控制与决策
Control and Decision

基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法

汪新凡, 周浪, 朱远芳, 贾翔

基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法

汪新凡[1†], 周 浪[1], 朱远芳[1], 贾 翔[2]

(1. 湖南工业大学 理学院，湖南 株洲 412007；2. 福州大学 经济与管理学院，福州 350108)

摘 要: 针对概率犹豫模糊信息下准则具有期望水平的双边匹配决策问题,考虑双边主体后悔规避的心理行为特征,提出一种基于后悔理论的双边匹配决策方法. 首先,定义概率犹豫模糊元的新兰氏距离和兰氏记分函数. 然后,基于后悔理论提出一种准则具有期望水平的概率犹豫模糊双边匹配决策方法. 该方法利用期望效用函数和概率犹豫模糊元兰氏记分函数构建双边主体的准则效用值矩阵;利用后悔-欣喜函数构建双边主体对于准则期望水平的后悔-欣喜值矩阵;依据后悔理论构建双边主体对于准则期望水平的感知价值矩阵. 进一步,先利用离差最大化思想和概率犹豫模糊元新兰氏距离构建优化模型求解准则权重,再利用线性加权法构建双边主体的综合感知价值矩阵,利用极差变换法构建双边主体的满意度矩阵. 在此基础上,基于满意度最大化,构建考虑双边匹配方案稳定性的多目标优化模型,并通过求解模型得到双边匹配结果. 最后,通过算例分析表明了所提出匹配决策方法的有效性和实用性.

关键词: 双边匹配；概率犹豫模糊集；后悔理论；新兰氏距离；兰氏记分函数；离差最大化

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1093

引用格式: 汪新凡,周浪,朱远芳,等. 基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2380-2388.

Two-sided matching decision making method with probabilistic hesitant fuzzy information based on regret theory

WANG Xin-fan[1†], *ZHOU Lang*[1], *ZHU Yuan-fang*[1], *JIA Xiang*[2]

(1. School of Science，Hunan University of Technology，Zhuzhou 412007，China；2. School of Economics and Management，Fuzhou University，Fuzhou 350108，China)

Abstract: With respect to the probabilistic hesitant fuzzy two-sided matching decision making problems with aspiration levels on criteria, a two-sided matching decision making method based on the regret theory is proposed considering the psychological behaviour of regret aversion of two-sided matching subjects. Firstly, a new Lance distance measure and a Lance score function of the probabilistic hesitant fuzzy element are defined. Then, based on the regret theory, a probabilistic hesitant fuzzy two-sided matching decision making method with aspiration levels on criteria is proposed. In this method, the criterion utility value matrix of two-sided matching subjects are constructed using the expected utility function and the Lance score function of the probabilistic hesitant fuzzy element, the regret-rejoice value matrix of two-sided matching subjects relative to the aspiration levels on criteria are built using the regret-rejoice function, and the perceived value matrix of two-sided matching subjects relative to the aspiration levels on criteria are set up according to the regret theory. Furthermore, an optimization model is constructed using the ideas of maximal deviation method and the new Lance distance measure of the probabilistic hesitant fuzzy element to obtain the weight vectors of the criteria, the comprehensive perceived value matrix of two-sided matching subjects are built using the linear weighted method, and the satisfaction degree matrix of two-sided matching subjects are set up using the range transformation method. Based on these, a multi-objective optimization model is constructed considering maximal satisfaction degree and the stability of two-sided matching alternatives, and the stable two-sided matching outcomes are obtained by solving this model. Finally, an example is given to illustrate the effectiveness and practicability of the proposed two-sided matching decision making method.

Keywords: two-sided matching；probabilistic hesitant fuzzy set；regret theory；new Lance distance；Lance score function；maximal deviation method

---

收稿日期: 2021-06-23；**录用日期:** 2021-11-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71801090)；教育部人文社科规划基金项目(19YJA630071)；湖南省哲学社会科学基金重点项目(18ZDB009)；湖南省自然科学基金项目(2020JJ4264, 2021JJ30225)；湖南省教育厅优秀青年项目(20B180).

责任编委: 徐泽水.

[†]通讯作者. E-mail: zzwxfydm@126.com.

0 引 言

双边匹配决策研究起源于Gale等[1]对稳定指派的概念、存在性以及递延可接受算法等方面的探索性研究,之后一直受到广泛关注,并取得丰硕成果[2-4]. 双边匹配决策问题具有广泛的实际应用背景,如人员与岗位匹配问题[4]、男女婚姻匹配问题[5]、学校与学生匹配问题[6]和患者与医生匹配问题[7]等,其研究具有重要的理论意义和实际价值.

双边匹配涉及到两个离散主体集合中的每个主体以及撮合双边主体进行匹配的中介,中介可以是个人、机构或决策支持系统,其职责是根据双边主体给出的对另一边主体的偏好信息或评价信息,利用合理的决策方法,最大限度地使双边主体间形成稳定的匹配结果. 例如,对于双向转诊中的患者与医生匹配问题,转诊平台及相关医院充当了中介的角色,患者提出转诊申请和期望接诊医生的偏好信息,医生提出期望接诊患者的偏好信息,转诊平台及相关医院通过初步评估,尽可能地进行双边匹配,以最大限度地满足患者与医生的要求.

双边匹配决策过程中,一边主体可能会对另一边主体给出关于各准则的期望水平. 如双向转诊中,患者可用各准则期望水平的形式给出期望接诊医生的偏好信息,医生也可用各准则期望水平的形式给出期望接诊患者的偏好信息. 目前,这类准则具有期望水平的双边匹配决策问题已引起高度关注,并取得了较多研究成果[8-11]. 相关研究主要从两个角度进行: 一是公理设计的角度,樊治平等[8]针对混合信息下准则具有期望水平的商品交易匹配问题,提出了一种基于公理设计的双边匹配决策方法; 二是前景理论的角度,陈希等[9]针对混合信息下、Chen等[10]针对犹豫模糊信息下准则具有期望水平的双边匹配决策问题,基于前景理论分别给出了一种双边匹配决策方法; 万树平等[11]针对混合信息下准则具有期望水平的风险投资商与风险企业匹配问题,构建了一种基于前景理论和TODIM法的双边匹配决策方法.

已有研究为解决准则具有期望水平的双边匹配决策问题提供了多种途径,但仍存在不足. 一是基于公理设计的方法建立在双边主体完全理性的基础上,没有考虑双边主体心理行为的影响,而在实际的匹配决策过程中,双边主体大多处于有限理性的状态[12],并不总是追求效用的最大化,而是表现出对某一参照点的依赖或损失规避等心理行为特征,故基于前景理论的方法更符合实际. 但是,前景理论涉及参数较多,计算较麻烦,且需要参照点,不利于实际应用. 由Bell[13]、Loomes等[14]提出的后悔理论同样可以刻画主体在有限理性行为下的满意度评价情况,参数较少,计算相对简单,且不需要参照点,为研究准则具有期望水平的双边匹配决策问题提供了新的途径. 二是在犹豫模糊信息[15]下的双边匹配决策问题中,尽管考虑了主体存在犹豫的情况,但有时还需要考虑其利益相关者[16]的偏好信息,这时利用概率犹豫模糊集形式[17]表达偏好信息比较恰当. 例如,在患者与医生匹配问题中,某患者期望匹配一位专业水平为0.7的医生,而他父母均希望匹配一位专业水平为0.8的医生,特别地,该患者给出了本人、父亲和母亲的相对权重分别为0.6、0.2、0.2,若采用犹豫模糊集表达期望信息,则为$\{0.7, 0.8\}$;若采用概率犹豫模糊集表达期望信息,则为$\{0.7(0.6), 0.8(0.4)\}$. 显然,后者完整地刻画了上述期望信息,其中的概率信息反映了每个期望值的重要性程度. 然而,目前对于概率犹豫模糊信息下的双边匹配决策问题还缺乏研究.

基于上述分析,本文对概率犹豫模糊信息下准则具有期望水平的双边匹配决策问题进行研究. 首先,在利用概率分裂算法[18]对概率犹豫模糊元进行标准化处理的基础上,提出一种概率犹豫模糊元的新兰氏距离,并进一步定义一种概率犹豫模糊元的兰氏记分函数;然后,考虑双边主体后悔规避的心理行为特征[13-14]以及匹配方案的稳定性,提出一种基于后悔理论、兰氏记分函数和新兰氏距离的概率犹豫模糊双边匹配决策方法;最后通过算例分析表明所提出匹配决策方法的有效性和实用性.

1 预备知识

1.1 双边匹配

在双边匹配决策问题中,设甲方主体集合为$A = \{A_1, A_2, \ldots, A_m\}$,其中$A_i$表示第$i$个甲方主体,$i \in M, M = \{1, 2, \ldots, m\}$;乙方主体集合为$B = \{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$,其中$B_j$表示第$j$个乙方主体,$j \in N, N = \{1, 2, \ldots, n\}$. 为方便起见,设$2 \leqslant m \leqslant n$.

定义1[19] 设一一映射$\mu : A \bigcup B \to A \bigcup B$,若$\forall A_i \in A, \forall B_j \in B$,满足: 1) $\mu(A_i) \in B$; 2) $\mu(B_j) \in A \bigcup \{B_j\}$; 3) $\mu(A_i) = B_j$当且仅当$\mu(B_j) = A_i$. 则称μ为双边匹配. 其中: $\mu(A_i) = B_j$或$\mu(B_j) = A_i$表示A_i与B_j在μ中匹配,记为(A_i, B_j); $\mu(B_j) = B_j$表示B_j在μ中未匹配,记为(B_j, B_j).

1.2 概率犹豫模糊集

定义2[20] 给定非空集合X,则X上的一个概率犹豫模糊集可定义为

$$H = \{\langle x, h_x(p_x)\rangle | x \in X\}. \qquad (1)$$

其中: $h_x(p_x)$ 为概率犹豫模糊元, 简写为 $h(p)$, 其数学表达式为

$$h(p)=\{h^\ell(p^\ell)|\ell=1,2,\ldots,|h(p)|\}.\tag{2}$$

这里: h^ℓ 为 $x\in X$ 隶属于集合 H 的可能的隶属度; p^ℓ 为隶属度 h^ℓ 的概率信息, 满足 $h^\ell\in[0,1], p^\ell\in[0,1]$, 且 $\sum\limits_{\ell=1}^{|h(p)|}p^\ell=1$; $|h(p)|$ 为概率犹豫模糊元 $h(p)$ 中元素的个数.

1.3 后悔理论

后悔理论[13-14]将决策者的后悔与欣喜情绪考虑到决策分析过程中, 若决策者所选方案的结果劣于其他方案, 则决策者的心理状态表现为后悔; 反之决策者的心理状态表现为欣喜. 令 x_1 与 x_2 分别表示选择方案 A_1 与 A_2 所能带来的结果, 则决策者选择方案 A_1 的感知价值为

$$u(x_1)=v(x_1)+G(\Delta v).\tag{3}$$

其中: $\Delta v=v(x_1)-v(x_2)$, $v(x_1)$ 和 $v(x_2)$ 分别为决策者选择方案 A_1 与 A_2 所获得的效用值; $G(\Delta v)$ 为选择方案 A_1 而放弃方案 A_2 的后悔-欣喜值. 若 $G(\Delta v)>0$, 则 $G(\Delta v)$ 为欣喜值; 若 $G(\Delta v)<0$, 则 $G(\Delta v)$ 为后悔值.

2 概率犹豫模糊元的新兰氏距离和兰氏记分函数

2.1 概率犹豫模糊元的标准化

Lin等[18]提出了一种对概率犹豫模糊元进行标准化处理的方法——概率分裂算法. 该算法的思想是使一组概率犹豫模糊元不仅具有相同的元素个数和相同的概率分布, 而且标准化后的形式也唯一确定, 具体处理方法见文献[18].

2.2 概率犹豫模糊元新兰氏距离

定义3[21](概率犹豫模糊元兰氏距离) 给定两个概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)=\{h_1^\ell(p_1^\ell)|\ell=1,2,\ldots,|h_1(p_1)|\}$ 和 $h_2(p_2)=\{h_2^\ell(p_2^\ell)|\ell=1,2,\ldots,|h_2(p_2)|\}$, 且满足 $|h_1(p_1)|=|h_2(p_2)|=|h(p)|$, 则称

$$d(h_1(p_1),h_2(p_2))=\frac{1}{|h(p)|}\sum_{\ell=1}^{|h(p)|}\frac{|h_1^\ell p_1^\ell-h_2^\ell p_2^\ell|}{h_1^\ell p_1^\ell+h_2^\ell p_2^\ell}\tag{4}$$

为概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)$ 与 $h_2(p_2)$ 的兰氏距离.

例1 给定概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)=\{0.4(0.99),0.5(0.01)\}$, $h_2(p_2)=\{0.4(0.99),0.6(0.01)\}$, $h_3(p_3)=\{0.5(0.99),0.7(0.01)\}$, $h_4(p_4)=\{0.6(0.99),0.7(0.01)\}$, 由式(4)可得

$$d(h_1(p_1),h_2(p_2))=0.045\,5=d(h_3(p_3),h_4(p_4)).$$

若用100位专家打分的方式解释上述概率犹豫模糊元, 如 $h_1(p_1)$ 表示99位给了40分, 1位给了50分, 其他类似, 则可以看出, $d(h_1(p_1),h_2(p_2))<d(h_3(p_3),h_4(p_4))$ 才是合理的, 并且式(4)只适应于两个元素个数相等的概率犹豫模糊元求距离, 存在局限. 鉴于此, 本文拟在概率犹豫模糊元标准化的基础上, 给出一种概率犹豫模糊元新兰氏距离的定义.

定义4(概率犹豫模糊元新兰氏距离) 给定概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)=\{h_1^\ell(p_1^\ell)|\ell=1,2,\ldots,|h_1(p_1)|\}$ 和 $h_2(p_2)=\{h_2^\ell(p_2^\ell)|\ell=1,2,\ldots,|h_2(p_2)|\}$, 设经标准化处理后分别为 $\bar h_1(\bar p_1)=\{\bar h_1^{\bar\ell}(\bar p^{\bar\ell})|\bar\ell=1,2,\ldots,|\bar h_1(\bar p_1)|\}$ 和 $\bar h_2(\bar p_2)=\{\bar h_2^{\bar\ell}(\bar p^{\bar\ell})|\bar\ell=1,2,\ldots,|\bar h_2(\bar p_2)|\}$, 且满足 $|\bar h_1(\bar p_1)|=|\bar h_2(\bar p_2)|=|\bar h(\bar p)|$, 则称

$$d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))=\sum_{\bar\ell=1}^{|\bar h(\bar p)|}\frac{|\bar h_1^{\bar\ell}-\bar h_2^{\bar\ell}|}{\bar h_1^{\bar\ell}+\bar h_2^{\bar\ell}}\bar p^{\bar\ell}\tag{5}$$

为概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)$ 与 $h_2(p_2)$ 的新兰氏距离.

对于例1中的概率犹豫模糊元, 先进行标准化处理, 再由式(5)计算可得: $d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))=0.000\,9$, $d_c(h_3(p_3),h_4(p_4))=0.090\,0$, 故有 $d(h_1(p_1),h_2(p_2))<d(h_3(p_3),h_4(p_4))$, 显然这更合理一些. 另外, 由于需要经过标准化处理, 式(5)对于任意两个元素个数不相等的概率犹豫模糊元也完全适用.

性质1 给定概率犹豫模糊元 $h_1(p_1)$, $h_2(p_2)$ 和 $h_3(p_3)$, 则新兰氏距离(即式(5))满足:

1) $d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))\geqslant 0$;

2) $d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))=0$, 当且仅当 $h_1(p_1)$ 与 $h_2(p_2)$ 相等;

3) $d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))=d_c(h_2(p_2),h_1(p_1))$;

4) $d_c(h_1(p_1),h_3(p_3))\leqslant d_c(h_1(p_1),h_2(p_2))+d_c(h_2(p_2),h_3(p_3))$.

限于篇幅, 证明略.

2.3 概率犹豫模糊元兰氏记分函数

为了比较大小, Ding等[22]定义概率犹豫模糊元的均值记分函数 $S(h(p))$ 和偏差函数 $\sigma(h(p))$ 分别为

$$S(h(p))=\sum_{\ell=1}^{|h(p)|}h^\ell p^\ell,\tag{6}$$

$$\sigma(h(p))=\sum_{\ell=1}^{|h(p)|}(h^\ell-S(h(p)))^2p^\ell.\tag{7}$$

在一些情况下, 两者同时使用很不方便. 于是Jiang等[23]和Farhadinia等[24]分别定义了概率犹豫模糊元的几何平均记分函数 $S_1(h(p))$ 和海明距离记分函数 $S_2(h(p))$, 即

$$S_1(h(p))=\prod_{\ell=1}^{|h(p)|}(h^\ell)^{p^\ell},\tag{8}$$

表 1 不同记分函数之间的比较

例子	概率犹豫模糊元	记分函数	记分函数值	大小比较
例2	$h_1(p_1)=\{0.1(0.5),0.9(0.5)\}$ $h_2(p_2)=\{0.3(1)\}$	均值记分函数	$S(h_1(p_1))=0.500\,0, S(h_2(p_2))=0.300\,0$	$h_1(p_1)>h_2(p_2)$
		几何平均记分函数	$S_1(h_1(p_1))=0.300\,0, S_1(h_2(p_2))=0.300\,0$	$h_1(p_1)=h_2(p_2)$
		海明距离记分函数	$S_2(h_1(p_1))=0.750\,0, S_2(h_2(p_2))=0.850\,0$	$h_1(p_1)>h_2(p_2)$
		兰氏记分函数	$S_c(h_1(p_1))=0.564\,6, S_c(h_2(p_2))=0.461\,5$	$h_1(p_1)>h_2(p_2)$
例3	$h_1(p_1)=\{0.2(0.3),0.6(0.7)\}$ $h_2(p_2)=\{0.4(0.6),0.6(0.4)\}$	均值记分函数	$S(h_1(p_1))=0.480\,0, S(h_2(p_2))=0.480\,0$	$h_1(p_1)=h_2(p_2)$
		偏差函数	$\sigma(h_1(p_1))=0.033\,6, \sigma(h_2(p_2))=0.009\,6$	$h_1(p_1)<h_2(p_2)$
		几何平均记分函数	$S_1(h_1(p_1))=0.431\,5, S_1(h_2(p_2))=0.470\,4$	$h_1(p_1)<h_2(p_2)$
		海明距离记分函数	$S_2(h_1(p_1))=0.760\,0, S_2(h_2(p_2))=0.760\,0$	$h_1(p_1)=h_2(p_2)$
		兰氏记分函数	$S_c(h_1(p_1))=0.625\,0, S_c(h_2(p_2))=0.642\,9$	$h_1(p_1)<h_2(p_2)$

$$S_2(h(p))=\frac{1}{|h(p)|}\sum_{\ell=1}^{|h(p)|}|h^\ell p^\ell-1|. \tag{9}$$

这两个记分函数虽不需要进行二次比较,但在某些情况下可能会失效(表1). 为此,本文基于概率犹豫模糊元新兰氏距离定义一种兰氏记分函数.

定义5 给定概率犹豫模糊元$h(p)=\{h^\ell(p^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h(p)|\}$,记最理想的概率犹豫模糊元为$h_+(p_+)=\{1(p^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h(p)|\}$, 则$h(p)$的兰氏记分函数定义为

$$S_c(h(p))=1-\sum_{\ell=1}^{|h(p)|}\frac{|h^\ell-1|}{h^\ell+1}p^\ell. \tag{10}$$

显然有$S_c(h(p))=1-d_c(h(p),h_+(p_+))$,故该记分函数实际上是通过计算概率犹豫模糊元$h(p)$与最理想的概率犹豫模糊元$h_+(p_+)$的新兰氏距离进行比较,距离越小概率犹豫模糊元$h(p)$越大,相应的兰氏记分函数值也越大.

为进一步突出兰氏记分函数的优势所在,以表1中的例2和例3进行说明. 由例2可知,兰氏记分函数、均值记分函数、海明距离记分函数的比较结果一致,而几何平均记分函数无法进行有效区分. 由例3可知,兰氏记分函数、偏差函数、几何平均记分函数所得到的比较结果一致,而均值记分函数和海明距离记分函数无法进行有效区分. 因此,兰氏记分函数更具有合理性和有效性.

3 基于后悔理论的双边匹配决策方法

3.1 问题描述

考虑概率犹豫模糊信息下准则具有期望水平的双边匹配决策问题,设$C^B=\{C_1^B,C_2^B,\dots,C_q^B\}$为甲方主体评价乙方主体的准则集合,$C_l^B$为第$l$个评价准则,$l\in Q,Q=\{1,2,\dots,q\}$;$E^A=[e_{il}^A]_{m\times q}$为甲方主体给出的乙方主体关于准则集$C^B$的准则期望矩阵,$e_{il}^A=\{h_{il}^\ell(p_{il}^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h_{il}(p_{il})|\}$为甲方主体$A_i$及其利益相关者共同给出的乙方主体关于准则$C_l^B$的期望水平;$T=[t_{jl}]_{n\times q}$为中介给出的乙方主体关于准则集$C^B$的准则评价矩阵,$t_{jl}=\{h_{jl}^\ell(p_{jl}^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h_{jl}(p_{jl})|\}$为中介给出的乙方主体$B_j$关于准则$C_l^B$的准则评价值;$C^A=\{C_1^A,C_2^A,\dots,C_s^A\}$为乙方主体评价甲方主体的准则集合,$C_k^A$为第$k$个评价准则,$k\in S,S=\{1,2,\dots,s\}$;$E^B=[e_{jk}^B]_{n\times s}$为乙方主体给出的甲方主体关于准则集$C^A$的准则期望矩阵,$e_{jk}^B=\{h_{jk}^\ell(p_{jk}^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h_{jk}(p_{jk})|\}$为乙方主体$B_j$及其利益相关者共同给出的甲方主体关于准则$C_k^A$的期望水平;$R=[r_{ik}]_{m\times s}$为中介给出的甲方主体关于准则集$C^A$的准则评价矩阵,$r_{ik}=\{h_{ik}^\ell(p_{ik}^\ell)|\ell=1,2,\dots,|h_{ik}(p_{ik})|\}$为中介给出的甲方主体$A_i$关于准则$C_k^A$的准则评价值. 本文要解决的问题是根据双边主体的准则期望矩阵$E^A=[e_{il}^A]_{m\times q}$、$E^B=[e_{jk}^B]_{n\times s}$以及中介给出的双边主体的准则评价矩阵$T=[t_{jl}]_{n\times q}$、$R=[r_{ik}]_{m\times s}$,通过某种匹配决策方法,获得使双边主体尽可能满意的双边匹配方案.

3.2 匹配决策方法思路

3.2.1 准则效用值矩阵的构建

首先,对矩阵$E^A=[e_{il}^A]_{m\times q}$、$E^B=[e_{jk}^B]_{n\times s}$、$T=[t_{jl}]_{n\times q}$和$R=[r_{ik}]_{m\times s}$进行规范化处理,得到$\tilde{E}^A=[\tilde{e}_{il}^A]_{m\times q}$、$\tilde{E}^B=[\tilde{e}_{jk}^B]_{n\times s}$、$\tilde{T}=[\tilde{t}_{jl}]_{n\times q}$和$\tilde{R}=[\tilde{r}_{ik}]_{m\times s}$. 具体方法以甲方主体$A_i$对乙方主体关于准则$C_l^B$的期望值$e_{il}^A$为例进行说明,若准则$C_l^B$为效益型准则,则不需要处理;若准则$C_l^B$为成本型准则,则基于概率犹豫模糊元的补运算[20](即式(11))进行如下规范化:

$$\tilde{e}_{il}^A=\{\tilde{h}_{il}^\ell(p_{il}^\ell)|\tilde{h}_{il}^\ell=1-h_{il}^\ell,\ell=1,2,\dots,|h_{il}(p_{il})|\},\\ i\in M,\ l\in Q. \tag{11}$$

然后,计算双边主体所获得的准则效用值. 这里需要先构建效用函数$v(x)$,由于双边主体大多具有风险规避的行为特征,效用函数必须是一个单调递增的凹函数[13-14]. 使用幂函数作为准则效用函数[12],有

$$v(x)=x^\chi,\ 0<\chi<1, \tag{12}$$

其中χ为双边主体的风险规避系数,χ越小双边主体

的风险规避程度越高. $v(x)$ 满足 $v'(x)>0, v''(x)<0$. 于是在准则 C_l^B 下,利用如下公式计算并构建甲方主体与乙方主体 B_j 匹配时所获得的准则效用值矩阵 $V=[v(\tilde{t}_{jl})]_{n\times q}$:

$$v(\tilde{t}_{jl})=(S_c(\tilde{t}_{jl}))^{\chi}=\Big(1-\sum_{\ell=1}^{|h_{jl}(p_{jl})|}\frac{|\tilde{h}_{jl}^{\ell}-1|}{\tilde{h}_{jl}^{\ell}+1}p_{jl}^{\ell}\Big)^{\chi},\quad j\in N,\ l\in Q. \tag{13}$$

类似地,在准则 C_k^A 下,利用如下公式计算并构建乙方主体与甲方主体 A_i 匹配时所获得的准则效用值矩阵 $V'=[v'(\tilde{r}_{ik})]_{m\times s}$:

$$v'(\tilde{r}_{ik})=(S_c(\tilde{r}_{ik}))^{\chi}=\Big(1-\sum_{\ell=1}^{|h_{ik}p_{ik}|}\frac{|\tilde{h}_{ik}^{\ell}-1|}{\tilde{h}_{ik}^{\ell}+1}p_{ik}^{\ell}\Big)^{\chi},\quad i\in M,\ k\in S. \tag{14}$$

3.2.2 综合感知价值矩阵的构建

首先,计算双边主体在各自准则下获得的后悔-欣喜值. 这里需要先构建后悔-欣喜函数,由于双边主体对后悔与欣喜情绪均是风险规避的,后悔-欣喜函数也必须是单调递增的凹函数[13-14,25]. 使用下式作为后悔-欣喜函数[26]:

$$G(\Delta v)=1-\exp(-\delta\Delta v),\ \delta>0. \tag{15}$$

其中: Δv 为在某准则下双边主体所获得的效用值与期望水平效用值之差; δ 为双边主体的后悔规避系数, δ 越大双边主体的后悔规避程度越高. $G(\Delta v)$ 满足 $G'(\Delta v)>0, G''(\Delta v)<0$. 于是在准则 C_l^B 下,利用式(16)和(17)计算并构建甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 匹配时,甲方主体 A_i 所获得的准则效用值 $v(\tilde{t}_{jl})$ 相对于期望水平 $\tilde{e}_{il}^A$ 的后悔-欣喜值矩阵 $G=[G(\Delta v_{ijl})]_{m\times n\times q}$,有

$$G(\Delta v_{ijl})=1-\exp[-\delta(v(\tilde{t}_{jl})-v(\tilde{e}_{il}^A))],\quad i\in M,\ j\in N,\ l\in Q; \tag{16}$$

$$v(\tilde{e}_{il}^A)=(S_c(\tilde{e}_{il}^A))^{\chi}=\Big(1-\sum_{\ell=1}^{|h_{il}p_{il}|}\frac{|\tilde{h}_{il}^{\ell}-1|}{\tilde{h}_{il}^{\ell}+1}p_{il}^{\ell}\Big)^{\chi},\quad i\in M,\ l\in Q. \tag{17}$$

类似地,在准则 C_k^A 下,利用如下公式计算并构建乙方主体 B_j 与甲方主体 A_i 匹配时,乙方主体 B_j 所获得的准则效用值 $v'(\tilde{r}_{ik})$ 相对于期望水平 $\tilde{e}_{jk}^B$ 的后悔-欣喜值矩阵 $G'=[G'(\Delta v'_{ijk})]_{m\times n\times s}$:

$$G'(\Delta v'_{ijk})=1-\exp[-\delta(v'(\tilde{r}_{ik})-v'(\tilde{e}_{jk}^B))],\quad i\in M,\ j\in N,\ k\in S; \tag{18}$$

$$v'(\tilde{e}_{jk}^B)=(S_c(\tilde{e}_{jk}^B))^{\chi}=\Big(1-\sum_{\ell=1}^{|h_{jk}p_{jk}|}\frac{|\tilde{h}_{jk}^{\ell}-1|}{\tilde{h}_{jk}^{\ell}+1}p_{jk}^{\ell}\Big)^{\chi},\quad j\in N,\ k\in S. \tag{19}$$

其次,在准则 C_l^B 下,利用式(20)计算并构建甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 匹配时所获得的感知价值矩阵 $U=[u_{ijl}]_{m\times n\times q}$,有

$$u_{ijl}=v(\tilde{t}_{jl})+G(\Delta v_{ijl}),\ i\in M,\ j\in N,\ l\in Q. \tag{20}$$

类似地,在准则 C_k^A 下,利用如下公式计算并构建乙方主体 B_j 与甲方主体 A_i 匹配时所获得的感知价值矩阵 $U'=[u'_{ijk}]_{m\times n\times s}$:

$$u'_{ijk}=v'(\tilde{r}_{ik})+G'(\Delta v'_{ijk}),\quad i\in M,\ j\in N,\ k\in S. \tag{21}$$

再次,确定双边评价准则的权重向量. 设 $w^B=(w_1^B,w_2^B,\dots,w_q^B)$ 为准则集 C^B 对应的权重向量,其中 w_l^B 为准则 C_l^B 的权重, $l\in Q$. 根据离差最大化[27]思想和概率犹豫模糊元新兰氏距离,构建如下模型:

$$\max\ f(w^B)=\sum_{l=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\sum_{j'=1,j'\neq j}^{n}\sum_{\bar{\ell}=1}^{|\bar{h}(\bar{p})|}\frac{|\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}-\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}|}{\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}+\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}}\bar{p}^{\bar{\ell}}w_l^B;$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{l=1}^{q}(w_l^B)^2=1, w_l^B\geqslant 0. \tag{22}$$

利用拉格朗日乘数法解此模型,并进行归一化,可得权重 w_l^B 为

$$w_l^B=\frac{\displaystyle\sum_{j=1}^{n}\sum_{j'=1,j'\neq j}^{n}\sum_{\bar{\ell}=1}^{|\bar{h}(\bar{p})|}\frac{|\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}-\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}|}{\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}+\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}}\bar{p}^{\bar{\ell}}}{\displaystyle\sum_{l=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\sum_{j'=1,j'\neq j}^{n}\sum_{\bar{\ell}=1}^{|\bar{h}(\bar{p})|}\frac{|\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}-\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}|}{\bar{h}_{jl}^{\bar{\ell}}+\bar{h}_{j'l}^{\bar{\ell}}}\bar{p}^{\bar{\ell}}}. \tag{23}$$

类似地,可计算准则 C_k^A 的权重 w_k^A $(k\in S)$,从而得到准则集 C^A 的权重向量,其中

$$w_k^A=\frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{i'=1,i'\neq i}^{m}\sum_{\bar{\ell}=1}^{|\bar{h}(\bar{p})|}\frac{|\bar{h}_{ik}^{\bar{\ell}}-\bar{h}_{i'k}^{\bar{\ell}}|}{\bar{h}_{ik}^{\bar{\ell}}+\bar{h}_{i'k}^{\bar{\ell}}}\bar{p}^{\bar{\ell}}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{s}\sum_{i=1}^{m}\sum_{i'=1,i'\neq i}^{m}\sum_{\bar{\ell}=1}^{|\bar{h}(\bar{p})|}\frac{|\bar{h}_{ik}^{\bar{\ell}}-\bar{h}_{i'k}^{\bar{\ell}}|}{\bar{h}_{ik}^{\bar{\ell}}+\bar{h}_{i'k}^{\bar{\ell}}}\bar{p}^{\bar{\ell}}}. \tag{24}$$

进一步,利用下式计算并构建甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 匹配时所获得的综合感知价值矩阵 $\phi=[\phi_{ij}]_{m\times n}$:

$$\phi_{ij}=\sum_{l=1}^{q}w_l^B u_{ijl},\ i\in M,\ j\in N. \tag{25}$$

类似地,利用下式计算并构建乙方主体 B_j 与甲方主体 A_i 匹配时所获得的综合感知价值矩阵 $\varphi=[\varphi_{ij}]_{m\times n}$:

$$\varphi_{ij}=\sum_{k=1}^{s}w_k^A u'_{ijk},\ i\in M,\ j\in N. \tag{26}$$

可见,双边主体所获得的综合感知价值越大,则双边主体的满意程度越高.

3.2.3 满意度矩阵的构建

利用极差变换法[28]将综合感知价值矩阵 $\phi = [\phi_{ij}]_{m\times n}$、$\varphi = [\varphi_{ij}]_{m\times n}$ 分别标准化为 $\bar\phi = [\bar\phi_{ij}]_{m\times n}$、$\bar\varphi = [\bar\varphi_{ij}]_{m\times n}$,有

$$\bar\phi_{ij} = \frac{\phi_{ij} - \min\limits_{i\in M,j\in N}\{\phi_{ij}\}}{\max\limits_{i\in M,j\in N}\{\phi_{ij}\} - \min\limits_{i\in M,j\in N}\{\phi_{ij}\}}, \tag{27}$$

$$\bar\varphi_{ij} = \frac{\varphi_{ij} - \min\limits_{i\in M,j\in N}\{\varphi_{ij}\}}{\max\limits_{i\in M,j\in N}\{\varphi_{ij}\} - \min\limits_{i\in M,j\in N}\{\varphi_{ij}\}}. \tag{28}$$

其中: $\bar\phi_{ij} \in [0,1]$ 为甲方主体 A_i 对乙方主体 B_j 的满意度, $\bar\phi_{ij}$ 越大表明甲方主体 A_i 对乙方主体 B_j 的满意度越高, $i\in M, j\in N$; $\bar\varphi_{ij}\in[0,1]$ 与 $\bar\phi_{ij}$ 类似.

3.2.4 匹配优化模型构建与求解

依据双边主体的满意度矩阵构建考虑双边匹配稳定性的多目标优化模型. 设 x_{ij} 为布尔变量, $x_{ij} = 1$ 表示甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 匹配; $x_{ij} = 0$ 表示甲方主体 A_i 与乙方主体 B_j 没有匹配. 以最大化双边主体满意度之和为目标,构建如下一对一的匹配优化模型:

$$\max\ Z_1 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\bar\phi_{ij}x_{ij}; \tag{29}$$

$$\max\ Z_2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\bar\varphi_{ij}x_{ij}. \tag{30}$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij} = 1,\ i\in M; \tag{31}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij} \leqslant 1,\ j\in N; \tag{32}$$

$$x_{ij} + \sum_{j':\bar\phi_{ij'}\geqslant\bar\phi_{ij}}x_{ij'} + \sum_{i':\bar\varphi_{i'j}>\bar\varphi_{ij}}x_{i'j} \geqslant 1,$$

$$i,i'\in M,\ j,j'\in N; \tag{33}$$

$$x_{ij}\in\{0,1\},\ i\in M,\ j\in N. \tag{34}$$

其中: 式(29)表示最大化甲方主体的满意度之和; 式(30)表示最大化乙方主体的满意度之和; 式(31)表示任一甲方主体必须与一个乙方主体匹配; 式(32)表示任一乙方主体最多与一个甲方主体匹配; 式(33)是依据文献[19]确定的稳定匹配约束条件.

采用线性加权方法将多目标优化模型(29) ∼ (34)转化为如下单目标优化模型:

$$\max\ Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\omega_1\bar\phi_{ij} + \omega_2\bar\varphi_{ij})x_{ij}; \tag{35}$$

$$\text{s.t. 式}(31)\sim(34). \tag{36}$$

其中 ω_1 与 ω_2 分别为目标函数 Z_1 与 Z_2 的权系数,满足 $\omega_1,\omega_2\in[0,1]$, $\omega_1+\omega_2=1$. 进一步,可以使用软件lingo11.0对模型(35)、(36)进行求解,从而获得最优匹配方案.

3.3 匹配决策方法的具体步骤

基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法的具体步骤如下.

step 1: 利用式(11)得到规范化矩阵 $\tilde E^A = [\tilde e^A_{il}]_{m\times q}$、$\tilde E^B = [\tilde e^B_{jk}]_{n\times s}$、$\tilde T = [\tilde t_{jl}]_{n\times q}$ 和 $\tilde R = [\tilde r_{ik}]_{m\times s}$.

step 2: 利用式(13)和(14)分别构建甲、乙各方主体的准则效用值矩阵 $V = [v(\tilde t_{jl})]_{n\times q}$ 和 $V' = [v'(\tilde r_{ik})]_{m\times s}$.

step 3: 利用式(16) ∼ (19)分别构建甲、乙各方主体的后悔-欣喜值矩阵 $G = [G(\Delta v_{ijl})]_{m\times n\times q}$ 和 $G' = [G'(\Delta v'_{ijk})]_{m\times n\times s}$.

step 4: 利用式(20)和(21)分别构建甲、乙各方主体的感知价值矩阵 $U = [u_{ijl}]_{m\times n\times q}$ 和 $U' = [u'_{ijk}]_{m\times n\times s}$.

step 5: 利用式(23)和(24)计算得到准则权重向量 $w^B = (w^B_1, w^B_2, \dots, w^B_q)$ 和 $w^A = (w^A_1, w^A_2, \dots, w^A_s)$.

step 6: 利用式(25)和(26)分别构建甲、乙各方主体的综合感知价值矩阵 $\phi = [\phi_{ij}]_{m\times n}$ 和 $\varphi = [\varphi_{ij}]_{m\times n}$.

step 7: 利用式(27)和(28)分别构建甲、乙各方主体的满意度矩阵 $\bar\phi = [\bar\phi_{ij}]_{m\times n}$ 和 $\bar\varphi = [\bar\varphi_{ij}]_{m\times n}$.

step 8: 依据满意度矩阵 $\bar\phi = [\bar\phi_{ij}]_{m\times n}$ 和 $\bar\varphi = [\bar\varphi_{ij}]_{m\times n}$,构建多目标匹配优化模型(29) ∼ (34). 进一步,采用线性加权方法将多目标匹配优化模型(29) ∼ (34)转化为单目标优化模型(35)、(36),并运用Lingo11.0软件进行求解,得到最优匹配方案.

4 算例分析

4.1 算 例

考虑一个双向转诊中患者与医生的匹配问题. 长沙市某市区医院转诊平台接到3位患者 $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ 的转诊申请,该医院有4位医生 $B = \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ 可以接诊患者,且每位医生仅能接诊一位患者. 患者所考虑的准则包括专业水平 C^B_1、声誉 C^B_2 和治疗效果 C^B_3,并给出相应的准则期望水平 $E^A = [e^A_{il}]_{3\times3}$(表2). 转诊平台针对患者考虑的准则对医生进行客观评价,评价矩阵为 $T = [t_{jl}]_{4\times3}$(表3). 医生所考虑的准则包括沟通能力 C^A_1、专长相似度 C^A_2 和配合程度 C^A_3,医生的准则期望水平为 $E^B = [e^B_{jk}]_{4\times3}$(表4). 患者所在的社区医院基于医生考虑的准则对患者进行客观评价,评价矩阵为 $R = [r_{ik}]_{3\times3}$(表5).

表 2 患者对医生的准则期望矩阵 $E^A=[e^A_{il}]_{3\times3}$

	C^B_1	C^B_2	C^B_3
A_1	$\{0.7(1)\}$	$\{0.2(0.6),0.3(0.4)\}$	$\{0.6(1)\}$
A_2	$\{0.6(0.6),0.7(0.4)\}$	$\{0.3(1)\}$	$\{0.4(0.6),0.6(0.4)\}$
A_3	$\{0.4(0.3),0.5(0.7)\}$	$\{0.2(0.3),0.6(0.7)\}$	$\{0.2(0.3),0.5(0.7)\}$

表 3 转诊平台对医生的准则评价矩阵 $T=[t_{jl}]_{4\times3}$

	C^B_1	C^B_2	C^B_3
B_1	$\{0.7(1)\}$	$\{0.5(0.6),0.7(0.4)\}$	$\{0.4(0.6),0.7(0.4)\}$
B_2	$\{0.3(1)\}$	$\{0.4(1)\}$	$\{0.2(0.3),0.5(0.7)\}$
B_3	$\{0.9(1)\}$	$\{0.4(0.3),0.5(0.7)\}$	$\{0.4(0.6),0.8(0.4)\}$
B_4	$\{0.6(0.3),0.8(0.7)\}$	$\{0.6(1)\}$	$\{0.4(0.3),0.7(0.7)\}$

表 4 医生对患者的准则期望矩阵 $E^B=[e^B_{jk}]_{4\times3}$

	C^A_1	C^A_2	C^A_3
B_1	$\{0.4(1)\}$	$\{0.3(0.6),0.8(0.4)\}$	$\{0.7(0.3),0.9(0.7)\}$
B_2	$\{0.4(0.6),0.7(0.4)\}$	$\{0.3(0.3),0.4(0.7)\}$	$\{0.6(0.3),0.8(0.7)\}$
B_3	$\{0.2(1)\}$	$\{0.4(0.3),0.5(0.7)\}$	$\{0.5(0.6),0.6(0.4)\}$
B_4	$\{0.3(1)\}$	$\{0.7(1)\}$	$\{0.3(0.6),0.7(0.4)\}$

表 5 社区医院对患者的准则评价矩阵 $R=[r_{ik}]_{3\times3}$

	C^A_1	C^A_2	C^A_3
A_1	$\{0.6(1)\}$	$\{0.5(0.3),0.7(0.7)\}$	$\{0.2(0.3),0.7(0.7)\}$
A_2	$\{0.6(0.3),0.7(0.7)\}$	$\{0.4(0.6),0.5(0.4)\}$	$\{0.7(1)\}$
A_3	$\{0.3(0.3),0.6(0.7)\}$	$\{0.5(1)\}$	$\{0.4(0.6),0.8(0.4)\}$

采用所提出的双边匹配决策方法进行求解. 由于所有准则均为效益型,不需要进行规范化处理. 根据step 2～step 4依次构建患者与医生的准则效用值矩阵、后悔-欣喜值矩阵和感知价值矩阵;根据step 5求得准则权重向量$w^B=(0.498\,8,0.235\,6,0.265\,6)$和$w^A=(0.248\,4,0.294\,9,0.456\,7)$;根据step 6和step 7依次构建患者与医生的综合感知价值矩阵和满意度矩阵,其中$\chi=0.88$[12,29],$\delta=0.3$[15];根据step 8构建考虑双边匹配方案稳定性的多目标匹配优化模型(29)～(34). 进一步,采用线性加权方法将多目标匹配优化模型(29)～(34)转化为单目标优化模型(35)、(36)(为了公平起见,取权系数$\omega_1=\omega_2=0.5$),并运用Lingo11.0软件进行求解,得到$x_{14}=x_{23}=x_{31}=1$,其余$x_{ij}=0$. 因此,最优匹配方案为:患者A_1与医生B_4匹配,患者A_2与医生B_3匹配,患者A_3与医生B_1匹配,医生B_2没有与患者匹配.

4.2 灵敏性分析

由于涉及诸多参数的取值,包括双边主体的风险规避系数χ、后悔规避系数δ以及权系数ω_1,ω_2,需要进一步研究这些参数的不同取值对匹配结果的影响.

1) 风险规避系数$\chi(0<\chi<1)$反映了双边主体的风险规避程度,χ越小双边主体的风险规避程度越高. 当χ分别取0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9时,得到的匹配方案均为$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_1)\}$,表明所提出方法得到的匹配方案具有稳定性.

2) 后悔规避系数$\delta(\delta>0)$反映了双边主体的后悔规避程度,δ越大双边主体的后悔规避程度越高. 当δ分别取0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、1时,得到的匹配方案均为$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_1)\}$,表明所提出方法得到的匹配方案具有稳定性.

3) 权系数ω_1、ω_2反映了决策者对医患双边的不同重视程度,权系数$\omega_1>\omega_2$表明患者的满意度应该优先考虑;权系数$\omega_1<\omega_2$表明医生的满意度应该优先考虑. 当(ω_1,ω_2)分别取(0, 1)、(0.1, 0.9)、(0.2, 0.8)、(0.3, 0.7)、(0.4, 0.6)、(0.5, 0.5)、(0.6, 0.4)、(0.7, 0.3)、(0.8, 0.2)、(0.9, 0.1)、(1, 0)时得到的匹配方案均为$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_1)\}$,进一步表明了所提出方法得到匹配方案的稳定性.

4.3 比较分析

为了进一步表明所提出匹配决策方法的有效性,利用文献[2]方法求解本文实例. 一方面,由于双边主体没有给出各准则间的影响关系,权重确定方法即决策实验与评价实验法(DEMATEL法)不能适用,权重向量与本文保持一致;另一方面,由于本文算例为一对一匹配问题,双边匹配数目的约束条件与本文保持一致. 经计算,两种方法所得匹配结果完全一致,表明

了所提出匹配决策方法的有效性. 进一步分析可知, 文献[2]需要利用MABAC法计算得到双边主体间的排序值以构建稳定匹配约束条件,而本文方法则直接利用双边主体间的满意度构建稳定匹配约束条件,相对比较简洁.

为了进一步表明兰氏记分函数的有效性,利用均值记分函数、海明距离记分函数和几何平均记分函数分别替代兰氏记分函数,并取$\delta = 0.3$[15],$\chi = 0.88$[12,29],令(ω_1, ω_2)分别取$(0, 1)$、$(0.1, 0.9)$、$(0.2, 0.8)$、$(0.3, 0.7)$、$(0.4, 0.6)$、$(0.5, 0.5)$、$(0.6, 0.4)$、$(0.7, 0.3)$、$(0.8, 0.2)$、$(0.9, 0.1)$、$(1, 0)$,所得到的匹配方案均为$\{(A_1, B_4), (A_2, B_3), (A_3, B_1)\}$,与本文方法一致,表明了兰氏记分函数的有效性以及所提出方法得到的匹配方案的稳定性.

5　结　论

本文针对概率犹豫模糊信息下准则具有期望水平的双边匹配决策问题,提出了一种基于后悔理论的双边匹配决策方法. 定义了概率犹豫模糊元的新兰氏距离和兰氏记分函数,在此基础上,考虑双边主体后悔规避的心理行为特征,利用期望效用函数、概率犹豫模糊元兰氏记分函数、后悔-欣喜函数等给出了双边主体的准则效用值、后悔-欣喜值、感知价值、综合感知价值和满意度的计算方法. 进一步构建考虑双边主体满意度之和最大化及匹配方案稳定性的多目标匹配优化模型,并利用线性加权方法将多目标匹配优化模型转化为单目标优化模型,利用优化软件求解该模型,从而得到稳定双边匹配结果. 最后将所提出的匹配决策方法用于双向转诊问题验证了所提出方法的可行性,并通过灵敏性分析和比较分析验证了所提出方法的有效性和实用性. 综合来看,本文贡献如下:

1) 本文定义的概率犹豫模糊元的新兰氏距离和兰氏记分函数为处理概率犹豫模糊信息下的双边匹配决策问题提供了一种有力工具,兰氏记分函数相比均值记分函数、海明距离记分函数和几何平均记分函数更具有合理性和有效性.

2) 针对准则具有期望水平的双边匹配决策问题,目前研究主要基于公理设计的角度和前景理论的角度,前者没有考虑双边主体心理行为的影响,后者考虑了双边主体的有限理性状态,更符合实际. 本文基于后悔理论的角度对准则具有期望水平的概率犹豫模糊双边匹配决策问题进行研究,提出了匹配决策方法的主要思路和具体步骤. 虽然前景理论和后悔理论都是行为决策理论,均能刻画主体在有限理性下的满意度,但两者有两个主要不同:一是侧重点不同,前景理论侧重于考虑主体的损失规避态度,后悔理论侧重于考虑主体的后悔规避态度;二是考虑的参数不同,前景理论需要考虑双边主体的损失规避系数、风险厌恶系数和风险偏好系数,后悔理论仅需考虑双边主体的风险规避系数和后悔规避系数. 因此,综合来看,由于后悔理论所涉及的参数较少,计算相对简单,且不用设置参照点,本文提出的基于后悔理论的匹配决策方法更适合在实际决策中应用.

3) 利用概率犹豫模糊元的新兰氏距离和离差最大化法构建了一种新的准则权重确定模型,可以有效避免专家主观因素对权重的影响.

4) 双边匹配决策过程中,有时主体可能存在犹豫,有时需要考虑其利益相关者,这时利用概率犹豫模糊集表达偏好信息较为恰当. 现实中这类概率犹豫模糊双边匹配决策问题大量存在,其研究具有广泛的理论意义和实际价值. 双向转诊中患者与医生的匹配问题是一类典型的准则具有期望水平的概率犹豫模糊双边匹配决策问题,结果分析表明了所提出匹配决策方法的有效性和实用性.

本文提出的匹配决策方法也存在不足,如所构建的双边匹配决策模型仅适用于一对一的匹配问题,对于多对多或一对多的情况则不完全适用. 另外,仅考虑了准则的期望水平,没有考虑准则的优先级别,这将是下一步的研究方向.

参考文献(References)

[1] Gale D, Shapley L S. College admissions and the stability of marriage[J]. The American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.

[2] Li B, Zhang Y X, Xu Z S. The medical treatment service matching based on the probabilistic linguistic term sets with unknown attribute weights[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2020, 22(5): 1487-1505.

[3] Kirman A P. Two-sided matching: A study in game-theoretic modeling and analysis[J]. The Economic Journal, 1992, 102(413): 975-976.

[4] Yu D J, Xu Z S. Intuitionistic fuzzy two-sided matching model and its application to personnel-position matching problems[J]. Journal of the Operational Research Society, 2020, 71(2): 312-321.

[5] Irving R W, Manlove D F, Scott S. The stable marriage problem with master preference lists[J]. Discrete Applied Mathematics, 2008, 156(15): 2959-2977.

[6] Pais J. Random matching in the college admissions problem[J]. Economic Theory, 2008, 35(1): 99-116.

[7] Chen X, Zhao L, Liang H M, et al. Matching patients and healthcare service providers: A novel two-stage method based on knowledge rules and OWA-NSGA-II

algorithm[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2019, 37(1): 221-247.
[8] 樊治平, 陈希. 电子中介中基于公理设计的多属性交易匹配研究[J]. 管理科学, 2009, 22(3): 83-88.
(Fan Z P, Chen X. Research on multi-attribute trade matching problem in electronic broker based on axiomatic design[J]. Journal of Management Science, 2009, 22(3): 83-88.)
[9] 陈希, 韩菁, 张晓. 考虑心理期望与感知的多属性匹配决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2027-2033.
(Chen X, Han J, Zhang X. Method for multiple attribute matching decision making considering matching body's psychological aspiration and perception[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2027-2033.)
[10] Chen X, Wang J, Liang H M, et al. Hesitant multi-attribute two-sided matching: A perspective based on prospect theory[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2019, 36(6): 6343-6358.
[11] 万树平, 李登峰. 具有不同类型信息的风险投资商与投资企业多指标双边匹配决策方法[J]. 中国管理科学, 2014, 22(2): 40-47.
(Wan S P, Li D F. Decision making method for multi-attribute two-sided matching problem between venture capitalists and investment enterprises with different kinds of information[J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(2): 40-47.)
[12] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.
[13] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operations Research, 1982, 30(5): 961-981.
[14] Loomes G, Sugden R. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty[J]. The Economic Journal, 1982, 92(368): 805-824.
[15] Lin Y, Wang Y M, Chen S Q. Hesitant fuzzy multiattribute matching decision making based on regret theory with uncertain weights[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2017, 19(4): 955-966.
[16] 陈圣群, 王应明, 施海柳, 等. 考虑利益相关者偏好的双边匹配决策方法[J]. 浙江大学学报: 理学版, 2016, 43(3): 296-302.
(Chen S Q, Wang Y M, Shi H L, et al. A method for two-sided matching decision-making with stakeholders' preferences[J]. Journal of Zhejiang University: Science Edition, 2016, 43(3): 296-302.)
[17] Zhu B, Xu Z S. Probability-hesitant fuzzy sets and the representation of preference relations[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2018, 24(3): 1029-1040.
[18] Lin M W, Zhan Q S, Xu Z S. Decision making with probabilistic hesitant fuzzy information based on multiplicative consistency[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2020, 35(8): 1233-1261.
[19] 张笛, 朱帮助. 基于语言偏好信息的满意公平稳定双边匹配方法[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(9): 2412-2420.
(Zhang D, Zhu B Z. Satisfied, fair and stable two-sided matching method based on linguistic preference information[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2019, 39(9): 2412-2420.)
[20] Xu Z S, Zhou W. Consensus building with a group of decision makers under the hesitant probabilistic fuzzy environment[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2017, 16(4): 481-503.
[21] Sha X Y, Yin C C, Xu Z S, et al. Probabilistic hesitant fuzzy TOPSIS emergency decision-making method based on the cumulative prospect theory[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2021, 40(3): 4367-4383.
[22] Ding J, Xu Z S, Zhao N. An interactive approach to probabilistic hesitant fuzzy multi-attribute group decision making with incomplete weight information[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2017, 32(3): 2523-2536.
[23] Jiang F J, Ma Q G. Multi-attribute group decision making under probabilistic hesitant fuzzy environment with application to evaluate the transformation efficiency[J]. Applied Intelligence, 2018, 48(4): 953-965.
[24] Farhadinia B, Xu Z S. Developing the comparison techniques of probabilistic hesitant fuzzy elements in multiple criteria decision making[J]. Soft Computing, 2021, 25(1): 331-342.
[25] Laciana C E, Weber E U. Correcting expected utility for comparisons between alternative outcomes: A unified parameterization of regret and disappointment[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 2008, 36(1): 1-17.
[26] Chorus C G. Regret theory-based route choices and traffic equilibria[J]. Transportmetrica, 2012, 8(4): 291-305.
[27] Wang Y M. Using the method of maximizing deviation to make decision for multiindices[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 1997, 8(3): 21-26.
[28] Fan Z P, Li M Y, Zhang X. Satisfied two-sided matching: A method considering elation and disappointment of agents[J]. Soft Computing, 2018, 22(21): 7227-7241.
[29] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263.

作者简介

汪新凡 (1966−), 男, 教授, 博士, 从事决策理论与方法等研究, E-mail: zzwxfydm@126.com;

周浪 (1997−), 男, 硕士生, 从事决策理论与方法的研究, E-mail: zl1091358180@163.com;

朱远芳 (1995−), 女, 硕士生, 从事决策理论与方法的研究, E-mail: 481313499@qq.com;

贾翔 (1996−), 男, 博士生, 从事决策理论与方法的研究, E-mail: JiaxiangCs@163.com.

(责任编辑：郑晓蕾)