{31}) = \frac{1}{a_{31}}(\phi_{31} + \Psi\omega).$$

基于模糊逻辑系统的普遍近似性, F_{31} 可表示为

$$F_{31}(X_{31}) = W_{31}^TS_{31}(X_{31}) + \epsilon_{31}.$$

其中: $X_{31} = [x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{31}]$; $\|\epsilon_{31}\| \leq \bar{\epsilon}_{31}$, ϵ_{31} 为近似误差, $\bar{\epsilon}_{31}$ 为任意正数. 由杨氏不等式, 得

$$v_{31}F_{31} \leq \frac{1}{2h_{31}^2}v_{31}^2\|W_{31}\|^2S_{31}^TS_{31} + \frac{1}{2}h_{31}^2 + \frac{1}{2}v_{31}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{31}^2, \quad (23)$$

其中 l_{31} 为任意正数. 选取虚拟控制函数及误差补偿函数为

$$\alpha_3 = -k_{31}z_{31} - \frac{1}{2h_{31}^2}v_{31}\hat{\theta}S_{31}^TS_{31} - \frac{1}{2}v_{31} - s_{31}v_{31}^\gamma, \quad (24)$$

$$\dot{\xi}_{31} = a_{31}[-k_{31}\xi_{31} + \xi_{32} + (x_{3,c} - \alpha_3) - l_{31}\text{sign}(\xi_{31})]. \quad (25)$$

其中: 常数 $k_{31} > 0, s_{31} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{31} > 0$. 将式 (23)~(25) 代入 (22), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{31} \leq & \dot{V}_{22} - k_{31}v_{31}^2 + v_{31}v_{32} + \\ & \frac{1}{2h_{31}^2}v_{31}^2(\|W_{31}\| - \hat{\theta})S_{31}^TS_{31} - s_{31}v_{31}^{\gamma+1} + \\ & v_{31}l_{31}\text{sign}(\xi_{31}) + \frac{1}{2}h_{31}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{31}^2. \end{aligned}$$

step 6: 设计命令滤波器的补偿跟踪误差信号为 $v_{32} = z_{32} - \xi_{32}$. 选取 Lapunov 函数 $V_{32} = V_{31} + \frac{1}{2a_{32}}v_{32}^2$, 对 V_{32} 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{32} = & \dot{V}_{31} - k_{31}v_{31}^2 + v_{31}v_{32} - s_{31}v_{31}^{\gamma+1} + \frac{1}{2}h_{31}^2 + \\ & \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{31}^2 + \frac{1}{2h_{31}^2}v_{31}^2(\|W_{31}\| - \hat{\theta})S_{31}^TS_{31} + \end{aligned}$$

$$v_{31}l_{31}\text{sign}(\xi_{31}) + v_{32}\left[u_3 - \frac{1}{a_{32}}\dot{\xi}_{32} + \frac{1}{a_{32}}(\phi_{32} - x_{3,c})\right]. \quad (26)$$

定义未知函数

$$F_{32}(X_{32}) = \frac{1}{a_{32}}(\phi_{32} - x_{3,c}).$$

基于模糊逻辑系统的普遍近似性, F_{32} 可表示为

$$F_{32}(X_{32}) = W_{32}^T S_{32}(X_{32}) + \epsilon_{32}.$$

其中: $X_{32} = [x_{11}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, \hat{\theta}]$; $\|\epsilon_{32}\| \leq \bar{\epsilon}_{32}$, ϵ_{32} 为近似误差, $\bar{\epsilon}_{32}$ 为任意正数. 由杨氏不等式, 得

$$v_{32}F_{32} \leq \frac{1}{2h_{32}^2}v_{32}^2\|W_{32}\|^2S_{32}^T S_{32} + \frac{1}{2}h_{32}^2 + \frac{1}{2}v_{32}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{32}^2, \quad (27)$$

其中 l_{32} 为任意正数. 选取实际控制输入函数及误差补偿函数为

$$u_3 = -k_{32}z_{32} - \frac{1}{2h_{32}^2}v_{32}\hat{\theta}S_{32}^T S_{32} - z_{31} - \frac{1}{2}v_{32} - s_{32}v_{32}^\gamma, \quad (28)$$

$$\dot{\xi}_{32} = a_{32}[-k_{32}\xi_{32} - \xi_{31} - l_{32}\text{sign}(\xi_{32})]. \quad (29)$$

其中: 常数 $k_{32} > 0, s_{32} > 0, 0 < \gamma < 1, l_{32} > 0$. 将式 (27)~(29) 代入 (26), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{32} \leq & \dot{V}_{22} - k_{31}v_{31}^2 - k_{32}v_{32}^2 - s_{31}v_{31}^{\gamma+1} - s_{32}v_{32}^{\gamma+1} + \\ & \frac{1}{2h_{31}^2}v_{31}^2(\|W_{31}\| - \hat{\theta})S_{31}^T S_{31} + v_{31}l_{31}\text{sign}(\xi_{31}) + \\ & \frac{1}{2h_{32}^2}v_{32}^2(\|W_{32}\| - \hat{\theta})S_{32}^T S_{32} + v_{32}l_{32}\text{sign}(\xi_{32}) + \\ & \frac{1}{2}h_{31}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{31}^2 + \frac{1}{2}h_{32}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{32}^2 \leq \\ & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (-k_{ij}v_{ij}^2 - s_{ij}v_{ij}^{\gamma+1} + v_{ij}l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij})) + \\ & \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{12}^2 + \frac{1}{2h_{12}^2}v_{12}^2(\|W_{12}\| - \hat{\theta})S_{12}^T S_{12} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=2}^3 \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1}{h_{ij}^2}v_{ij}^2(\|W_{ij}\| - \hat{\theta})S_{ij}^T S_{ij} + h_{ij}^2 + \bar{\epsilon}_{ij}^2 \right). \end{aligned}$$

图2为CCSTR系统的控制框图.

注1 所设计的控制器是在自适应命令滤波控制器的基础上进行改进, 在虚拟控制函数和实际控制输入函数中, 采用分数次幂状态反馈量 $-s_{ij}v_{ij}^\gamma (i = 1, 2, 3, j = 1, 2)$ 实现了有限时间特性, 使控制器在更短的时间内达到期望的控制效果. 自适应命令滤波控制器中的误差补偿函数仅能保证误差补偿系统的一致有界性, 因此在误差补偿函数中引入 $-l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij}) (i = 1, 2, 3, j = 1, 2)$ 保证了误差补偿的有限时间稳定性, 更快地完成误差补偿.

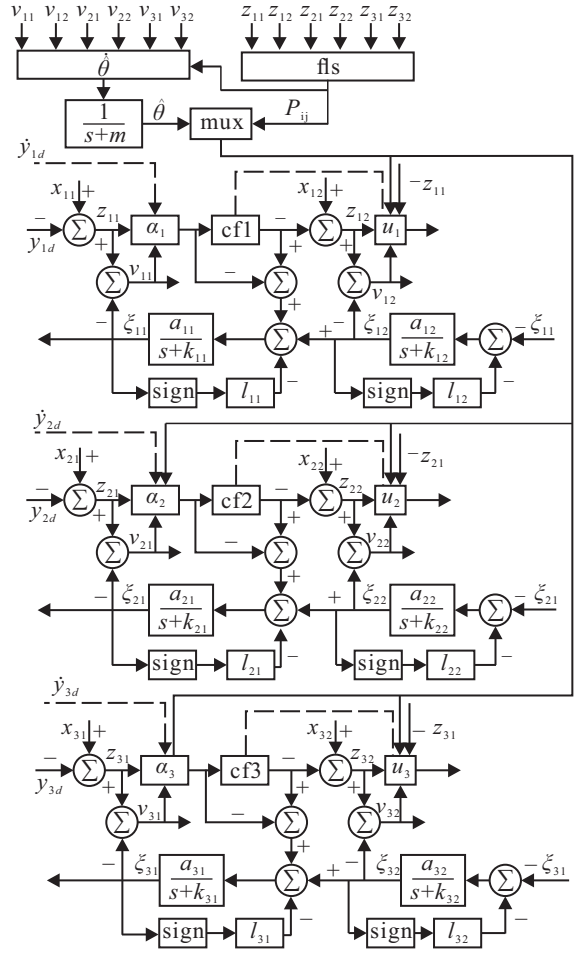


图2 CCSTR系统的控制框图

step 7: 定义 $\theta = \max\|W_{ij}^2\|, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$. 选取Laypunov 函数为 $V_\theta = \frac{1}{2r_1}\tilde{\theta}^2 + V_{32}$. 假设 $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta = & \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} + \dot{V}_{32} = \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}} + \dot{V}_{32} \leq \\ & \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (-k_{ij}v_{ij}^2 - s_{ij}v_{ij}^{\gamma+1} + v_{ij}l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij})) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (h_{ij}^2 + \bar{\epsilon}_{ij}^2) + \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}_{12}^2 + \\ & \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\left(\dot{\hat{\theta}} - \frac{r_1}{2h_{12}^2}v_{12}^2S_{12}^T S_{12} - \sum_{i=2}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{r_1}{2h_{ij}^2}v_{ij}^2S_{ij}^T S_{ij}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

选取自适应控制率为

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{r_1}{2h_{12}^2}v_{12}^2S_{12}^T S_{12} + r_1 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2h_{ij}^2}v_{ij}^2S_{ij}^T S_{ij} - m_1\hat{\theta}. \quad (31)$$

3 稳定性分析

将式(31)代入 \dot{V}_θ , 得

$$\dot{V}_\theta = \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} + \dot{V}_{32} = \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}} + \dot{V}_{32} \leq$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (-k_{ij}v_{ij}^2 - s_{ij}v_{ij}^{\gamma+1} + v_{ij}l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij})) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (h_{ij}^2 + \bar{e}_{ij}^2) + \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{e}_{12}^2 - \frac{1}{r_1}\tilde{\theta}\hat{\theta}. \quad (32)$$

由 $-\tilde{\theta}\hat{\theta} = -\tilde{\theta}(\tilde{\theta} + \theta) = -\tilde{\theta}^2 - \tilde{\theta}\theta$ 和杨氏不等式, 得

$$-\tilde{\theta}\hat{\theta} \leq -\frac{\tilde{\theta}^2}{2} + \frac{\theta^2}{2},$$

$$v_{ij}l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij}) \leq \frac{l_{ij}}{2}[\text{sign}(\xi_{ij})]^2 + \frac{l_{ij}}{2}v_{ij}^2.$$

其中: $i=1, 2, 3, j=1, 2$. 将上式代入式(32), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &\leq \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \left(-k_{ij}v_{ij}^2 + \frac{l_{ij}}{2}v_{ij}^2 \right) - \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{e}_{12}^2 - \frac{3m_1}{4r_1}\tilde{\theta}^2 + \frac{m_1}{2r_1}\theta^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 s_{ij}(v_{ij}^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{l_{ij}}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (h_{ij}^2 + \bar{e}_{ij}^2) \leq \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \left(-k_{ij}v_{ij}^2 + \frac{l_{ij}}{2}v_{ij}^2 \right) - \frac{m_1}{2r_1}\tilde{\theta}^2 + \left(\frac{m_1}{2r_1}\tilde{\theta}^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2}} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 s_{ij}(v_{ij}^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{l_{ij}}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (h_{ij}^2 + \bar{e}_{ij}^2) + \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{e}_{12}^2 + \frac{m_1}{r_1}\theta^2 \leq -aV - bV^{\frac{\gamma+1}{2}} + c. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} a &= \min\{2k_{11} - l_{11}, 2k_{12} - l_{12}, 2k_{21} - l_{21}, 2k_{22} - l_{22}, 2k_{31} - l_{31}, 2k_{32} - l_{32}, m_1/2\}, \\ b &= \min\{s_{11}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, s_{12}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, s_{21}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, s_{22}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, s_{31}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, s_{32}2^{\frac{\gamma+1}{2}}, m_1\}, \\ c &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{l_{ij}}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (h_{ij}^2 + \bar{e}_{ij}^2) + \frac{1}{2}h_{12}^2 + \frac{1}{2}\bar{e}_{12}^2. \end{aligned}$$

注2 对于非Lipschitz连续自治系统 $\dot{x} = f(x)$, $f(0) = 0, x \in R^n$. 设 $V(x)$ 为定义在原点一个邻域 $U \in R^n$ 上的具有一阶连续导数的函数, 且实数 $c > 0, 0 < \alpha < 1$, 使得: 1) $V(x)$ 在 U 上是正定的; 2) $\dot{V}(x) + cV^\alpha \leq 0, \forall x \in U$. 则该系统在原点处是局部有限时间稳定的. 而在渐近稳定的情况下, 传统的Lyapunov稳定性定理只要求 $\dot{V}(x)$ 为负, $V(x)$ 为正定. 因此, 在利用Lyapunov稳定性定理证明有限时间命令滤波控制系统的稳定性时, 需要一个更强的条件.

注3 利用有限时间将 v_{ij} 约束在一个区间内. $z_{ij} = v_{ij} + \xi_{ij}$, 因此, 若要证明跟踪信号 z_{ij} 可以利

用有限时间将其约束在原点的小邻域内, 则只需证明利用有限时间可将 ξ_{ij} 约束在零的邻域内.

选取补偿系统的Lyapunov函数为

$$V = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2a_{ij}}\xi_{ij}^2.$$

求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\xi_{11}}{a_{11}}\dot{\xi}_{11} + \frac{\xi_{12}}{a_{12}}\dot{\xi}_{12} + \frac{\xi_{21}}{a_{21}}\dot{\xi}_{21} + \frac{\xi_{22}}{a_{22}}\dot{\xi}_{22} + \frac{\xi_{31}}{a_{31}}\dot{\xi}_{31} + \frac{\xi_{32}}{a_{32}}\dot{\xi}_{32} = \xi_{11}[-k_{11}\xi_{11} + \xi_{12} + (x_{1,c} - \alpha_1) - l_{11}\text{sign}(\xi_{11})] + \xi_{12}[-k_{12}\xi_{12} - \xi_{11} - l_{12}\text{sign}(\xi_{12})] + \xi_{21}[-k_{21}\xi_{21} + \xi_{12} + (x_{2,c} - \alpha_2) - l_{21}\text{sign}(\xi_{21})] + \xi_{22}[-k_{22}\xi_{22} - \xi_{21} - l_{22}\text{sign}(\xi_{22})] + \xi_{31}[-k_{31}\xi_{31} + \xi_{32} + (x_{3,c} - \alpha_3) - l_{31}\text{sign}(\xi_{31})] + \xi_{32}[-k_{32}\xi_{32} - \xi_{31} - l_{32}\text{sign}(\xi_{32})] = - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 (k_{ij}\xi_{ij}^2 + \xi_{ij}l_{ij}\text{sign}(\xi_{ij})) + \xi_{11}(x_{1,c} - \alpha_1) + \xi_{21}(x_{2,c} - \alpha_2) + \xi_{31}(x_{3,c} - \alpha_3) = - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{ij}\xi_{ij}^2 - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 |\xi_{ij}l_{ij}| + \xi_{11}(x_{1,c} - \alpha_1) + \xi_{21}(x_{2,c} - \alpha_2) + \xi_{31}(x_{3,c} - \alpha_3). \end{aligned}$$

由引理2可知 $|(x_{i,c} - \alpha_i)| \leq \bar{\omega}_i, i=1, 2, 3$, 故上式可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 k_{ij}\xi_{ij}^2 + \sum_{i=1}^3 |\xi_{i1}| |(x_{i,c} - \alpha_i)| - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 |\xi_{ij}l_{ij}| \leq -k_0V - l_0V^{1/2} + 2\bar{\omega}_0\rho V^{1/2} \leq -k_0V - (l_0 - 2\bar{\omega}_0\rho)V^{1/2}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} k_0 &= 2\min\{k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, k_{31}, k_{32}\}, \\ l_0 &= \sqrt{2}\min\{l_{11}, l_{12}, l_{21}, l_{22}, l_{31}, l_{32}\}, \\ \bar{\omega}_0 &= \max\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}. \end{aligned}$$

通过选择合适的参数即可实现 $l_0 - 2\bar{\omega}_0\rho > 0$, 使 ξ_i 在有限时间内收敛在原点的邻域内.

4 仿真分析

4.1 参数选取

为验证有限时间命令滤波控制器的有效性, 利用Matlab 2017对串级连续搅拌反应釜系统进行仿真分析. 基于系统化学反应过程中各状态变量的实际变化趋势, 选取各状态变量的初始状态: $x_{11}(0) = 2$,

$$x_{12}(0) = -2, x_{21}(0) = 5, x_{22}(0) = -4, x_{31}(0) = 2, \\ x_{32}(0) = -4, \hat{\theta}(0) = 0.1.$$

串级连续搅拌反应釜系统的模型参数如表2所示。

表2 串级连续搅拌反应釜系统的模型参数

符号	参数值	符号	参数值
α / h^{-1}	7.08×10^{10}	$E / (\text{J} / \text{mol})$	3.1644×10^7
$\rho / (\text{kg} / \text{m}^{-3})$	800.9189	$\rho_j / (\text{kg} / \text{m}^3)$	997.9450
$\lambda / (\text{J} / \text{mol})$	3.1644×10^7	$c_j / (\text{J} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$	1860.3
$U / (\text{J} / \text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$	1.3625	$Q / (\text{m}^3 / \text{h})$	2.8317
$Q_{j1} / (\text{m}^3 / \text{h})$	1.4130	$Q_{j2} / (\text{m}^3 / \text{h})$	1.4130
$Q_R / (\text{m}^3 / \text{h})$	1.4158	$C_{A0}^d / (\text{mol} / \text{m}^3)$	18.3728
$C_{A1}^d / (\text{mol} / \text{m}^3)$	12.3016	$C_{A2}^d / (\text{mol} / \text{m}^3)$	10.4178
$T_{j10}^d / ^\circ\text{C}$	629.2	$T_{j20}^d / ^\circ\text{C}$	608.2
$T_0^d / ^\circ\text{C}$	703.7	$T_{j1}^d / ^\circ\text{C}$	750
$T_2^d / ^\circ\text{C}$	737.5	$T_{j2}^d / ^\circ\text{C}$	740.8
$T_{j2}^d / ^\circ\text{C}$	727.6	V_j / m^3	0.1090
V_p / m^3	1.3592	A / m^3	23.2

串级连续搅拌反应釜有限时间命令滤波控制器的设计参数如下所示：

$$k_{11} = 0.01, k_{21} = 1, k_{31} = 6, k_{12} = 8, \\ k_{22} = 60.5, k_{32} = 5.99, l_{11} = 0.05, l_{21} = 0.05, \\ l_{31} = 0.05, l_{12} = 0.05, l_{22} = 0.05, l_{32} = 0.05, \\ s_{11} = 0.0001, s_{21} = 0.01, s_{31} = 0.1, s_{12} = 0.001, \\ s_{22} = 0.01, s_{32} = 0.999, h_{12} = 1, h_{21} = 1, \\ h_{22} = 1, h_{31} = 1, h_{32} = 1, \gamma = 0.5, \\ r_1 = 10^{-30}, \zeta = 0.99, \omega_n = 7000, m_1 = 3.$$

所设计的有限时间命令滤波控制器采用的模糊隶属函数为

$$\mu_{F_i^1} = \exp\left(-\left(\frac{x+2}{2}\right)^2\right), \\ \mu_{F_i^2} = \exp\left(-\left(\frac{x+1}{2}\right)^2\right), \\ \mu_{F_i^3} = \exp\left(-\left(\frac{x-0}{2}\right)^2\right), \\ \mu_{F_i^4} = \exp\left(-\left(\frac{x-1}{2}\right)^2\right), \\ \mu_{F_i^5} = \exp\left(-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2\right).$$

4.2 仿真结果分析

输入信号(u_1, u_2, u_3)、输出信号(y_1, y_2, y_3)、虚拟输入信号($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$)、误差补偿函数($\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{21}, \xi_{22}, \xi_{31}, \xi_{32}$)、自适应控制律(θ)在串级连续搅拌反应釜系统动态、静态过程中的变化趋势如图3所示。显然均是有界的,表明所设计的有限时间命令滤波控制器是有效可行的。估计值 θ 随时间的变化趋势如图4所示,可见, θ 是平滑的、合理的。

为了彰显有限时间命令滤波器控制性能的优越

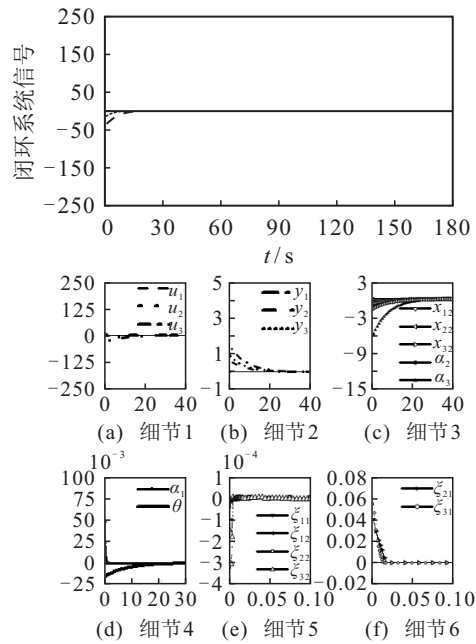


图3 闭环系统的全部信号

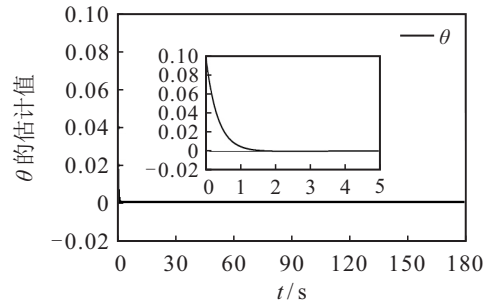
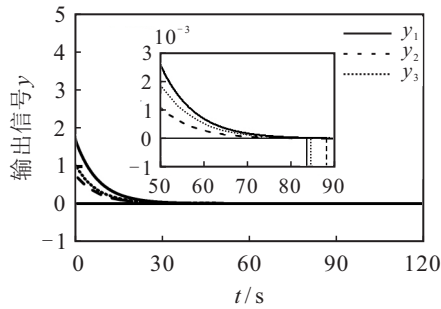


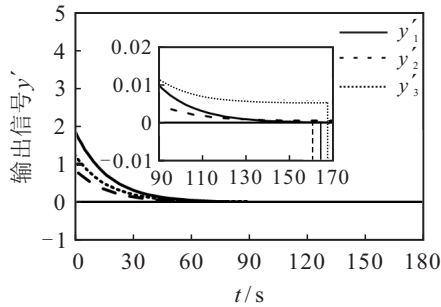
图4 自适应函数 θ 的估计值

性,将有限时间命令滤波控制器与命令滤波控制器的控制性能进行对比:在仿真分析时,两种控制器选择相同的模糊函数,且串级连续搅拌反应釜系统的状态变量设置相同的初值,具体对比结果如图5和图6所示。图5描述了两种控制器的输出信号随时间的变化。图5(a)为有限时间命令滤波控制器的输出信号随时间的变化趋势, y_1, y_2, y_3 收敛至参考信号0并稳定所需的时间分别为83.2s、87.8s、84.5s(该时间由Matlab仿真数据表查表获得);图5(b)表明,命令滤波控制器的输出信号 y'_1, y'_2, y'_3 收敛至参考信号0的邻域内并稳定所需要的时间分别为163.7s、160.1s、167.3s,且该时刻输出信号 y_3 稳定时,存在明显偏差。显然,与命令滤波控制器相比,有限时间命令滤波控制器具有更好的控制品质,其收敛速度更快,控制精度更高。图6为两种控制器输入信号随时间的变化。图6(a)为有限时间命令滤波控制器的输入信号的动态变化趋势,输入信号 u_1, u_2, u_3 的变化幅度分别为 $[0, 15], [-225.6, 239.2], [-65.6, 22.1]$;图6(b)为命令滤波控制器的输入信号的动态变化趋势,输入信号 u'_1, u'_2, u'_3 的变化幅度分别为 $[0, 39], [-206.4, 239.2],$

[-63.3, 24.2]; 两种控制器的输入信号数值相近. 与命令滤波控制器相比, 有限时间命令滤波控制器收敛速度更快, 稳态误差更小, 跟踪效果更好. 在实际工程应用中, 对于生产材料成本高、产品质量要求严格的基于连续搅拌反应釜的化工工艺, 采用具有更好控制品质(控制速度快、稳态误差小)的有限时间命令滤波控制器可以带来更大的经济效益, 减少原材料损耗、保障产品质量.

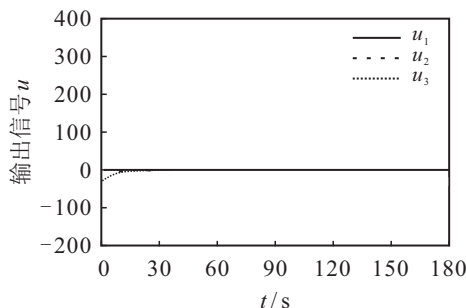


(a) 有限时间命令滤波控制器的输出信号

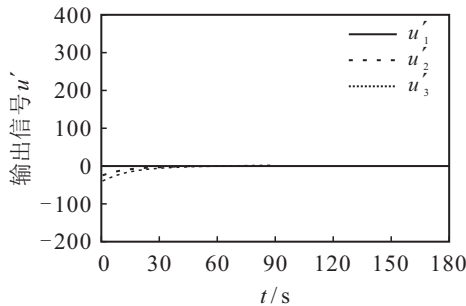


(b) 自适应命令滤波控制器的输出信号

图5 串级连续搅拌反应釜的输出信号



(a) 有限时间命令滤波控制器的输入信号



(b) 自适应命令滤波控制器的输入信号

图6 串级连续搅拌反应釜的输入信号

注4 自适应命令滤波控制器的虚拟控制函数, 实际控制输入函数及误差补偿函数设计为

$$\begin{aligned} \alpha'_1 &= -k'_{11}z'_{11} + \dot{x}_{1d}, \\ \alpha'_2 &= -k'_{21}z'_{21} - \frac{1}{2h'_{21}}v'_{21}\hat{\theta}S_{21}^T S_{21} - \frac{1}{2}v'_{21}, \\ \alpha'_3 &= -k'_{31}z'_{31} - \frac{1}{2h'_{31}}v'_{31}\hat{\theta}S_{31}^T S_{31} - \frac{1}{2}v'_{31}; \\ u'_1 &= -k'_{12}z'_{12} - \frac{1}{2h'_{12}}v'_{12}\hat{\theta}S_{12}^T S_{12} - z'_{11} - \frac{1}{2}v'_{12}, \\ u'_2 &= -k'_{22}z'_{22} - \frac{1}{2h'_{22}}v'_{22}\hat{\theta}S_{22}^T S_{22} - z'_{21} - \frac{1}{2}v'_{22}, \\ u'_3 &= -k'_{32}z'_{32} - \frac{1}{2h'_{32}}v'_{32}\hat{\theta}S_{32}^T S_{32} - z'_{31} - \frac{1}{2}v'_{32}; \\ \xi'_{11} &= -k'_{11}\xi'_{11} + \xi'_{12} + (x_{1,c} - \alpha'_1), \\ \xi'_{12} &= -k'_{12}\xi'_{12} - \xi'_{11}, \\ \xi'_{21} &= a_{21}[-k'_{21}\xi'_{21} + \xi'_{22} + (x_{2,c} - \alpha'_2)], \\ \xi'_{22} &= a_{22}[-k'_{22}\xi'_{22} - \xi'_{21}], \\ \xi'_{31} &= a_{31}[-k'_{31}\xi'_{31} + \xi'_{32} + (x_{3,c} - \alpha'_3)], \\ \xi'_{32} &= a_{32}[-k'_{32}\xi'_{32} - \xi'_{31}]. \end{aligned}$$

其中: $z'_{i1} = x'_{i1} - x_{id}$, $z'_{i2} = x'_{i2} - x_{i,c}$ ($i = 1, 2, 3$); $v'_{ij} = z'_{ij} - \xi'_{ij}$ ($i = 1, 2, 3, j = 1, 2$); k'_{ij} ($i = 1, 2, 3, j = 1, 2$), h'_{12}, h'_{ij} ($i = 2, 3, j = 1, 2$) 为设计参数.

5 结论

本文基于命令滤波和有限时间控制方法设计了串级连续搅拌反应釜的有限时间命令滤波控制器. 该方法在传统的反步自适应控制方法中引入命令滤波, 加入误差补偿信号, 同时消除了反步法中连续求导带来的“计算爆炸”问题. 利用模糊逻辑系统逼近串级连续搅拌反应釜系统中的复杂非线性函数, 在此基础上, 利用有限时间控制技术在闭环系统的所有信号有界的条件下使系统的跟踪误差在有限时间内收敛到原点的充分小的邻域内, 并利用 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的稳定性. 该方法在达到良好的控制效果的同时缩减了所需时间. 最后, 仿真结果验证了所提出控制方法的有效可行性, 并具有跟踪效果好、收敛速度快的特点.

所提出的有限时间命令滤波控制器设计参数较多. 如何优化设计参数数量以获得更高的经济效益需要继续深入探讨.

参考文献(References)

[1] Vlahakis E, Halikias G. Temperature and concentration control of exothermic chemical processes in continuous stirred tank reactors[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(15): 4274-4284.
 [2] Srivastava V, Srivastava S. Control of continuous stirred tank reactor (CSTR) using nature inspired algorithms[J]. Journal of Information and Optimization Sciences, 2019, 40(2): 329-338.

- [3] Sinha A, Mishra R K. Control of a nonlinear continuous stirred tank reactor via event triggered sliding modes[J]. *Chemical Engineering Science*, 2018, 187: 52-59.
- [4] 王永骥, 徐桂英. 连续搅拌反应釜(CSTR)的神经网络动态建模[J]. *控制与决策*, 2000, 15(3): 375-377. (Wang Y J, Xu G Y. Study on neural network dynamic modeling of continuous stirred tank reactor[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 375-377.)
- [5] 李东娟. 连续搅拌反应釜的自适应神经网络控制[J]. *化工学报*, 2013, 64(12): 4674-4680. (Li D J. Adaptive neural network control for continuous stirred tank reactor[J]. *CIESC Journal*, 2013, 64(12): 4674-4680.)
- [6] Li D J. Neural network control for a class of continuous stirred tank reactor process with dead-zone input[J]. *Neurocomputing*, 2014, 131: 453-459.
- [7] Li D J. Adaptive neural network control for a two continuously stirred tank reactor with output constraints[J]. *Neurocomputing*, 2015, 167: 451-458.
- [8] Liu X P, Jutan A, Rohani S. Almost disturbance decoupling of MIMO nonlinear systems and application to chemical processes[J]. *Automatica*, 2004, 40(3): 465-471.
- [9] Chen B, Liu X P. Fuzzy approximate disturbance decoupling of MIMO nonlinear systems by backstepping and application to chemical processes[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, 13(6): 832-847.
- [10] Liu X P, Gu G X, Zhou K M. Robust stabilization of MIMO nonlinear systems by backstepping[J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 987-992.
- [11] Liu Y J, Tong S C. Adaptive fuzzy control for a class of unknown nonlinear dynamical systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2015, 263: 49-70.
- [12] 刘金琨, 郭一. 一类纯反馈力学系统的自适应模糊动态面控制[J]. *控制与决策*, 2013, 28(10): 1591-1595. (Liu J K, Guo Y. Adaptive fuzzy dynamic surface control for a class of pure-feedback mechanical systems[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(10): 1591-1595.)
- [13] 于金鹏, 陈兵, 于海生, 等. 基于自适应模糊反步法的永磁同步电机位置跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1547-1551. (Yu J P, Chen B, Yu H S, et al. Adaptive fuzzy backstepping position tracking control for permanent magnet synchronous motor[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(10): 1547-1551.)
- [14] Xin L P, Yu B, Zhao L, et al. Adaptive fuzzy backstepping control for a two continuous stirred tank reactors process based on dynamic surface control approach[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 377: 125138.
- [15] Wu X J, Wu X L, Luo X Y. Adaptive neural network dynamic surface control for a class of nonlinear systems with uncertain time delays[J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2016, 13(4): 409-416.
- [16] Cui Y, Zhang H G, Wang Y C, et al. Adaptive neural dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems with disturbances[J]. *Neurocomputing*, 2015, 165: 152-158.
- [17] Li Y M, Tong S C, Li T S. Adaptive fuzzy output feedback dynamic surface control of interconnected nonlinear pure-feedback systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(1): 138-149.
- [18] Tong S C, Li Y M, Feng G, et al. Observer-based adaptive fuzzy backstepping dynamic surface control for a class of MIMO nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 2011, 41(4): 1124-1135.
- [19] Tong S C, Sui S, Li Y M. Fuzzy adaptive output feedback control of MIMO nonlinear systems with partial tracking errors constrained[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(4): 729-742.
- [20] Mei K Q, Ma L, He R X, et al. Finite-time controller design of multiple integrator nonlinear systems with input saturation[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 372: 124986.
- [21] 陈明, 李中华. 基于预设性能的非仿射非线性系统自适应有限时间控制[J]. *控制与决策*, 2020, 35(5): 1259-1264. (Chen M, Li X H. Adaptive finite-time tracking control for nonaffine nonlinear systems based on prescribed performance[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(5): 1259-1264.)
- [22] Hou M Z, Zhang Z K, Deng Z Q, et al. Global robust finite-time stabilisation of unknown pure-feedback systems with input dead-zone non-linearity[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(2): 234-243.
- [23] Huang X Q, Lin W, Yang B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 881-888.

作者简介

孔晓涵(1997—),女,硕士生,从事非线性系统控制理论及其应用的研究, E-mail: kongxh1108@qq.com;

辛丽平(1986—),女,副教授,博士,从事复杂系统的智能建模与控制、模式识别与智能检测系统等研究, E-mail: lpxin@qut.edu.cn;

柴欣生(1955—),男,教授,博士,从事化工过程的控制与检测等研究, E-mail: xschai@scut.edu.cn.

(责任编辑:魏冰)