

# 控制与决策

Control and Decision

基于累积前景理论的可变下标犹豫模糊语言多准则投资组合优化

周晓光, 何欣

引用本文:

周晓光,何欣. 基于累积前景理论的可变下标犹豫模糊语言多准则投资组合优化[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2389–2398.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0145>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法](#)

Two-sided matching decision making method with probabilistic hesitant fuzzy information based on regret theory

*控制与决策*. 2022, 37(9): 2380–2388 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1093>

[基于新型距离测度的概率犹豫模糊多属性群决策方法](#)

Probabilistic hesitant fuzzy multi-attribute group decision-making based on new distance measure

*控制与决策*. 2022, 37(3): 729–736 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1118>

[指数型犹豫模糊熵在多属性决策中的应用](#)

Application of exponential hesitation fuzzy entropy in multi-attribute decision making

*控制与决策*. 2022, 37(6): 1460–1468 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1532>

[考虑附加情绪的两阶段投资组合前景决策模型](#)

Two-stage portfolio prospect decision model considering additional emotion

*控制与决策*. 2021, 36(3): 724–732 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0565>

[基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用](#)

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

# 基于累积前景理论的可变下标犹豫模糊语言 多准则投资组合优化

周晓光<sup>†</sup>, 何欣

(北京科技大学 经济管理学院, 北京 100083)

**摘要:** 将累积前景理论的价值函数引入投资组合决策, 从行为金融学的角度对传统整数犹豫模糊语言术语集下标进行改进, 改进后的可变下标犹豫模糊语言术语集不仅可以反映投资人对金融产品的不确定程度, 还能描述投资人给出评价本身时对收益或损失的心理感知. 在单投资者多准则评价视角下, 利用可变下标的犹豫模糊语言多准则投资组合评价系统对不同股票进行量化评价, 针对激进型、稳健型和保守型 3 类投资者分别提出收益最大化、风险最小化犹豫模糊语言投资组合模型, 通过对等价非线性模型求解得到投资组合的最优解. 最后, 利用数值仿真验证所提出模型和方法的有效性.

**关键词:** 犹豫模糊语言; 多准则; 投资组合; 累积前景理论; 可变下标

中图分类号: F830 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyj.2021.0145

引用格式: 周晓光, 何欣. 基于累积前景理论的可变下标犹豫模糊语言多准则投资组合优化[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2389-2398.

## Multi-criteria portfolio optimization of variable subscripts hesitant fuzzy linguistic based on cumulative prospect theory

ZHOU Xiao-guang<sup>†</sup>, HE Xin

(School of Economics and Management, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The value function of the cumulative prospect theory is introduced into portfolio selection, and the traditional integer subscripts hesitant fuzzy linguistic set is improved from the perspective of behavioral finance. The improved variable subscripts hesitant fuzzy linguistic set can not only reflect investors' uncertainty about financial products, but also describe investors' psychological perception of gains or losses when giving evaluations. From the angle of single-investor multi-criteria evaluation, different stocks are quantitatively evaluated by the hesitant fuzzy language multi-criteria portfolio evaluation system based on variable subscripts. Maximum returns and minimum risks hesitant fuzzy linguistic portfolio models are proposed for the three types of investors: aggressive, moderate and conservative. The optimal solutions of hesitant fuzzy language portfolio are obtained by solving the equivalent nonlinear models. Finally, numerical simulations verify the effectiveness of the proposed models and methods.

**Keywords:** hesitant fuzzy linguistic; multi-criteria; portfolio; cumulative prospect theory; variable subscript

## 0 引言

以均值衡量收益, 方差衡量风险的 Markowitz 投资组合模型<sup>[1]</sup>至今仍是研究最优投资策略的理论基石. 鉴于金融产品收益及风险的不确定性和不同投资者的认知偏差, 模糊理论被广泛应用于解决投资组合优化相关问题<sup>[2-3]</sup>. Zhou 等学者分别在直觉模糊集<sup>[4]</sup>下和犹豫模糊集<sup>[5]</sup>下对投资组合优化展开了研究. 犹豫模糊语言集<sup>[6]</sup>的提出将传统模糊集用数

值表示评价意见的方法拓展至自然语言评价, 这一改进不仅符合人们日常表达定性决策信息的用语习惯, 也更加全面准确地体现了决策者的偏好及想法<sup>[7]</sup>. 文献[8]提出一种犹豫模糊语言信息环境下的 PROMETHEE 多准则决策方法, 并应用于川酒品牌评价决策问题. 文献[9]进一步基于犹豫模糊语言术语集提出了犹豫度和语言尺度函数的概念, 利用不平衡犹豫模糊语言 MULTIMOORA 方法解决共享单车

收稿日期: 2021-01-23; 录用日期: 2021-05-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71771023).

责任编辑: 徐泽水.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xiaoguang@ustb.edu.cn.

投资问题. 犹豫模糊语言虽在群决策、多准则决策方面取得了许多研究成果,但是至今却很少有学者将犹豫模糊语言集应用于投资组合优化领域.

前景理论<sup>[10]</sup>考虑了投资者面临决策时的心理偏好特征. 但是,前景理论只是基于问卷调查分析结果的一个描述性模型,并未经过严格的数学理论的推导和证明,很多学者对此提出了质疑<sup>[11]</sup>. 针对前景理论存在的不足,文献[12]提出了具有严密数学推导的累积前景理论,并给出了价值函数和权重函数的显示表达式,其中价值函数用来描述投资者对收益和损失心理上的敏感程度,权重函数描述投资者对某一客观状态发生概率的心理感知变化<sup>[13]</sup>. 文献[14]基于累积前景理论研究了单周期投资组合选择问题并对其进行了分析处理. 文献[15]利用一种有效的自适应实数编码遗传算法解决了基于累积前景理论的投资组合选择问题.

传统的犹豫模糊语言术语集以整数为下标,且下标均匀分布,但在实际投资决策过程中,随着评价语言术语下标的增大,相邻评价语言术语下标之间的偏差的绝对值往往呈递减趋势<sup>[16]</sup>. 原因在于投资者并非完全理性工具人,随着评价程度的加深,投资者给出评价时的心理感知会愈加敏感,其面对风险的态度也会发生变化. 可变犹豫模糊语言集不仅包含了投资者对股票涨跌幅度的初级判断,同时也体现了专家进行决策时的犹豫程度以及面对风险时的投资态度. 本文在参考累积前景理论价值函数的基础上,提出可变下标犹豫模糊语言术语集,并利用可变下标犹豫模糊语言多准则投资组合评价系统对股票进行打分,从而对建立的可变下标犹豫模糊语言投资组合优化模型进行求解.

## 1 基本理论

### 1.1 犹豫模糊语言术语集

**定义1**<sup>[17]</sup> 设  $S = \{S_\alpha | \alpha = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$  为语言术语集,  $a_i \in A, i = 1, 2, \dots, N$ ,  $A$  上的犹豫模糊语言术语集  $H_S$  的数学形式为

$$H_S = \{\langle a_i, h_S(a_i) \rangle | a_i \in A\}. \quad (1)$$

其中:  $h_S(a_i) : A \rightarrow S$  指元素  $a_i \in A$  映射到集合  $X \subset A$  的可能隶属度,  $h_S(a_i)$  是语言术语集  $S$  中一系列可能的取值,且  $h_S(a_i) = \{S_{\varphi_l}(a_i) | S_{\varphi_l}(a_i) \in S, l = 1, 2, \dots, L(a_i)\}$ ,  $\varphi_l \in \{-\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$  为语言术语  $S_{\varphi_l}(a_i)$  的下标,  $L(a_i)$  为  $h_S(a_i)$  中语言术语的个数. 为简化起见,称  $h_S(a_i)$  为犹豫模糊语言数 (hesitant fuzzy linguistic element, HFLE),  $H_S$  为语言术语集  $S$  上的全部 HFLE 的集合,即犹豫模糊语言术语集 (hesitant fuzzy linguistic term set, HFLTS). 本文将

犹豫模糊语言缩写为 HFL.

**定义2**<sup>[6]</sup> 设  $S$  为语言术语集,  $G_H$  为文本自由语法,则该文本自由语法的元素  $G_H = \{V_N, V_T, I, P\}$  可定义如下:

$$V_N = \{\text{主词, 复合词, 一元关系, 二元关系, 连词}\};$$

$$V_T = \{\text{少于, 多于, 至少, 至多, 在...之间, 和, } S_0, S_1, \dots, S_\tau\};$$

$$I \in V_N;$$

$$P = \{I \text{ 指主词或复合词; 主词指 } S_0, S_1, \dots, S_\tau; \text{ 复合词指一元关系+主词, 或二元关系+连词+主词; 一元关系指少于或多于; 二元关系指在...之间; 连词指和}\}.$$

**定义3**<sup>[6]</sup> 设  $E_{G_H}$  是将文本自由语法生成的语言表达式  $ll \in S_{ll}$  转化为 HFLTS  $H_S$  的函数,  $S$  为语法  $G_H$  所采用的语言术语集,  $S_{ll}$  为语法  $G_H$  所生成的所有表达式的集合,则由语法  $G_H$  的生成规则所生成的语言表达式可通过  $E_{G_H} : S_{ll} \rightarrow H_S$  转换为 HFLTS, 即

$$E_{G_H}(S_\alpha) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S\};$$

$$E_{G_H}(\text{至多 } S_t) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S \text{ 且 } S_\alpha \leq S_t\};$$

$$E_{G_H}(\text{少于 } S_t) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S \text{ 且 } S_\alpha < S_t\};$$

$$E_{G_H}(\text{至少 } S_t) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S \text{ 且 } S_\alpha \geq S_t\};$$

$$E_{G_H}(\text{多余 } S_t) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S \text{ 且 } S_\alpha > S_t\};$$

$$E_{G_H}(\text{在 } S_t \text{ 和 } S_{t'}) = \{S_\alpha | S_\alpha \in S \text{ 且 } S_t \leq S_\alpha \leq S_{t'}\}.$$

### 1.2 可变下标 HFLTS

传统的语言术语下标的定义都是基于等距离间隔,即采用均匀整数下标,如定义1中的 HFLTS  $S = \{S_\alpha | \alpha = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ . 但是在实际生活中,对某项目或产品进行评价时,随着语言术语下标的增大,相邻下标间的偏差的绝对值并不是恒定不变的<sup>[16]</sup>. 保守型投资者在对股票收益和风险进行评估时,大跌与中等跌幅评价之间的差异的心理感知程度往往强于大涨与中等涨幅评价之间的差异的心理感知程度,类似现象可通过累积前景理论<sup>[12]</sup>中的价值函数获得解释. 累积前景理论通过调整偏好参数来刻画不同投资者的心理行为,说明不同类型的投资者在面临不确定的投资收益和风险时所表现出来的投资偏好和风险态度. 本文受累积前景理论价值函数启发,在改进均匀语言术语下标的基础上<sup>[16]</sup>,提出可变下标犹豫模糊语言价值函数.

**定义4** 设  $S = \{S_{v(l)} | l = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$  为可变下标的 HFLTS, 其中  $l = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau$  是原均匀语言术语下标,  $S_{v(l)}$  是可变下标的 HFLE,  $v(l)$  为改进后可变语言术语下标,有

$$v(l) = \begin{cases} l^\alpha, & l = 0, 1, \dots, \tau; \\ -\gamma(-l)^\beta, & l = -\tau, \dots, -1, 0. \end{cases} \quad (2)$$

下标  $l$  以 0 为分界点, 具体有:

1) 若  $l > 0$ , 则表示投资者对股票持看涨态度, 未来预期会有收益, 故有买入欲望;

2) 若  $l < 0$ , 则表示投资者对股票持看跌态度, 未来预期会有损失, 故有卖出欲望.

$\alpha, \beta$  为投资者进行投资决策时的风险态度参数, 分别表示投资者对收益和损失的敏感程度,  $\gamma$  表示投资者对损失的厌恶程度, 且  $\gamma > 1$  ( $\gamma$  取值越大, 代表对风险的厌恶程度越高). 此处,  $\alpha$  和  $\beta$  值越大, 投资者对收益和损失越不敏感, 意味着投资者越倾向于冒险<sup>[12]</sup>. 因本文基于同一投资者对证券收益及损失进行心理判断, 故本文假设  $\alpha = \beta$ , 具体有:

1) 若  $0 < \alpha = \beta < 1$ , 则意味着投资者对应风险偏好类型为保守型;

2) 若  $\alpha = \beta = 1$ , 则意味着投资者对应风险偏好类型为稳健型(中立型);

3) 若  $\alpha = \beta > 1$ , 则意味着投资者对应风险偏好类型为激进型.

**定义 5** 设  $S = \{S_{v(l)} | l = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$  为可变下标的 HFLTS,  $\theta_{v(l)} \in R^+$  是可变下标的 HFLTS 所对应的语义值, 可变下标犹豫模糊语言价值函数  $g$  满足从  $S_{v(l)}$  到  $\theta_{v(l)}$  的映射, 即  $g: S_{v(l)} \rightarrow \theta_{v(l)}$ , 且函数具有以下性质:

1) 可变下标的 HFL 价值函数  $g$  是关于可变下标  $v(l)$  的单调递增函数;

2) 可变下标 HFLTS 存在负算子, 即  $\text{neg}(S_{v(l)}) = S_{-v(l)}$ .

## 2 基于可变下标的犹豫模糊语言多准则投资组合评价系统

本文基于累积前景理论, 通过分析投资者在市场交易的心理行为, 建立基于可变下标的犹豫模糊语言多准则二级投资组合评价系统. 假设证券市场现有  $I$  只股票, 分别为  $x_i (i = 1, 2, \dots, I)$ , 其中初级评价为投资者从  $M$  个准则 ( $C_m, m = 1, 2, \dots, M$ ) 对股票进行有关涨跌趋势的初评, 二级评价为投资者从  $N$  个准则 ( $\tilde{C}_n, n = 1, 2, \dots, N$ ) 对股票进行个人购买欲望的评价. 基于可变下标的犹豫模糊语言多准则二级投资组合评价具体步骤如下:

**step 1:** 建立犹豫模糊语言投资组合评分系统的初级评价 LTS, 表示为  $S = \{S_{v(l)} | l = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ . 利用初级 HFL 价值函数对每一可变下标的初级 HFL 术语进行打分.

基于投资者购买股票时的交易心理, 本文假设股票看涨时, 初级 HFL 价值函数为正; 反之, 看跌时为负. 根据投资谨慎性原则, 不管是保守型还是激进型投资者, 随着评价程度的加强(即语言术语下标的增

大), 该评价所包含的语言价值一定是逐渐增加的, 但是其增加趋势逐渐减小(即相邻语言评价价值间隔呈递减趋势). 本文将初级可变下标 HFL 价值函数定义为(为满足下述 3 点函数特征, 该价值函数的指数幂次需在  $(0, 1)$  之间取值, 并以  $1/3$  为例进行说明)

$$g(S_{v(l)}) = [v(l)]^{1/3}, \quad (3)$$

展开后得到

$$g(S_{v(l)}) = \begin{cases} l^{\alpha/3}, & l = 0, 1, \dots, \tau; \\ -(\gamma)^{1/3}(-l)^{\beta/3}, & l = -\tau, \dots, -1, 0. \end{cases}$$

其中:  $\alpha, \beta$  分别表示投资者对收益和损失的敏感程度,  $\gamma$  表示投资者对损失的厌恶程度. 该初级可变下标 HFL 价值函数需满足以下特征:

1) 初级 HFL 价值函数  $g$  过原点, 满足  $g(S_0) = 0$ .

2) 初级 HFL 价值函数  $g$  经过一、三象限, 即满足:

① 若  $v(l) > 0$ , 则  $g(S_{v(l)}) > 0$ ;

② 若  $v(l) < 0$ , 则  $g(S_{v(l)}) < 0$ .

3) 初级 HFL 价值函数为凸函数, 即满足  $0 < \alpha/3 < 1$  且  $0 < \beta/3 < 1$ , 此时随着初级 HFL 下标的增加, 相邻初级 HFL 价值函数值间隔逐渐减小.

**step 2:** 投资者对  $I$  只股票从  $M$  个准则进行初级自然语言评价, 利用文本自由语法  $G_H$  将所得到的初级自然语言转换为初级语言表达式  $ll_i^m$ .

**step 3:** 投资者利用转化函数将得到的语言表达式  $ll_i^m$  转换为可变下标的初级 HFLE  $h_S(x_i^m)$ , 进而可得到  $I$  只股票在  $M$  个初级评价准则下的可变下标 HFL 矩阵

$$H_S = \begin{bmatrix} H_S(x_1^1) & H_S(x_1^2) & \dots & H_S(x_1^M) \\ H_S(x_2^1) & H_S(x_2^2) & \dots & H_S(x_2^M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_S(x_I^1) & H_S(x_I^2) & \dots & H_S(x_I^M) \end{bmatrix}.$$

**step 4:** 建立 HFL 投资组合评分系统的二级评价 LTS  $\tilde{S} = \{\tilde{S}_{v(\tilde{l})} | \tilde{l} = -\tilde{\tau}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tilde{\tau}\}$ . 利用二级 HFL 价值函数对每一可变下标的二级 HFL 术语进行打分.

不同类型的投资者根据自身对收益或损失的心理预判, 最终会对不同的股票呈现不同的购买意愿. 假设投资者在对股票看涨的基础上做买入决定时, 相应地二级 HFL 价值函数为正; 那么卖出决定时为负. 本文在参考传统语义值函数<sup>[5]</sup>和初级 HFL 价值函数的基础上, 定义二级 HFL 价值函数为

$$\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}) = \begin{cases} \frac{[\tilde{v}(\tilde{l})]^\xi}{2\tilde{\tau}^\xi}, & \tilde{l} = 0, 1, \dots, \tilde{\tau}; \\ -\frac{[v(\tilde{l})]^\xi}{2\tilde{\tau}^\xi}, & \tilde{l} = -\tilde{\tau}, \dots, -1, 0. \end{cases} \quad (4)$$

展开后得到

$$\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}) = \begin{cases} \frac{\tilde{l}^{\alpha\zeta}}{2\tilde{\tau}^\zeta}, & \tilde{l} = 0, 1, \dots, \tilde{\tau}; \\ -\frac{\gamma^\xi(-\tilde{l})^{\beta\xi}}{2\tilde{\tau}^\xi}, & \tilde{l} = -\tilde{\tau}, \dots, -1, 0. \end{cases}$$

其中:  $\zeta$ 、 $\xi$  为购买欲望参数, 分别表示投资者买入和卖出股票的欲望强度. 本文基于同一研究者对股票进行分析评价, 故假设该投资者买入股票的欲望强度和卖出股票的欲望强度相等, 即  $\zeta = \xi$ . 由于保守型投资者对于全仓买入的股票, 其二级 HFL 价值函数的赋值要求相对高于激进型投资者; 对于清仓的股票则相反, 故保守型投资者的相邻二级 HFL 价值函数的差值相对较大. 具体有:

1) 若  $0 < \zeta = \xi < 0.5$ , 则对应投资者趋向于保守型, 其相邻二级 HFL 价值函数值之差较大;

2) 若  $\zeta = \xi = 0.5$ , 则对应投资者趋向于稳健型(中立型), 其相邻二级 HFL 价值函数值之差相对中等;

3) 若  $0.5 < \zeta = \xi < 1$ , 则对应投资者趋向于激进型, 其相邻二级 HFL 价值函数值之差较小.

该初级可变下标 HFL 价值函数需满足以下特征:

1) 二级 HFL 价值函数  $\tilde{g}$  过原点, 满足  $\tilde{g}(S_0) = 0$ .

2) 二级 HFL 价值函数  $\tilde{g}$  经过一、三象限, 即满足:

① 若  $v(\tilde{g}) > 0$ , 则  $\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}) > 0$ ;

② 若  $v(\tilde{l}) < 0$ , 则  $\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}) < 0$ .

3) 二级 HFL 价值函数为凸函数, 即满足  $0 < \alpha\zeta < 1$  且  $0 < \beta\xi < 1$ , 此时随着二级 HFL 下标的增加, 相邻二级 HFL 价值函数值间隔逐渐减小.

step 5: 投资者对  $I$  只股票从  $N$  个准则进行二级自然语言评价, 利用文本自由语法  $G_H$  将所得到的二级自然语言表转换为二级语言表达式  $\tilde{l}_i^n$ .

step 6: 投资者利用转化函数将得到的语言表达式  $\tilde{l}_i^n$  转换为可变下标的 HFLE  $\tilde{h}_s(x_i^n)$ , 进而可得到  $I$  只股票在  $N$  个二级评价准则下的可变下标 HFL 矩阵

$$\tilde{H}_S = \begin{bmatrix} \tilde{H}_S(x_1^1) & \tilde{H}_S(x_1^2) & \dots & \tilde{H}_S(x_1^N) \\ \tilde{H}_S(x_2^1) & \tilde{H}_S(x_2^2) & \dots & \tilde{H}_S(x_2^N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{H}_S(x_I^1) & \tilde{H}_S(x_I^2) & \dots & \tilde{H}_S(x_I^N) \end{bmatrix}.$$

### 3 基于可变下标犹豫模糊语言的二级股票量化得分系统

上一节中评价系统将每股的自然语言评价转化为可变下标的 HFL 评价, 本节通过可变下标 HFL 二级得分评价系统对每股进行量化打分, 获得股票  $x_i (i = 1, 2, \dots, I)$  综合评分的具体步骤如下:

step 1: 利用初级、二级 HFLE 价值函数分别对每一可变下标 HFLE 进行打分, 其中初级评价准则下对初级可变下标 HFLE  $H_S(x_i^m)$  的评分  $g(S_{v(l)}^{im})$  通过式(3)计算得到, 二级评价准则下对初级可变下标 HFLE  $\tilde{h}_S(x_i^n)$  的评分  $\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}^{in})$  通过式(4)计算得到.

step 2: 分别计算每一只股票在初级、二级不同的评价准则下的总得分, 其中初级评价准则  $C_m$  下的可变下标 HFL 术语集  $H_S(x_i^m)$  的得分为

$$\bar{E}(H_S^{im}) = \frac{l}{L} \sum_{l=1}^L g(S_{v(l)}^{im}), \quad (5)$$

二级评价准则  $\tilde{C}_n$  的可变下标 HFL 术语集  $\tilde{H}_S(x_i^n)$  的得分为

$$\tilde{\bar{E}}(\tilde{H}_S^{in}) = \frac{\tilde{l}}{\tilde{L}} \sum_{\tilde{l}=1}^{\tilde{L}} \tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}^{in}), \quad (6)$$

其中  $L$ 、 $\tilde{L}$  分别表示对应的初级和二级可变下标 HFL 术语中所包含的 HFLE(即元素)的个数.

step 3: 分别计算每一只股票在初级、二级不同的评价准则下得到的可变下标 HFL 术语集的犹豫度, 其中初级评价准则  $C_m$  可变下标 HFL 术语集  $H_S(x_i^m)$  的犹豫度为

$$V(H_S^{im}) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (g(S_{v(l)}^{im}) - \bar{E}(H_S^{im}))^2}, \quad (7)$$

二级评价准则  $\tilde{C}_n$  下可变下标 HFL 术语集  $\tilde{H}_S(x_i^n)$  的犹豫度为

$$\tilde{V}(\tilde{H}_S^{in}) = \sqrt{\frac{1}{\tilde{L}} \sum_{\tilde{l}=1}^{\tilde{L}} (\tilde{g}(\tilde{S}_{v(\tilde{l})}^{in}) - \tilde{\bar{E}}(\tilde{H}_S^{in}))^2}. \quad (8)$$

step 4: 分别计算  $I$  只股票在初级、二级不同的评价准则下的总体犹豫度, 其中  $I$  只股票在每一初级评价准则下的总体犹豫度为

$$V(C_m) = \sum_{i=1}^I V(H_S^{im}). \quad (9)$$

对式(9)作归一化处理可得

$$V_t(C_m) = \frac{V(C_m)}{\sum_{m=1}^M V(C_m)}.$$

在二级评价准则下的总体犹豫度为

$$\tilde{V}(\tilde{C}_n) = \sum_{i=1}^I \tilde{V}(\tilde{H}_S^{in}). \quad (10)$$

对式(10)作归一化处理可得

$$\tilde{V}_t(\tilde{C}_n) = \frac{\tilde{V}(\tilde{C}_n)}{\sum_{n=1}^N \tilde{V}(\tilde{C}_n)}.$$

step 5: 参考文献[18]提出的融合 HFLE 得分的加权算术算子, 分别计算各个准则在初级评价下所占的权重, 假设初级评价不同准则之间各准则所占权重为  $\omega_m (m = 1, 2, \dots, M)$ ,  $\omega_m$  可通过下式计算得到:

$$\omega_m = \frac{(0.5 - V_t(C_m))}{\sum_{m=1}^M (0.5 - V_t(C_m))}. \quad (11)$$

设二级评价不同准则之间各准则所占权重表示为  $\tilde{\omega}_n (n = 1, 2, \dots, N)$ ,  $\tilde{\omega}_n$  可通过下式计算得到:

$$\tilde{\omega}_n = \frac{(0.5 - \tilde{V}_t(\tilde{C}_n))}{\sum_{n=1}^N (0.5 - \tilde{V}_t(\tilde{C}_n))}. \quad (12)$$

step 6: 分别计算每一只股票在初级、二级评价准则下得到的总得分, 其中股票  $x_i (i = 1, 2, \dots, I)$  在初级多准则评价下得到的总得分表示为

$$\bar{E}(x_i) = \sum_{m=1}^M \omega_m \bar{E}(h_S^{im}). \quad (13)$$

在二级多准则评价下得到的总得分表示为

$$\tilde{\bar{E}}(x_i) = \sum_{n=1}^N \tilde{\omega}_n \tilde{\bar{E}}(\tilde{h}_S^{in}). \quad (14)$$

step 7: 计算股票  $x_i (i = 1, 2, \dots, I)$  经可变下标的 HFL 多准则投资组合评价系统得到的综合评分, 计算公式如下:

$$\bar{E}_t(x_i) = \bar{E}(x_i) \tilde{\bar{E}}(x_i). \quad (15)$$

#### 4 基于可变下标的犹豫模糊语言投资组合优化模型

假设投资者在股票  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  上的投资比例为  $\eta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $-1 \leq \eta_i \leq 1$ , 基于可变下标的 HFL 投资组合可表示为  $\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i$ , 则该投资组合的收益可表示为

$$E\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right). \quad (16)$$

该投资组合的风险可表示为

$$D\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\tilde{E}_t(x_i) \eta_i - E\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right)\right]^2}. \quad (17)$$

以最大化收益作为可变下标 HFL 多准则投资组合的优化目标, 以风险控制在可接受的最大风险  $D_{\max}$  之内为约束, 可得到 HFLE 收益最大化投资组合优化模型如下:

$$f(\eta) = \max E\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right).$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & E\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right); \\ & D\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\tilde{E}_t(x_i) \eta_i - E\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right)\right]^2}; \\ & D\left(\sum_{i=1}^n \tilde{E}_t(x_i) \eta_i\right) \leq D_{\max}; \\ & \sum_{i=1}^n \eta_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ & -1 \leq \eta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (18)$$

文化背景和性格的迥异导致不同的投资者面对风险的态度是不同的, 本文采用三等分法<sup>[5]</sup>对不同类型的  $D_{\max}$  进行求解. 假设最大风险临界值  $D_{\max}$  的波动范围为  $[\min D, \max D]$ , 则激进型投资者对应的最大风险临界值  $D_{\max}$  为  $D_1$ , 即  $D_1 = \max D$ ; 稳健型投资者对应的最大风险临界值  $D_{\max}$  为  $D_2$ , 即  $D_2 = \min D + 2/3(\max D - \min D)$ ; 保守型投资者对应的最大风险临界值  $D_{\max}$  为  $D_3$ , 即  $D_3 = \min D + 1/3(\max D - \min D)$ .

此处需要指出的是, 即使是保守型投资者, 临界最大风险值也不可能取到风险区间的最小值 ( $\min D$ ), 所以  $D_{\max}$  以  $\max D$  为三等分区间右临界值. 其中, 方差的极值  $\max D$  和  $\min D$  通过求解如下模型得到:

$$\begin{aligned} d(\eta) &= \begin{cases} \max D \left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right); \\ \min D \left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right). \end{cases} \\ \text{s.t. } & E\left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right); \\ & D\left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\bar{E}_t(x_i) \eta_i - E\left(\sum_{i=1}^n \bar{E}_t(x_i) \eta_i\right)\right]^2}; \\ & \sum_{i=1}^n \eta_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ & -1 \leq \eta_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (19)$$

### 5 应用及数值仿真

#### 5.1 应用举例

为验证优化模型的合理性及有效性, 本文基于某一机构投资者的视角, 在整理了东方财富网 2020-10-

表1 投资标的股票相关信息(根据东方财富网研报整理得到)

	国家政策	市场环境	行业状况	企业经营状况	近一年股价相对走势图
广汽 (汽车)	无	国内汽车市场恢复不及预期,自主品牌发展速度不及预期	广汽、广丰、广本、广菲克销量低于预期,乘用车行业需求低于预期风险	自主增速持续改善,合资品牌维持强势增长;维持买入评级	
兴发 (化工)	无	疫情之下,医药市场推动化工品价格上涨	产品和原材料价格波动;新产能投放及销售不达预期	关键技术取得突破;业绩环比大幅改善,上调为买入评级	
新大正 (房地产)	疫情影响竣工交付节奏;福利保障政策的不确定性	现金9700万收购民兴物业,内生外延同步增长,智慧城市公共物业服务领跑者	新的公司与公司业态高度重合地域互补,协同效应显著	低价收购优质标的,预计业绩增厚显著;维持买入评级	
康龙化成 (医药制造)	如果全球CRO行业景气度下降,将会影响公司业绩成长性	以CMO和临床业务为战略重点,港股上市将会加速一体化平台建设	控股希麦迪,战略合作联斯达,落实国内CRO临床平台	营收快速增长,盈利能力持续上升;维持增持评级	
易华录 (软件)	中央明确提出“加快培育数据要素市场”“试点推进政府数据开放共享”等和数据要素市场相关的内容	蓝光存储获得全球算力巨头认可,战略价值和战术价值较大,蓝光产品有望推向更多场景	数据湖生态建设进一步完善;数据场景应用不断落地,期待业绩质变拐点	10.12 Intel与易华录签订战略合作协议,成立数据湖联合实验室;现金流持续为正;维持买入评级	

14发布的广汽集团(股票代码601238.SH)、兴发集团(股票代码60141.SH)、新大正(股票代码002968.SZ)、康龙化成(股票代码300759.SZ)、易华露(股票代码300212.SZ)5只A股研报信息(<http://data.eastmoney.com/report/>)的基础上,对5只股票进行自然语言投资评价,其中初级评价准则基于国家政策、市场环境、行业状况、企业经营状况和近一年股价相对走势5个维度,二级评价准则基于家庭收入、股市行情及风险偏好3个维度,如表1所示。

本文将上述5只股票分别表示为 $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ,每股投资比例分别为 $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5\}$ ,且满足 $\sum_{i=1}^5 \eta_i = 1$ ,其中初级评价准则表示为 $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$ ,二级评价准则表示为 $\{\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3\}$ 。假设该机构投资者为保守型投资者,并以追求收益最大化为投资目标,基于可变下标HFL多准则投资组合优化系统进行评价,利用得分评价系统对每股进行量化打分,从而得到投资组合最优解。具体求解过程如下。

step 1: 建立股票得分评价系统的评价语言术语集LTS,其中:初级评价语言术语集表示为

$$S = \{S_{v(-4)} = \text{完全否定}, S_{v(-3)} = \text{比较否定}, S_{v(-2)} = \text{中等否定}, S_{v(-1)} = \text{有一点否定}, S_{v(0)} = \text{无法判断}, S_{v(1)} = \text{有一点肯定},$$

$$S_{v(2)} = \text{中等肯定}, S_{v(3)} = \text{比较肯定}, S_{v(4)} = \text{完全肯定}\};$$

二级评价语言术语集LTS表示为

$$\tilde{S} = \{\tilde{S}_{v(-4)} = \text{全部抛出}, \tilde{S}_{v(-3)} = \text{大量抛出}, \tilde{S}_{v(-2)} = \text{一半抛出}, \tilde{S}_{v(-1)} = \text{少量抛出}, \tilde{S}_{v(0)} = \text{不抛不买}, \tilde{S}_{v(1)} = \text{少量买入}, \tilde{S}_{v(2)} = \text{一半买入}, \tilde{S}_{v(3)} = \text{大量买入}, \tilde{S}_{v(4)} = \text{全部买入}\}.$$

step 2: 对可变下标HFL术语集中的每个元素进行打分。考虑到投资者风险偏好类型为保守型,故本文取文献[12]中通过大量实验测试得到的参数,即 $\alpha = \beta = 0.88, \gamma = 2.25$ 来进行数值仿真,这组参数也反映了大多数投资者的行为偏好(因为大多数投资者都属于保守型)。

利用式(3)和(4)分别计算每个初级和二级可变下标HFLE对应的HFL价值函数,由于保守型投资者购买欲望参数取值在(0,0.5)之间,故二级HFL价值函数取 $\zeta = \xi = 0.37$ ,结算结果如表2所示。

step 3: 根据表1中的自然语言评价,利用文本自由语法将自然语言评价转化为语言表达式,通过转换函数将语言表达式转化为HFLE,进一步由式(2)可得改进后的可变下标HFLE,其中5只股票的初级和二级犹豫模糊矩阵 $H_S$ 和 $\tilde{H}_S$ 分别表示如下:

表2 可变下标初级和二级表HFL价值函数值

整数下标	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
可变下标	-7.62	-5.92	-4.14	-2.25	0	1	1.84	2.63	3.39
初HFL价值函数	-1.9673	-1.8081	-1.6053	-1.3100	0	0	1.2255	1.3802	1.5017
二级HFL价值函数	-0.6347	-0.5779	-0.5064	-0.4041	0	0.2994	0.3752	0.4281	0.4702

$H_S =$

$$\begin{matrix}
 \left[ \begin{array}{ccc}
 \{S_0\} & \{S_{-7.62}, S_{-5.92}, S_{-4.14}, S_{-2.25}, S_0, S_1, S_{1.84}\} & \{S_{-4.14}, S_{-2.25}, S_0, S_1, S_{1.84}\} \\
 \{S_0\} & \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\} & \{S_{-4.14}, S_{-2.25}, S_0\} \\
 \{S_{-4.14}, S_{-2.25}\} & \{S_1, S_{1.84}\} & \{S_0, S_1\} \\
 \{S_{-2.25}, S_0\} & \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\} & \{S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\} \\
 \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\} & \{S_1, S_{1.84}\} & \{S_{1.84}, S_{2.63}\}
 \end{array} \right] \rightarrow \\
 \leftarrow \begin{matrix}
 \begin{array}{cc}
 \{S_0, S_1\} & \{S_{-4.14}, S_{-2.25}, S_0\} \\
 \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\} & \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}\} \\
 \{S_1, S_{1.84}, S_{2.63}\} & \{S_1, S_{1.84}\} \\
 \{S_{2.63}\} & \{S_{2.63}, S_{3.39}\} \\
 \{S_1, S_{1.84}\} & \{S_{1.84}, S_{2.63}, S_{3.39}\}
 \end{array}
 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

$\tilde{H}_S =$

$$\left[ \begin{array}{ccc}
 \{\tilde{S}_{-7.62}, \tilde{S}_{-5.92}, \tilde{S}_{-4.14}, \tilde{S}_{-2.25}, \tilde{S}_0\} & \{\tilde{S}_{-4.14}, \tilde{S}_{-2.25}, \tilde{S}_0\} & \{\tilde{S}_{-7.62}, \tilde{S}_{-5.92}, \tilde{S}_{-4.14}, \tilde{S}_{-2.25}, \tilde{S}_0, \tilde{S}_{1.84}\} \\
 \{\tilde{S}_1\} & \{\tilde{S}_1, \tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}, \tilde{S}_{3.39}\} & \{\tilde{S}_1, \tilde{S}_{1.84}\} \\
 \{\tilde{S}_0, \tilde{S}_1, \tilde{S}_{1.84}\} & \{\tilde{S}_0, \tilde{S}_1\} & \{\tilde{S}_0, \tilde{S}_1, \tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}\} \\
 \{\tilde{S}_1, \tilde{S}_{1.84}\} & \{\tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}\} & \{\tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}, \tilde{S}_{3.39}\} \\
 \{\tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}, \tilde{S}_{3.39}\} & \{\tilde{S}_{1.84}, \tilde{S}_{2.63}, \tilde{S}_{3.39}\} & \{\tilde{S}_{2.63}, \tilde{S}_{3.39}\}
 \end{array} \right]$$

step 4: 根据得到的可变下标犹豫模糊矩阵, 利用初级和二级HFL价值函数(即式(3)和(4))对每一可变下标HFLE进行打分; 通过式(5)和(6)计算得到5只股票分别对应5个初级评价准则和3个二级评价下的得分矩阵分别为

$$H_S = \begin{bmatrix} 0 & 1.2586 & 1.1577 & 0.5000 & 0.6978 \\ 0 & 0.1874 & 0.6978 & 0.1874 & 0.1561 \\ 0.1477 & 0.1127 & 0.5000 & 0.1561 & 0.1127 \\ 0.6522 & 0.1874 & 0.1131 & 0 & 0.0607 \\ 0.1874 & 0.1127 & 0.0774 & 0.1127 & 0.1131 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{H}_S = \begin{bmatrix} -0.4246 & -0.3035 & -0.3040 \\ 0.2994 & 0.3932 & 0.3373 \\ 0.2249 & 0.1497 & 0.2757 \\ 0.3373 & 0.4016 & 0.4245 \\ 0.4245 & 0.4245 & 0.4491 \end{bmatrix}.$$

step 5: 通过式(7)和(8)分别计算5只股票在5个初级评价准则和3个二级评价下的犹豫度矩阵分别为

$H_S =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -0.6381 & -0.1381 & 0.5000 & -0.9720 \\ 0 & 1.2768 & -0.9720 & 1.2768 & 1.2019 \\ -1.4580 & 1.1127 & 0.5000 & 1.2019 & 1.1127 \\ -0.6522 & 1.2768 & 1.3691 & 1.3802 & 1.4410 \\ 1.2768 & 1.1127 & 1.3028 & 1.1127 & 1.3691 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{H}_S = \begin{bmatrix} 0.2258 & 0.2186 & 0.3396 \\ 0 & 0.0638 & 0.0379 \\ 0.1620 & 0.1497 & 0.1656 \\ 0.0379 & 0.0265 & 0.0389 \\ 0.0389 & 0.0389 & 0.0211 \end{bmatrix}.$$

step 6: 根据式(9)和(10)分别计算5只股票在各初级和二级评价准则下的总体犹豫度, 经归一化计算后得到结果分别为(0.1318, 0.2483, 0.3400, 0.1277, 0.1522)和(0.2968, 0.3179, 0.3853).

step 7: 通过式(11)和(12)计算各评价准则在所有评价准则下的权重, 经计算各初级和二级评价准则所占权重分别为(0.2455, 0.1678, 0.1067, 0.2482, 0.2318)和(0.4064, 0.3179, 0.3853).

step 8: 据式(13)和(14)分别计算每股在初级和二级评价准则下的总得分, 分别为(-0.2230, 0.7060,

0.438 4, 0.876 8, 1.232 7) 和 (-0.352 8, 0.342 3, 0.209 2, 0.380 7, 0.430 10); 进一步根据式(15)可计算5只股票的最终综合得分为(0.078 7, 0.241 7, 0.091 7, 0.333 8, 0.530 2).

step 9: 该机构投资者以利益最大化为目标, 对优化模型(18)利用 Matlab 求解, 得到最优投资比例为(-1, 1, -0.042 4, 0.606 2, 0.436 2), 其中  $\max D = 0.640 1$  和  $\min D = 3.717 1 \times 10^{-9} \approx 0$  通过式(19)求解得到, 进一步可求出该保守型投资人能承受的最大风险临界值  $D_{\max} = 0.213 4$ .

5.2 仿真结果讨论及分析

5.2.1 改进后的可变语言术语下标与传统整数语言术语下标进行比较

以传统保守型投资者(参数取值  $\alpha = \beta = 0.88$ ,  $\gamma = 2.25$ ,  $\zeta = \xi = 0.5$ )为例, 对改进后的可变下标 HFLTS 与传统整数下标的 HFLTS 进行比较, 其中语

言术语下标比较结果见表3, 可变下标 HFL 价值函数与传统整数下标语义值函数比较结果见表4. 可以看到, 可变下标不仅小于整数下标, 而且其下标间偏差的绝对值呈递减趋势; 同时, 随着语言术语下标的增大, 相邻语言评价函数间隔呈逐渐减小趋势, 因为任何投资者给出的评价越严格, 其评价态度越谨慎. 但是价值函数在正的下标处的函数取值小于语义函数值, 原因是本文所提出的可变下标 HFL 价值函数不仅考虑了投资者谨慎的评价态度, 还考虑了投资者面临收益的敏感程度(保守型投资人面对收益和损失更为敏感).

表3 HFLTS(整数下标与可变下标)

下标	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
整数语言下标 $l$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
可变语言下标 $v(l)$	-7.62	-5.92	-4.10	-2.25	0	1.84	2.63	3.39	

表4 HFLTS(整数下标与可变下标)

评价系统	函数值	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
初级	整数下标	-1.587 4	-1.442 2	-1.259 9	-1	0	1	1.259 9	1.442 2	1.587 4
	可变下标	-1.967 7	-1.808 5	-1.605 7	-1.310 3	0	1	1.225 4	1.380 2	1.501 7
二级	整数下标	-0.500 0	-0.449 5	-0.389 6	-0.229 4	0	0.299 4	0.389 6	0.449 5	0.500 0
	可变下标	-0.634 7	-0.577 9	-0.506 4	-0.404 1	0	0.299 4	0.375 2	0.428 1	0.470 2

表5 最优投资比例及收益与风险极值(整数下标与可变下标)

风险类型	函数值	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	max E 值	对应 D 值
保守型	整数下标	-1	1	-0.077 5	0.621 5	0.456 1	0.145 1	0.233 1
	可变下标	-1	1	-0.042 4	0.606 2	0.436 2	0.118 5	0.213 4
激进型	整数下标	-1	1	-1	1	1	0.179 8	0.453 5
	可变下标	-1	1	-1	1	1	0.181 2	0.546 2

按照本文所提出的 HFL 二级得分评价系统, 分别利用可变下标 HFL 价值函数和整数下标 HFL 语义值函数值对每股进行量化打分, 利用模型(18)可以得到该保守型投资人投资组合优化模型的最优投资比例, 结果见表5. 可以看到两个模型均在风险极值处取得收益的最大值, 且最大收益和对应的风险值均满足整数下标大于可变下标, 这是因为经改进后的可变下标 HFL 考虑了保守型投资者的心理感知程度, 而激进型投资者则情况恰好相反. 由此也说明了本文所提出可变下标 HFL 充分体现了保守型投资者偏好规避风险, 激进型投资者偏好追求风险的投资态度.

5.2.2 不同类型投资者之间进行比较

5.2.1 节中的仿真结果是基于该机构投资者是保守型的假设下得到的. 通过对参数进行设置, 可以区分不同投资偏好类型的投资者. 本节就不同类型的

投资者进行比较, 其中对于稳健型投资者, 令  $\alpha = \beta = 1, \gamma = 2.19, \zeta = \xi = 0.5$ ; 对于激进型投资者, 令  $\alpha = \beta = 1.12, \gamma = 2.08, \zeta = \xi = 0.76$ .

利用式(2)~(4)可分别计算不同风险偏好类型投资者改进后 HFLTS 的下标, 每一对应整数下标下的初级、二级可变下标犹豫模糊语言价值函数值, 具体结果及变化趋势分别如图1~图3所示. 不同类型的投资者面对收益的心理感知程度是不同的, 面对收益时激进型投资者更为敏感, 所以下标为正时激进型 > 稳健型 > 保守型, 而面对损失时保守型投资者则更为灵敏, 即下标为负时情况恰好相反. 同样一只股票, 激进型投资者在下标负的更多的情况下才会认为这只股票较差; 同理, 初级和二级犹豫模糊语言价值函数值评分也基本符合这一规律, 从而说明不同类型投资人受多方面因素影响, 所以投资风格迥异.

基于本文所提出的可变下标HFL的二级股票量化得分系统,可分别计算3种不同风险偏好类型投资者关于5只股票的综合得分,计算结果如图4所示,符合5.1节中给出的自然语言评价。

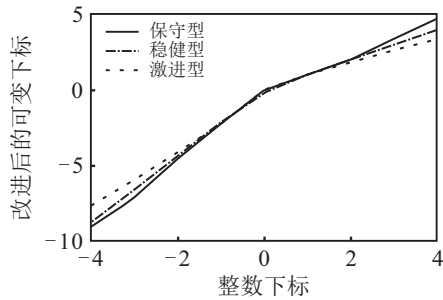


图1 不同类型投资者可变HFL术语下标的比较

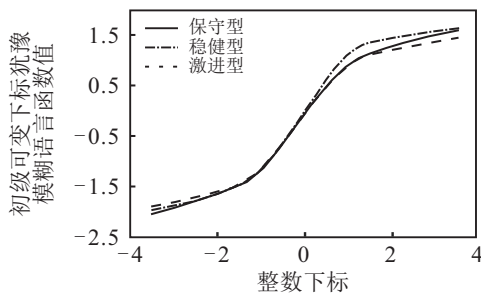


图2 不同类型投资人可变下标初级犹豫模糊语言价值函数值比较

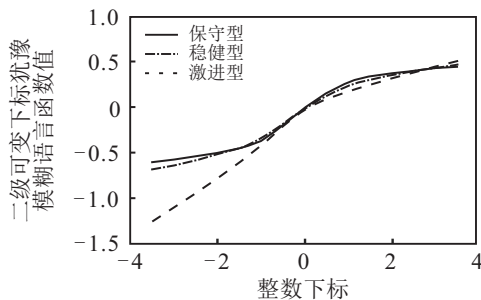


图3 不同类型投资者可变下标二级犹豫模糊语言价值函数值比较

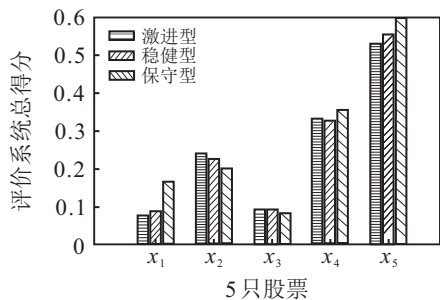


图4 不同类型投资人5股得分

利用模型(18)对3类投资者的可变下标HFL收益最大化投资组合优化模型进行求解.表6给出了3种不同风险偏好类型投资人最终在5只股票上的投资比例,可以看到3类投资者为了实现资金的优化配置,进行的操作均是买入2、4、5股,卖出1、3股,完全符合前文对1、3股不看好,对2、4和5股看好的自然

语言评价.且可变下标HFL投资组合收益的最大值及其所对应的风险值均满足:激进型>稳健型>保守型.仿真结果良好地反映了金融投资领域高收益伴随高风险、低风险降低收益这一客观现象,从而说明本文所提出模型及评分方法的合理有效性。

表6 不同类型投资者在5只股票上的投资比例及收益与风险极值

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$E_{max}$	对应D值
保守型	-1	1	-0.0424	0.6062	0.4362	0.1185	0.2134
稳健型	-1	1	-0.8635	1	0.8635	0.1731	0.4366
激进型	-0.9999	0.9999	-1	1	1	0.1812	0.5462

5.2.3 敏感性分析

本文以 $\alpha = \beta = 0.88, \gamma = 2.25$ 为基本参考点,按5%的步长对参数 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\gamma$ 关于投资组合收益最大值及所承受的风险进行敏感性分析.针对3个参数的不同取值,分别代入对应的可变下标HFL模型进行求解,结果如图5所示.在图5中,点划线代表 $\alpha$ 的变化,随着 $\alpha$ 的逐渐增大,对应 $E_{max}$ 与D也随之增大,即随着投资者对收益的心理感知程度愈加敏感细腻,该投资者对收益的要求逐渐增大,风险亦增加;实线代表 $\beta$ 的变化,随着 $\beta$ 增大,对应 $E_{max}$ 和D却逐渐减小,这是因为随着投资者对损失变化的心理感知程度的加强,投资者会更为谨慎,追求的最大收益目标会减小,同样风险也会减小;虚线代表 $\gamma$ 的变化,随着 $\gamma$ 增大,对应 $E_{max}$ 和D不断减小,原因是随着投资者对损失厌恶程度的加深,此时的投资者重点关注风险,并且希望风险越小越好,因而对收益的要求也逐渐降低.通过3种曲线的变化程度可以看出,参数 $\gamma$ 对投资组合收益最大值及对应风险的敏感性最强, $\alpha$ 次之, $\gamma$ 的敏感性最弱,近似为一条平滑的曲线。

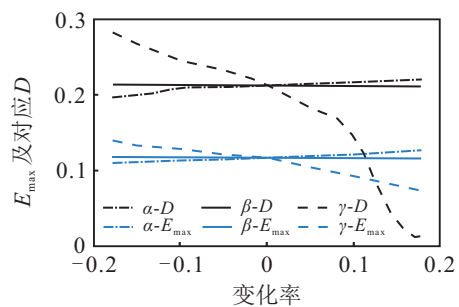


图5 参数 $\alpha, \beta$ 和 $\gamma$ 的敏感性分析

6 结论

本文从行为金融学的角度对传统整数HFL下标进行改进,改进后的可变下标HFL术语集不仅可以反映投资人对金融产品的不确定程度,还将投资人对收益及损失的心理感知考虑在内,具体贡献如下:

- 1) 可变下标HFLTS参考累积前景理论中的价值

函数的定义,考虑了投资者在对证券市场进行投资时行为上的主观性和差异性,将行为金融学应用到了多准则投资组合选择,为投资组合选择提供了新的研究思路,具有一定的理论意义。

2) 传统的语言价值函数仅仅是对给出的评价进行打分,并没有考虑到投资者在给出评价时面对风险和收益的心理感知程度. 本文所提出的可变下标 HFLTS 不仅体现了同类型投资者在面临风险和收益所给出的评价自身的差异,还通过可变下标 HFL 价值函数对不同的评价进行量化打分. 既符合投资人非完全理性人,也更加符合实际投资场景,具有较强的应用价值。

3) 可变下标 HFL 价值函数的提出,简化了不同语义之间近似程度和距离的计算,这为目前 HFLTS 没有统一的运算法则这一问题开拓了新的研究视野. 此外,由于语言价值函数本身反映犹豫度(通过对语言价值函数求方差可得到该评价的犹豫度),而犹豫度进一步可以影响权重(犹豫度越大,权重越小),规避了不同准则间偏好的计算这一难点。

#### 参考文献(References)

- [1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. The Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] Arenas Parra M, Bilbao Terol A, Rodriguez Ura M V. A fuzzy goal programming approach to portfolio selection[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 133(2): 287-297.
- [3] Abdelaziz F B, Aouni B, Fayedh R E. Multi-objective stochastic programming for portfolio selection[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(3): 1811-1823.
- [4] Zhou W, Xu Z S. Score-hesitation trade-off and portfolio selection under intuitionistic fuzzy environment[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2019, 34(2): 325-341.
- [5] Zhou W, Xu Z S. Portfolio selection and risk investment under the hesitant fuzzy environment[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 144: 21-31.
- [6] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.
- [7] 廖虎昌, 缙迅杰, 徐泽水. 基于犹豫模糊语言集的决策理论与方法综述[J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(1): 35-48.  
(Liao H C, Gou X J, Xu Z S. A survey of decision making theory and methodologies of hesitant fuzzy linguistic term set[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2017, 37(1): 35-48.)
- [8] 廖虎昌, 杨竹, 徐泽水, 等. 犹豫模糊语言 PROMETHEE 方法在川酒品牌评价中的应用[J]. 控制与决策, 2019, 34(12): 2727-2736.  
(Liao H C, Yang Z, Xu Z S, et al. A hesitant fuzzy linguistic PROMETHEE method and its application in Sichuan liquor brand evaluation[J]. Control and Decision, 2019, 34(12): 2727-2736.)
- [9] Liao H C, Qin R, Gao C Y, et al. Score-HeDLiSF: A score function of hesitant fuzzy linguistic term set based on hesitant degrees and linguistic scale functions: An application to unbalanced hesitant fuzzy linguistic MULTIMOORA[J]. Information Fusion, 2019, 48: 39-54.
- [10] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263.
- [11] 林祥亮, 马成虎, 范龙振. 离散累积前景理论下的投资组合选择[J]. 系统工程学报, 2015, 30(4): 494-508.  
(Lin X L, Ma C H, Fan L Z. Portfolios choices under cumulative prospect theory in the case of discrete distribution[J]. Journal of Systems Engineering, 2015, 30(4): 494-508.)
- [12] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.
- [13] 金秀, 曲晓洁, 刘家河. 考虑投资者心理的模糊多目标投资组合模型及交互式算法[J]. 系统管理学报, 2017, 26(6): 1081-1088.  
(Jin X, Qu X J, Liu J H. Fuzzy multi-objective portfolio model with psychology of investors and interactive algorithm[J]. Journal of Systems & Management, 2017, 26(6): 1081-1088.)
- [14] He X D, Zhou X Y. Portfolio choice under cumulative prospect theory: An analytical treatment[J]. Management Science, 2011, 57(2): 315-331.
- [15] Gong C, Xu C H, Wang J. An efficient adaptive real coded genetic algorithm to solve the portfolio choice problem under cumulative prospect theory[J]. Computational Economics, 2018, 52(1): 227-252.
- [16] 刘安英, 魏法杰. 基于改进语言评估标度的专家后验权重确定方法研究[J]. 中国管理科学, 2011, 19(6): 149-155.  
(Liu A Y, Wei F J. Research on method of analyzing the posterior weight of experts based on new evaluation scale of linguistic information[J]. Chinese Journal of Management Science, 2011, 19(6): 149-155.)
- [17] Liao H C, Xu Z S, Zeng X J, et al. Qualitative decision making with correlation coefficients of hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 76: 127-138.
- [18] Wei C P, Zhao N, Tang X J. Operators and comparisons of hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2014, 22(3): 575-585.

#### 作者简介

周晓光(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 从事模糊决策、风险与评价等研究, E-mail: xiaoguang@ustb.edu.cn;

何欣(1988—), 女, 博士生, 从事模糊决策、投资组合与优化的研究, E-mail: B20190413@xs.ustb.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)