

控制与决策

Control and Decision

输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制

王芳, 吕紫青, 单锐, 周超

引用本文:

王芳, 吕紫青, 单锐, 周超. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2265–2273.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0310>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制](#)

Unknown system dynamic estimator-based fast fixed-time control of Buck converters

控制与决策. 2022, 37(3): 746–752 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1087>

[具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制](#)

Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints

控制与决策. 2022, 37(2): 361–369 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

[基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制](#)

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制

王芳^{1†}, 吕紫青¹, 单锐¹, 周超²

(1. 燕山大学理学院, 河北秦皇岛 066004; 2. 河北农业大学海洋学院, 河北秦皇岛 066003)

摘要: 针对具有非对称输出约束和外界干扰的不确定非线性系统, 提出自适应固定时间反步控制策略. 首先, 采用非对称障碍 Lyapunov 函数处理系统的输出约束问题; 其次, 通过构造固定时间干扰观测器估计外界干扰, 设计自适应固定时间滤波器, 解决传统反步控制的“计算爆炸”问题, 通过自适应律估计虚拟控制输入导数的未知上界; 再次, 基于 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统在固定时间内有界稳定且输出保持在约束范围内; 最后, 通过永磁同步电机的仿真验证所设计的控制策略的有效性.

关键词: 不确定非线性系统; 障碍 Lyapunov 函数; 固定时间干扰观测器; 自适应固定时间滤波器; 固定时间控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0310

引用格式: 王芳, 吕紫青, 单锐, 等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2265-2273.

Adaptive fixed-time control for uncertain nonlinear systems with output constraints

WANG Fang^{1†}, LV Zi-qing¹, SHAN Rui¹, ZHOU Chao²

(1. School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. Ocean College, Hebei Agricultural University, Qinhuangdao 066003, China)

Abstract: In this paper, an adaptive fixed time back-stepping control strategy is proposed for an uncertain nonlinear system with asymmetric output constraints and external disturbances. Firstly, an asymmetric barrier Lyapunov function is used to deal with the output constraints of the system. Then, a fixed-time disturbance observer is designed to estimate external disturbances. An adaptive fixed-time filter is designed to solve the problem of “term of explosion” in traditional back-stepping control. An adaptive law is used to estimate the unknown upper bounds of the time derivative of the virtual control input. Moreover, based on the Lyapunov stability theory, it is proved that the bounded stability of the closed-loop system is achieved in fixed time and the output satisfies the constraint conditions. Finally, the effectiveness of the control strategy is verified by an application of a permanent magnet synchronous motor system.

Keywords: uncertain nonlinear systems; barrier Lyapunov function; fixed-time disturbance observer; adaptive fixed time filter; fixed-time control

0 引言

近年来,非线性系统控制问题受到了国内外学者的广泛关注.反步控制因其结构化优势,已成为处理非线性系统控制问题的主要方法之一^[1-3].但传统反步控制存在“计算爆炸”问题,为此,文献[4]提出了指令滤波对虚拟控制输入进行估计,避免了虚拟控制输入的重复求导.文献[5]通过一阶滤波器,避免了“计算爆炸”问题.文献[6]采用非光滑一阶滤波器估计虚拟控制输入及其导数,避免了虚拟控制输入的重复求导.文献[7]提出了非线性非光滑一阶滤波器,避免

了传统一阶滤波器对增益足够小的要求.然而,上述文献所采用的滤波器未考虑虚拟控制输入导数的未知上界的估计问题.

事实上,输出约束问题普遍存在于实际系统中.若系统不满足约束条件,则会造成系统性能下降,甚至整个系统不稳定.对此,国内外学者提出了障碍 Lyapunov 函数法,使得系统输出保持在约束内.文献[8]针对具有时变约束的非线性切换系统,通过正切对称障碍 Lyapunov 函数,使输出满足约束条件.文献[9]针对单输入单输出非线性系统,构造对数对称障

收稿日期: 2021-02-23; 录用日期: 2021-06-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61803329); 河北省自然科学基金面上项目(F2020203105).

责任编辑: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: wangfang@ysu.edu.cn.

碍 Lyapunov 函数解决了输出约束问题. 文献[10]引入正切非对称障碍 Lyapunov 函数, 使系统输出满足非对称约束. 文献[11]结合反步控制和对数非对称障碍 Lyapunov 函数, 设计了自适应动态面控制策略, 解决了输出约束问题. 文献[8-11]针对具有输出约束的非线性系统提出了自适应控制策略, 但没有考虑系统的固定时间控制问题.

由于实际系统不可避免地受到外界干扰和不确定性的影响, 为提高系统的跟踪精度, 干扰观测器^[12-15]被广泛用于估计外界干扰. 文献[12]针对带有外界干扰和输入饱和的多输入多输出系统, 通过非线性干扰观测器估计外界干扰. 文献[13]设计了自适应干扰观测器, 快速地估计外界干扰, 并提出了滑模容错控制策略. 文献[14]将系统中的不确定和外界干扰考虑为复合干扰, 设计有限时间干扰观测器, 实现了对复合干扰的有限时间估计. 文献[15]针对二阶非线性系统, 设计了双极限加权的固定时间干扰观测器来估计复合干扰, 使干扰的估计误差在固定时间内收敛到零附近的任意小邻域. 但是, 文献[12-15]没有考虑非对称输出约束下系统的固定时间内收敛问题.

基于上述分析, 本文考虑在非对称输出约束和外界干扰下不确定非线性系统的控制问题, 设计基于自适应固定时间滤波器的固定时间反步控制策略: 1) 采用对数障碍 Lyapunov 函数处理输出的非对称约束问题, 使输出满足约束条件; 2) 设计自适应固定时间滤波器, 解决传统反步控制的“计算爆炸”问题, 采用自适应律估计虚拟控制输入导数的未知上界; 3) 利用固定时间干扰观测器估计外界干扰, 且估计误差在固定时间内收敛到零; 4) 设计固定时间反步控制策略, 实现闭环系统在固定时间内有界稳定. 通过对比仿真验证所设计的控制策略的有效性.

1 问题描述和预备知识

考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + d_i(t), \\ \dot{x}_n &= f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u(t) + d_n(t), \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\bar{x}_j = [x_1, x_2, \dots, x_j]^T \in R^j$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 为状态向量; $d_j(t)$ 为外界干扰; $f_j(\bar{x}_j)$ 和 $g_j(\bar{x}_j)$ 为已知的光滑函数; u 为控制输入; $y \in R$ 为输出.

输出 y 及其参考信号 y_r 满足非对称约束 $-k_{ay}(t) < y < k_{by}(t)$, $-k_{ay}(t) < y_r < k_{by}(t)$, 其中 $k_{ay}(t)$ 和 $k_{by}(t)$ 为已知光滑函数. 设 y 的跟踪误差为 $z_1 =$

$y - y_r$, 则 $-k_a(t) < z_1 < k_b(t)$. 其中: $k_a(t) = k_{ay}(t) + y_r$, $k_b(t) = k_{by}(t) - y_r$ 为正的连续函数.

本文的控制目标是考虑输出约束和外界干扰的综合影响, 基于固定时间干扰观测器、对数障碍 Lyapunov 函数和自适应固定时间滤波器, 设计固定时间反步控制器, 实现系统在固定时间内有界稳定, 输出 y 在固定时间内跟踪上其参考指令 y_r , 且满足约束条件.

在设计控制器之前, 给出如下的假设与引理.

假设1 存在正常数 g_{jm} 和 g_{jM} , $g_j(\bar{x}_j)$ 满足 $0 < g_{jm} \leq g_j(\bar{x}_j) \leq g_{jM} < \infty$.

假设2 外界干扰 $d_j(t)$, 满足 $|d_j(t)| \leq D_{0j}$, $|\dot{d}_j(t)| \leq D_{1j}$, D_{0j} , D_{1j} 为未知正常数.

假设3 对于参考指令 $y_r(t)$, 存在已知函数 $k_{ay_r}(t)$ 和 $k_{by_r}(t)$, 有 $-k_{ay_r}(t) < y_r(t) < k_{by_r}(t)$.

引理1^[16] 对于任意常数 $s > 0$ 和任意 $z \in R$, 有如下不等式成立:

$$0 \leq |z| - \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + s^2}} < s.$$

引理2^[17] 对于给定的任意常数 $s_1 > 0$, $s_2 > 0$, $s_3 > 0$, 有如下不等式成立:

$$|x|^{s_1}|y|^{s_2} \leq \frac{s_1}{s_1 + s_2} s_3 |x|^{s_1 + s_2} + \frac{s_2}{s_1 + s_2} s_3^{-\frac{s_1}{s_2}} |y|^{s_1 + s_2},$$

其中 x 和 y 是任意数.

引理3^[18] 对于任意的 $x, y \in R$, 存在 $q > 0$, $a > 1$, $b > 1$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 有如下不等式成立:

$$xy \leq \frac{q^a}{a} |x|^a + \frac{1}{bq^b} |y|^b.$$

引理4^[19] 对于任意变量 γ_1 , γ_2 和任意常量 γ , 当 $\gamma > 0$, $\gamma_1 \geq 0$, $\gamma_2 > 0$ 时, 有如下不等式成立:

$$\gamma_1^\gamma (\gamma_2 - \gamma_1) \leq \frac{1}{1 + \gamma} (\gamma_2^{1+\gamma} - \gamma_1^{1+\gamma});$$

对于任意 $\gamma > 1$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 \leq \gamma_1$, 有如下不等式成立:

$$(\gamma_1 - \gamma_2)^\gamma \geq \gamma_2^\gamma - \gamma_1^\gamma.$$

引理5^[20] 考虑系统 $\dot{x} = -l_1 x - l_2 x^p + l_3 h(t)$. 其中: $l_1, l_2, l_3 > 0$, $p > 1$, $h(t) \geq 0$. 则对于任意的 $t \geq t_0$, 当 $x(t_0) \geq 0$ 时, 有 $x(t) \geq 0$ 成立.

引理6^[21] 存在 $c_1, c_2, \dots, c_n \geq 0$, 使得

$$\sum_{j=1}^n c_j^\lambda \geq \left(\sum_{j=1}^n c_j \right)^\lambda, \quad 0 < \lambda \leq 1;$$

$$\sum_{j=1}^n c_j^\lambda \geq n^{1-\lambda} \left(\sum_{j=1}^n c_j \right)^\lambda, \quad 1 < \lambda < \infty$$

成立.

引理7^[22] 对于任意的 $|m| < 1$ 和任意的正整

数 r , 有 $\log \frac{1}{1-m^{2r}} \leq \frac{m^{2r}}{1-m^{2r}}$ 成立.

2 自适应固定时间滤波器

为解决“计算爆炸”问题, 传统的一阶滤波器为 $\tau_l \dot{x}_{ld} = x_{lc} - x_{ld}$. 本节将设计自适应固定时间滤波器. 在滤波器设计之前, 给出如下假设.

假设4 滤波器的输入信号的导数 \dot{x}_{lc} 是连续的, 且 $|\dot{x}_{lc}| \leq \bar{\eta}_l$, $\bar{\eta}_l$ 为未知正常量.

设计自适应固定时间滤波器为

$$\tau_l \dot{x}_{ld} = -\text{sig}^v \xi_l + \text{sig}^w \xi_l + \tau_l \hat{\eta}_l \tanh\left(\frac{\hat{\eta}_l \xi_l}{\varepsilon_{0l}}\right), \quad (2)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_l = -q_{l1} \hat{\eta}_l - q_{l2} \hat{\eta}_l^w + |\xi_l|. \quad (3)$$

其中: $0 < v < 1, w > 1; \varepsilon_{0l}, q_{l1}, q_{l2} > 0$ 为待设计参数; $\hat{\eta}_l$ 为 $\bar{\eta}_l$ 的估计, $\tilde{\eta}_l = \bar{\eta}_l - \hat{\eta}_l (l = 2, \dots, n)$ 为 $\bar{\eta}_l$ 的估计误差; τ_l 是滤波器的时间参数; $\xi_l = x_{ld} - x_{lc}$ 为滤波误差, 且 $x_{ld}(0) = x_{lc}(0)$.

滤波误差的稳定性可以归纳为如下定理.

定理1 在假设4的条件下, 自适应固定时间滤波器(2)的滤波误差 ξ_l 在固定时间内有界.

证明 选取 Lyapunov 函数为 $V_{fl} = \frac{\xi_l^2}{2} + \frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}$. 根据文献[23], 结合假设4和式(2), 可得

$$\dot{V}_{fl} \leq -\frac{|\xi_l|^{v+1}}{\tau_l} - \frac{|\xi_l|^{w+1}}{\tau_l} + \kappa_{\eta_0} \varepsilon_{0l} + |\xi_l| \tilde{\eta}_l - \tilde{\eta}_l \dot{\hat{\eta}}_l, \quad (4)$$

其中 $\kappa_{\eta_0} = 0.2785$. 结合式(3), 可得

$$\dot{V}_{fl} \leq -\frac{|\xi_l|^{v+1}}{\tau_l} - \frac{|\xi_l|^{w+1}}{\tau_l} + \kappa_{\eta_0} \varepsilon_{0l} + q_{l1} \tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l + q_{l2} \tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l^w. \quad (5)$$

结合引理4和引理5, 式(5)中的 $\tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l^w$ 可化简为

$$\tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l^w \leq \frac{1}{1+w} (2\tilde{\eta}_l^{1+w} - \tilde{\eta}_l^{1+w}),$$

式(5)中的 $\tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l$ 可化简为 $\tilde{\eta}_l \hat{\eta}_l \leq -\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} + \frac{\bar{\eta}_l^2}{2}$. 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_{fl} \leq & -\frac{|\xi_l|^{v+1}}{\tau_l} - \frac{|\xi_l|^{w+1}}{\tau_l} - \frac{q_{l2} \tilde{\eta}_l^{1+w}}{1+w} - \\ & q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} + q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} - \frac{q_{l1} \tilde{\eta}_l^2}{2} + \\ & \kappa_{\eta_0} \varepsilon_{0l} + \frac{2q_{l2} \tilde{\eta}_l^{1+w}}{1+w} + \frac{q_{l1} \tilde{\eta}_l^2}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

结合引理2, 可得

$$\left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} \leq \frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} + \frac{1-v}{2} \left(\frac{v+1}{2}\right)^{\frac{v+1}{1-v}}.$$

将上式代入式(6)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{fl} \leq & -\frac{2^{\frac{v+1}{2}}}{\tau_l} \left(\frac{\xi_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} - \frac{2^{\frac{w+1}{2}}}{\tau_l} \left(\frac{\xi_l^2}{2}\right)^{\frac{w+1}{2}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} - \frac{q_{l2} 2^{\frac{w+1}{2}}}{1+w} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{w+1}{2}} + \frac{q_{l1} \tilde{\eta}_l^2}{2} + \\ & \frac{2q_{l2} \tilde{\eta}_l^{1+w}}{1+w} + \kappa_{\eta_0} \varepsilon_{0l} + \frac{(1-v)q_{l1}}{2} \left(\frac{v+1}{2}\right)^{\frac{v+1}{1-v}} \leq \\ & -a \left[\left(\frac{\xi_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} + \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{v+1}{2}} \right] - \\ & b \left[\left(\frac{\xi_l^2}{2}\right)^{\frac{w+1}{2}} + \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2}\right)^{\frac{w+1}{2}} \right] + c. \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$a = \min \left\{ \frac{1}{\tau_l} 2^{\frac{v+1}{2}}, q_{l1} \right\} \geq 0,$$

$$b = \min \left\{ \frac{1}{\tau_l} 2^{\frac{w+1}{2}}, \frac{q_{l2}}{1+w} 2^{\frac{w+1}{2}} \right\} \geq 0,$$

$$c = \frac{q_{l1} \tilde{\eta}_l^2}{2} + \frac{2q_{l2}}{1+w} \tilde{\eta}_l^{1+w} + \frac{(1-v)q_{l1}}{2} \left(\frac{v+1}{2}\right)^{\frac{v+1}{1-v}} + \kappa_{\eta_0} \varepsilon_{0l}.$$

结合引理6, 可得

$$\dot{V}_{fl} \leq -a V_{fl}^{\frac{v+1}{2}} - 2^{\frac{1-w}{2}} b V_{fl}^{\frac{w+1}{2}} + c. \quad (8)$$

存在 $0 < \kappa_f < 1$, 使 $c \leq a \kappa_f V_{fl}^{\frac{v+1}{2}}$, 故式(8)可化简为

$$\dot{V}_{fl} \leq -a(1-\kappa_f) V_{fl}^{\frac{v+1}{2}} - 2^{\frac{1-w}{2}} b V_{fl}^{\frac{w+1}{2}}. \quad (9)$$

令 $\nu_{fl} = \sqrt{V_{fl}}$, 则

$$\dot{\nu}_{fl} \leq -\frac{a}{2} (1-\kappa_f) \nu_{fl}^v - \frac{b}{2} 2^{\frac{1-w}{2}} \nu_{fl}^w.$$

结合文献[24]可知, V_{fl} 在固定时间

$$T \leq \frac{2}{(1-\kappa_f)a} \frac{1}{1-v} + \frac{2}{2^{\frac{1-w}{2}} b} \frac{1}{w-1}$$

内收敛到 $\left\{ V_{fl} : V_{fl} \leq \left(\frac{c}{a\kappa_f}\right)^{\frac{2}{v+1}} \right\}$. 故滤波误差在固定时间内有界. \square

注1 文献[5]的一阶滤波器, 通过减小 τ_i 加快收敛速度. 文献[7]的固定时间滤波器能保证系统在固定时间内收敛, 但未对虚拟控制输入导数的未知上界进行估计. 本文设计的自适应固定时间滤波器不用选择较小的 τ_i , 且可以保证滤波误差在固定时间内有界稳定. 通过自适应律估计虚拟控制输入导数的未知上界, 提高了收敛速度.

3 固定时间控制器设计

本节利用反步控制设计控制器, 设计过程包括 n 步, 前 $n-1$ 步设计虚拟控制输入, 以及最后一步设计实际控制输入. 在第1步中采用对数障碍 Lyapunov 函数处理输出约束; 在每一步中采用固定时间干扰观测器估计外界干扰; 并利用自适应固定时间滤波器(2)避免“计算爆炸”问题.

受文献[22]的启发, 设计对数障碍 Lyapunov 函数处理输出约束问题, 有

$$V_b = \frac{q(z_1)}{2r} \log \frac{k_b^{2r}(t)}{k_b^{2r}(t) - z_1^{2r}} + \frac{1 - q(z_1)}{2r} \log \frac{k_a^{2r}(t)}{k_a^{2r}(t) - z_1^{2r}}. \quad (10)$$

其中: r 是正整数且满足 $2r \geq n$; 而

$$q(z_1) = \begin{cases} 1, & z_1 > 0; \\ 0, & z_1 \leq 0. \end{cases} \quad (11)$$

引入误差变换

$$m_a = \frac{z_1}{k_a(t)}, m_b = \frac{z_1}{k_b(t)}, \\ m = q(z_1)m_b + (1 - q(z_1))m_a, \quad (12)$$

结合式(11)和(12),可将式(10)改写为

$$V_b = \frac{1}{2r} \log \frac{1}{1 - m^{2r}}.$$

注2 文献[8-11]采用障碍 Lyapunov 函数处理系统的约束问题,但并未考虑系统的固定时间收敛问题. 本文采用对数障碍 Lyapunov 函数处理输出约束问题,且设计自适应反步控制器实现系统的固定时间有界稳定.

设计如下固定时间干扰观测器以估计外界干扰^[25]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= f_i + g_i x_{i+1} + \hat{d}_i, \\ \hat{d}_i &= h_{i,1} \text{sig}(\mu_i)^{\sigma_1} + h_{i,2} \text{sig}(\mu_i)^{\sigma_2} + \int_0^t h_{i,3} \text{sign}(\mu_i(s)) ds, \\ \dot{\hat{x}}_n &= f_n + g_n u + \hat{d}_n, \\ \hat{d}_n &= h_{n,1} \text{sig}(\mu_n)^{\sigma_1} + h_{n,2} \text{sig}(\mu_n)^{\sigma_2} + \int_0^t h_{n,3} \text{sign}(\mu_n(s)) ds. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: \hat{x}_j, \hat{d}_j 分别是 x_j, d_j 的估计; $\mu_j = x_j - \hat{x}_j$ 是 x_j 的估计误差; $h_{j,1}, h_{j,2}, h_{j,3} > 0, 0 < \sigma_1 < 1, \sigma_2 > 1$ 为待设计参数; $\text{sig}(\mu)^\sigma = \text{sign}(\mu)|\mu|^\sigma, \text{sign}(\cdot)$ 为符号函数.

由文献[25]可知,若假设2成立,且 $h_{j,1}, h_{j,2}, h_{j,3}$ 满足 $h_{j,3} > D_{1j}, h_{j,1}H^{-1}(h_{j,1}) > H_{1j}$, 则观测器的估计误差将在固定时间 T_i 内收敛到零. 其中: $H_{1j} = h_{j,3} + D_{1j}, H_{2j} = h_{j,3} - D_{1j}, H(h_{j,1}) = 1/h_{j,1} + (2e/H_{2j}h_{j,1})^{\frac{1}{2}}$ 且 e 为自然对数的底.

注3 文献[12-15]中利用干扰观测器估计外界干扰,但估计误差不能在固定时间内收敛. 本文利用固定时间干扰观测器估计外界干扰,通过选择适当的观测器参数可以实现估计误差在固定时间内收敛到零,且收敛时间不依赖于初始状态.

控制器设计过程如下.

step 1: 定义跟踪误差 $z_1 = y - y_r$, 由系统(1)可知, z_1 关于时间的导数为

$$\dot{z}_1 = f_1 + g_1 x_2 + d_1 - \dot{y}_r. \quad (14)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = V_b + \frac{1}{2} e_{d1}^2 + V_{f2},$$

其中 $e_{d1} = d_1 - \hat{d}_1$ 为 d_1 的估计误差. 结合式(14),对 V_1 关于时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{q(z_1)z_1^{2r-1}}{k_b^{2r}(t) - z_1^{2r}} \left[f_1 + g_1(z_2 + \xi_2 + x_{2c}) + d_1 - \dot{y}_r - \frac{\dot{k}_b(t)z_1}{k_b(t)} \right] + \frac{(1 - q(z_1))z_1^{2r-1}}{k_a^{2r}(t) - z_1^{2r}} \left[f_1 + g_1(z_2 + \xi_2 + x_{2c}) + d_1 - \dot{y}_r - \frac{\dot{k}_a(t)z_1}{k_a(t)} \right] + e_{d1}\dot{e}_{d1} + \dot{V}_{f2}. \end{aligned} \quad (15)$$

结合引理3,可知

$$\Omega g_1 z_1^{2r-1} z_2 \leq \Omega g_1 \left(\frac{2r-1}{2r} z_1^{2r} + \frac{1}{2r} z_2^{2r} \right), \quad (16)$$

$$\Omega g_1 z_1^{2r-1} \xi_2 \leq \frac{1}{2} \Omega^2 g_1^2 z_1^{4r-2} + \frac{1}{2} \xi_2^2, \quad (17)$$

其中

$$\Omega = \frac{q(z_1)}{k_b^{2r} - z_1^{2r}} + \frac{1 - q(z_1)}{k_a^{2r} - z_1^{2r}}.$$

设计虚拟控制输入

$$\begin{aligned} x_{2c} &= -g_1^{-1} \left(p_{11} \Omega^{\frac{v-1}{2}} z_1^{r(v-1)+1} + p_{12} \Omega^{\frac{w-1}{2}} z_1^{r(w-1)+1} + \frac{2r-1}{2r} z_1 g_1 + \frac{1}{2} \Omega g_1^2 z_1^{2r-1} + \bar{p}(t) z_1 + f_1 - \dot{x}_{1d} + \hat{d}_1 \right). \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\bar{p}(t) = \sqrt{\left[\frac{\dot{k}_b(t)}{k_b(t)} \right]^2 + \left[\frac{\dot{k}_a(t)}{k_a(t)} \right]^2} + \gamma^*,$$

$p_{11} > 0, p_{12} > 0$ 且 $\gamma^* > 0$ 为待设计参数. 显然

$$\bar{p}(t) + q(z_1) \frac{\dot{k}_b(t)}{k_b(t)} + (1 - q(z_1)) \frac{\dot{k}_a(t)}{k_a(t)} \geq 0.$$

将式(16)~(18)代入(15),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -p_{11} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - p_{12} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \frac{1}{2r} \Omega g_1 z_2^{2r} + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \Omega z_1^{2r-1} e_{d1} + e_{d1} \dot{e}_{d1} + \dot{V}_{f2}. \end{aligned} \quad (19)$$

step 2: 定义 $z_2 = x_2 - x_{2d}$, 由系统(1)可知, z_2 关于时间的导数为

$$\dot{z}_2 = f_2 + g_2 x_3 + d_2 - \dot{x}_{2d}. \quad (20)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} e_{d2}^2 + V_{f3},$$

其中 $e_{d2} = d_2 - \hat{d}_2$ 为 d_2 的估计误差. 结合式(20),对 V_2 关于时间求导,可得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2[f_2 + g_2(z_3 + \xi_3 + x_{3c}) + d_2 - \dot{x}_{2d}] + e_{d2}\dot{e}_{d2} + \dot{V}_{f3}. \quad (21)$$

设计虚拟控制输入

$$x_{3c} = -g_2^{-1} \left(p_{21}z_2^v + p_{22}z_2^w + f_2 - \dot{x}_{2d} + \hat{d}_2 + \frac{1}{2r}\Omega g_1 z_2^{2r-1} \right). \quad (22)$$

将式(22)代入(21),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + z_2 g_2 z_3 + z_2 g_2 \xi_3 + z_2 e_{d2} - p_{21} z_2^{v+1} - \\ & p_{22} z_2^{w+1} - \frac{1}{2r} \Omega g_1 z_2^{2r} + e_{d2} \dot{e}_{d2} + \dot{V}_{f3} \leq \\ & - p_{11} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - p_{21} (z_2^2)^{\frac{v+1}{2}} - \\ & p_{12} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} - p_{22} (z_2^2)^{\frac{w+1}{2}} + \\ & z_2 g_2 z_3 + z_2 g_2 \xi_3 + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \Omega z_1^{2r-1} e_{d1} + \\ & z_2 e_{d2} + \sum_{l=1}^2 e_{dl} \dot{e}_{dl} + \sum_{l=2}^3 \dot{V}_{fl}. \end{aligned} \quad (23)$$

step i ($3 \leq i \leq n-1$): 定义 $z_i = x_i - x_{id}$, 由系统(1)可知, z_i 关于时间的导数为

$$\dot{z}_i = f_i + g_i x_{i+1} + d_i - \dot{x}_{id}. \quad (24)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} e_{di}^2 + V_{f,i+1},$$

其中 $e_{di} = d_i - \hat{d}_i$ 为 d_i 的估计误差. 结合式(24), 对 V_i 关于时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \dot{V}_{i-1} + z_i [f_i + g_i (z_{i+1} + \xi_{i+1} + x_{i+1,c}) + \\ & d_i - \dot{x}_{id}] + e_{di} \dot{e}_{di} + \dot{V}_{f,i+1}. \end{aligned} \quad (25)$$

设计虚拟控制输入

$$x_{i+1,c} = -g_i^{-1} (p_{i1} z_i^v + p_{i2} z_i^w + f_i - \dot{x}_{id} + \hat{d}_i + z_{i-1} g_{i-1}). \quad (26)$$

将式(26)代入(25), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \dot{V}_{i-1} + z_i g_i z_{i+1} + z_i g_i \xi_{i+1} + z_i e_{di} - p_{i1} z_i^{v+1} - \\ & p_{i2} z_i^{w+1} - z_{i-1} g_{i-1} z_i + e_{di} \dot{e}_{di} + \dot{V}_{f,i+1} \leq \\ & p_{11} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^i p_{l1} (z_l^2)^{\frac{v+1}{2}} - \\ & p_{12} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \sum_{l=2}^i p_{l2} (z_l^2)^{\frac{w+1}{2}} + \\ & z_i g_i z_{i+1} + \sum_{l=2}^i z_l g_l \xi_{l+1} + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \Omega z_1^{2r-1} e_{d1} + \\ & \sum_{l=2}^i z_l e_{dl} + \sum_{l=1}^i e_{dl} \dot{e}_{dl} + \sum_{l=2}^{i+1} \dot{V}_{fl}. \end{aligned} \quad (27)$$

step n : 定义 $z_n = x_n - x_{nd}$, 由系统(1)可知, z_n 关于时间的导数为

$$\dot{z}_n = f_n + g_n u + d_n - \dot{x}_{nd}. \quad (28)$$

选取Lyapunov函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} e_{dn}^2,$$

其中 $e_{dn} = d_n - \hat{d}_n$ 为 d_n 的估计误差. 结合式(28), 对 V_n 关于时间求导, 可得

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n (f_n + g_n u + d_n - \dot{x}_{nd}) + e_{dn} \dot{e}_{dn}. \quad (29)$$

设计实际控制输入

$$u = -g_n^{-1} (p_{n1} z_n^v + p_{n2} z_n^w + f_n - \dot{x}_{nd} + \hat{d}_n + z_{n-1} g_{n-1}). \quad (30)$$

4 稳定性分析

闭环系统的稳定性可以归纳为如下定理.

定理2 考虑非线性系统(1)在假设1~假设4下, 通过设计控制输入(30)使闭环系统满足 z_i 在固定时间内收敛到零附近的任意小邻域; 输出 y 满足约束条件.

证明 将式(30)和(7)代入(29), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & \dot{V}_{n-1} + z_n e_{dn} - p_{n1} z_n^{v+1} - p_{n2} z_n^{w+1} - \\ & z_{n-1} g_{n-1} z_n + e_{dn} \dot{e}_{dn} \leq \\ & - p_{11} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n p_{l1} (z_l^2)^{\frac{v+1}{2}} - \\ & \sum_{l=2}^n \frac{1}{\tau_l} (\xi_l^2)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \\ & p_{12} \left(\frac{m^{2r}}{1 - m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \sum_{l=2}^n p_{l2} (z_l^2)^{\frac{w+1}{2}} - \\ & \sum_{l=2}^n \frac{1}{\tau_l} (\xi_l^2)^{\frac{w+1}{2}} - \frac{1}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} (\tilde{\eta}_l^2)^{\frac{w+1}{2}} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=2}^{n-1} z_l^2 g_l^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n \xi_l^2 + \Omega z_1^{2r-1} e_{d1} + \\ & \sum_{l=2}^n z_l e_{dl} + \kappa_{\eta_0} \sum_{l=2}^n \varepsilon_{0l} + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n q_{l1} \tilde{\eta}_l^2 + \\ & \frac{2}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} \tilde{\eta}_l^{1+w} + \sum_{l=1}^n e_{dl} \dot{e}_{dl} + \\ & \frac{(1-v)}{2} \left(\frac{v+1}{2} \right)^{\frac{v+1}{1-v}} \sum_{l=2}^n q_{l1}. \end{aligned} \quad (31)$$

存在不等式 $b \leq b^{b_1} + b^{b_2}$, 对于 $b \geq 0, 0 < b_1 < 1$ 且 $b_2 \geq 1$, 有 $-\rho_1 b^{b_1} - \rho_2 b^{b_2} + \rho_3 b \leq -(\rho_1 - \rho_3) b^{b_1} - (\rho_2 - \rho_3) b^{b_2}$, 其中 $\rho_1, \rho_2, \rho_3 > 0$. 结合假设1, 可得

$$\dot{V}_n \leq$$

$$\begin{aligned}
 & -p_{11} \left(\frac{m^{2r}}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n \left(p_{l1} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) (z_l^2)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n \left(\frac{\xi_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \sum_{l=2}^n \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} \Big] + C. \tag{33} \\
 & \sum_{l=2}^n \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) (\xi_l^2)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \\
 & p_{12} \left(\frac{m^{2r}}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \sum_{l=2}^n \left(p_{l2} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) (z_l^2)^{\frac{w+1}{2}} - \\
 & \sum_{l=2}^n \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) (\xi_l^2)^{\frac{w+1}{2}} - \frac{1}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \\
 & \Omega z_1^{2r-1} e_{d1} + \sum_{l=2}^n z_l e_{dl} + \kappa_{\eta_0} \sum_{l=2}^n \varepsilon_{0l} + \\
 & \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n q_{l1} \bar{\eta}_l^2 + \frac{2}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} \bar{\eta}_l^{1+w} + \sum_{l=1}^n e_{dl} \dot{e}_{dl} + \\
 & \frac{(1-v)}{2} \left(\frac{v+1}{2} \right)^{\frac{v+1}{1-v}} \sum_{l=2}^n q_{l1}. \tag{32}
 \end{aligned}$$

由文献[25]可知, e_{di}, μ_i 在固定时间 T_i 内收敛到原点, 故当 $t > t_1 = \max(T_1, T_2, \dots, T_N)$ 时, $e_{di} = 0$. 结合引理7, 式(32)可化简为

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_n \leq & -p_{11} (2r)^{\frac{v+1}{2}} \left(\frac{1}{2r} \log \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \\
 & \sum_{l=2}^n \left(p_{l1} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) 2^{\frac{v+1}{2}} \left(\frac{z_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \\
 & \sum_{l=2}^n \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) 2^{\frac{v+1}{2}} \left(\frac{\xi_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \sum_{l=2}^n q_{l1} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} - \\
 & p_{12} (2r)^{\frac{w+1}{2}} \left(\frac{1}{2r} \log \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \\
 & \sum_{l=2}^n \left(p_{l2} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) 2^{\frac{w+1}{2}} \left(\frac{z_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \\
 & \sum_{l=2}^n \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) 2^{\frac{w+1}{2}} \left(\frac{\xi_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} - \\
 & \frac{1}{1+w} \sum_{l=2}^n 2^{\frac{w+1}{2}} q_{l2} \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n q_{l1} \bar{\eta}_l^2 + \\
 & \kappa_{\eta_0} \sum_{l=2}^n \varepsilon_{0l} + \frac{2}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} \bar{\eta}_l^{1+w} + \\
 & \frac{(1-v)}{2} \left(\frac{v+1}{2} \right)^{\frac{v+1}{1-v}} \sum_{l=2}^n q_{l1} \leq \\
 & -A \left[\left(\frac{1}{2r} \log \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{v+1}{2}} + \sum_{l=2}^n \left(\frac{z_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} + \right. \\
 & \left. \sum_{l=2}^n \left(\frac{\xi_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} + \sum_{l=2}^n \left(\frac{\tilde{\eta}_l^2}{2} \right)^{\frac{v+1}{2}} \right] - \\
 & B \left[\left(\frac{1}{2r} \log \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \sum_{l=2}^n \left(\frac{z_l^2}{2} \right)^{\frac{w+1}{2}} + \right.
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 A = \min & \left\{ p_{11} (2r)^{\frac{v+1}{2}}, \left(p_{l1} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) 2^{\frac{v+1}{2}}, q_{l1}, \right. \\
 & \left. \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) 2^{\frac{v+1}{2}}, l = 2, \dots, n \right\} \geq 0, \\
 B = \min & \left\{ p_{12} (2r)^{\frac{w+1}{2}}, \left(p_{l2} - \frac{1}{2} g_{lM}^2 \right) 2^{\frac{w+1}{2}}, \right. \\
 & \left. \frac{1}{1+w} 2^{\frac{w+1}{2}} q_{l2}, \left(\frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{2} \right) 2^{\frac{w+1}{2}} \right\} \geq 0, \\
 C = \kappa_{\eta_0} & \sum_{l=2}^n \varepsilon_{0l} + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n q_{l1} \bar{\eta}_l^2 + \frac{2}{1+w} \sum_{l=2}^n q_{l2} \bar{\eta}_l^{1+w} + \\
 & \frac{(1-v)}{2} \left(\frac{v+1}{2} \right)^{\frac{v+1}{1-v}} \sum_{l=2}^n q_{l1}.
 \end{aligned}$$

结合引理6, 式(33)可化简为

$$\dot{V}_n \leq -A V_n^{\frac{v+1}{2}} - B(3n-2)^{\frac{1-w}{2}} V_n^{\frac{w+1}{2}} + C. \tag{34}$$

存在常量 $0 < \kappa_v < 1$, 使 $C \leq A \kappa_v V_n^{\frac{v+1}{2}}$. 式(34)可化为

$$\dot{V}_n \leq -A(1-\kappa_v) V_n^{\frac{v+1}{2}} - B(3n-2)^{\frac{1-w}{2}} V_n^{\frac{w+1}{2}}. \tag{35}$$

令 $\nu = \sqrt{V_n}$, 则

$$\dot{\nu} \leq -\frac{A}{2} (1-\kappa_v) \nu^v - \frac{B}{2} (3n-2)^{\frac{1-w}{2}} \cdot \nu^w.$$

结合文献[24], V_n 在固定时间

$$T \leq \frac{2}{A(1-\kappa_v)} \frac{1}{1-v} + \frac{2}{B(3n-2)^{\frac{1-w}{2}}} \frac{1}{w-1}$$

内收敛到 $\{V_n : V_n \leq \left(\frac{C}{A\kappa_v}\right)^{\frac{2}{v+1}}\}$. 当 V_n 在区域 $\{V_n : V_n \leq \left(\frac{C}{A\kappa_v}\right)^{\frac{2}{v+1}}\}$ 时, 有

$$\frac{1}{2r} \log \frac{1}{1-m^{2r}} < V_n \leq \left(\frac{C}{A\kappa_v}\right)^{\frac{2}{v+1}}.$$

因此, 跟踪误差将在固定时间内收敛到

$$\begin{aligned}
 & - \left(1 - e^{-2r(C/A\kappa_v)^{\frac{2}{v+1}}} \right)^{\frac{1}{2r}} k_a(t) \leq z_1(t) \leq \\
 & \left(1 - e^{-2r(C/A\kappa_v)^{\frac{2}{v+1}}} \right)^{\frac{1}{2r}} k_b(t).
 \end{aligned}$$

同时, 由于跟踪信号 y_r 有界, 即 $-k_{ayr}(t) < y_r < k_{byr}(t)$, 则 $-k_{ay}(t) = -(k_a + k_{ayr}) < y < k_b + k_{byr} = k_{by}(t)$. 其中: $k_{ayr}, k_{byr} > 0$, 且 $-k_a(t) < z_1 < k_b(t)$, $z_1 = y - y_r$. 分析表明, 输出满足约束条件. \square

注4 由稳定性分析可知, 控制器参数 p_{l1}, p_{l2} ($l = 1, \dots, n$) 的选取应满足 $p_{l1}, p_{l2} > 0, p_{l1}, p_{l2} > \frac{1}{2} g_l^2$ ($l = 2, \dots, n$), 滤波器参数 τ_l 满足 $0 < \tau_l < 2$. 在此基础上, 虽然参数 p_{l1}, p_{l2} 的取值越大, 系统的收敛速度越快, 但当参数 p_{l1}, p_{l2} 取值过大时, 会导致控制

输入发生饱和. 所以, 通过选取恰当的参数, 使系统在保证收敛速度的同时具有较好的控制效果.

5 仿真实验与分析

本节中, 首先, 将自适应固定时间滤波器与一阶滤波器^[5]、固定时间滤波器^[7]进行对比仿真; 然后, 将本文控制策略应用到永磁同步电机的角速度跟踪问题中以验证其有效性.

5.1 自适应固定时间滤波器的对比仿真

针对本文所设计的自适应固定时间滤波器(2), 考虑两种输入信号 $x_{ic} = 5, x_{ic} = 5 \sin t$. 在相同初始条件及参数下进行对比仿真.

仿真中, 固定时间滤波器的形式为

$$\tau_i \dot{x}_{id} = \text{sig}^v(x_{ic} - x_{id}) + \text{sig}^w(x_{ic} - x_{id}).$$

第1种输入信号下滤波器的参数选取为 $\tau_i = 0.5, v = 5/9, w = 11/7, \varepsilon_{0i} = 0.1$; 第2种输入信号下滤波器的参数选取为 $\tau_i = 0.2, v = 5/9, w = 11/7, \varepsilon_{0i} = 0.01$.

仿真结果如图1所示. 由图1可知, 本文设计的自适应固定时间滤波器比传统的一阶滤波器和固定时间滤波器具有更好的估计效果.

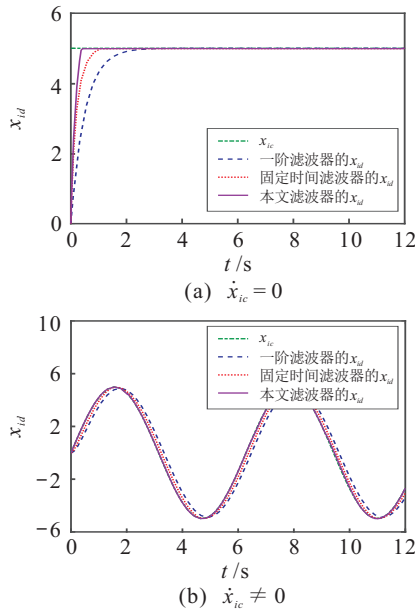


图1 滤波器估计曲线

5.2 永磁同步电机角速度的跟踪控制

本节对永磁同步电机角速度的跟踪控制问题进行仿真验证. 永磁同步电机的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = f_{11} + g_{11}x_{12} + d_1(t), \\ \dot{x}_{12} = f_{12} + g_{12}u_q; \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2u_d; \\ y_1 = x_{11}, y_2 = x_2. \end{cases} \quad (36)$$

其中

$$x_{11} = \omega, x_{12} = i_q, x_2 = i_d,$$

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{1.5p\psi_f}{J}, g_{12} = g_2 = \frac{1}{L}, \\ f_{11} &= -\frac{B}{J}\omega, f_{12} = -\left(p i_d + \frac{p\psi_f}{L}\right)\omega - \frac{R_s}{L}i_q, \\ f_2 &= p\omega i_q - \frac{R_s i_d}{L}, d_1 = -\frac{T_L}{J}. \end{aligned}$$

ω 是永磁同步电机的转子角速度, i_d, i_q 分别是 d 轴和 q 轴的定子电流, u_d, u_q 分别是 d 轴和 q 轴的定子电压, R_s 是定子电阻, L 是定子绕组等效电感, ψ_f 是永磁体磁链, B 是摩擦系数, p 是极对数, J 是转动惯量, T_L 是负载扰动.

针对由式(36)前两式组成的第1个子系统, 设计如下虚拟控制输入:

$$\begin{aligned} x_{2c} &= -g_{11}^{-1} \left(p_{111} \Omega_1^{\frac{v-1}{2}} z_{11}^{r_1(v-1)+1} + p_{112} \Omega_1^{\frac{w-1}{2}} z_{11}^{r_1(w-1)+1} + \frac{2r_1-1}{2r_1} z_{11} g_{11} + \frac{1}{2} \Omega_1 g_{11}^2 z_{11}^{2r_1-1} + \bar{p}_1(t) z_{11} + f_{11} - \dot{x}_{11d} + \hat{d}_1 \right) \end{aligned}$$

和实际控制输入

$$u_q = -g_{12}^{-1} \left(p_{121} z_{12}^v + p_{122} z_{12}^w + f_{12} - \dot{x}_{12d} + \frac{1}{2r_1} \Omega_1 g_{11} z_{12}^{2r_1-1} \right).$$

针对由式(36)第3个式子组成的第2个子系统, 设计实际控制输入

$$u_d = -g_2^{-1} \left(p_{21} \Omega_2^{\frac{v-1}{2}} z_2^{r_2(v-1)+1} + p_{22} \Omega_2^{\frac{w-1}{2}} z_2^{r_2(w-1)+1} + \bar{p}_2(t) z_2 + f_2 - \dot{x}_{2d} \right).$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{q(z_{11})}{k_{1b}^{2r_1} - z_{11}^{2r_1}} + \frac{1 - q(z_{11})}{k_{1a}^{2r_1} - z_{11}^{2r_1}}, \\ \Omega_2 &= \frac{q(z_2)}{k_{2b}^{2r_2} - z_2^{2r_2}} + \frac{1 - q(z_2)}{k_{2a}^{2r_2} - z_2^{2r_2}}, \\ \bar{p}_1(t) &= \sqrt{\left[\frac{\dot{k}_{1b}(t)}{k_{1b}(t)} \right]^2 + \left[\frac{\dot{k}_{1a}(t)}{k_{1a}(t)} \right]^2} + \gamma_1^*, \\ \bar{p}_2(t) &= \sqrt{\left[\frac{\dot{k}_{2b}(t)}{k_{2b}(t)} \right]^2 + \left[\frac{\dot{k}_{2a}(t)}{k_{2a}(t)} \right]^2} + \gamma_2^*. \end{aligned}$$

仿真中, x_{11}, x_{12} 和 x_2 的初始状态为 $x_{11}(0) = 0.3, x_{12}(0) = 0.5, x_2(0) = 0.1$. x_{11} 和 x_2 的参考信号为 $x_{11d}(t) = \sin(\pi t)$ rad/s, $x_{2d}(t) = 0$ A. 输出约束为 $k_{1by}(t) = 0.4 + 0.2e^{-5t} + \sin(\pi t)$ rad/s, $k_{1ay}(t) = 0.2 + 0.2e^{-10t} - \sin(\pi t)$ rad/s, $k_{2by}(t) = 0.1 + 0.2e^{-0.5t}$ A, $k_{2ay}(t) = 0.1 + 0.15e^{-0.4t}$ A. 负载扰动选取为 $T_L = 90 + 30 \sin(\pi t)$ (N·m). 误差定义为 $z_{11} = x_{11} - x_{11d}, z_{12} = x_{12} - x_{12d}, z_2 = x_2 - x_{2d}$,

其中 x_{11d} 、 x_{12d} 、 x_{2d} 分别是 x_{11} 、 x_{12} 、 x_2 的参考指令。

在相同模型、初始条件及控制器参数下,将考虑输出约束与不考虑输出约束的情形进行对比仿真. 电机参数为 $R_s = 0.14 \Omega$, $L = 4.6 \text{ mH}$, $\psi_f = 0.96 \text{ Wb}$, $B = 0.004$, $p = 3$, $J = 0.0547 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. 控制器的参数为 $p_{111} = 1000$, $p_{112} = 2$, $p_{121} = p_{21} = 800$, $p_{122} = p_{22} = 1.6$, $v = 5/9$, $w = 11/7$, $r_1 = r_2 = 1$, $\gamma_1^* = \gamma_2^* = 100$, $\tau_2 = 0.005$, $\varepsilon_{02} = 0.01$, $h_{11} = 117.5$, $h_{12} = 1$, $h_{13} = 6892$, $\sigma_1 = 1/2$, $\sigma_2 = 3/2$.

仿真结果如图2和图3所示. 图2(a)、(b)为永磁同步电机的转子角速度 ω 的跟踪曲线和误差曲线, 图2(c)、(d)为 d 轴定子电流 i_d 的跟踪曲线和误差曲线. 由图2可知: 转子角速度在很短时间内实现了

对其参考指令的跟踪, 考虑输出约束的 ω 的跟踪曲线初始波动范围较小, 且 ω 始终保持在约束边界 $-(0.2 + 0.2e^{-10t} - \sin(\pi t)) \text{ rad/s} \leq \omega \leq 0.4 + 0.2e^{-5t} + \sin(\pi t) \text{ rad/s}$ 内; 不考虑输出约束情形下的 ω 的初始误差波动范围较大, 超出了约束边界; 输出约束情形下的 i_d 比不考虑输出约束的 i_d 的跟踪效果更好, 跟踪误差值更小. 以上结果说明所设计的控制策略可以有效地解决系统的输出约束问题, 实现了输出在固定时间内对参考指令的稳定跟踪. 图3为控制输入 u_q 、 u_d . 由图3可知: 控制输入 u_q 虽然初始波动范围较大, 但在很短时间内达到了稳定状态; 考虑输出约束情形下的控制输入 u_d 的初始波动范围比不考虑约束的初始波动范围小.

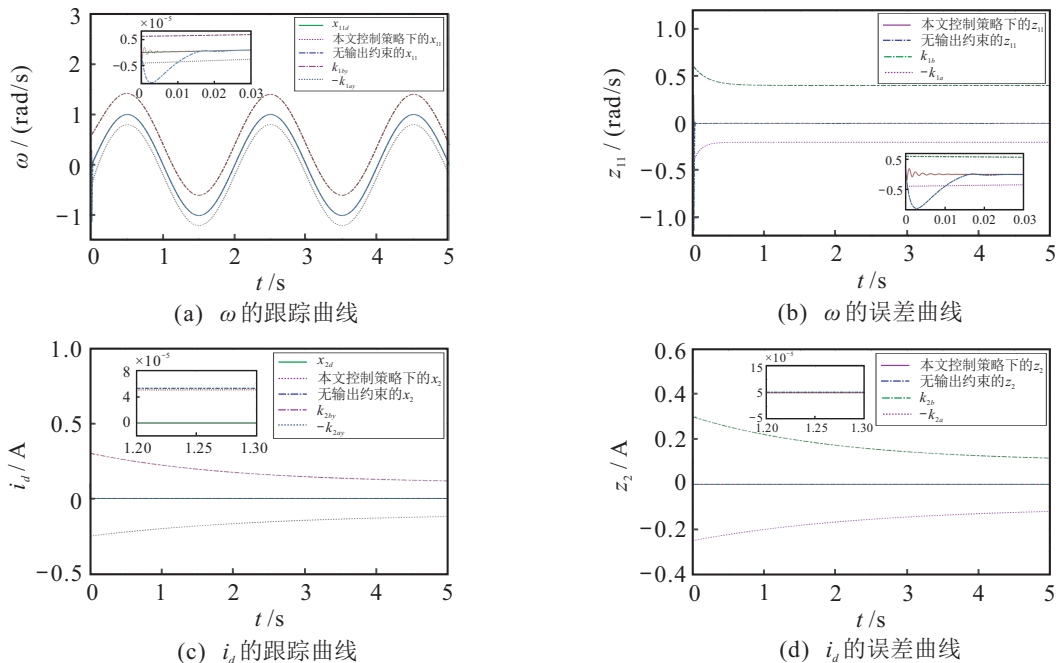


图2 输出跟踪 ω 和 i_d

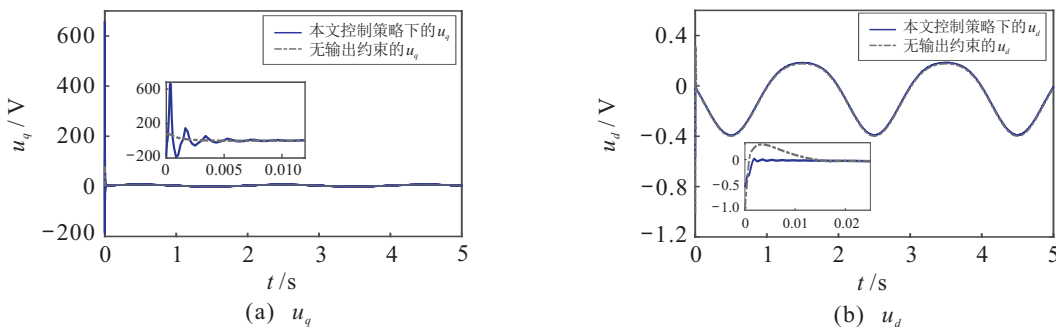


图3 控制输入 u_q 和 u_d

6 结论

本文研究了具有非对称输出约束和外界干扰的不确定非线性系统的控制问题, 提出了基于固定时间干扰观测器的自适应固定时间反步控制策略. 采用对数障碍 Lyapunov 函数解决了输出约束问题; 利用固定时间干扰观测器估计了外界干扰; 通过设计自

适应固定时间滤波器, 解决了“计算爆炸”问题; 最后, 通过永磁同步电机的角速度跟踪控制仿真验证了所设计的控制策略的有效性. 本文没有考虑执行器故障、全状态约束等因素对不确定非线性系统的影响, 在后续研究中, 将考虑上述因素综合影响下的不确定非线性系统的控制问题.

参考文献(References)

- [1] Pang H, Zhang X, Xu Z R. Adaptive backstepping-based tracking control design for nonlinear active suspension system with parameter uncertainties and safety constraints[J]. ISA Transactions, 2019, 88: 23-36.
- [2] Yu J P, Shi P, Zhao L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 2018, 92: 173-180.
- [3] 曹伟, 乔金杰, 孙明. 永磁直线电机扰动估计与补偿的位置反步控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(6): 1409-1414.
(Cao W, Qiao J J, Sun M. Backstepping control of disturbance estimation and compensation for permanent magnet linear motor[J]. Control and Decision, 2020, 35(6): 1409-1414.)
- [4] Farrell J A, Polycarpou M, Sharma M, et al. Command filtered backstepping[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1391-1395.
- [5] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [6] Sun J L, Yi J Q, Pu Z Q, et al. Fixed-time sliding mode disturbance observer-based nonsmooth backstepping control for hypersonic vehicles[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(11): 4377-4386.
- [7] Li J P, Yang Y N, Hua C C, et al. Fixed-time backstepping control design for high-order strict-feedback non-linear systems via terminal sliding mode[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(8): 1184-1193.
- [8] Tang L, Chen A Q, Li D J. Time-varying tan-type barrier Lyapunov function-based adaptive fuzzy control for switched systems with unknown dead zone[J]. IEEE Access, 2019, 7: 110928-110935.
- [9] Wei X T, Tong S C. Observer-based fuzzy adaptive hybrid control for nonlinear systems with output constraint[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, 2019, 43(1): 379-388.
- [10] Tang Z L, Tee K P, He W. Tangent barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2013, 46(20): 449-455.
- [11] Chen L S. Asymmetric prescribed performance-barrier Lyapunov function for the adaptive dynamic surface control of unknown pure-feedback nonlinear switched systems with output constraints[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2018, 32(10): 1417-1439.
- [12] Liu W H, Lu J W, Zhang Z Q, et al. Observer-based neural control for MIMO pure-feedback non-linear systems with input saturation and disturbances[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(17): 2314-2324.
- [13] 常晶, 周军. 一种基于时变干扰观测器的高超声速飞行器容错控制策略设计[J]. 控制与决策, 2018, 33(10): 1893-1900.
(Chang J, Zhou J. A FTC scheme for hypersonic vehicle based on adaptive disturbance observer[J]. Control and Decision, 2018, 33(10): 1893-1900.)
- [14] Li X M, Liu Y F, Zhang J, et al. Disturbance observer-based finite-time speed control for marine diesel engine with input constraints[J]. IEEE Access, 2020, 8: 50859-50871.
- [15] Wu R, Wei C Z, Yang F, et al. FxTDO-based non-singular terminal sliding mode control for second-order uncertain systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(18): 2459-2467.
- [16] Wang C L, Lin Y. Decentralized adaptive tracking control for a class of interconnected nonlinear time-varying systems[J]. Automatica, 2015, 54: 16-24.
- [17] Qian C J, Lin W. Non-Lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization[J]. Systems & Control Letters, 2001, 42(3): 185-200.
- [18] Deng H, Krsti M. Stochastic nonlinear stabilization—I: A backstepping design[J]. Systems & Control Letters, 1997, 32(3): 143-150.
- [19] Yang H J, Ye D. Adaptive fixed-time bipartite tracking consensus control for unknown nonlinear multi-agent systems: An information classification mechanism[J]. Information Sciences, 2018, 459: 238-254.
- [20] Sun Y M, Zhang L. Fixed-time adaptive fuzzy control for uncertain strict feedback switched systems[J]. Information Sciences, 2021, 546: 742-752.
- [21] Zuo Z Y, Tie L. A new class of finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. International Journal of Control, 2014, 87(2): 363-370.
- [22] Tee K P, Ren B B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. Automatica, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [23] Polycarpou M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(3): 447-451.
- [24] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [25] Wang X, Guo J, Tang S J, et al. Fixed-time disturbance observer based fixed-time back-stepping control for an air-breathing hypersonic vehicle[J]. ISA Transactions, 2019, 88: 233-245.

作者简介

王芳(1984—), 女, 副教授, 博士, 从事复杂非线性系统控制、飞行系统控制等研究, E-mail: wangfang@ysu.edu.cn;

吕紫青(1995—), 女, 硕士, 从事非线性系统控制的研究, E-mail: 1951367782@qq.com;

单锐(1961—), 女, 教授, 博士, 从事优化理论、时间序列及应用等研究, E-mail: 771069643@qq.com;

周超(1986—), 男, 讲师, 博士, 从事冶金设备设计及仿真的研究, E-mail: zhouchao@hebau.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)