

控制与决策

Control and Decision

基于自适应滑模的不确定Euler-Lagrange多智能体系统抗扰动蜂拥控制

王希铭, 孙金生, 吴梓杏, 李志韬

引用本文:

王希铭, 孙金生, 吴梓杏, 李志韬. 基于自适应滑模的不确定Euler-Lagrange多智能体系统抗扰动蜂拥控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2418-2424.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0292>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于变速趋近律的机电伺服系统自适应滑模控制](#)

Adaptive sliding mode control of electromechanical servo system based on variable rate reaching law
控制与决策. 2022, 37(4): 1067-1073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1166>

[考虑扰动与输入饱和的机械臂连续非奇异快速终端滑模控制](#)

Continuous non-singular fast terminal sliding mode control of robotic manipulators considering disturbance and input saturation
控制与决策. 2022, 37(4): 903-912 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1335>

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor
控制与决策. 2021, 36(6): 1449-1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制](#)

Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability
控制与决策. 2021, 36(6): 1407-1414 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1168>

[直线同步电动机磁悬浮系统的自适应模糊滑模控制](#)

Adaptive fuzzy sliding mode control for magnetic suspension system of linear synchronous motor
控制与决策. 2021, 36(3): 693-698 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0774>

基于自适应滑模的不确定 Euler-Lagrange 多智能体系统 抗扰动蜂拥控制

王希铭, 孙金生[†], 吴梓杏, 李志韬

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘要: 针对具有参数不确定性和未知外部扰动的 Euler-Lagrange 多智能体系统, 设计一种基于自适应滑模控制的分布式蜂拥算法. 该算法使用自适应滑模控制和自适应控制律分别补偿未知的外部扰动与模型中可线性参数化回归的不确定项, 从而在实现蜂拥控制的同时, 避免智能体对外部扰动先验知识的要求. 理论分析表明, 在多智能体达成蜂拥的同时, 算法保证滑模的自适应增益有界. 此外, 所提出的算法同时考虑虚拟领导者追踪与基于目标区域的跟踪问题, 并给出碰撞避免的条件. 最后, 通过算例仿真验证所提出算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 蜂拥控制; 滑模控制; 自适应控制; 抗扰动; 欧拉拉格朗日系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0292

引用格式: 王希铭, 孙金生, 吴梓杏, 等. 基于自适应滑模的不确定 Euler-Lagrange 多智能体系统抗扰动蜂拥控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2418-2424.

Adaptive sliding mode control based flocking control of uncertain Euler-Lagrange multi-agent systems subject to unknown external disturbances

WANG Xi-ming, SUN Jin-sheng[†], WU Zi-xing, LI Zhi-tao

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: This paper addresses the distributed flocking control problem based on adaptive sliding mode control for a networked uncertain Euler-Lagrange (EL) system with parameter uncertainties and unknown external disturbances. The proposed algorithm uses both adaptive sliding mode control (SMC) and adaptive control law to compensate for the unknown external disturbances and linear parameterizable uncertainty terms, respectively, thus avoiding the requirement of prior knowledge of the external disturbances. Theoretical analysis shows that the adaptive gains employed in the algorithm remain bounded while the agents achieve the desired collective flocking behavior. In addition, the proposed algorithm considers both leader tracking control and the region control, and gives the condition for collision avoidance. Finally, numerical simulations verify the theoretical results of the proposed algorithm.

Keywords: multi-agent systems; flocking control; sliding model control; adaptive control; disturbances rejection; Euler-Lagrange systems

0 引言

近年来,多智能体协同控制持续地受到研究者的关注,包括一致性控制^[1]、编队控制^[2]、牵引控制^[3]等多个领域.蜂拥控制是协同控制中的一个特别问题,它关注在通信、计算等资源受限的情况下,如何设计分布式的行为规则从而使得多智能体系统实现预期的集群运动.为了符合实际需求,蜂拥控制假设智能体的通信范围具有距离限制,从而允许智能体使用邻近智能体的状态信息实现集群运动.相比于固定通信拓扑,使用状态相关的通信拓扑的控制方法具有部

署成本低、鲁棒性高等特点,因此在无人机集群、移动传感器网络等系统上得到广泛应用.

传统的蜂拥算法主要针对双积分多智能体系统.这类蜂拥算法表明,势能场方法可以实现速度一致、碰撞避免与保持预期的间距等多个控制目标.为了处理实际系统中的非线性问题,部分自适应蜂拥算法^[4-5]考虑了具有非线性项的双积分多智能体系统.但由于忽略了实际系统中可能存在的复杂的非线性特性,例如智能体可能具有的未知质量,这类算法仍具有局限性.相比于具有非线性项的双积分模

收稿日期: 2021-02-20; 录用日期: 2021-07-19.

责任编辑: 解学军.

[†]通讯作者. E-mail: jssun67@163.com.

型, Euler-Lagrange (EL) 多智能体系统模型可以更好地表达外部环境对系统的影响,也可以广泛地描述包括机械臂、四旋翼在内的系统,从而使得基于 EL 模型的蜂拥控制算法具有更大的应用价值。

在实际系统中,精确的模型往往难以获得,允许模型中具有不确定性可以降低建模的成本。针对具有不确定性的 EL 多智能体系统,文献[6]和文献[7]分别设计了自适应蜂拥控制算法。这些算法表明,当系统中的不确定性可以被线性参数化时,自适应控制可以很好地解决不确定 EL 多智能体系统的蜂拥控制问题,但上述算法没有考虑系统中存在外部扰动的情况。针对外部扰动,文献[8]设计了基于卷积观测器的蜂拥控制算法,实现了对可建模扰动的补偿。文献[9]提出了基于全阶扰动观测器的蜂拥控制算法,以实现匹配和非匹配可建模扰动的补偿。这些工作表明扰动观测器方法较好地实现了抗扰动蜂拥控制,但这些算法都是在假设系统中不存在不确定性的情况下设计的,限制了其在实际系统中的应用。

当系统中同时存在外部扰动与模型不确定性时,蜂拥算法的设计受到限制。若假设扰动可以被线性参数化,则仅采用自适应控制即可同时处理不确定性项与扰动。但利用这种方法设计的蜂拥算法^[10]需要提前判断扰动是否满足上述假设。若将不确定性也视作为有界扰动,则很可能需要较大增益的滑模反馈使系统稳定。过大的滑模增益对控制频率有很高的要求,使得这种方法难以实际应用。此外,由于难以区分不确定性与外部扰动,扰动观测器难以与自适应控制器配合工作。为了合理地利用先验知识,本文在模型具有外部扰动和参数不确定性的情况下,提出一种基于自适应滑模控制^[11]的蜂拥算法。该算法的设计原理是利用高增益来补偿系统中的扰动,并使用自适应律调节增益与不确定项的估计参数,最终实现预期的集群运动。

本文所提出的算法具有以下创新点:

1) 本文所提出的蜂拥框架同时考虑了领导者追踪与区域跟踪问题。多数已有的蜂拥算法,如文献[6, 12]等,仅仅考虑了领导者跟踪。文献[13]考虑了区域跟踪,但没有将算法扩展到领导者跟踪,也不清楚是否可以保证聚集性。本文提出的算法可以分别实现领导者跟踪与区域跟踪,并保证聚集性,即智能体与领导者或区域参考点的距离始终有界。

2) 本文考虑了非点状智能体之间的碰撞避免问题。已有的面向 EL 模型的蜂拥算法,例如文献[6-7],仅保证智能体的位置不会重合。在实际系统中,移动

机器人往往具有一定的体积,这要求蜂拥算法给出更好的碰撞避免条件。本文显示,势能场的形状决定了碰撞避免与智能体半径的关系,通过设计合适的势能场,在满足一定初始条件时,可以避免具有体积的智能体发生碰撞。

3) 本文使用了自适应滑模控制来补偿外部扰动。自适应滑模在文献[6]中被用来设计蜂拥算法,但已有的文献没有考虑系统中存在上界未知的扰动的情况。由于扰动不可测,扰动的上界难以提前确定,本文设计了自适应滑模控制来补偿外界扰动,从而避免对扰动上界的先验知识的需求。

1 模型和问题描述

1.1 多智能体系统模型

考虑由 N 个 EL 智能体组成的多智能体系统

$$M_i(q_i(t))\ddot{q}_i(t) + C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))\dot{q}_i(t) + F_i(\dot{q}_i(t)) + G_i(q_i(t)) + d_i(t) = \tau_i(t), \quad (1)$$

对于智能体 i , $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i \in \mathbf{R}^n$ 分别表示其位置、速度和加速度; $M_i(q_i(t)), C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 分别表示惯性矩阵和 Coriolis 向心力矩; $F_i(\dot{q}_i(t)), G_i(q_i(t)), d_i(t), \tau_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别表示摩擦力、重力、不可测的扰动和控制输入。

假设 1^[14] $M_i(q_i(t))$ 是半正定的对称矩阵。

假设 2^[14] $\dot{M}(q_i(t)) - 2C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))$ 是斜对称矩阵,即对于任意向量 $z \in \mathbf{R}^n$,有

$$z^T(\dot{M}(q_i(t)) - 2C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t)))z = 0. \quad (2)$$

假设 3(线性参数化)^[14] 对于任意向量 $\alpha \in \mathbf{R}^n$ 和 $\beta \in \mathbf{R}^n$,有

$$M(q_i(t))\alpha + C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))\beta + F_i(\dot{q}_i(t)) + G_i(q_i(t)) = Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta)\theta_i. \quad (3)$$

其中: $Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta) \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 是已知的回归矩阵, $\theta_i \in \mathbf{R}^p$ 是未知但不变的回归向量。

假设 4^[14] 对于任意第 i 个智能体,存在常数 $\delta_i > 0$,使得 $\|d_i(t)\|_2 \leq \delta_i$ 成立。

此外,本文还假设系统中存在虚拟领导者或者参考点 $q_0 \in \mathbf{R}^n$,并且 q_0 形成一条足够光滑的轨迹。

1.2 通信结构

本文使用无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 描述系统的通信结构,其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 是顶点集, $\mathcal{E} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{V}, \|q_i - q_j\| \leq r\}$ 是边集,常数 $r > 0$ 表示智能体间的最大通信距离。若两个智能体对应的顶点之间存在边,则称其为相邻智能体。 $\mathcal{N}_i = \{j : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示智能体 i 的相邻集。

1.3 虚拟势能场

虚拟势能场是蜂拥控制中重要的工具. 然而, 已有的势能场函数^[9,12-13]没有考虑智能体的半径, 也忽略了势能场函数是否二阶可微. 为此, 本文考虑如下二阶光滑有界的虚拟势能场($\psi(z) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$):

$$\psi(z) = \int_l^{z^2} \phi(\sigma^2) d\sigma. \quad (4)$$

其中: 常量 l 满足 $0 < l < r$, 表示智能体之间的预期间距; 动作函数 $\phi(z) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 设计为

$$\phi(z) = \begin{cases} -k_1, & 0 \leq z < \epsilon; \\ (k_1 - k_2)\rho\left(\frac{z - \epsilon}{h(l - \epsilon)}\right) - k_1, & \epsilon \leq z < \epsilon + h(l - \epsilon); \\ -k_2, & \text{otherwise}; \\ k_2\rho\left(\frac{z - (1-h)l - h\epsilon}{h(l - \epsilon)}\right) - k_2, & l - h(l - \epsilon) \leq z < l; \\ k_3\rho\left(\frac{2z - 2l}{r - l}\right), & l \leq z < \frac{1}{2}(r + l); \\ k_3\left(1 - \rho\left(\frac{2z - (l + r)}{r - l}\right)\right), & \frac{1}{2}(r + l) \leq z < r. \end{cases} \quad (5)$$

$0 < \epsilon < l$ 表示所有智能体直径的最大值; $0 < h < 1/2$, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 > 0$ 分别为平滑系数, 碰撞避免强度系数、排斥力强度系数与吸引力强度系数. 连续可微的挤压函数 $\rho : \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$ 如下所示:

$$\rho(z) = \begin{cases} 0, & z < 0; \\ z - \frac{\sin(2\pi z)}{2\pi}, & 0 \leq z < 1; \\ 1, & 1 \leq z. \end{cases} \quad (6)$$

记 $\psi(\epsilon)$ 为 ψ_ϵ . 注意 ψ 在区间 $[0, l]$ 中单调递减, $\psi(z) \geq \psi_\epsilon$ 保证 $z \geq \epsilon$. 因此, 可以根据 ϵ 设计更合理的势能场函数. 动作函数 (5) 对应的势能场如图 1 所示, 其中 $\psi(z)$ 为本文提出的势能场, $\psi^*(z)$ 为经典的势能场. 该势能场在区间 $[\epsilon, l]$ 中具有相对较低的势能, 从而使得智能体获得更好的碰撞避免能力.

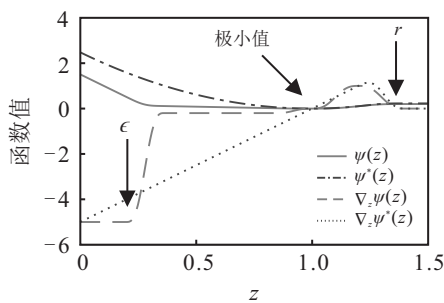


图 1 势能场对比

基于函数 (4), 智能体 i 与智能体 j 之间的虚拟势能场可以被表示为 $\psi_{ij} = \psi(\|q_i - q_j\|_2^2)/2$, 并且使用

$\phi_{ij} \triangleq \nabla_{q_i} \psi_{ij} = \phi(\|q_i - q_j\|_2^2)(q_i - q_j)$ 表示相应的排斥/吸引作用力. 领导者对智能体的吸引作用也可使用势能场描述. 文献 [12] 给出如下领导者势能场:

$$\psi^d(z) = \frac{1}{2} k_d \|z\|_2^2, \quad (7)$$

其中 $k_d > 0$ 是强度系数. 由式 (7) 可知, 第 i 个智能体与领导者之间的虚拟势能场 ψ_i^d 可以被表示为

$$\psi_i^d = \psi^d(\|q_i - q_0\|_2^2). \quad (8)$$

1.4 控制目标

本文定义蜂拥控制的目标如下:

- 1) 队形控制. $\left\| \sum_{j=1, j \neq i}^n \phi_{ij} + \phi_i^d \right\|_2$ 收敛于零.
- 2) 速度一致. 速度误差 $\|\dot{q}_i - \dot{q}_0\|_2$ 收敛于零.
- 3) 聚集保持. 存在常数 $r_{\max} > 0$ 使得对于任意智能体 i , 在任意时刻 t 满足 $\|q_i - q_0\|_2 \leq r_{\max}$.
- 4) 碰撞避免. 存在初始条件使得对于任意两个智能体 i 和 j , 在任意时刻 t 满足 $\|q_i - q_j\| \geq \epsilon$, 其中 ϵ 是所有智能体直径的最大值.

在条件 1) 中, $\sum_{j=1, j \neq i}^n \phi_{ij} + \phi_i^d = 0$ 使得智能体形成准晶格队形 (quasi α -lattice)^[12].

2 基于滑模的分布式蜂拥控制

定义滑模变量

$$e_i \triangleq \dot{q}_i + \xi_i, \quad (9)$$

其中 $\xi_i \triangleq \sum_{j=1, j \neq i}^n \phi_{ij} + \phi_i^d - \dot{q}_0$. 对式 (9) 求导可得

$$\dot{e}_i = \ddot{q}_i + \dot{\xi}_i. \quad (10)$$

将式 (9) 和 (10) 代入系统 (1), 可得

$$\begin{aligned} M_i(q_i(t))(\dot{e}_i - \dot{\xi}_i) + C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))(e_i - \xi_i) + \\ F_i(\dot{q}_i(t)) + G_i(q_i(t)) + d_i(t) = \tau_i(t). \end{aligned} \quad (11)$$

利用假设 3, 式 (11) 可以表示为

$$\begin{aligned} M_i(q_i(t))\dot{e}_i + C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))e_i = \\ -Y_i(q_i(t), \dot{q}_i(t), -\dot{\xi}_i, -\xi_i)\theta_i - d_i(t) + \tau_i(t). \end{aligned} \quad (12)$$

为简单起见, 下文使用 Y_i 表示 $Y_i(q_i(t), \dot{q}_i(t), -\dot{\xi}_i, -\xi_i)$, 用 C_i 表示 $C_i(q_i(t), \dot{q}_i(t))$. 根据式 (12), 本文设计自适应蜂拥控制器

$$\tau_i = Y_i \hat{\theta}_i - k_{a,i} e_i - k_b (\dot{q}_i - \dot{q}_0) - k_{c,i} \text{sgn}(e_i). \quad (13)$$

其中: 常数 $k_{a,i} > 0$, $k_b > 0$; 向量 $\hat{\theta}_i$ 是对未知回归向量 θ_i 的估计, 并且 $\hat{\theta}_i$ 按照如下自适应律更新:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\Gamma_i Y_i^T e_i, \quad (14)$$

Γ_i 是任意正定矩阵. 使用二值向量 $\eta \in \mathbf{R}^N$ 表示智能体是否了解 δ_i , $\eta_i = 1$ 表示第 i 个智能体了解 δ_i ; 反之

则不了解. 若 $\eta_i = 0$, 则 $k_{c,i}$ 可以具有任意初值, 并按照如下自适应律更新:

$$\dot{k}_{c,i} = \gamma_i \|e_i\|_2, \quad (15)$$

其中常数 $\gamma_i > 0$. 若 $\eta_i = 1$, 则 $k_{c,i} \geq \delta_i$ 保持不变.

考虑系统的李雅普诺夫函数为

$$V \triangleq V_1 + V_2 + V_\psi, \quad (16)$$

其中 V_1, V_2 和 V_ψ 分别定义如下 ($\tilde{\theta}_i \triangleq \theta_i - \hat{\theta}_i$):

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T M_i(q_i(t)) e_i, \quad (17)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_i \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{(1 - \eta_i)}{\gamma_i} (\delta_i - k_{c,i})^2, \quad (18)$$

$$V_\psi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \psi_{ij} + \sum_{i=1}^N \psi_i^d. \quad (19)$$

定理 1 考虑多智能体系统 (1), 使用控制算法 (13)、自适应律 (14) 和 (15). 假设初值 $V_0 \triangleq V(t_0)$ 有限, 并且所有智能体具有有限的初始速度和有限的滑模增益, 则蜂拥控制问题被解决, 并且自适应增益 $k_{c,i}$ 有界. 此外, 若 $V_0 < (1 + k')\psi_\epsilon$, 则至多有 k' 个智能体可能发生碰撞.

证明 定义 $x_i = q_i - q_0, v_i = \dot{q}_i - \dot{q}_0$. 对式 (16) 两边求导数可得 $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_\psi$. 经计算可得

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T \dot{M}_i(q_i(t)) e_i + \sum_{i=1}^N e_i^T M_i(q_i(t)) \dot{e}_i. \quad (20)$$

通过将式 (12), (13) 代入 (20), 可得

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T \dot{M}_i(q_i(t)) e_i + \sum_{i=1}^N e_i^T (-C_i e_i - Y_i \tilde{\theta}_i - d_i(t) - k_{a,i} e_i - k_b v_i - k_{c,i} \text{sgn}(e_i)). \quad (21)$$

根据假设 1、假设 2 以及 d_i 的有界性, 可以继续得到

$$\dot{V}_1 = - \sum_{i=1}^N e_i^T Y_i \tilde{\theta}_i + \sum_{i=1}^N e_i^T d_i(t) - k_{a,i} \|e_i\|_2^2 - k_b \sum_{i=1}^N e_i^T v_i - \sum_{i=1}^N k_{c,i} \|e_i\|_2. \quad (22)$$

根据 Cauchy-Buniakowsky-Schwarz 不等式, 可得

$$\dot{V}_1 \leq - \sum_{i=1}^N e_i^T Y_i \tilde{\theta}_i - k_{a,i} \|e_i\|_2^2 - k_b \sum_{i=1}^N e_i^T v_i - \sum_{i=1}^N k_{c,i} \|e_i\|_2 - \sum_{i=1}^N (1 - \eta_i) (k_{c,i} - \delta_i) \|e_i\|_2 - \sum_{i=1}^N \eta_i (k_{c,i} - \delta_i) \|e_i\|_2. \quad (23)$$

根据 e_i 的定义 (9), 式 (23) 可以写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \sum_{i=1}^N e_i^T Y_i \tilde{\theta}_i - k_{a,i} \|e_i\|_2^2 - \\ & k_b \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n \phi_{ij} + \phi_i^d \right)^T v_i - k_b \sum_{i=1}^N \|v_i\|_2 - \\ & \sum_{i=1}^N (1 - \eta_i) (k_{c,i} - \delta_i) \|e_i\|_2 - \sum_{i=1}^N \eta_i (k_{c,i} - \delta_i) \|e_i\|_2. \end{aligned} \quad (24)$$

利用自适应律 (14) 和 (15), 可计算得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & - \sum_i \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i - \sum_i (1 - \eta_i) \gamma_i^{-1} (\delta_i - k_{c,i}) \dot{k}_{c,i} = \\ & - \sum_i (1 - \eta_i) (\delta_i - k_{c,i}) \|e_i\|_2 + \sum_i \tilde{\theta}_i^T Y_i^T e_i. \end{aligned} \quad (25)$$

对于 \dot{V}_ψ , 考虑对称性 $\phi_{ij} = -\phi_{ji}$, 可得

$$\dot{V}_\psi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij}^T v_i + \sum_{i=1}^N (\phi_i^d)^T v_i. \quad (26)$$

由此, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - k_{a,i} \|e_i\|_2^2 - \sum_{i=1}^N \eta_i (k_{c,i} - \delta_i) \|e_i\|_2 - \\ & k_b \sum_{i=1}^N \|v_i\|_2 \leq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

令 $\Omega_c = \{(q_i, \dot{q}_i, q_0, \dot{q}_0, \hat{\theta}_i, k_{c,i}) : V \leq V_0\}$ 表示误差系统 (12) 的水平集. 因为 $\dot{V} \leq 0$, 可得 $V(t) \leq V_0$, 因此 Ω_c 是不变集. 根据初值条件与 V 的连续性, 可进一步得到 Ω_c 是不变紧集. 根据 LaSalle 不变集原理, 所有从集合 Ω_c 出发的轨线收敛于集合

$$E \triangleq \{(q_i, \dot{q}_i, q_0, \dot{q}_0, \hat{\theta}_i, k_{c,i}) : \dot{V} = 0\} \quad (28)$$

中最大的不变集. 根据 e_i 的定义, $e_i = 0$ 和 $v_i = 0$ 导致 $\sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij} + \phi_i^d = 0$, 可以将 E 改写为

$$E \triangleq \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij} + \phi_i^d = 0, v_i = 0, i \in \mathcal{V} \right\}. \quad (29)$$

其中: $v_i = 0$ 保证智能体的速度收敛于领导者的速度, $\sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij} + \phi_i^d = 0$ 保证系统形成预期队形. 若领导者势能场使用式 (7), 则 $\phi_i^d = x_i$, 可得

$$\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij} + \phi_i^d \right) = \sum_{i=1}^N k_d (q_i - q_0) = 0, \quad (30)$$

从而得到 $\sum_{i=1}^N q_i = \frac{1}{N} q_0$, 即智能体的平均位置收敛于

领导者. 对于聚集性,考虑李雅普诺夫函数 V 单调递减,从而在任意时刻,对于任意智能体 i , $V(t) \leq V_0$ 成立. 根据势能场(7),可得

$$\frac{1}{2} \|x_i\|_2^2 \leq \sum_{i=1}^N \psi_i^d \leq V(t) \leq V_0, \quad (31)$$

保证了所有智能体与 q_0 的距离不会超过 $r_{\max} = \sqrt{2V_0}$. 类似地,由于式(16)有限且单调递减,若智能体 i 使用自适应滑模增益,则 $(\delta_i - k_{c,i})^2/2 \leq V_2 \leq V \leq V_0$,从而可得 $k_{c,i} \in [k_{c,i}(t_0), \sqrt{2V_0} + \delta_i]$. 注意 $k_{c,i}$ 单调递增,所以 $k_{c,i}$ 不小于其初值. 假设在时刻 t' ,有超过 k' 个智能体发生了碰撞,则在时刻 t' 一定有 $V(t') \geq (1 + k')\psi_e$ 成立. 然而,由于 V 单调递减,则 $V(t') \leq V_0 < (1 + k')\psi_e$,从而导致矛盾. 这表明发生碰撞的智能体数量不会超过 k' 个. \square

注1 根据定理1,碰撞避免要求 $V(t_0) < \psi_e$. 然而, $V(t_0)$ 不仅是一种全局信息,还包含了不确定信息,这使得 $V(t_0)$ 无法得到. 为了尽可能地避免碰撞,应尽量增大 ψ_e ,这可以使用本文提出的势能场构建方法(见式(4))实现.

3 仿真算例

考虑不确定EL多智能体模型(1),其中

$$\begin{aligned} M_i &= m_i I_2, F_i = -s_i \|\dot{q}_i\|_2^2, G_i = gm_i, \\ C_i &= m_i \begin{bmatrix} 0 & -2\omega_i \\ 2\omega_i & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (32)$$

假设质量 m_i 、阻尼系数 s_i 和重力加速度 g 都未知. 根据假设3,设置

$$\begin{aligned} \theta_i &= [m_i, s_i, m_i\omega_i, m_i g]^T, \\ Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta) &= \begin{bmatrix} \alpha(1) & -\|\dot{q}_i\|_2^2 & -\beta(2) & 1 \\ \alpha(2) & -\|\dot{q}_i\|_2^2 & \beta(1) & 1 \end{bmatrix} \theta_i. \end{aligned} \quad (33)$$

本节使用洛伦兹混沌系统作为扰动发生器,即扰动 $d_i = [d_{i1} + d_{i2}, d_{i2} + d_{i3}]^T$ 服从如下方程:

$$\begin{cases} \dot{d}_{i1} = p_a(d_{i2} - d_{i1}), \\ \dot{d}_{i2} = (p_c - p_a)d_{i1} - d_{i1}d_{i3} + p_c d_{i2}, \\ \dot{d}_{i3} = d_{i1}d_{i2} - p_b d_{i3}. \end{cases} \quad (34)$$

其中: $p_a = 35, p_b = 3, p_c = 28$,并且 d_i 具有不同的初值,从而保证 d_i 形成不同的有界的非周期信号.

令 $N = 10, \epsilon = 0.1, q_i(t_0)$ 为 $[0, 10]$ 内的随机值, $\dot{q}_i(t_0)$ 为 $[-3, 3]$ 内的随机值, $r = 1.2, l = 1.0$. 对于控制器中的参数, $k_{a,i}(t_0) = 10, k_b = 10, k_{c,i}(t_0) = 0, \hat{\theta}_i(t_0) = [0, 0, 0]^T$. 自适应律中的系数设为 $\Gamma_i = 0.1I_n, \gamma_i = 1$. 势能场(7)中的参数为 $k_d = 10$. 势能场(4)中的参数为 $h = 0.4, k_1 = 0.5, k_2 = 0.5, k_3 = 0.5$. 采用文献[6]中算法作为对比算法.

蜂拥轨迹如图2所示,其中绘制了系统在第1s、37.5s、66.6s、100s的队形. 在相同初始条件下,两种算法都使得智能体跟随领导者并形成准晶格队形. 由图3中可以看出,相比较于平均位置误差,两种算法在速度误差上的差别较小. 然而,在所提出的算法中,速度误差大概小于2,而对比算法小于5.

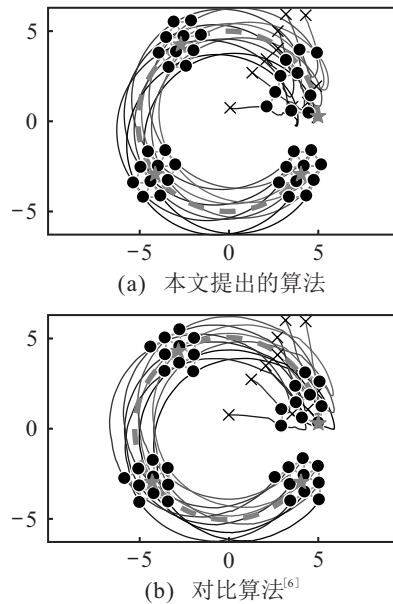


图2 蜂拥轨迹

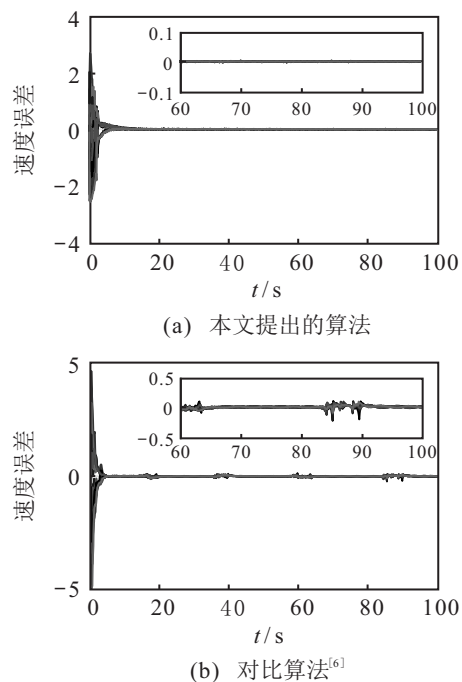


图3 智能体速度与领导者速度误差

由图4可以看出,相对于固定增益的对比算法,本文提出的算法使得智能体的平均位置误差收敛到零,而对比算法中平均位置在仿真时长内没有收敛. 图5绘制了智能体之间的相互距离,从中可以发现本文提出的算法可以更好地避免碰撞,所形成的队形中,相互距离与预期距离的差距也较小.

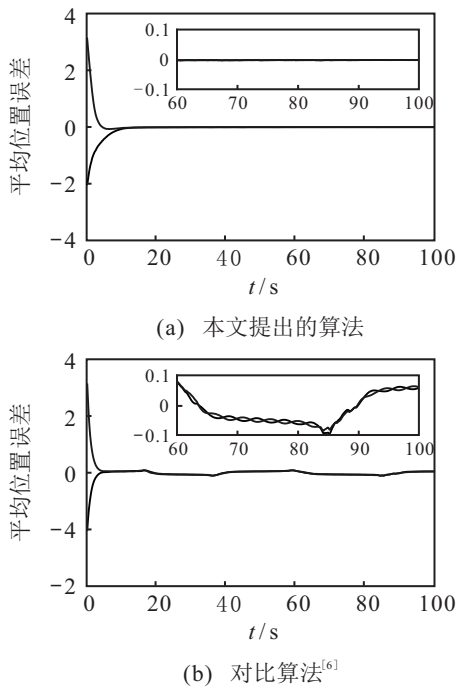


图4 智能体平均位置与领导者位置误差

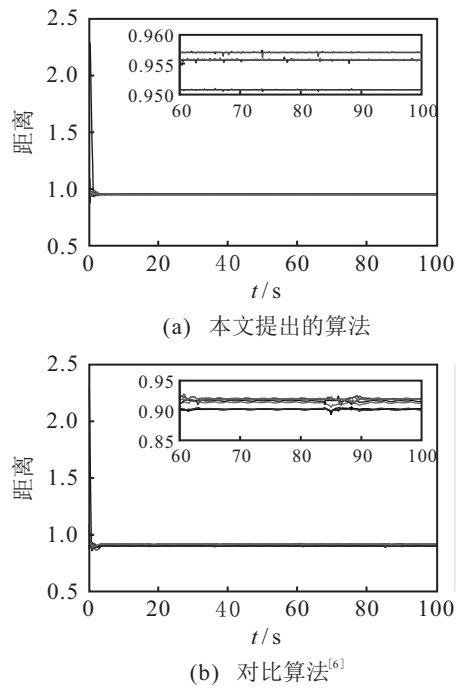


图5 智能体之间的最小距离

最后,图6给出了自适应增益随时间变化的曲线,虽然在理论上所有增益有界,但由于仿真精度的原

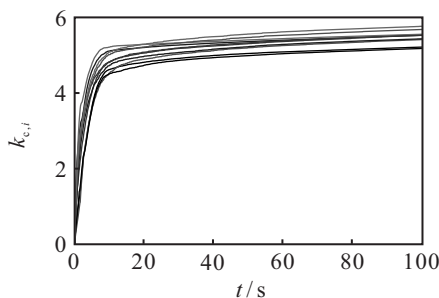


图6 自适应增益 $k_{c,i}$

因,这些增益在仿真时间内保持单调增加.注意在20s后增益增加的趋势开始平缓,这说明可以在实际系统中使用增益的变化幅度来确定是否继续使用自适应律更新滑模增益.本节数值仿真所用代码详见如下链接: <https://doi.org/10.5281/zenodo.6322393>.

4 分析讨论

在第2节中领导者对智能体的作用力具有线性形式.虽然线性作用力易于实现,可以保证队形的几何中心收敛于领导者的位置,但领导者对较远的智能体的作用力较大,从而智能体数量越多,智能体间距的误差越显著.为了减少间距误差,一种可行的方法是使用具有吸引力饱和的领导者势能场函数.此时, ψ^d 可以表示为

$$\psi^d(z) = \frac{1}{2}k_d \int_0^{\|z\|_2^2} \phi^d(x)dx. \quad (35)$$

其中: k_d 同式(7)中的定义,函数 $\phi^d(z)$ 可以选择为有界且连续可微的函数.显然,式(35)非负.使用式(35)替换(7)后,定理1中的结论保持不变.需要注意的是,此时不能保证智能体的平均位置收敛于领导者的位置.这是由于当系统收敛到 E 包含的最大不变集时,可得

$$\sum_{i=1}^N e_i = \sum_{i=1}^N \phi^d(x)(\|q_i - q_0\|_2^2)(q_i - q_0) = 0. \quad (36)$$

因式(36)与 $q_i - q_0$ 的方向有关,可得如下命题.

命题1 考虑领导者势能场(35),设 (q_1, \dots, q_N, q_0) 是 $\sum_{i=1}^N \nabla_{q_i} \psi^d(\|q_i - q_0\|_2^2) = 0, i \in [0, N]$ 的解,则 $q_0 \in \text{co}\{q_1, \dots, q_N\}$, 其中 co 表示点集的开凸包.

注意到式(35)仍然对队形带来负面影响.可行的方法是使用基于区域的形状控制^[13].此时, q_0 被视作目标区域 S 的参考点,且 $\psi^d: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 可以表示为

$$\psi^d(z) = \max\{0, k_d g(z)\}, \quad (37)$$

其中 k_d 同式(7)中的定义. $g(z): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 满足:

- 1) $g(z)$ 关于 z 二阶连续可微.
- 2) 若 $z \in S \setminus \{z | \text{dist}(z, S) = 0\}$, 则 $g(z) < 0$; 若 $z \notin S$, 则 $g(z) > 0$. 其中 \setminus 表示差集运算, $\text{dist}(z, S)$ 表示 z 到集合 S 的距离.
- 3) 存在常数 $h^d > 0$ 和 $c^d > 0$, 使得 $h^d \|z\|_2^2 - c^d \leq k_d g(z)$ 成立.

将式(37)替代式(35),定理1中的结论不变.此时,如果区域 S 是足够大的紧集,使得任意相邻的智能体 i 和智能体 j 满足 ϕ_i^d 与 ϕ_j^d 具有相同的符号,则

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\phi_{ij} + \phi_i^d) = \sum_{i=1}^N \phi_i^d = 0 \quad (38)$$

的唯一解是 $\phi_i^d = 0, \forall i \in [1, N]$, 继而导致 $\sum_{j=1, j \neq i}^N \phi_{ij} = 0, \forall i \in [1, N]$, 从而获得如下结论.

命题 2 对于式 (37), 设 (q_1, \dots, q_N, q_0) 是 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\phi_{ij} + \phi_i^d) = 0$ 的解, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时 $q_i \in S, (q_1, \dots, q_N)$ 形成 α 晶格队形.

另一个关心的问题是, 当使用势能场 (35) 或 (37) 替代势能场 (7) 时, 蜂拥系统的聚集性是否可以保持.

引理 1 考虑函数 ψ^d , 按式 (35) 或者 (37) 定义, 如果存在常量 c^* 使得 $\psi^d(z) \leq c^*$, 则存在 r_{\max} 使得 $z \leq r_{\max}$ 成立.

证明 首先考虑 ψ^d 按照式 (35) 定义的情况. 注意此时 ψ^d 单调递增, 则 $z \leq z^*$ 的充分必要条件是 $\psi^d(z) \leq \psi^d(z^*)$, 从而得到 $r_{\max} = (\psi^d)^{-1}(c^*)$. 然后考虑 ψ^d 按照式 (37) 定义的情况. 根据式 (37) 中的条件 3), 可得 $h^d \|z\|_2 \leq k_d g(z) + c^d \leq k_d c^* + c^d$, 从而获得 $r_{\max} = (k_d c^* + c^d) / h^d$. \square

根据定理 1 中的李雅普诺夫函数 (16) 单调递减的结论, 可得 $\psi^d(x_i) \leq V(t) \leq V_0$. 由引理 1, 可知 r_{\max} 存在, 从而同样保证了智能体的聚集性.

5 结论

本文研究了一种面向于具有不确定性和外部扰动的 Euler-Lagrange 多智能体系统的分布式蜂拥控制器. 通过设置自适应律与具有自适应增益的滑模控制器, 所提出的算法允许智能体在没有扰动的先验知识的情况下实现预期的集群运动. 通过不同的设置, 智能体既可以跟踪虚拟领导者, 也可以收敛到足够大的移动的目标区域中. 理论分析保证了智能体不会远离虚拟领导者或区域参考点的邻域, 并在系统初始值满足一定条件的情况下, 可以保证智能体之间不发生碰撞. 此外, 若采用基于目标区域的跟踪方式, 则智能体之间的距离收敛到预期距离, 从而实现晶格状队形.

参考文献 (References)

- [1] Liu Y S, Yang H Y, Liu F, et al. Active disturbance rejection control for multi-agent systems based on distributed event-triggered strategy[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 969-977.
- [2] Jin S T, Li C, Ren Y, et al. Model-free adaptive formation control for unknown heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(6): 1519-1524.
- [3] He M, Xu Y Y, Liu J T, et al. Multi-agent pinning control algorithm based on k-shell decomposition[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(10): 2556-2560.
- [4] Atrianfar H, Haeri M. Adaptive flocking control of

nonlinear multi-agent systems with directed switching topologies and saturation constraints[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(6): 1545-1561.

- [5] Izadipour A, Ghaisari J, Askari J. Distributed robust adaptive flocking for uncertain nonlinear multi-agent systems with time-varying communication delay[J]. *International Journal of Systems Science*, 2020, 51(1): 72-86.
- [6] Ghapani S, Mei J, Ren W, et al. Fully distributed flocking with a moving leader for Lagrange networks with parametric uncertainties[J]. *Automatica*, 2016, 67: 67-76.
- [7] Dong Y, Huang J. Consensus and flocking with connectivity preservation of uncertain Euler-Lagrange multi-agent systems[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2018, 140(9): 091011.
- [8] Dong Y, Huang J. Flocking with connectivity preservation of multiple double integrator systems subject to external disturbances by a distributed control law[J]. *Automatica*, 2015, 55: 197-203.
- [9] Yazdani S, Haeri M. Distributed observer type protocol for flocking of linear second-order multi-agent systems subject to external disturbance[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2019, 141(6): 061004.
- [10] Feng Z, Hu G Q. Connectivity-preserving flocking for networked Lagrange systems with time-varying actuator faults[J]. *Automatica*, 2019, 109: 108509.
- [11] Franck Plestan, Yuri Shtessel, Vincent Bregeault, et al. New methodologies for adaptive sliding mode control[J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(9): 1907-1919.
- [12] Olfati-Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401-420.
- [13] Yu J W, Ji J C, Miao Z H, et al. Region-based flocking control for networked robotic systems with communication delays[J]. *European Journal of Control*, 2020, 52: 78-86.
- [14] Slotine J J E, Li W P. On the adaptive control of robot manipulators[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1987, 6(3): 49-59.
- [15] Roy S, Baldi S, Fridman L M. On adaptive sliding mode control without a priori bounded uncertainty[J]. *Automatica*, 2020, 111: 108650.

作者简介

王希铭 (1989—), 男, 博士生, 从事非线性控制、多智能体协同控制的研究, E-mail: wangximing@njust.edu.cn;

孙金生 (1967—), 男, 教授, 博士生导师, 从事多智能体协同控制、质量控制等研究, E-mail: jssun67@163.com;

吴梓杏 (1992—), 女, 博士生, 从事脉冲控制、多智能体协同控制的研究, E-mail: wuzixing@njust.edu.cn;

李志韬 (1989—), 男, 博士生, 从事自适应控制、多智能体协同的研究, E-mail: zhitaoli@njust.edu.cn.