

控制与决策

Control and Decision

基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法

王子赟, 李旭, 王艳, 纪志成

引用本文:

王子赟, 李旭, 王艳, 纪志成. 基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2287–2295.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0015>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于多胞体双重滤波的系统状态估计方法

Orthotopic double filtering based state estimation algorithm

控制与决策. 2022, 37(1): 127–134 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0968>

基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

Vector set inversion interval filtering based fault observer design

控制与决策. 2021, 36(12): 2973–2981 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0212>

基于数据驱动的非线性网络系统自适应迭代学习控制

Data driven adaptive learning control of nonlinear network system

控制与决策. 2021, 36(6): 1523–1528 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1182>

基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS

控制与决策. 2021, 36(12): 3049–3055 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0962>

含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

控制与决策. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法

王子赟^{1,2}, 李旭², 王艳^{2†}, 纪志成²

(1. 江南大学轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏无锡 214122;

2. 江南大学物联网技术应用教育部工程研究中心, 江苏无锡 214122)

摘要: 针对噪声有界但未知条件下的非线性系统状态估计问题, 提出基于超平行空间集员滤波算法. 利用 Stirling 矩阵将模型进行一阶展开, 基于凸差规划完成线性化误差定界, 采用超平行空间表示误差边界和状态可行集, 求解下一时刻预测状态可行集超平行体. 在更新步将观测值分解为多个带, 融入观测值的线性化误差并将带依次与超平行体相交, 得到该时刻超平行空间描述下的状态可行集更新情况. 所提出算法能够避免在求解线性化误差过程中外包误差集合带来的体积扩充, 降低非线性集员滤波算法的保守性. 仿真示例验证了所提出算法的可行性和有效性.

关键词: 超平行空间; 集员; 滤波; 非线性系统; 状态估计

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0015

引用格式: 王子赟, 李旭, 王艳, 等. 基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2287-2295.

Hyperparallel space set-membership filtering based state estimation algorithm for nonlinear system

WANG Zi-yun^{1,2}, LI Xu², WANG Yan^{2†}, JI Zhi-cheng²

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: For solving the problem of state estimation in nonlinear systems with bounded but unknown noise, a hyperparallel space set-membership filtering based state estimation algorithm is proposed. The Stirling matrix is used to expand the model into the one dimension, and the linearization error boundary is calculated based on convex difference programming. Then, the hyperparallel space is used to represent the error boundary and the feasible state set, before finding the predictive parallelotope incorporating true states in the next time. In the update step, the observation is decomposed into multiple stripe, and the updating feasible state set described by the hyperparallel space is obtained by integrating the linearization error of the observed values into stripe and intersecting them with the parallelotope in turn. The proposed algorithm avoids the volume increase caused by sets bounding remainder in the process of solving the linearization error, thus can reduce the conservatism of the nonlinear set-membership filtering algorithm. The simulation example verifies the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: hyperparallel space; set-membership; filtering; nonlinear system; state estimation

0 引言

非线性系统状态估计问题广泛存在于全球定位系统导航、目标跟踪和系统控制等领域, 准确连续地估计出系统的状态参数是对其进行有效控制的前提. 因此, 所采用的估计方法不仅要求精度高, 而且应具备处理模型误差的能力. 传统的状态估计领域常

用的贝叶斯经典方法, 例如卡尔曼滤波^[1-2]、粒子滤波^[3-4]等, 均要求对噪声的概率分布满足先验性假设, 但实际系统中并不能得到其精确分布, 或者虽然已知噪声分布但为非高斯或非白噪声的情况, 这些情形使得基于概率的状态估计结果不精确甚至失灵, 导致经典的滤波算法具有局限性.

收稿日期: 2021-01-05; 录用日期: 2021-07-05.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2020YFB1710600); 国家自然科学基金项目(61802150, 61973138); 中国博士后科学基金面上项目(2018M642161).

†通讯作者. E-mail: yanwang@jiangnan.edu.cn.

相比经典的卡尔曼滤波算法,集员滤波假设噪声项为未知有界(unknown but bounded, UBB),它只需知道噪声的边界值而对其具体概率分布没有先验要求,拓展了传统状态估计方法的适用领域.在使用集员滤波方法的过程中,学者们将系统的状态可行解集用规则的几何空间体表示,然后预测步将集合做仿射变换,更新步不断将其与测量值条带求交集缩小可行集得到系统的真实状态.常用的几何空间有椭球^[5-6]、多胞体^[7-8]、区间^[9-10]、盒子^[11-12]等.

在非线性系统状态估计领域,由于传统估计算法的固有缺陷,如扩展卡尔曼滤波在做泰勒展开时需计算雅可比矩阵或海森矩阵,从而带来显著的计算量,目标函数非线性程度较高引起较大高阶误差项会严重影响算法收敛性,甚至导致算法发散,噪声项服从高斯分布等^[13],使得这些算法对于精确性和可靠性要求较高的系统并不适用.由于椭球集员滤波计算简单、易于迭代^[14],Scholte等^[15]借鉴扩展卡尔曼滤波的思想,基于椭球集员滤波提出了扩展集员滤波算法,用椭球包裹线性化误差,再求其外包盒以解决非线性问题,打破了噪声分布的局限性;周波等^[16]在此基础上将外包盒的选取规则改为轴对称外包盒,降低了算法保守性.椭球算法虽然计算简单,便于迭代,但保守性较大,不易得到状态可行集的紧致解.

本文针对以上非线性集员滤波过程中将线性化误差用椭球包裹再求其外包盒导致保守性偏大的问题,采用超平行体将线性化误差包裹进行运算.首先,预测步将模型状态值的非线性部分在上一时刻状态估计点处进行一阶Stirling展开,按照一阶展开项形式对上一时刻迭代结束的超平行体进行线性仿射变换,使用凸差^[17-18](difference of convex, DC)规划给展开的高阶误差项定界并用超平行体包络,利用超平行体的闵可夫斯基和的性质,计算预测过程的系统可行集;然后,在更新步将观测值的非线性部分在预测步结束的状态估计点处进行一阶Stirling展开,观测值展开的高阶误差项融入条带表达式中并构建线性化条带空间;最后利用条带与超平行体的依次不断相交得到系统状态估计值.

1 问题描述

给定离散非线性系统的数学模型如下:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k) + w_k, \\ y_k = h(x_k) + v_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in X \subseteq \mathbf{R}^n$, x_k 为 k 时刻系统状态, X 为参数可行集(feasible parameter set, FPS), $y_k \subseteq \mathbf{R}^m$ 为 k 时

刻输出测量值, w_k 和 v_k 分别为 k 时刻的过程噪声和测量噪声, $f(x_k)$ 和 $h(x_k)$ 为关于 x_k 的离散非线性函数.

定义1^[16] 对于 $\omega \in \mathbf{R}^{l \times 1}$, $\epsilon \in \mathbf{R}^{l \times 1}$, 定义如下符号:

$$\|\omega^i\|_{\infty}^{\epsilon^i} = \max\left(\left|\frac{\omega^i}{\epsilon^i}\right|\right), \quad i = 1, 2, \dots, l, \quad (2)$$

其中 ω^i 和 ϵ^i 为 ω 和 ϵ 的第 i 项.

假设1 对于系统(1), 假定噪声项 w_k 和 v_k 均是 UBB, 且满足下式:

$$\|w_k^i\|_{\infty}^{\epsilon_w^i} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3)$$

$$\|v_k^j\|_{\infty}^{\epsilon_v^j} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

其中 ϵ_w^i 和 ϵ_v^j 分别为 k 时刻 w 的第 i 项边界值和 v 的第 j 项边界值.

本文提出一种基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法, 首先用 Stirling 将 $f(x_k)$ 和 $h(x_k)$ 线性化, 利用凸差(difference of convex, DC)规划^[17-18]给线性化误差定界, 再采用超平行体进行融入高阶误差项的集合运算, 解决了非线性系统(1)的参数估计问题. 与中心差分集员滤波算法(central difference set-membership filter, CDSMF)^[18]和最小边全对称多胞体算法(minimum segments zonotopic method, MSZM)^[19]相比, 所提出算法具有更小的保守性.

2 预备知识

2.1 超平行体与正多胞体

定义2^[20] 定义第 i 个观测条带为

$$S_i = \{\theta \in \mathbf{R}^n \mid \|p_i \theta - c_i\|_{\infty} \leq 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

其中: $p_i \in \mathbf{R}^{1 \times n}$, θ 为状态参数, $c_i \in \mathbf{R}^{1 \times 1}$ 为带 S_i 的中心点.

定义3^[21] 包含参数可行集的超平行体 \mathcal{P} 为

$$\mathcal{P}(\theta_c, T) = \{\theta : \theta = \theta_c + T\alpha, \|\alpha\|_{\infty} \leq 1\} \triangleq \theta_c \oplus TB^n. \quad (6)$$

其中: $\theta_c \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为超平行中心点, $T = [t_1, t_2, \dots, t_n] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为形状矩阵, $\alpha \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, B^n 为 n 维盒子.

对于三维超平行体 $\mathcal{P}(\theta_c, T)$, $T = [t_1, t_2, t_3]$, 其三维超平行体的空间结构如图1所示.

定义4^[7] 包含参数可行集的正多胞体 \mathcal{O} 为

$$\mathcal{O}(\theta_c, d) = \{\theta : \theta = \theta_c + \text{diag}(d)w, \|w\|_{\infty} \leq 1\}, \quad (7)$$

其中 $\theta_c, d, w \in \mathbf{R}^n$.

当定义3中的 $T = \text{diag}(d)$, $d \in \mathbf{R}^n$ 时, 定义3与定义4等价. 可见, 正多胞体是一类特殊的超平行体.

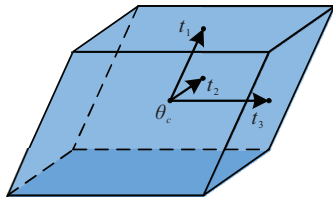


图1 超平行体的空间表示 ($n = 3$)

2.2 运算性质

性质1 超平行体满足如下运算性质:

$$\mathcal{LP}(\hat{\theta}, T) + k = \mathcal{P}(\mathcal{L}\hat{\theta} + k, \mathcal{L}T), \tag{8}$$

$$\mathcal{P}(\hat{\theta}_1, T_1) \oplus \mathcal{P}(\hat{\theta}_2, T_2) = \mathcal{P}(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2, [T_1 \ T_2]). \tag{9}$$

式(8)是线性变换性质,式(9)是其闵可夫斯基和性质.由式(9)可见,两个超平行体的直和得到的是一个全对称多胞体,且随着形状矩阵 $[T_1 \ T_2]$ 列数的增加,其维数也越来越大,在空间上则表示全对称多胞体的面越来越多,形状也越复杂.降维可求此全对称多胞体的外包多面体.

3 基于超平行体的非线性集员滤波

3.1 线性化误差的外包边界

由于泰勒展开涉及到的Jacobian矩阵或Hessian矩阵的运算要求函数各点连续且可微,且微分导致计算量较大、程序运行耗时,采用Stirling^[18]方法,首先将模型(1)中的非线性函数 $f(x_k)$ 和 $h(x_{k+1})$ 作线性化处理,分别将函数在估计值 $\hat{x}_{k|k}$ 和 $\hat{x}_{k+1|k}$ 处进行一阶展开,高阶误差项(H.O.T)用集合的形式包裹并参与运算,有

$$f(x_k) = f(\hat{x}_{k|k}) + F_k(x_k - \hat{x}_{k|k}) + \text{H.O.T}_1, \tag{10}$$

$$h(x_{k+1}) =$$

$$h(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) + \text{H.O.T}_2. \tag{11}$$

其中

$$F_k = \frac{1}{2h} \begin{bmatrix} (f(\hat{x}_{k|k}^{1+}) - f(\hat{x}_{k|k}^{1-}))^T \\ (f(\hat{x}_{k|k}^{2+}) - f(\hat{x}_{k|k}^{2-}))^T \\ \vdots \\ (f(\hat{x}_{k|k}^{n+}) - f(\hat{x}_{k|k}^{n-}))^T \end{bmatrix}^T, \tag{12}$$

$$H_{k+1} = \frac{1}{2h} \begin{bmatrix} (h(\hat{x}_{k+1|k}^{1+}) - h(\hat{x}_{k+1|k}^{1-}))^T \\ (h(\hat{x}_{k+1|k}^{2+}) - h(\hat{x}_{k+1|k}^{2-}))^T \\ \vdots \\ (h(\hat{x}_{k+1|k}^{n+}) - h(\hat{x}_{k+1|k}^{n-}))^T \end{bmatrix}^T. \tag{13}$$

且有

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k}^{i+} &= \hat{x}_{k|k} + he_i, \quad \hat{x}_{k|k}^{i-} = \hat{x}_{k|k} - he_i, \\ \hat{x}_{k+1|k}^{i+} &= \hat{x}_{k+1|k} + he_i, \quad \hat{x}_{k+1|k}^{i-} = \hat{x}_{k+1|k} - he_i, \\ e_1 &= (1, 0, \dots, 0)_{n \times 1}^T, \quad e_2 = (0, 1, 0, \dots, 0)_{n \times 1}^T, \dots, \end{aligned}$$

$$e_n = (0, 0, \dots, 1)_{n \times 1}^T,$$

定义 h 为步长,记 $f_L^{(i)}(x_k) = f^{(i)}(\hat{x}_{k|k}) + F_k^{(i)}(x_k - \hat{x}_{k|k})$ 为 $f(x_k)$ 的第 i 个函数的线性化部分,由式(10)可以得到线性化误差的表达式为

$$\text{H.O.T}_1 = \begin{bmatrix} f^{(1)}(x_k) - f_L^{(1)}(x_k) \\ f^{(2)}(x_k) - f_L^{(2)}(x_k) \\ \vdots \\ f^{(n)}(x_k) - f_L^{(n)}(x_k) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

利用DC规划,函数 $f(x_k)$ 可由两个凸函数之差表示.设 $g_1(x_k)$ 和 $g_2(x_k)$ 为凸函数,即 $f(x_k) = g_1(x_k) - g_2(x_k)$,可设 $g_1(x_k) = f(x_k) + \alpha x_k^T x_k$, $g_2(x_k) = \alpha x_k^T x_k$, $\alpha > 0$.则线性化误差表达式为 $\text{H.O.T}_1 = g_1(x_k) - g_2(x_k) - f_L(x_k)$.类似 $f(x_k)$ 的线性化部分 $f_L(x_k)$,令 $\bar{g}_1(x_k) = g_1(\hat{x}_k) + G_k(x_k - \hat{x}_k)$, $\bar{g}_2(x_k) = g_2(\hat{x}_k) + H_k(x_k - \hat{x}_k)$ 分别为 $g_1(x_k)$ 和 $g_2(x_k)$ 的线性化部分,利用凸函数的微分性质 $\bar{g}_1(x_k) < g_1(x_k)$, $\bar{g}_2(x_k) < g_2(x_k)$ 对 H.O.T_1 进行放缩,可得

$$\text{H.O.T}_1^{(i)} \leq \max_{x_k \in X_k} \{g_1^{(i)}(x_k) - \bar{g}_2^{(i)}(x_k) - f_L^{(i)}(x_k)\}, \tag{15}$$

$$\text{H.O.T}_1^{(i)} \geq \min_{x_k \in X_k} \{\bar{g}_1^{(i)}(x_k) - g_2^{(i)}(x_k) - f_L^{(i)}(x_k)\}, \tag{16}$$

其中 X_k 为 x_k 的可行集.这里用超平行体 \mathcal{P}_E 去包裹,利用超平行体的顶点值松弛求解半正定规划问题(semi definite problem, SDP)^[16],即对于 $x_k \in X_k \subseteq \mathcal{P}_E$, H.O.T_1^i 的最大或最小值在 \mathcal{P}_E 的顶点处取得.

在求解函数 $f^{(i)}(x_k)$ 线性化误差 $\text{H.O.T}_1^{(i)}$ 的边界 $[e_{1,\min}^{(i)}, e_{1,\max}^{(i)}]$ 后,用超平行体 $\mathcal{P}_E = p_e \oplus T_e B^n$ 去包裹.其中 p_e 为超平行体中心点, T_e 为形状矩阵,有

$$p_e = \left\{ \frac{(e_{1,\max}^{(1)} + e_{1,\min}^{(1)})}{2}, \frac{(e_{1,\max}^{(2)} + e_{1,\min}^{(2)})}{2}, \dots, \frac{(e_{1,\max}^{(n)} + e_{1,\min}^{(n)})}{2} \right\}^T, \tag{17}$$

$$T_e = \text{diag} \left\{ \frac{(e_{1,\max}^{(1)} - e_{1,\min}^{(1)})}{2}, \frac{(e_{1,\max}^{(2)} - e_{1,\min}^{(2)})}{2}, \dots, \frac{(e_{1,\max}^{(n)} - e_{1,\min}^{(n)})}{2} \right\}. \tag{18}$$

3.2 预测步

设 k 时刻有参数可行集 $X_{k|k}$,此时系统状态 $x(k|k)$ 包裹在可行集中,即 $x(k|k) \in X_{k|k}$.模型(1)的状态方程中,利用线性化手段将非线性函数 $f(x_k)$ 线性化,记为 $L(f(x_k))$,利用线性化集合运算性质可以得到此时的可行集,记为 $L(X_{k|k})$.设 $w(k)$ 外包集合为 W_k ,有 $X_{k+1|k} = L(X_{k|k}) \oplus W_k$.

结合式(10),模型(1)的状态方程可写为

$$x_{k+1} = f_L(x_k) + \text{H.O.T}_1 + w_k, \quad (19)$$

其中 $f_L(x_k)$ 为 $f(x_k)$ 线性化部分. 设 $x_k \in X_k$, $f_L(X_k)$ 可以看作状态可行集 X_k 的线性仿射变换, 它用超平行体 \mathcal{P}_L 包裹; H.O.T_1 用超平行体 \mathcal{P}_E 包裹; w_k 用超平行体 \mathcal{P}_W 包裹, 则 $k+1$ 时刻状态预测值 $x_{k+1|k}$ 满足 $x_{k+1|k} \in X_{k+1|k} = \mathcal{P}_L \oplus \mathcal{P}_E \oplus \mathcal{P}_W$, 可见集合 $X_{k+1|k}$ 是个全对称多胞体.

定理1 设 k 时刻包含 x_k 的超平行体为 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k|k}, T_{k|k})$, 包含 H.O.T 的超平行体为 $\mathcal{P}_E = p_e \oplus T_e B^n$, 包含 w_k 的超平行体为 $\mathcal{P}_W = p_w \oplus T_w B^n$. 那么 $k+1$ 时刻包含 $x_{k+1|k}$ 的全对称多胞体可表示为 $\mathcal{Z}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$, 其中

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}) + p_e + p_w, \quad (20)$$

$$T_{k+1|k} = [F_k T_{k|k} \quad T_e \quad T_w]. \quad (21)$$

证明 应用2.2节性质1, 可知

$$\begin{aligned} x_{k+1|k} \subseteq \mathcal{Z}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) &= \\ \mathcal{P}_L \oplus \mathcal{P}_E \oplus \mathcal{P}_W &= \\ (f(\hat{x}_{k|k}) + F_k(\mathcal{P}(\hat{x}_{k|k}, T_{k|k}) - \hat{x}_{k|k})) \oplus & \\ (p_e \oplus T_e B^n) \oplus (p_w \oplus T_w B^n) &= \\ (f(\hat{x}_{k|k}) + (\mathcal{P}(F_k \hat{x}_{k|k}, F_k T_{k|k}) - F_k \hat{x}_{k|k})) \oplus & \\ (p_e \oplus T_e B^n) \oplus (p_w \oplus T_w B^n) &= \\ (f(\hat{x}_{k|k}) \oplus F_k T_{k|k} B^n) \oplus (p_e \oplus T_e B^n) \oplus & \\ (p_w \oplus T_w B^n) &= \\ (f(\hat{x}_{k|k}) + p_e + p_w) \oplus [F_k T_{k|k} \quad T_e \quad T_w] B^{3n} &= \\ \hat{x}_{k+1|k} \oplus T_{k+1|k} B^{3n}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} &= f(\hat{x}_{k|k}) + p_e + p_w, \\ T_{k+1|k} &= [F_k T_{k|k} \quad T_e \quad T_w]. \quad \square \end{aligned}$$

在得到 $k+1$ 时刻预测状态的参数可行集 $\mathcal{Z}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$ 后, 利用文献[22]的降维方法求取可行集的最小外包超平行体 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$. 对于过程噪声项是中心点为原点的正多胞体, 即 $w_k \in \mathcal{P}_W = \mathcal{O}_W = \mathbf{0} \oplus \text{diag}\{w_{k,1}, w_{k,2}, \dots, w_{k,n}\}$, 由于 \mathcal{P}_E 亦为等维数的正多胞体, 计算定理1中 $\mathcal{Z}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$ 时, 可先用如下定理求解两个正多胞体的直和 \mathcal{P}_{E+W} .

定理2 对于两个 n 维的正多胞体 $\mathcal{O}_1 = p_1 \oplus \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $\mathcal{O}_2 = p_2 \oplus \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, 两者的闵可夫斯基和可以表示为

$$\mathcal{O}_1 \oplus \mathcal{O}_2 =$$

$$(p_1 + p_2) \oplus \begin{bmatrix} a_1 + b_1 & & & \\ & a_2 + b_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_n + b_n \end{bmatrix}.$$

证明 令 $B^n = [B_1, B_2, \dots, B_{2n}]$, 其中的每个元素取值为1或-1, 且前 n 个元素构成集合 B_1^n , 后 n 个元素构成集合 B_2^n . 考虑两个正多胞体的形状矩阵 $\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\} B_1^n$ 和 $\text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\} B_2^n$, 由超平行体性质知其闵可夫斯基和得到的形状矩阵为

$$[\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}] B^{2n},$$

顶点的形状矩阵表达式为 $[a_1 B_1 + b_1 B_{n+1}; a_2 B_2 + b_2 B_{n+2}; \dots; a_n B_n + b_n B_{2n}]$, 每行取最大值和最小值, 得其顶点边界为

$$[B_1(a_1 + b_1); B_2(a_2 + b_2); \dots; B_n(a_n + b_n)]. \quad \square$$

求出 \mathcal{P}_{E+W} 后再求其与仿射变换超平行体 \mathcal{P}_L 的直和, 所得直和集合是一个全对称多胞体. 然后求其最小外包超平行体 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$, 即

$$\mathcal{Z}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \subseteq \mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) = \mathcal{P}_L \oplus \mathcal{P}_{E+W}. \quad (22)$$

例如, 当 $\mathcal{P}_L = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.15 & 0.08 \\ 0.09 & 0.18 \end{bmatrix}$, $\mathcal{P}_{E+W} = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.05 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.025 & 0 \\ 0 & 0.025 \end{bmatrix}$ 时, 计算可得

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.15 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.15 & 0.08 & 0.025 & 0 \\ 0.09 & 0.18 & 0 & 0.025 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.15 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.1992 & 0.1042 \\ 0.1195 & 0.2345 \end{bmatrix}.$$

此时, 预测过程的集员空间体包裹区域对比如图2所示.

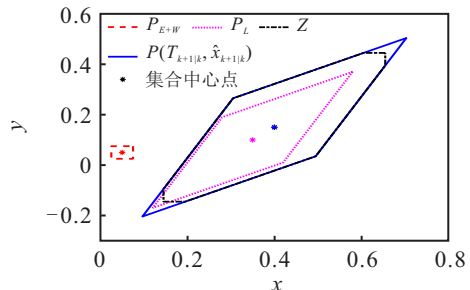


图2 预测过程集员空间体包裹区域

3.3 更新步

针对输出方程中的 $h(x_k)$ 线性化, 定义线性化后的结果为 $y_{k+1} = L(h(x_{k+1})) + v_{k+1}$, 有观测集 $S_{k+1} = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \|y_{k+1} - L(h(x_{k+1}))\|_{\infty}^i \leq 1\}$, 则更新后的状态估计为 $X_{k+1|k+1} = S_{k+1} \cap X_{k+1|k}$.

由于 $k+1$ 时刻满足 $X_{k+1|k} \subseteq \mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$, 更新步的目的是求解观测集 S_{k+1} 与前序预测步得到的 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$ 交集的最小外包超平行体 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k+1}, T_{k+1|k+1})$, 即

$$S_{k+1} \cap \mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \subseteq \mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k+1}, T_{k+1|k+1}).$$

定理3 设有观测方程 $y_{k+1} = h(x_{k+1}) + v_{k+1}$, 其中: $y_{k+1} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$, $h(x_{k+1})$ 为 x_{k+1} 的 m 维非线性函数, $y_{k+1}^{(i)}$ 和 $h^{(i)}(x_{k+1})$ 分别代表 y_{k+1} 和 $h(x_{k+1})$ 的第 i 个元素, $1 \leq i \leq m$. 令 $\epsilon_v^{(i)}$ 表示 v_{k+1} 的第 i 个元素的边界值, $\text{H.O.T}_2^{(i)}$ 表示 H.O.T_2 的第 i 个元素, 其上下界为 $\text{H.O.T}_2^{(i)} \in [e_{2,\min}^{(i)}, e_{2,\max}^{(i)}]$, 则线性化后的观测集 S_{k+1} 的第 i 个条带 $S_{k+1,i}$ 可表示为

$$S_{k+1,i} = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \|p_i x_{k+1|k+1} - c_i\|_\infty \leq 1\}. \quad (23)$$

其中

$$p_i = \frac{H_{k+1}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}}, \quad (24)$$

$c_i =$

$$\frac{y_{k+1}^{(i)} - h^{(i)}(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - \frac{e_{2,\max}^{(i)} + e_{2,\min}^{(i)}}{2}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}}. \quad (25)$$

证明 模型(1)的观测方程在 $k+1$ 时刻的一阶 Stirling 展开为

$$y_{k+1} = h(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}(x_{k+1|k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) + \text{H.O.T}_2 + v_{k+1}. \quad (26)$$

考虑 $y_{k+1} = [y_{k+1}^{(1)}, y_{k+1}^{(2)}, \dots, y_{k+1}^{(m)}]^\top$ 中的任一分量 $y_{k+1}^{(i)}$, 基于 $v_{k+1}^{(i)}$ 与 $\text{H.O.T}_2^{(i)}$ 的有界性, $S_{k+1,i}$ 可写为

$$S_{k+1,i} = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \|y_{k+1}^{(i)} - h^{(i)}(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - H_{k+1}x_{k+1|k+1}\|_\infty + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2} \leq 1\}. \quad (27)$$

作如下恒等变形:

$$\begin{aligned} & \|y_{k+1}^{(i)} - h^{(i)}(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - \\ & H_{k+1}x_{k+1|k+1}\|_\infty + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2} = \\ & \left\| \frac{H_{k+1}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}} x_{k+1|k+1} - \right. \\ & \left. \frac{y_{k+1}^{(i)} - h^{(i)}(\hat{x}_{k+1|k})}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}} \right\|_\infty \end{aligned}$$

$$\left\| \frac{H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - \frac{e_{2,\max}^{(i)} + e_{2,\min}^{(i)}}{2}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}} \right\|_\infty.$$

参考定义2, 可将 S_{k+1} 第 i 个条带 $S_{k+1,i}$ 的结构参数改写为

$$p_i = \frac{H_{k+1}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}}, \quad (28)$$

$c_i =$

$$\frac{y_{k+1}^{(i)} - h^{(i)}(\hat{x}_{k+1|k}) + H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - \frac{e_{2,\max}^{(i)} + e_{2,\min}^{(i)}}{2}}{\epsilon_v^{(i)} + \frac{e_{2,\max}^{(i)} - e_{2,\min}^{(i)}}{2}}. \quad (29)$$

定理3得证. \square

考虑到 $S_{k+1} = \bigcap_{i=1}^m S_{k+1,i}$ 是一个多面体, $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \cap S_{k+1}$ 亦是一个形状更复杂的不规则多面体, 这样不利于迭代计算. 为解决这一问题, 在计算超平行体 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k})$ 时, 每次只与一个条带相交, 即 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \cap S_{k+1} = \{\dots \{ \mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \cap S_{k+1,1} \}, \dots, \cap S_{k+1,m}\}$, 在 $k+1$ 时刻 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \cap S_{k+1,1}$, 计算此多面体的最小外包超平行体, 再令其与 $S_{k+1,2}$ 相交, 如此往复直至 $S_{k+1,m}$.

以计算 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k}, T_{k+1|k}) \cap S_{k+1,1}$ 为例, 可令 $S_{k+1,1} = S_{k+1,1}(p_{n+1}, c_{n+1})$, 首先设置迭代初始参数

$$x_c = \hat{x}_{k+1|k}, T = [t_1, t_2, \dots, t_n] = T_{k+1|k}. \quad (30)$$

p_{n+1} 和 c_{n+1} 按照式(28)和(29)进行计算. 设置两个参量

$$\epsilon_0^+ = (p_{n+1}x_c - c_{n+1}) + \sum_{i=1}^n |p_{n+1}t_i|, \quad (31)$$

$$\epsilon_0^- = (p_{n+1}x_c - c_{n+1}) - \sum_{i=1}^n |p_{n+1}t_i|. \quad (32)$$

当 $\epsilon_0^+ < -1$ 或 $\epsilon_0^- > 1$ 时表示交集为空, 即存在故障, 此时退出当前循环. 若交集非空集, 则开始迭代计算. 为了保证向量 t_1, t_2, \dots, t_n 方向为正方向, 定义方向性运算 $p_{n+1}t_i \geq 0$, 否则令 t_i 取反.

以下3步中每一步需分别做 t_i, \bar{t}_i 和 t_i^* 的方向性运算.

step 1: 紧缩条带^[20-21]. 有

$$r_{n+1}^+ = \min(1, \epsilon_0^+), \quad (33)$$

$$r_{n+1}^- = \min(1, -\epsilon_0^-), \quad (34)$$

$$\bar{p}_{n+1} = \frac{2}{r_{n+1}^+ + r_{n+1}^-} p_{n+1}, \quad (35)$$

$$\bar{c}_{n+1} = \frac{2}{r_{n+1}^+ + r_{n+1}^-} \left(c_{n+1} + \frac{r_{n+1}^+ - r_{n+1}^-}{2} \right). \quad (36)$$

这样得到的 $\bar{S}_{k+1,1}$ 是紧缩的.

step 2: 紧缩超平行体 $\mathcal{P}(x_c, T)$ 得到 $\mathcal{P}(\bar{x}_c, \bar{T})$, 对于 $i = 1, 2, \dots, n$, 当 $p_{n+1}t_i \neq 0$ 时, 有

$$\begin{cases} r_i^+ = \min \left(1, \frac{1 - \epsilon_0^-}{|p_{n+1}t_i|} - 1 \right), \\ r_i^- = \min \left(1, \frac{1 + \epsilon_0^+}{|p_{n+1}t_i|} - 1 \right), \\ \bar{t}_i = \frac{r_i^+ + r_i^-}{2} t_i, \\ \bar{x}_c = x_c + \sum_{i=1}^n \frac{r_i^+ - r_i^-}{2} t_i. \end{cases} \quad (37)$$

当 $p_{n+1}t_i = 0$ 时, 当前超平行体不进行紧缩.

step 3: 选择 $\mathcal{P}(\bar{x}_c, \bar{T}) \cap \bar{S}_{k+1,1}$ 的最小外包超平行体 $\mathcal{P}(x_c^*, T^*)$, 即在 $(n + 1)$ 个紧缩条带中选择 n 个组成最小体积超平行体, 有

$$\bar{t}_{n+1} = \frac{\bar{p}_{n+1}^T}{|\bar{p}_{n+1}|^2}; \quad (38)$$

$$i^* = \arg \max_{j=1,2,\dots,n+1} \{\bar{p}_{n+1} \bar{t}_j\}; \quad (39)$$

$$\text{if } i^* = n + 1, \text{ then } \mathcal{P}(x_c^*, T^*) = \mathcal{P}(\bar{x}_c, \bar{T}); \quad (40)$$

$$\text{if } i^* \neq n + 1, \text{ then } \begin{cases} t_i^* = \bar{t}_i - \frac{\bar{p}_{n+1} \bar{t}_i}{\bar{p}_{n+1} \bar{t}_{i^*}} \bar{t}_{i^*}, \quad i \neq i^*; \\ t_i^* = \frac{\bar{t}_i}{\bar{p}_{n+1} \bar{t}_{i^*}}, \quad i = i^*; \\ x_c^* = \bar{x}_c + \frac{\bar{t}_{i^*} (\bar{c}_{n+1} - \bar{p}_{n+1} \bar{x}_c)}{\bar{p}_{n+1} \bar{t}_{i^*}}. \end{cases} \quad (41)$$

由文献 [23] 的引理 2 可知, 当 $i_p^* = i_q^*$ 且 $p \neq q$ 时, 舍弃第 p 个或第 q 个条带得到超平行体的体积相同, 都是最小外包的超平行体, 故可两者选其一. 令 $x_c = x_c^*, T = T^*$, 再次循环直至 m 次即可求得 $\hat{x}_{k+1|k+1}$ 和 $T_{k+1|k+1}$.

综上, 本文所提的基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计算法 (hyperparallel space based nonlinear set membership filtering, HS-NSMF) 总结如下.

step 1: 设置包含状态初值的超平行体 $\mathcal{P}(T_0, x_0)$ 和过程噪声超平行体 \mathcal{P}_W , 收集模型输入输出数据并设定最大迭代次数 L .

step 2: 利用 Stirling 和 DC 将 $f(x_k)$ 和 $h(x_{k+1})$ 线性化为式 (10) 和 (11), 并在式 (15) 和 (16) 中代入超平行体顶点坐标计算 H.O.T 边界, 利用式 (17) 和 (18) 更

新超平行体 \mathcal{P}_E .

step 3: 由定理 2 计算 \mathcal{P}_{E+W} .

step 4: 由定理 1 求得预测后状态 $\hat{x}_{k+1|k}$ 的全对称多胞体可行集 Z , 并利用文献 [22] 的降维方法求其最小外包超平行体 $\mathcal{P}(T_{k+1|k}, \hat{x}_{k+1|k})$.

step 5: 利用式 (24) 和 (25) 计算线性化之后的带空间, 进行式 (30) ~ (41) 的超平行体更新计算.

step 6: 重复 step 2, 直到迭代次数达到 L 时退出循环, 输出系统状态估计结果.

4 仿真验证

4.1 仿真示例 1

给定如下非线性离散系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.5x_{1,k}x_{2,k} \\ 0.2x_{2,k}^2 \end{bmatrix} + u_k + w_k, \\ y_k = H_k x_k + v_k. \end{cases} \quad (42)$$

其中: 输入 $u_k = 0.6, H_k = [1 \ 0]$, 过程噪声 $|w_k|_\infty \leq 0.001$, 测量噪声 $|v_k|_\infty \leq 0.001$, 初始超平行体为 $\mathcal{P}_0 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$, 初始全对称多胞体设置与初始超平行体一致, 初始椭球形状矩阵为 $\text{diag}(0.1^2, 0.1^2)$. 将本文算法与 CDSMF 算法 [15]、MSZM 算法 [16] 进行对比分析, 仿真结果如图 3 ~ 图 8 所示.

图 3 为状态可行集演化情况, 可以看出 3 种方法均包裹系统真实状态并且可行集不断缩小, HS-NSMF 的可行集包裹区域面积小于 CDSMF 和 MSZM 算法, 表明 HS-NSMF 的保守性比它们小. 图 4 为状态可行集随时间变化情况, 随着迭代次数的增

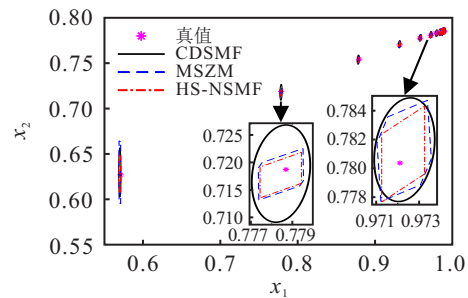


图 3 状态可行集演化情况 (仿真示例 1)

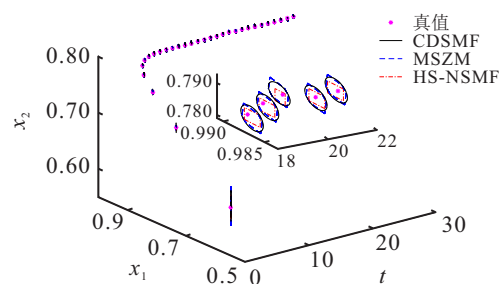


图 4 状态可行集随时间轴演化情况 (仿真示例 1)

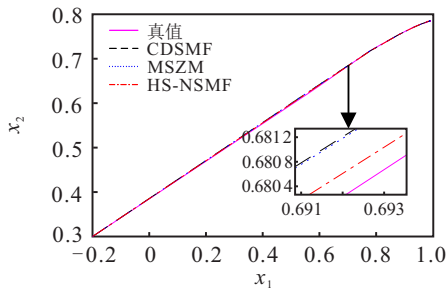


图5 状态轨迹变化情况(仿真示例1)

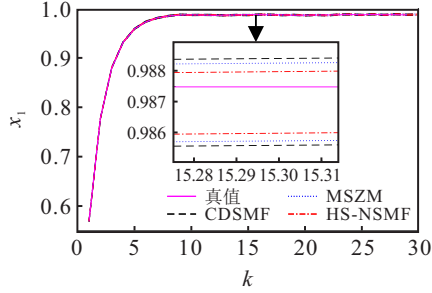


图6 状态 x_1 估计边界(仿真示例1)

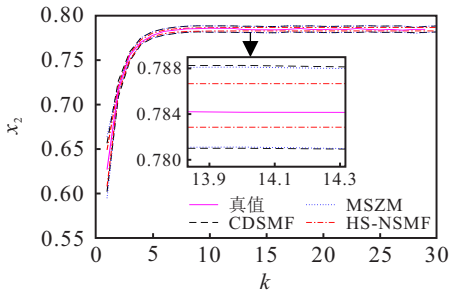


图7 状态 x_2 估计边界(仿真示例1)

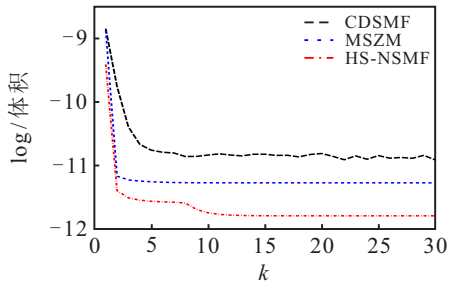


图8 状态可行集面积(仿真示例1)

加,3种方法的状态可行集都不断变小,HS-NSMF的可行集包裹区域面积最小.

图5为系统真值和估计值的点轨迹变化情况.相较于CDSMF和MSZM算法,所提出的HS-NSMF算法对系统状态的估计更贴近系统状态的真值,滤波效果更明显.

图6和图7分别为状态 x_1 和 x_2 估计值边界对比,从局部放大图可见,3种算法均将真值包裹在内,但HS-NSMF的边界相对于其他两种算法更加紧致. CDSMF和MSZM边界紧致度近似,后者略小.需要指出的是,所提出的HS-NSMF旨在减小状态可行集的包裹区域.

图8给出了不同滤波算法空间结构包裹下状态可行集的几何面积对比情况.由图8可见,HSNSMF算法相比CDSMF和MSZM算法而言,运行过程中的状态可行集空间面积最小,表明算法的保守性最小.原因是HS-NSMF算法在求SDP取顶点时无需求解最小外包盒子,而是将超平行体的 $2n$ 个顶点作为选择点代入超平行体更新计算;对于中心点和轴半径已定的H.O.T集合,超平行体表示集合总比椭圆表示集合的面积小.

4.2 仿真示例2

针对如下模型所述的弹簧阻尼系统^[18]:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{1,k} + \Delta T x_{2,k} \\ x_{2,k} + \Delta T(-k_0 x_{1,k}(1 - k_d x_{1,k}^2) - c x_{2,k}) \end{bmatrix} + w_k, \\ y_k = H_k x_k + v_k. \end{cases}$$

其中: $H_k = [1 \ 0]$, 采样时间 $\Delta T = 0.1s$, $k_0 = 1.5$, $k_d = 3$, $c = 1.24$, 过程噪声 $w_k \in \mathcal{P}_W = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.002 & 0 \\ 0 & 0.002 \end{bmatrix}$, 测量噪声 $|v_k|_\infty \leq 0.001$. 初始迭代超平行体为 $\mathcal{P}_0 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$, 初始椭圆形状矩阵大小为 $\text{diag}(0.2^2, 0.2^2)$, 初始全对称多胞体设置与初始超平行体一致. 仿真结果如图9~图14所示.

图9是3种算法的状态可行集包裹对比情况,通过对可行集变化的放大可以看出,所提出HS-NSMF

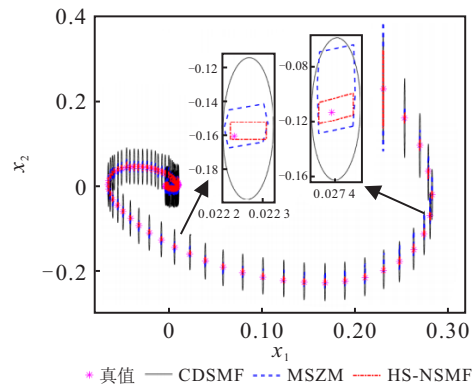


图9 状态可行集演化情况(仿真示例2)

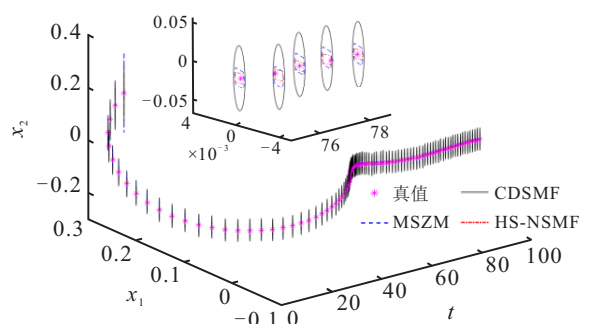


图10 状态可行集随时间轴演化情况(仿真示例2)

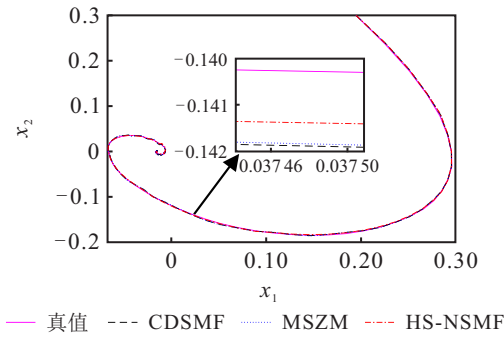


图 11 状态轨迹变化情况(仿真示例2)

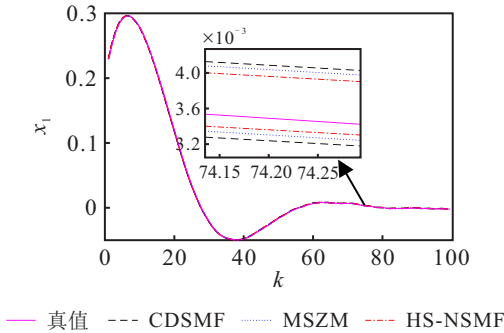


图 12 状态 x_1 估计边界(仿真示例2)

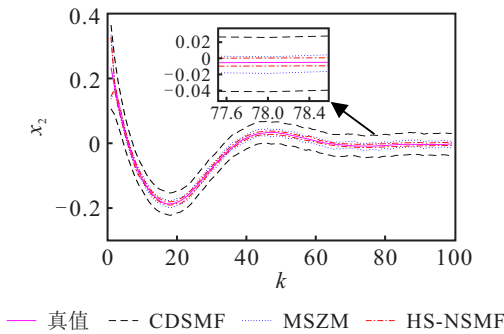


图 13 状态 x_2 估计边界(仿真示例2)

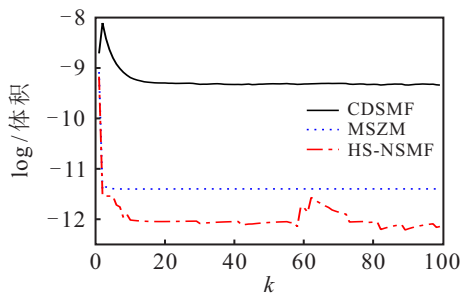


图 14 状态可行集面积(仿真示例2)

算法保守性比MSZM小,相比CDSMF算法优势更明显.图10为3种算法的状态可行集随时间轴的演化情况,可见随着迭代次数的增加,3种算法可行集面积均会减少,最终趋于稳定,且所提出的HS-NSMF算法可行集面积比CDSMF和MSZM的可行集面积小,保守性更好.

图11为状态真值和估计值的点轨迹,状态 x_1 和 x_2 的真值均趋于0,3种算法都可以跟踪真值的变化,本文算法与真值的贴合度总体高于CDSMF和

MSZM算法.图12和图13为状态的边界描述,与仿真示例1相似,所提出HS-NSMF算法边界更加紧致.

图14为包裹状态可行集的几何形状面积对比情况.相比CDSMF和MSZM算法,HS-NSMF算法具有更低的保守性、面积较小的特点.超平行体的面积在 $k = 38 \sim 61$ 时间段内波动大,原因是 $k = 38$ 时求得的超平行体状态可行集形状窄长,导致在 $k + 1$ 时刻求取线性化误差外包定界的SDP问题时出现较大的H.O.T上界值或较小的下界值,使得超平行体 \mathcal{P}_E 形状较大,最终测量更新所得 $\mathcal{P}(\hat{x}_{k+1|k+1}, T_{k+1|k+1})$ 体积较大导致开始波动.由图14可见,在 $k > 3$ 的任意时刻HS-NSMF算法带来的可行集几何面积始终比MSZM和CDSMF小.

5 结论

本文提出了一种基于超平行体的非线性系统集员状态估计方法.利用Stirling方法将非线性函数展开成一阶线性部分和高阶误差项,用DC规划求出高阶误差项的边界值并用超平行体进行包裹以改善其保守性,利用超平行体直和性质得出线性化后的超平行体.更新步将 m 维观测值分解为 m 个条带,同样求出线性化误差并将误差融入条带表达形式,将条带依次与超平行体求交集得到系统状态的最终可行集.

所提出算法适用于解决具有非线性特征的系统状态估计问题,例如Hammerstein系统、Wiener系统等,同时可以结合其他空间降维策略降低算法计算量,并推广至解决非线性系统状态估计^[24]、故障诊断与容错控制^[25-26]等其他领域问题.

参考文献(References)

- [1] 田金鹏, 闵天, 薛莹, 等. 自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(1): 83-90. (Tian J P, Min T, Xue Y, et al. Adaptive linear predictive Kalman filter compressed sensing algorithm[J]. Control and Decision, 2020, 35(1): 83-90.)
- [2] 郭戈, 王兴凯, 徐慧朴. 基于递归工具变量卡尔曼滤波算法的纯方位水下目标跟踪[J]. 控制与决策, 2020, 35(1): 107-114. (Guo G, Wang X K, Xu H P. Recursive instrumental variable Kalman filtering algorithm for underwater bearing-only target tracking[J]. Control and Decision, 2020, 35(1): 107-114.)
- [3] 冯新喜, 迟珞珈, 王泉, 等. 基于箱粒子滤波的混合标签多伯努利跟踪算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 507-512. (Feng X X, Chi L J, Wang Q, et al. A hybrid labeled multi-Bernoulli tracking algorithm based on box particle filter[J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 507-512.)
- [4] Rout D K, Subudhi B N, Veerakumar T, et al.

- Walsh-hadamard-kernel-based features in particle filter framework for underwater object tracking[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(9): 5712-5722.
- [5] Wang Z G, Shen X J, Zhu Y M. On equivalence of major relaxation methods for minimum ellipsoid covering intersection of ellipsoids[J]. Automatica, 2019, 103: 337-345.
- [6] Dusthon L V, Manuel M, Ivan S, et al. Robust control for state constrained systems based on composite barrier Lyapunov functions[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(17): 7238-7254.
- [7] 王子赞, 徐桂香, 刘子幸, 等. 基于正多胞体线性规划的滤波故障诊断方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 807-815.
(Wang Z Y, Xu G X, Liu Z X, et al. Orthotopic linear programming filtering based fault diagnosis method[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 807-815.)
- [8] Wang X D, Fei Z Y, Shi P, et al. Zonotopic fault detection for 2-D systems under event-triggered mechanism[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020(99): 1-9.
- [9] Tian Y, Zhang K, Jiang B, et al. Interval observer and unknown input observer-based sensor fault estimation for high-speed railway traction motor[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(2): 1137-1154.
- [10] Wang X Y, Luo X Y, Zhang M Y, et al. Detection and isolation of false data injection attacks in smart grid via unknown input interval observer[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2020, 7(4): 3214-3229.
- [11] Meng F Q, Liu H Q, Shen X J, et al. Optimal prediction and update for box set-membership filter[J]. IEEE Access, 2019, 7: 41636-41646.
- [12] Jung F, Caspari A, Mhamdi A, et al. Set-membership parameter estimation: Improved understanding of microgel polymerization[J]. IFAC-Papers OnLine, 2019, 52(1): 580-585.
- [13] Ping X B, Yang S, Ding B C, et al. Observer-based output feedback robust MPC via zonotopic set-membership state estimation for LPV systems with bounded disturbances and noises[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(11): 7368-7398.
- [14] 江涛, 钱富才, 杨恒占, 等. 具有双重不确定性系统的联合滤波算法[J]. 自动化学报, 2016, 42(4): 535-544.
(Jiang T, Qian F C, Yang H Z, et al. A new combined filtering algorithm for systems with dual uncertainties[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(4): 535-544.)
- [15] Scholte E, Campbell M E. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2003, 13(15): 1337-1358.
- [16] 周波, 钱堃, 马旭东, 等. 一种新的基于保证定界椭圆算法的非线性集员滤波器[J]. 自动化学报, 2013, 39(2): 150-158.
(Zhou B, Qian K, Ma X D, et al. A new nonlinear set membership filter based on guaranteed bounding ellipsoid algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 150-158.)
- [17] Alamo T, Bravo J M, Redondo M J, et al. A set-membership state estimation algorithm based on DC programming[J]. Automatica, 2008, 44(1): 216-224.
- [18] 沈强, 刘洁瑜, 赵乾, 等. 非线性系统中心差分集员估计方法[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1239-1249.
(Shen Q, Liu J Y, Zhao Q, et al. Central difference set-membership filter for nonlinear system[J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(8): 1239-1249.)
- [19] Alamo T, Bravo J M, Camacho E F. Guaranteed state estimation by zonotopes[J]. Automatica, 2005, 41(6): 1035-1043.
- [20] Sharma U, Thangavel S, Gottu Mukkula A R, et al. Effective recursive parallelotopic bounding for robust output-feedback control[J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(15): 1032-1037.
- [21] Valero C E, Paulen R. Effective recursive set-membership state estimation for robust linear MPC[J]. IFAC-PapersOnLine, 2019, 52(1): 486-491.
- [22] Chisci L, Garulli A, Zappa G. Recursive state bounding by parallelotopes[J]. Automatica, 1996, 32(7): 1049-1055.
- [23] Vicino A, Zappa G. Sequential approximation of feasible parameter sets for identification with set membership uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(6): 774-785.
- [24] Wang M M, Tayebi A. Nonlinear state estimation for inertial navigation systems with intermittent measurements[J]. Automatica, 2020, 122: 109244.
- [25] Yang Y, Ding S X, Li L L. Parameterization of nonlinear observer-based fault detection systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(11): 3687-3692.
- [26] 郝立颖, 韩金城, 郭戈, 等. 带有推进器故障的船舶动力定位系统的鲁棒滑模容错控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(6): 1291-1296.
(Hao L Y, Han J C, Guo G, et al. Robust sliding mode fault-tolerant control for dynamic positioning system of ships with thruster faults[J]. Control and Decision, 2020, 35(6): 1291-1296.)

作者简介

王子赞(1989—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统状态估计、滤波理论等研究, E-mail: wangzy0601@163.com;

李旭(1994—), 男, 硕士生, 从事集员滤波算法分析、状态估计方法的研究, E-mail: 1582311082@qq.com;

王艳(1978—), 女, 教授, 博士生导师, 从事生产过程建模与优化控制等研究, E-mail: yanwang@jiangnan.edu.cn;

纪志成(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 从事工业过程建模、智能算法等研究, E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)