

# 控制与决策

Control and Decision

面向区域绿色修复水平评价的概率犹豫Fermatean模糊拓展MULTIMOORA方法

刘俊, 罗世华

引用本文:

刘俊,罗世华. 面向区域绿色修复水平评价的概率犹豫Fermatean模糊拓展MULTIMOORA方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2685–2695.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0437>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [基于后悔理论的概率犹豫模糊双边匹配决策方法](#)

Two-sided matching decision making method with probabilistic hesitant fuzzy information based on regret theory  
控制与决策. 2022, 37(9): 2380–2388 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1093>

#### [基于调和犹豫模糊信息的多属性决策方法](#)

Multi-attribute decision-making method based on the reconciled hesitant fuzzy information  
控制与决策. 2022, 37(10): 2657–2666 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0328>

#### [基于新型距离测度的概率犹豫模糊多属性群决策方法](#)

Probabilistic hesitant fuzzy multi-attribute group decision-making based on new distance measure  
控制与决策. 2022, 37(3): 729–736 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1118>

#### [概率区间值直觉犹豫模糊Maclaurin对称平均算子及决策方法](#)

Probabilistic interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Maclaurin symmetric mean operators and decision method  
控制与决策. 2021, 36(5): 1249–1258 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1370>

#### [基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用](#)

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure  
控制与决策. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

# 面向区域绿色修复水平评价的概率犹豫 Fermatean 模糊拓展 MULTIMOORA 方法

刘俊, 罗世华<sup>†</sup>

(江西财经大学 统计学院, 南昌 330013)

**摘要:** 绿色发展是高质量发展的重要组成部分, 绿色修复是当前可持续发展的必要环节, 如何科学评判绿色修复水平已成为一项重要工作, 评价过程中的复杂性和不确定性为提升绿色修复水平带来了挑战. 对此, 在概率犹豫 Fermatean 模糊环境下, 提出拓展 MULTIMOORA 方法以开发一种面向区域绿色修复水平评价的框架. 采用概率犹豫 Fermatean 模糊集 (PHFFS) 表达综合评价信息值, 通过 Dombi 运算融合 Choquet 积分几何算子 (PHFFDCIG) 聚合评价信息比其他运算方法更合适, 可以通过调整参数增强信息聚合的灵活性. 然后, 将传统 MULTIMOORA 方法子系统内的参照点法和完全乘法形式进行完善, 并结合 Choquet 积分和改进 Borda 规则, 提出一种 PHFFS-MULTIMOORA 方法对区域绿色修复水平评价指标间的相互作用进行建模, 从而捕获其重要性权重, 综合确定区域绿色修复水平的优先级. 最后, 通过长江经济带沿线 5 省市绿色修复水平评价的案例分析和灵敏度分析测试有效验证所建立模型框架的准确性、有效性和实用性.

**关键词:** 区域绿色修复; 概率犹豫 Fermatean 模糊集; Dombi 运算; Choquet 积分

中图分类号: C934

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0437

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 刘俊, 罗世华. 面向区域绿色修复水平评价的概率犹豫 Fermatean 模糊拓展 MULTIMOORA 方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2685-2695.

## Probabilistic hesitant Fermatean fuzzy extension MULTIMOORA method for evaluation of regional green restoration level

LIU Jun, LUO Shi-hua<sup>†</sup>

(College of Statistics, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Green development is an integral part of high-quality development, and green restoration is an essential part of current sustainable development. How to evaluate the level of green restoration scientifically has become an important task. Complexity and uncertainty in the evaluation process bring challenges. Based on this, in the context of probabilistic hesitant Fermatean fuzzy environment, this paper proposes to develop a framework for regional green restoration level evaluation by extending the MULTIMOORA method. The probabilistic hesitant Fermatean fuzzy set (PHFFS) is used to express the comprehensive evaluation information value. The evaluation information aggregated by the Dombi Choquet integral geometric operator (PHFFDCIG) is more qualified than other operational methods, and the flexibility of information aggregation can be enhanced by adjusting the parameters. Then, the reference point and full multiplication form method in the subsystem of the traditional MULTIMOORA method is improved. Combined with Choquet integral and improved Borda rules, an improved PHFFS-MULTIMOORA method is proposed to model the interaction between the evaluation indicators of the regional green repair level, so as to capture the weight of its importance to determine the priority of the green repair level in the area. Finally, the case study and sensitivity analysis test of green restoration level evaluation in five provinces and cities along the Yangtze River Economic Belt verify the accuracy, effectiveness and practicability of the established model framework.

**Keywords:** regional green restoration; probabilistic hesitant Fermatean fuzzy set; Dombi operations; Choquet integral

收稿日期: 2021-03-16; 录用日期: 2021-07-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973145); 江西省教育厅科技基金项目(GJJ180247); 江西省 2021 年度研究生创新专项资金项目(YC2021-B125).

责任编辑: 徐泽水.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: luoshihua@aliyun.com.

## 0 引言

新时期的经济由高速发展转为高质量发展,是践行新时代习近平总书记关于经济发展的科学部署. 为了实现区域经济高质量发展,必须进行生态环境整治,进行系统科学性修复,防止头痛医头,脚痛医脚,协同经济绿色发展. 科学有效评价区域绿色修复水平是指导区域绿色可持续发展不可或缺的重要组成部分,为发挥更高水平发展、实现生态环境共享提供基本理论遵循. 本文拟在概率犹豫 Fermatean 模糊环境下,建立面向区域绿色修复水平评价的模型,更好地支持区域绿色发展开放水平的提升.

由于评价者认知的局限和专业的差异,各种不确定会出现在主观评价中,传统精确值的评价方法难以契合纷繁复杂的发展现状. Zadeh 提出的模糊集为解决不确定环境下的复杂评价问题指明了方向,并产生了一系列模糊集的拓展. Fermatean 模糊集<sup>[1]</sup>延伸了直觉模糊集<sup>[2]</sup>、毕达哥达拉斯模糊集<sup>[3]</sup>所包含的评价信息,弱化了对隶属度和非隶属度的要求. 已有学者基于 Fermatean 模糊集做了相关研究<sup>[4-5]</sup>,也印证了其科学评价的可行性和有效性. 评价者在面对复杂难以决断的评价问题时,往往表现得犹豫不决. 而犹豫模糊集<sup>[6]</sup>允许评价信息值包含多个可能的隶属度和非隶属度,但面对多个可能的函数值时,评价者很难持有相同的偏好. 为多个可能的函数值赋予不同的概率使得问题迎刃而解<sup>[7-8]</sup>.

聚合算子是评价(决策)问题中的主要关注点,它们用于将输入信息统一为一个综合评价值. 目前,聚合运算大多基于代数积和代数和,而 Dombi 运算<sup>[9]</sup>的灵活参数能够辨识聚合算子是析取型还是合取型. Dombi 运算已成功地解决了多领域复杂环境中的不确定性决策问题<sup>[10-12]</sup>. 上述研究未考虑评价对象指标间的相互关系,导致难以获得准确的评价结果. Choquet 积分<sup>[13]</sup>是一种有效的处理指标间相互作用的方法,它不仅解决了风险因素之间的可能存在的相关性,也体现了从冗余到协同的非线性关系<sup>[14-16]</sup>. 评估方法的选择也是决策过程中不可或缺的一部分. 国内外学者提出了多种被证明有效的评价技术,包括 TODIM<sup>[17]</sup>、TOPSIS<sup>[18]</sup>和 VIKOR<sup>[19]</sup>等. 一方面,上述方法均基于效用价值理论;另一方面,上述方法过于单一,需要减少评价结果的偏差以提高评价结果的鲁棒性. 再者,计算过程过于复杂. 完全乘法规模分析的多目标优化(MULTIMOORA)<sup>[20]</sup>作为一种全新的评价技术,是迄今为止最稳健的多目标优化方法,其简单、有效、便捷,有着广泛的应用场景<sup>[21]</sup>. 但

其不足之处在于,经典的 MULTIMOORA 方法忽略了参考点法中方案到负理想方案的距离、评价指标间不可忽视的冗余关系、会对决策结果的合理性产生不利影响的指标权重缺失以及最终确定方案排序的序数占优理论未能考虑排序结果效用值的影响.

基于上述探讨,有以下问题需要解决:

- 1) 评价者对各指标的不确定偏好;
- 2) 评价信息的缺失;
- 3) 各指标之间的相互关系;
- 4) MULTIMOORA 方法的局限亟需解决.

本文的动机和目标如下:

1) 由于区域绿色修复水平评价环境的不确定性和复杂性,现有聚合算子可能会导致信息丢失,为此,本文提出概率犹豫 Fermatean 模糊环境下的 Dombi 运算;

2) 利用 Choquet 积分处理各指标间可能存在的相关性,并将其融入所提出的算子中;

3) 拓展的 PHFFS-MULTIMOORA 方法综合考虑了参考点法中方案分别与正负理想方案之间的距离、指标相关性和结果的鲁棒性.

本文的主要贡献如下:

1) Dombi 运算融合了其他几种广泛使用的算子的属性,在 PHFFS 环境下提出 Dombi 模糊 Choquet 加权几何算子;

2) 讨论了算子的某些基本属性,包括幂等性、单调性和有界性;

3) 在 TOPSIS 方法的基础上,结合 Choquet 积分和改进 Borda 规则<sup>[22]</sup>,以及严格单调递增函数作为完全乘法的加权值,拓展了 PHFFS-MULTIMOORA 方法;

4) 讨论了 Dombi 运算符中参数变化对评价的影响,并进行比较分析,有力论证了面向区域绿色修复水平评价模型框架的可行性和有效性,以期支持区域经济实现绿色可持续高质量发展.

## 1 基本理论

本节对犹豫模糊集、Fermatean 模糊集、模糊测度和 Choquet 积分以及 Dombi 运算符进行回顾.

### 1.1 犹豫模糊集

**定义 1** 定义在  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的犹豫模糊集  $H = \{X, h_H(x) | x \in X\}$ , 其中  $h_H(x)$  表示在集合  $H$  中一系列  $x \in X$  的可能隶属度函数在  $[0, 1]$  之间的值. 为方便起见,本文用  $h = h_H(x)$  表示一个犹豫模糊数(HFN)<sup>[6]</sup>.

1.2 Fermatean模糊集

定义2 设X是一个非空集合, Fermatean模糊集(FFS)<sup>[1]</sup>定义如下:

$$F = \{ \langle x_j, \mu_F(x_j), \nu_F(x_j) \rangle | x_j \in X \}. \quad (1)$$

其中:  $\mu : X \rightarrow [0, 1]$  是隶属度函数  $\mu_F(x_j)$  ( $0 \leq \mu_F(x_j) \leq 1$ );  $\nu : X \rightarrow [0, 1]$  是非隶属度函数  $\nu_F(x_j)$  ( $0 \leq \nu_F(x_j) \leq 1$ ), 且满足条件  $0 \leq (\mu_F(x_j))^3 + (\nu_F(x_j))^3 \leq 1$ . 对于  $x_j \in X$ , 如果  $\pi_F(x_j) = \sqrt[3]{1 - (\mu_F(x_j))^3 - (\nu_F(x_j))^3}$ , 则称  $\pi_F(x_j)$  是  $x_j \in X$  集合F的犹豫度或不确定度. 为清晰和简洁起见,  $F = (\mu_F, \nu_F)$  表示一个Fermatean模糊数(FFN).

1.3 Dombi运算符

Dombi<sup>[9]</sup>提出了Dombi和“ $\oplus$ ”与Dombi积“ $\otimes$ ”, 它们分别是t-模和t-余模的特例.

定义3 设g和h为两个实数, Dombi的t-模和t-余模定义如下:

$$D^*(g, h) = g \oplus h = \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{g}{1-g} \right)^\delta + \left( \frac{h}{1-h} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \quad (2)$$

$$D(g, h) = g \otimes h = \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{1-g}{g} \right)^\delta + \left( \frac{1-h}{h} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}. \quad (3)$$

其中:  $(g, h) \in [0, 1] \times [0, 1]$ , 参数  $\delta > 0$ .

1.4 模糊测度和Choquet积分

定义4 设在集合X中存在一个模糊测度  $\rho$ ,  $P(X)$  是X的幂集, 函数  $\rho : P(X) \rightarrow [0, 1]$  满足条件: 1)  $\rho(\emptyset) = 0, \rho(X) = 1$ ; 2)  $\forall B, C \subseteq X$ , 若  $B \subseteq C$ , 则  $\rho(B) \leq \rho(C)$ ; 3)  $\rho(B \cup C) = \rho(B) + \rho(C) + \tau\rho(B)\rho(C)$ , 对于所有  $B, C \subseteq X$  且  $B \cap C = \emptyset$ , 其中  $\tau > -1$ .

在多指标综合评价中,  $\rho$  为非负非可加集合函数, 能刻画指标间的相互关系. 集合X可表示为指标集, 指标子集B、C的重要程度  $\rho(B)$  和  $\rho(C)$  可表示为集合  $B, C \in X$  的模糊测度.

若C为有限集, 则  $\bigcup_{i=1}^n c_i = C$ ,  $\rho$  的  $\tau$  测度定义为

$$\rho(C) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} \prod_{i=1}^n (1 + \tau\rho(c_i)) - 1, & \tau \neq 0; \\ \sum_{i=1}^n \rho(c_i), & \tau = 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $c_i \cap c_j = \emptyset, i \neq j$ , 对于只有一个元素  $c_i$  的子集合,  $\rho(c_i)$  称为模糊测度,  $\rho_i = \rho(c_i)$ . 当  $\rho(c) = 1$  时, 可得

$$\tau + 1 = \prod_{i=1}^n (1 + \tau\rho(c_i)). \quad (5)$$

定义5 设f是X上的正实值函数,  $\rho$  是X上的模糊测度, 则f相对于  $\rho$  离散Choquet积分<sup>[14]</sup>定义为

$$C_\rho(f_{c_{(1)}}, f_{c_{(2)}}, \dots, f_{c_{(n)}}) = \sum_{i=1}^n f_{c_{(i)}} [\rho(A_{(i)}) - \rho(A_{(i+1)})]. \quad (6)$$

其中:  $(i)$  表示X上的置换,  $f_{c_{(1)}} \leq f_{c_{(2)}} \leq \dots \leq f_{c_{(n)}}$ ,  $A_{(i)} = \{c_{(i)}, c_{(i+1)}, \dots, c_{(n)}\}, A_{(n+1)} = \emptyset$ .

2 概率犹豫Fermatean模糊Dombi运算符

本节首先提出概率犹豫Fermatean模糊集, 以及PHFFS环境下的Dombi聚合运算法则; 然后结合Choquet积分, 提出概率犹豫Fermatean模糊Dombi Choquet积分几何(PHFFDCIG)算子.

定义6 设X是一个非空集合, 概率犹豫Fermatean模糊集(PHFFS)定义如下:

$$P_F = \{ \langle x, [(A_{P_F}(x), \Gamma_{P_F}(x)), p] \rangle | x \in X \}. \quad (7)$$

概率犹豫Fermatean模糊集是由一系列概率犹豫Fermatean模糊元素(PHFFE)组合而成, 包含隶属度和非隶属度, 其中  $A_{P_F}(x), \Gamma_{P_F}(x) \in [0, 1]$  且满足  $0 \leq (A_{P_F}(x))^3 + (\Gamma_{P_F}(x))^3 \leq 1$ . PHFFE很好地表达了每个隶属度和非隶属度不同的重要性, 有限PHFFE表示为  $P_{F_i} = [(A_{i_l}(x), \Gamma_{i_l}(x)), p_{i_l}]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F$ . 其中:  $\#P_F$  为正整数, 除本文特别说明, 该PHFFE中包含的隶属度与非隶属度元素个数相同;  $p_{i_l} \in [0, 1], \sum_{l=1}^{\#P_F} p_{i_l} = 1$ . 若  $\pi_{P_F}(x) = \sqrt[3]{1 - (A_{P_F}(x))^3 - (\Gamma_{P_F}(x))^3}$ , 则  $\pi_{P_F}(x_j)$  是  $x_j \in X$  集合F的犹豫度或不确定度.

定义7 设X为一个有限集,  $P_{F_i} = [(A_{i_l}(x), \Gamma_{i_l}(x)), p_{i_l}]$  是一个与X相关的有限PHFFE. 其中:  $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F$ . 得分函数定义如下:

$$S(P_{F_i}) = \left( \frac{1}{\#P_F} \sum_{i \in n, l \in \#P_F} (p_{i_l} * A_{i_l}) \right)^3 - \left( \frac{1}{\#P_F} \sum_{i \in n, l \in \#P_F} (p_{i_l} * \Gamma_{i_l}) \right)^3. \quad (8)$$

精确函数定义如下:

$$H(P_{F_i}) = \left( \frac{1}{\#P_F} \sum_{i \in n, l \in \#P_F} (p_{i_l} * A_{i_l}) \right)^3 + \left( \frac{1}{\#P_F} \sum_{i \in n, l \in \#P_F} (p_{i_l} * \Gamma_{i_l}) \right)^3. \quad (9)$$

定义8 设  $P_{F_1} = [(A_{1_l}(x), \Gamma_{1_l}(x)), p_{1_l}], P_{F_2} = [(A_{2_l}(x), \Gamma_{2_l}(x)), p_{2_l}]$  为两个PHFFEs,  $\gamma \in (0, +\infty), \lambda > 0$ , 概率犹豫Fermatean模糊Dombi运算定义如

下:

1)

$$P_{F_1} \oplus P_{F_2} = \left[ \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{\Lambda_{1l}}{1 - \Lambda_{1l}} \right)^\delta + \left( \frac{\Lambda_{2l}}{1 - \Lambda_{2l}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \overline{p_{1l} + p_{2l}} \right); \sqrt[3]{1 + \left[ \left( \frac{1 - \Gamma_{1l}}{\Gamma_{1l}} \right)^\delta + \left( \frac{1 - \Gamma_{2l}}{\Gamma_{2l}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \overline{p_{1l} + p_{2l}} \right]; \quad (10)$$

2)

$$P_{F_1} \otimes P_{F_2} = \left[ \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{1 - \Lambda_{1l}}{\Lambda_{1l}} \right)^\delta + \left( \frac{1 - \Lambda_{2l}}{\Gamma_{2l}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \overline{p_{1l} + p_{2l}} \right); \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{\Gamma_{1l}}{1 - \Gamma_{1l}} \right)^\delta + \left( \frac{\Gamma_{2l}}{1 - \Gamma_{2l}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \overline{p_{1l} + p_{2l}} \right]; \quad (11)$$

3)

$$\lambda P_F = \left[ \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \lambda \left( \frac{\Lambda_l}{1 - \Lambda_l} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, p_l \right); \sqrt[3]{1 + \left[ \lambda \left( \frac{1 - \Gamma_l}{\Gamma_l} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, p_l \right]; \quad (12)$$

4)

$$P_F^\lambda = \left[ \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \lambda \left( \frac{1 - \Lambda_l}{\Lambda_l} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, p_l \right); \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \lambda \left( \frac{\Gamma_l}{1 - \Gamma_l} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, p_l \right]. \quad (13)$$

则有  $\overline{p_{1l} + p_{2l}} = (p_{1l} + p_{2l}) / \left( \sum_{l=1}^{\#P_F} p_{1l} + \sum_{l=1}^{\#P_F} p_{2l} \right)$ .

**定理1** 设  $P_{F_1}, P_{F_2}, P_{F_3}$  为3个PHFFEs, 则概率犹豫Fermatean模糊Dombi运算满足:

- 1)  $P_{F_1} \oplus P_{F_2} = P_{F_2} \oplus P_{F_1}$ ;
- 2)  $P_{F_1} \otimes P_{F_2} = P_{F_2} \otimes P_{F_1}$ ;
- 3)  $\lambda(P_{F_1} \oplus P_{F_2}) = \lambda P_{F_1} \oplus \lambda P_{F_2}$ ;
- 4)  $(P_{F_1} \otimes P_{F_2})^\lambda = P_{F_1}^\lambda \otimes P_{F_2}^\lambda$ .

定理1显示Dombi和“ $\oplus$ ”与Dombi积“ $\otimes$ ”都是可交换和关联的, 即它们保留了经典加法和乘法运算的最理想特性. 下面提出基于概率犹豫Fermatean模糊Dombi运算和基于Choquet积分的聚集算子.

**定义9** 设  $X$  为一个有限集,  $P_{F_i} = [(A_{il}(x), \Gamma_{il}(x)), p_{il}]$  是一组与  $X$  相关的有限PHFFEs. 其中:  $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F, \rho$  为模糊测度. 概率犹豫Fermatean模糊Dombi Choquet积分几何(PHFFDCIG)算子和概率犹豫Fermatean模糊Dombi Choquet积分平均(PHFFDCIA)算子分别定义如下:

$$\text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) = \bigoplus_{i=1}^n P_{F_i}^{w_i}, \quad (14)$$

$$\text{PHFFDCIA}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) = \bigoplus_{i=1}^n w_i P_{F_i}. \quad (15)$$

其中:  $w_i = \rho(A_i) - \rho(A_{i+1})$ ,  $(i)$  是  $P_{F_i}$  的一个置换, 使得  $P_{F_1} \leq P_{F_2} \leq \dots \leq P_{F_n}, A_i = (c_i, c_{i+1}, \dots, c_n)$ , 且  $A_{n+1} = 0$ . 基于上述讨论, PHFFDCIG算子的聚集结果依然为PHFFS.

**定理2** 若有PHFFDCIG算子,  $w_i = \rho(A_i) - \rho(A_{i+1})$ , 则可得

$$\text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) = \left\langle \left( \sqrt[3]{1 + \left[ \sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{1 - \Lambda_{il}}{\Lambda_{il}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}, \sqrt[3]{1 - \frac{1}{1 + \left[ \sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{\Gamma_{il}}{1 - \Gamma_{il}} \right)^\delta \right]^{1/\delta}}}, \sum_{i=1}^n p_{il} \right) \right\rangle, \quad (16)$$

其中  $\sum_{i=1}^n p_{i_l} = \sum_{i=1}^n p_{i_l} / \sum_{l=1}^{\#P_F} \sum_{i=1}^n p_{i_l}$ .

**定理3** PHFFDCIG算子, 满足以下性质:

1) 幂等性. 设  $P_{F_i} = [(A_{il}(x), \Gamma_{il}(x)), p_{il}]$  ( $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F$ ) 为一组PHFFEs, 若  $P_{F_i} = P_F$ , 则

$$\begin{aligned} \text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) &= \\ \text{PHFFDCIG}(P_F, P_F, \dots, P_F). \end{aligned}$$

2) 单调性. 设  $P'_{F_i} = [(A'_{il}(x), \Gamma'_{il}(x)), p'_{il}]$  ( $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F$ ) 为一组PHFFEs, 满足  $A'_{il}(x) \leq A_{il}(x), \Gamma'_{il}(x) \leq \Gamma_{il}(x)$ , 则

$$\begin{aligned} \text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) &\leq \\ \text{PHFFDCIG}(P'_{F_1}, P'_{F_2}, \dots, P'_{F_n}). \end{aligned}$$

3) 有界性. 设  $P_{F_i}^- = [(A_{il}^-(x), \Gamma_{il}^-(x)), p_{il}]$  和  $P_{F_i}^+ = [(A_{il}^+(x), \Gamma_{il}^+(x)), p_{il}]$  均为PHFFEs,  $i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, \#P_F, A_{il}^-(x) = \min_i \{A_{il}(x)\}, \Gamma_{il}^-(x) = \max_i \Gamma_{il}(x), A_{il}^+(x) = \max_i \{A_{il}(x)\}, \Gamma_{il}^+(x)$

$= \min_i \Gamma_{i_l}(x)$ , 则

$$P_{F_i}^- \leq \text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) \leq P_{F_i}^+$$

4) 交换性. 设  $(\tilde{P}_{F_1}, \tilde{P}_{F_2}, \dots, \tilde{P}_{F_n})$  是  $(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n})$  的任意排列, 则

$$\text{PHFFDCIG}(P_{F_1}, P_{F_2}, \dots, P_{F_n}) =$$

$$\text{PHFFDCIG}(\tilde{P}_{F_1}, \tilde{P}_{F_2}, \dots, \tilde{P}_{F_n}).$$

### 3 拓展的 PHFFS-MULTIMOORA 方法

为消除经典 MULTIMOORA 方法的局限性, 本文增加参考点法中方案与负理想方案之间的距离, 结合 Choquet 积分和改进<sup>[22]</sup>, 提出一种拓展 PHFFS-MULTIMOORA 方法. 决策矩阵  $X = (x_{ij})_{m \times n}$  表示第  $i$  个备选方案相对于第  $j$  个评价指标的评价值. 采用  $n$  个可选方案  $a_i$  和  $m$  个评价指标  $c_j$  解决群体决策问题. 对于基于效用值的排序方法, 归一化是将  $x_{ij}$  转化为无量纲  $x_{ij}^*$  的基本过程.  $\omega_j = \rho(A_i) - \rho(A_{i+1})$  表示第  $j$  个评价指标的权重, 其中  $\rho(A_i) = \rho(c_{(i)}, c_{(i+1)}, \dots, c_{(n)})$ . 然后, 直接聚合备选方案下的不同评价指标.

对于每一个评价指标, 评价信息值  $x_{ij}$  可被标准化为

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij})^2}}. \quad (17)$$

拓展的 PHFFS-MULTIMOORA 方法如下所示.

#### 1) PHFFS 比值系统.

使用加权算术算子计算归一化效用值

$$U_1(i) = \sum_{j=1}^{\theta} \omega_j x_{ij}^* - \sum_{j=\theta+1}^n \omega_j x_{ij}^*. \quad (18)$$

其中:  $\theta (1 \leq \theta \leq n)$  表示必须最大化的正向型指标,  $n - \theta$  表示必须最小化的负向型指标, 方案的排序按  $U_1(i) (i = 1, 2, \dots, n)$  的降序进行.

#### 2) 拓展的 PHFFS 参照点法.

MULTIMOORA 的参考点法是基于比值系统的, 其目的是找出每个备选方案的最差性能. 受 TOPSIS 方法的启发, 本文同时考虑最短正向理想点距离和最长负向理想点距离的计算公式以寻求最佳选择. 有

$$U_2(i) = \sum_{j=1}^m \omega_j \frac{d(r_j^-, x_{ij}^*)}{d(r_j^+, x_{ij}^*) + d(r_j^-, x_{ij}^*)}. \quad (19)$$

其中:  $d(a, b) = \frac{1}{2}|a^3 - b^3|$ ;  $a, b$  为综合评分值;  $r_j^+ = (\max_i x_{ij}^*, j = 1, 2, \dots, \theta; \min_i x_{ij}^*, j = \theta + 1, \theta + 2, \dots, m)$ ;  $r_j^- = (\min_i x_{ij}^*, j = 1, 2, \dots, \theta; \max_i x_{ij}^*, j = \theta + 1, \theta + 2, \dots, m)$ ; 方案的排序按  $U_2(i) (i = 1, 2, \dots, n)$  的降序进行.

#### 3) 改进的 PHFFS 完全乘法形式.

参考点法能保证所选方案的表现所有指标下都不是最差的, 但当两种方案的参考点法的效用值相同时, 不能较好地地区分两者. 完全乘法能反映出决策者对方案的偏好, 替代方案的良好表现不能完全弥补较差的表现. 采用基于加权几何算子的严格单调递增函数定义完全乘法形式, 即

$$U_3(i) = \frac{\sqrt[\theta]{\prod_{j=1}^{\theta} (1 - (x_{ij}^*)^{\omega_j})}}{\sqrt[n-\theta]{\prod_{j=\theta+1}^n (1 - (x_{ij}^*)^{\omega_j})}}. \quad (20)$$

需要说明的是: 本文使用  $1 - (x_{ij}^*)^{\omega_j}$  来刻画  $x_{ij}^*$  的加权值, 而不是  $(x_{ij}^*)^{\omega_j}$ , 主要是因为: 当  $x_{ij}^* \in [0, 1]$  和  $\omega_j \in (0, 1)$  时,  $(x_{ij}^*)^{\omega_j} \in (0, 1)$  为减函数; 而  $1 - (x_{ij}^*)^{\omega_j}$  确保了函数值严格单调递增, 也确保其满足公式成立条件.

方案的排序按  $U_3(i) (i = 1, 2, \dots, n)$  的降序进行.

#### 4) 基于改进 Borda 规则的排序.

改进的 Borda 规则具有完全考虑不同子系统下每个备选方案  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的排序值  $U_{\kappa}(i) (\kappa = 1, 2, 3)$  以及计算过程简洁的优点. 采用加权平均运算聚集每个备选方案的改进 Borda 得分值得到最终的函数值  $\Phi_i$  以确定最优排序, 具体过程如下.

标准化 3 个 PHFFS-MULTIMOORA 子系统排序得分值  $U_{\kappa}(i)$ , 即

$$U_{\kappa}^N(i) = \frac{U_{\kappa}(i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (U_{\kappa}(i))^2}}. \quad (21)$$

最优排序方法为

$$\Phi_i = U_1^N(i) \frac{n - \vartheta_1(i) + 1}{n(n+1)/2} - U_2^N(i) \frac{\vartheta_2(i)}{n(n+1)/2} + U_3^N(i) \frac{n - \vartheta_3(i) + 1}{n(n+1)/2}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (22)$$

其中  $\vartheta_{\kappa}(i)$  表示各子系统排列序数. 最终所有方案的最优排序按  $\Phi_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的降序进行.

## 4 区域绿色修复水平评价模型框架

### 4.1 区域绿色修复水平评价指标体系

区域绿色修复是当前修复发展的新阶段和新趋势, 能够提升修复的综合环境、经济和社会综合效益, 最终实现可持续发展. 目前, 绿色可持续修复工作的开展亟需一套标准化评估体系, 不仅需要考虑眼前, 还要着眼于未来, 留住绿水青山以避免损害后代的幸福. 依据文献<sup>[23]</sup>对可持续发展多准则的系统综述,

综合考虑绿色环境、和谐社会以及循环经济3个维度,本文建立关于概率犹豫 Fermatean 模糊环境下区域绿色修复水平评价指标体系,见表1.由表1可知, $G_1$ 、 $H_1$ 、 $H_3$ 和 $C_1$ 为成本型(负向)指标,其余指标均为效益型(正向)指标.

表1 区域绿色修复水平评价指标体系

评价内容	评估指标
绿色环境( $G$ )	$G_1$ : 污染风险
	$G_2$ : 服务设施
	$G_3$ : 生态系统
和谐社会( $H$ )	$H_1$ : 健康风险
	$H_2$ : 生态宜居
	$H_3$ : 物理干扰
循环经济( $C$ )	$C_1$ : 资源损耗
	$C_2$ : 资源效率
	$C_3$ : 废物能源

#### 4.2 区域绿色修复水平评价过程

基于上节评价指标体系的建立,本文构建

PHFFS 环境下的区域绿色修复水平评价模型.具体而言,采用 PHFFDCIG 算子聚集群组内多个专家的评价值,各区域绿色修复水平评价指标的综合评价价值由拓展 PHFFS-MULTIMOORA 方法获得.模型可视化过程如下.

step 1: PHFFS 环境下获取群组内各评价专家的原始评价价值.每个评价者都给出与区域绿色修复水平评价指标体系相对应的评估值,并生成原始评价矩阵,不确定性地表示为 $[(\Delta_{P_F}(x), \Gamma_{P_F}(x)), p]$ .

step 2: 采用 PHFFDCIG 算子(式(14))聚集群组内各评价专家在同一指标下的综合评价价值.

step 3: 采用 PHFFS 比值系统获取排序.

step 4: 采用拓展 PHFFS 参照点法获取排序.

step 5: 采用改进 PHFFS 完全乘法获取排序.

step 6: 采用改进 Borda 规则获得最终排序.

本文具体的区域绿色修复水平群组评价框架如图1所示.

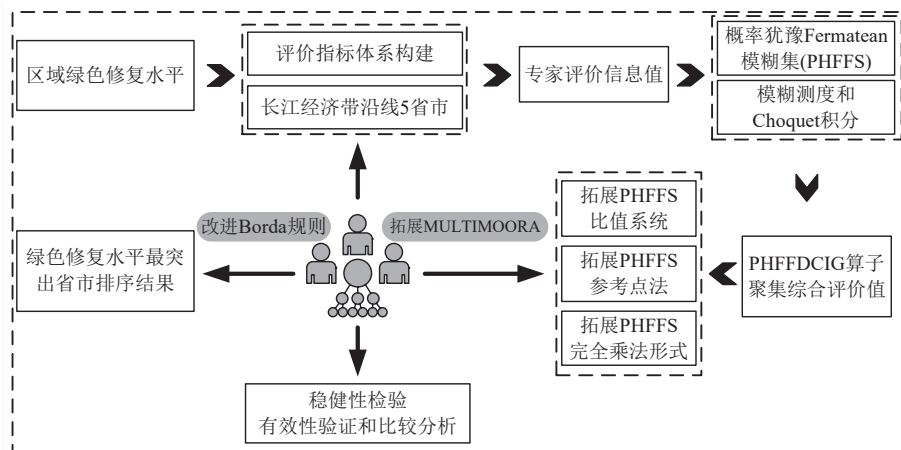


图1 面向区域绿色修复水平评价的PHFFS-MULTIMOORA方法研究拓扑图

本文所建立的面向区域绿色修复水平评价的 PHFFS-MULTIMOORA 算法框架具有如下优势:

1) 群组专家在 PHFFS 环境下给出评价信息值,有效刻画了决策过程中的复杂性与不确定性;

2) PHFFDCIA 算子聚集各专家评价值的应用可以减少群体决策中不确定偏好带来的偏差,聚集的结果可以更好地反映真实的评价值;

3) Choquet 积分是 Lebesgue 积分的推广,它考虑了由模糊测度刻画的各指标的重要性,从而获取较为客观的权重信息,并且模拟了多指标综合评价问题中各指标间的相互作用关系;

4) 拓展的 MULTIMOORA 方法弥补了经典 MULTIMOORA 方法忽略指标间的冗余关系、参考点法中方案与负理想解间的距离,以及最终确定最优方案排序结果的序数占优理论未能考虑排序结果效

用值的影响等不足.

## 5 实例分析

### 5.1 长江经济带沿线绿色修复水平评价背景

长江经济带沿线区域的绿色生态修复一直以来都是党和国家经济建设的头等大事之一,习近平总书记就全面推动长江经济带发展召开了多次座谈会,并发表了重要讲话.长江经济带沿线区域的绿色修复水平评价具有重大的现实意义和深远的历史意义,将加强生态环境系统保护修复摆在压倒性的位置上.为了让保护修复生态环境获得合理回报,从长江经济带沿线5个备选省市( $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ )中选出绿色修复最突出的省市,为了适应本文所提出的评估框架,群组评价中邀请3名相关背景资深专家( $DM_1, DM_2, DM_3$ ),基于概率犹豫 Fermatean 模糊

环境,就绿色修复水平给出各评估对象各指标下的评价值. 评价过程和最优选择结果如下.

**5.2 拓展 PHFFS-MULTIMOORA 多指标评价应用框架**

根据前文建立的评价体系和区域绿色修复水平评价方法,评估长江经济带沿线绿色修复水平,具体步骤如下.

step 1: 获得群组专家 PHFFS 评价矩阵.

群组评价专家组的3个成员来自4个相关领域: 经济、环境、回收和绿色制造. 本文以概率犹豫

Fermatean 模糊集的形式研究并收集了各省市不同指标的模糊评价信息,并根据专家组提供的评价信息生成了模糊评价矩阵. 表2~表4给出了3位专家的原始评价值.

例如,长江经济带沿线的第1个最佳备选省市( $A_1$ )的第1个指标( $G_1$ )的第1个专家( $DM_1$ )评估值为  $\{[(0.57, 0.65), 0.4], [(0.38, 0.72), 0.6]\}$ .

step 2: 采用 PHFFDCIG 算子聚集群组内各评价专家评价信息值.

根据专家各自知识背景,群组专家的模糊测度

表2 专家DM<sub>1</sub>的原始评价值

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$G_1$	$\{[(0.57, 0.65), 0.4], [(0.38, 0.72), 0.6]\}$	$\{[(0.37, 0.69), 0.3], [(0.48, 0.79), 0.7]\}$	$\{[(0.37, 0.63), 0.4], [(0.31, 0.78), 0.6]\}$	$\{[(0.15, 0.65), 0.2], [(0.22, 0.42), 0.8]\}$	$\{[(0.47, 0.55), 0.5], [(0.30, 0.42), 0.5]\}$
$G_2$	$\{[(0.59, 0.80), 0.1], [(0.32, 0.45), 0.9]\}$	$\{[(0.77, 0.32), 0.4], [(0.81, 0.43), 0.6]\}$	$\{[(0.45, 0.63), 0.3], [(0.61, 0.87), 0.7]\}$	$\{[(0.76, 0.32), 0.2], [(0.84, 0.34), 0.8]\}$	$\{[(0.21, 0.45), 0.3], [(0.34, 0.67), 0.7]\}$
$G_3$	$\{[(0.63, 0.91), 0.2], [(0.60, 0.92), 0.8]\}$	$\{[(0.34, 0.64), 0.4], [(0.45, 0.72), 0.6]\}$	$\{[(0.13, 0.56), 0.3], [(0.11, 0.45), 0.7]\}$	$\{[(0.67, 0.87), 0.3], [(0.42, 0.76), 0.7]\}$	$\{[(0.32, 0.56), 0.1], [(0.34, 0.54), 0.9]\}$
$H_1$	$\{[(0.23, 0.89), 0.3], [(0.34, 0.92), 0.7]\}$	$\{[(0.12, 0.90), 0.5], [(0.34, 0.87), 0.5]\}$	$\{[(0.45, 0.76), 0.2], [(0.54, 0.78), 0.8]\}$	$\{[(0.67, 0.87), 0.4], [(0.59, 0.78), 0.6]\}$	$\{[(0.42, 0.56), 0.2], [(0.56, 0.87), 0.8]\}$
$H_2$	$\{[(0.74, 0.23), 0.4], [(0.68, 0.35), 0.6]\}$	$\{[(0.34, 0.54), 0.3], [(0.43, 0.61), 0.7]\}$	$\{[(0.65, 0.98), 0.2], [(0.53, 0.67), 0.8]\}$	$\{[(0.53, 0.56), 0.4], [(0.43, 0.62), 0.6]\}$	$\{[(0.22, 0.45), 0.3], [(0.34, 0.56), 0.7]\}$
$H_3$	$\{[(0.54, 0.36), 0.2], [(0.50, 0.46), 0.8]\}$	$\{[(0.72, 0.34), 0.4], [(0.76, 0.43), 0.6]\}$	$\{[(0.78, 0.23), 0.5], [(0.69, 0.43), 0.5]\}$	$\{[(0.89, 0.32), 0.3], [(0.79, 0.28), 0.7]\}$	$\{[(0.71, 0.34), 0.5], [(0.69, 0.23), 0.5]\}$
$C_1$	$\{[(0.67, 0.14), 0.1], [(0.63, 0.15), 0.9]\}$	$\{[(0.76, 0.26), 0.3], [(0.89, 0.30), 0.7]\}$	$\{[(0.91, 0.14), 0.4], [(0.89, 0.22), 0.6]\}$	$\{[(0.62, 0.19), 0.2], [(0.69, 0.18), 0.8]\}$	$\{[(0.75, 0.18), 0.2], [(0.78, 0.17), 0.8]\}$
$C_2$	$\{[(0.23, 0.78), 0.4], [(0.19, 0.56), 0.6]\}$	$\{[(0.54, 0.78), 0.3], [(0.50, 0.79), 0.7]\}$	$\{[(0.39, 0.87), 0.2], [(0.41, 0.90), 0.8]\}$	$\{[(0.33, 0.85), 0.3], [(0.29, 0.98), 0.7]\}$	$\{[(0.28, 0.84), 0.4], [(0.31, 0.79), 0.6]\}$
$C_3$	$\{[(0.36, 0.64), 0.2], [(0.43, 0.66), 0.8]\}$	$\{[(0.43, 0.76), 0.1], [(0.39, 0.82), 0.9]\}$	$\{[(0.21, 0.54), 0.4], [(0.19, 0.57), 0.6]\}$	$\{[(0.31, 0.59), 0.2], [(0.39, 0.69), 0.8]\}$	$\{[(0.41, 0.78), 0.2], [(0.48, 0.69), 0.8]\}$

表3 专家DM<sub>2</sub>的原始评价值

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$G_1$	$\{[(0.82, 0.61), 0.3], [(0.88, 0.72), 0.7]\}$	$\{[(0.86, 0.67), 0.3], [(0.98, 0.79), 0.7]\}$	$\{[(0.87, 0.61), 0.5], [(0.91, 0.71), 0.5]\}$	$\{[(0.75, 0.35), 0.3], [(0.82, 0.47), 0.7]\}$	$\{[(0.77, 0.35), 0.2], [(0.90, 0.42), 0.8]\}$
$G_2$	$\{[(0.32, 0.84), 0.2], [(0.39, 0.49), 0.8]\}$	$\{[(0.47, 0.82), 0.5], [(0.41, 0.73), 0.5]\}$	$\{[(0.31, 0.74), 0.3], [(0.65, 0.89), 0.7]\}$	$\{[(0.16, 0.32), 0.2], [(0.14, 0.35), 0.8]\}$	$\{[(0.11, 0.46), 0.4], [(0.24, 0.61), 0.6]\}$
$G_3$	$\{[(0.76, 0.95), 0.2], [(0.67, 0.93), 0.8]\}$	$\{[(0.44, 0.69), 0.3], [(0.47, 0.78), 0.7]\}$	$\{[(0.34, 0.58), 0.3], [(0.21, 0.55), 0.7]\}$	$\{[(0.62, 0.84), 0.4], [(0.47, 0.77), 0.6]\}$	$\{[(0.42, 0.59), 0.1], [(0.24, 0.52), 0.9]\}$
$H_1$	$\{[(0.23, 0.71), 0.4], [(0.35, 0.90), 0.6]\}$	$\{[(0.42, 0.91), 0.5], [(0.44, 0.97), 0.5]\}$	$\{[(0.41, 0.74), 0.2], [(0.51, 0.75), 0.8]\}$	$\{[(0.57, 0.83), 0.4], [(0.52, 0.79), 0.6]\}$	$\{[(0.32, 0.57), 0.1], [(0.46, 0.67), 0.9]\}$
$H_2$	$\{[(0.74, 0.33), 0.3], [(0.78, 0.39), 0.7]\}$	$\{[(0.24, 0.55), 0.3], [(0.48, 0.65), 0.7]\}$	$\{[(0.67, 0.92), 0.1], [(0.59, 0.77), 0.9]\}$	$\{[(0.54, 0.59), 0.2], [(0.49, 0.72), 0.8]\}$	$\{[(0.20, 0.49), 0.4], [(0.31, 0.56), 0.6]\}$
$H_3$	$\{[(0.61, 0.37), 0.1], [(0.59, 0.26), 0.9]\}$	$\{[(0.66, 0.31), 0.4], [(0.72, 0.40), 0.6]\}$	$\{[(0.74, 0.21), 0.3], [(0.68, 0.45), 0.7]\}$	$\{[(0.86, 0.30), 0.2], [(0.78, 0.26), 0.8]\}$	$\{[(0.80, 0.44), 0.3], [(0.67, 0.29), 0.7]\}$
$C_1$	$\{[(0.69, 0.13), 0.2], [(0.67, 0.19), 0.8]\}$	$\{[(0.71, 0.20), 0.4], [(0.89, 0.33), 0.6]\}$	$\{[(0.81, 0.11), 0.3], [(0.85, 0.23), 0.7]\}$	$\{[(0.72, 0.21), 0.4], [(0.69, 0.19), 0.6]\}$	$\{[(0.79, 0.13), 0.3], [(0.78, 0.16), 0.7]\}$
$C_2$	$\{[(0.21, 0.75), 0.3], [(0.13, 0.59), 0.7]\}$	$\{[(0.55, 0.79), 0.2], [(0.52, 0.72), 0.8]\}$	$\{[(0.42, 0.89), 0.1], [(0.47, 0.93), 0.9]\}$	$\{[(0.33, 0.89), 0.4], [(0.29, 0.91), 0.6]\}$	$\{[(0.24, 0.81), 0.5], [(0.21, 0.79), 0.5]\}$
$C_3$	$\{[(0.31, 0.66), 0.3], [(0.23, 0.56), 0.7]\}$	$\{[(0.41, 0.74), 0.2], [(0.39, 0.81), 0.8]\}$	$\{[(0.23, 0.58), 0.4], [(0.19, 0.59), 0.6]\}$	$\{[(0.20, 0.59), 0.1], [(0.39, 0.79), 0.9]\}$	$\{[(0.40, 0.79), 0.4], [(0.48, 0.72), 0.6]\}$

表4 专家DM<sub>3</sub>的原始评价

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
G <sub>1</sub>	{[(0.67, 0.61), 0.3], [(0.38, 0.70), 0.7]}	{[(0.35, 0.39), 0.2], [(0.48, 0.50), 0.8]}	{[(0.77, 0.63), 0.4], [(0.71, 0.60), 0.6]}	{[(0.55, 0.65), 0.5], [(0.52, 0.42), 0.5]}	{[(0.47, 0.45), 0.5], [(0.50, 0.42), 0.5]}
G <sub>2</sub>	{[(0.51, 0.84), 0.2], [(0.32, 0.46), 0.8]}	{[(0.71, 0.32), 0.5], [(0.81, 0.46), 0.5]}	{[(0.55, 0.61), 0.3], [(0.60, 0.88), 0.7]}	{[(0.72, 0.31), 0.4], [(0.84, 0.44), 0.6]}	{[(0.27, 0.44), 0.3], [(0.34, 0.61), 0.7]}
G <sub>3</sub>	{[(0.61, 0.87), 0.4], [(0.60, 0.91), 0.6]}	{[(0.31, 0.65), 0.3], [(0.45, 0.70), 0.7]}	{[(0.43, 0.56), 0.5], [(0.31, 0.55), 0.5]}	{[(0.60, 0.83), 0.4], [(0.42, 0.79), 0.6]}	{[(0.30, 0.59), 0.2], [(0.34, 0.54), 0.8]}
H <sub>1</sub>	{[(0.29, 0.84), 0.3], [(0.34, 0.90), 0.7]}	{[(0.19, 0.80), 0.2], [(0.31, 0.84), 0.8]}	{[(0.49, 0.77), 0.4], [(0.54, 0.79), 0.6]}	{[(0.61, 0.84), 0.3], [(0.59, 0.71), 0.7]}	{[(0.40, 0.51), 0.4], [(0.56, 0.89), 0.6]}
H <sub>2</sub>	{[(0.74, 0.29), 0.3], [(0.68, 0.37), 0.7]}	{[(0.29, 0.51), 0.3], [(0.43, 0.64), 0.7]}	{[(0.61, 0.93), 0.4], [(0.53, 0.69), 0.6]}	{[(0.50, 0.56), 0.2], [(0.43, 0.69), 0.8]}	{[(0.29, 0.43), 0.4], [(0.34, 0.51), 0.6]}
H <sub>3</sub>	{[(0.56, 0.32), 0.4], [(0.50, 0.47), 0.6]}	{[(0.70, 0.39), 0.2], [(0.76, 0.47), 0.8]}	{[(0.71, 0.25), 0.5], [(0.69, 0.49), 0.5]}	{[(0.84, 0.30), 0.4], [(0.79, 0.38), 0.6]}	{[(0.65, 0.32), 0.3], [(0.69, 0.29), 0.7]}
C <sub>1</sub>	{[(0.61, 0.22), 0.2], [(0.63, 0.16), 0.8]}	{[(0.71, 0.25), 0.4], [(0.89, 0.36), 0.6]}	{[(0.94, 0.16), 0.4], [(0.89, 0.26), 0.6]}	{[(0.61, 0.13), 0.3], [(0.69, 0.11), 0.7]}	{[(0.72, 0.19), 0.2], [(0.78, 0.13), 0.8]}
C <sub>2</sub>	{[(0.22, 0.68), 0.3], [(0.19, 0.51), 0.7]}	{[(0.50, 0.71), 0.2], [(0.50, 0.73), 0.8]}	{[(0.34, 0.82), 0.3], [(0.41, 0.80), 0.7]}	{[(0.35, 0.82), 0.4], [(0.29, 0.91), 0.6]}	{[(0.25, 0.89), 0.5], [(0.31, 0.73), 0.5]}
C <sub>3</sub>	{[(0.32, 0.69), 0.4], [(0.43, 0.61), 0.6]}	{[(0.40, 0.66), 0.2], [(0.35, 0.82), 0.8]}	{[(0.31, 0.54), 0.3], [(0.19, 0.59), 0.7]}	{[(0.34, 0.59), 0.5], [(0.39, 0.64), 0.5]}	{[(0.45, 0.79), 0.3], [(0.44, 0.68), 0.7]}

表5 PHFFDCIG算子聚集专家综合评价信息值

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
G <sub>1</sub>	{[(0.85, 0.90), 0.3], [(0.89, 0.90), 0.7]}	{[(0.83, 0.89), 0.3], [(0.89, 0.98), 0.7]}	{[(0.85, 0.92), 0.4], [(0.89, 0.93), 0.6]}	{[(0.79, 0.84), 0.3], [(0.76, 0.87), 0.7]}	{[(0.75, 0.86), 0.4], [(0.74, 0.91), 0.6]}
G <sub>2</sub>	{[(0.75, 0.94), 0.2], [(0.70, 0.78), 0.8]}	{[(0.84, 0.86), 0.5], [(0.85, 0.84), 0.5]}	{[(0.74, 0.88), 0.3], [(0.85, 0.96), 0.7]}	{[(0.71, 0.68), 0.5], [(0.71, 0.72), 0.5]}	{[(0.55, 0.77), 0.3], [(0.66, 0.86), 0.7]}
G <sub>3</sub>	{[(0.88, 0.97), 0.3], [(0.86, 0.97), 0.7]}	{[(0.72, 0.87), 0.3], [(0.77, 0.91), 0.7]}	{[(0.65, 0.83), 0.4], [(0.58, 0.81), 0.6]}	{[(0.86, 0.95), 0.3], [(0.76, 0.91), 0.7]}	{[(0.71, 0.84), 0.1], [(0.67, 0.81), 0.9]}
H <sub>1</sub>	{[(0.93, 0.63), 0.3], [(0.97, 0.70), 0.7]}	{[(0.96, 0.65), 0.4], [(0.97, 0.72), 0.6]}	{[(0.91, 0.76), 0.3], [(0.92, 0.81), 0.7]}	{[(0.95, 0.85), 0.4], [(0.92, 0.82), 0.6]}	{[(0.82, 0.72), 0.2], [(0.94, 0.80), 0.8]}
H <sub>2</sub>	{[(0.90, 0.66), 0.3], [(0.90, 0.72), 0.7]}	{[(0.65, 0.81), 0.3], [(0.77, 0.86), 0.7]}	{[(0.86, 0.98), 0.2], [(0.82, 0.90), 0.8]}	{[(0.81, 0.83), 0.3], [(0.77, 0.88), 0.7]}	{[(0.61, 0.77), 0.4], [(0.69, 0.82), 0.6]}
H <sub>3</sub>	{[(0.71, 0.83), 0.2], [(0.71, 0.82), 0.8]}	{[(0.70, 0.88), 0.4], [(0.75, 0.91), 0.6]}	{[(0.61, 0.91), 0.4], [(0.77, 0.88), 0.6]}	{[(0.67, 0.95), 0.3], [(0.67, 0.92), 0.7]}	{[(0.72, 0.90), 0.4], [(0.65, 0.88), 0.6]}
C <sub>1</sub>	{[(0.54, 0.87), 0.2], [(0.55, 0.87), 0.8]}	{[(0.61, 0.90), 0.4], [(0.69, 0.96), 0.6]}	{[(0.51, 0.96), 0.4], [(0.62, 0.96), 0.6]}	{[(0.56, 0.87), 0.4], [(0.55, 0.88), 0.6]}	{[(0.54, 0.91), 0.2], [(0.53, 0.92), 0.8]}
C <sub>2</sub>	{[(0.60, 0.90), 0.3], [(0.54, 0.82), 0.7]}	{[(0.81, 0.92), 0.2], [(0.80, 0.91), 0.8]}	{[(0.73, 0.95), 0.2], [(0.76, 0.97), 0.8]}	{[(0.70, 0.95), 0.2], [(0.66, 0.98), 0.8]}	{[(0.63, 0.94), 0.5], [(0.64, 0.92), 0.5]}
C <sub>3</sub>	{[(0.69, 0.87), 0.3], [(0.69, 0.84), 0.7]}	{[(0.74, 0.90), 0.2], [(0.72, 0.93), 0.8]}	{[(0.63, 0.82), 0.4], [(0.57, 0.84), 0.6]}	{[(0.64, 0.84), 0.2], [(0.73, 0.90), 0.8]}	{[(0.75, 0.92), 0.3], [(0.78, 0.89), 0.7]}

为  $\rho(c_1) = 0.2, \rho(c_2) = 0.4, \rho(c_3) = 0.3$ . 由式(5), 参数  $\tau_1 = 0.3719$ . 根据式(4), 可得  $\rho(c_1, c_2) = 0.6298, \rho(c_1, c_3) = 0.5223, \rho(c_2, c_3) = 0.7446, \rho(c_1, c_2, c_3) = 1$ . 采用本文建立的PHFFDCIG算子聚集群组内3位评价专家的综合评估值, 并将成本指标转化为效益指标, 最终结果如表5所示.

出于计算目的, 需要将PHFFE进行模糊处理以得到清晰的值, 此过程称为“模糊处理”. 基于式(8)中的得分函数计算群组内综合评估得分值.

根据式(17), 对PHFFDCIG算子聚合综合评价得分值标准化如表6所示.

表6 PHFFDCIG算子聚合标准化综合评价得分值

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
G <sub>1</sub>	-0.1160	-0.4716	-0.3177	-0.4403	-0.6851
G <sub>2</sub>	-0.3584	-0.0244	-0.5963	0.0180	-0.7177
G <sub>3</sub>	-0.4356	-0.4516	-0.4991	-0.4661	-0.3741
H <sub>1</sub>	0.6219	0.6286	0.2912	0.2394	0.2757
H <sub>2</sub>	0.6850	-0.3790	-0.3531	-0.3153	-0.4039
H <sub>3</sub>	-0.2341	-0.3922	-0.4384	-0.6124	-0.4734
C <sub>1</sub>	-0.3765	-0.4173	-0.5364	-0.4026	-0.4839
C <sub>2</sub>	-0.4070	-0.2176	-0.4338	-0.5803	-0.5119
C <sub>3</sub>	-0.3896	-0.5440	-0.4777	-0.4427	-0.3579

根据专家的意见,各个评价指标的模糊测度为  $\rho(G_1) = 0.5, \rho(G_2) = 0.4, \rho(G_3) = 0.75, \rho(H_1) = 0.5, \rho(H_2) = 0.4, \rho(H_3) = 0.3, \rho(C_1) = 0.35, \rho(C_2) = 0.6, \rho(C_3) = 0.25$ .

由式(5),参数  $\tau_2 = -0.9968$ . 根据式(4)计算对应的  $\rho(A_i) - \rho(A_{i+1}), i = 1, 2, \dots, 9$ .

step 3: 计算PHFFS比值系统.

使用式(18),长江经济带沿线5省市PHFFS比值系统结果如下:  $U_1(1) = -0.2300, U_1(2) = -0.2265, U_1(3) = -0.2809, U_1(4) = -0.3338, U_1(5) = -0.2873$ . 长江经济带沿线5省市绿色修复水平评价排序为  $A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$ .

step 4: 计算拓展的PHFFS参照点.

正负理想点方案结果如下:

$$r_j^+ = [-0.6851, 0.0180, -0.3741, 0.2394, 0.6850, -0.6124, -0.5364, -0.2176, -0.3579],$$

$$r_j^- = [-0.1160, -0.7177, -0.4991, 0.6286, -0.4039, -0.2341, -0.3765, -0.5803, -0.5440].$$

使用式(19),长江经济带沿线5省市PHFFS参考点结果如下:  $U_2(1) = 0.6107, U_2(2) = 0.5044, U_2(3) = 0.5595, U_2(4) = 0.2939, U_2(5) = 0.5615$ . 长江经济带沿线5省市绿色修复水平评价排序为  $A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_4$ .

step 5: 计算PHFFS完全乘法.

使用式(20),长江经济带沿线5省市PHFFS完全乘法结果如下:  $U_3(1) = 1.8926, U_3(2) = 3.2893, U_3(3) = 2.3943, U_3(4) = 2.4627, U_3(5) = 2.4099$ . 长江经济带沿线5省市绿色修复水平评价排序为  $A_2 \succ A_4 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_1$ .

step 6: 根据改进Borda规则,获得最终最优排序.

采用式(21)标准化3个MULTIMOORA子系统排序得分值  $U_\kappa(i)$ , 有

$$U_\kappa^N(i) = \begin{bmatrix} -0.3745 & 0.5272 & 0.0049 \\ -0.3688 & 0.4354 & 0.6685 \\ -0.4575 & 0.4830 & 0.4820 \\ -0.5437 & 0.2537 & 0.4937 \\ -0.4678 & 0.4847 & 0.4884 \end{bmatrix}.$$

采用改进Borda理论计算  $\Phi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 由于结果为复数,将其转化为实数后比较大小,并获得长江经济带沿线5省市的绿色修复水平最优排序结果为  $\Phi_1 = 0.1377, \Phi_2 = 0.0173, \Phi_3 = 0.0927, \Phi_4 = 0.0248, \Phi_5 = 0.0621$ , 即  $\Phi_1 > \Phi_3 > \Phi_5 > \Phi_4 > \Phi_2$ . 故  $A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4 \succ A_2$ . 因此,  $A_1$  为长江经济

带沿线绿色修复水平最突出的省市.

### 5.3 稳健性检验

本文率先提出PHFFS环境下的Dombi聚合运算法则,能使PHFFDCIG算子聚合过程更加灵活. 为了进一步讨论参数  $\delta$  的敏感性对长江经济带沿线绿色修复水平表现最佳的省市的影响, 本文在确保其他条件相同的情况下,对绿色修复水平突出省市进行排序.

表7给出了Dombi聚合运算参数变化下的排序情况. 从表7可以看出,关于不同的参数  $\delta$ , 排序结果略有不同. 但是,绿色修复水平评价最突出的省市始终是  $A_1$ , 这从一个方面验证了所提出方法的鲁棒性.

表7 Dombi聚合运算参数变化下的排序

参数 $\delta$	排序结果
0.1	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$
0.2	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$
1	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$
5	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$
10	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$
20	$A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_5$

图2比较直观地反映了随着参数变化,各绿色修复水平突出的备选省市得分值变化情况. 由图2可知,随着参数变化,长江经济带沿线绿色修复水平最突出省市一直为  $A_1$ , 说明了模型的稳健性. 此外,参数  $\delta$  表示决策者的态度,尤其是当  $\delta \rightarrow \infty$  时,决策者是最乐观的.

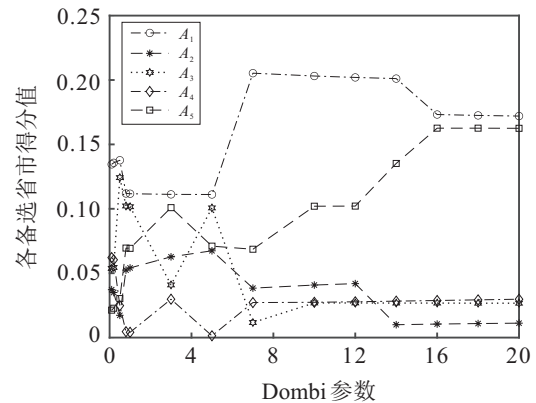


图2 Dombi聚合运算参数变化下的排序趋势

### 5.4 有效性验证和比较分析

本文将一些经典且通用的方法与PHFFS进行对比,分析上述长江经济带沿线绿色修复水平评价问题,以获得突出省市排名结果,确认本文所建立的拓展PHFFS-MULTIMOORA方法的有效性和优越性.

本文建立的区域绿色修复水平评价算法模型包括两部分: 1) PHFFDCIG算子聚合群组内各专家的

评价价值;2)拓展 PHFFS-MULTIMOORA 方法对综合评价价值进行计算绿色修复水平最突出省市排序结果。

针对第2部分,采用 PHFFDCIG、PHFFDCIA 聚合算子、TODIM<sup>[18]</sup>、TOPSIS<sup>[18]</sup>、VIKOR<sup>[19]</sup>以及经典 MULTIMOORA<sup>[20]</sup>方法进行对照仿真实验,获得最终排序结果,见表8。

表8 不同决策方法排序结果

方法	排序结果
PHFFDCIG	$A_2 \succ A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_4$
PHFFDCIA	$A_2 \succ A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4$
TODIM	$A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$
TOPSIS	$A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_4$
VIKOR	$A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2$
经典 MULTIMOORA	$A_1 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_4$
拓展 MULTIMOORA	$A_1 \succ A_3 \succ A_5 \succ A_4 \succ A_2$

从数值上进行比较分析,由表8可知,除了前两种基于算子的决策方法最优结果  $A_2$  不同外,其他基于不同决策方法的最优结果均为  $A_1$ 。

基于 PHFFDCIG 和 PHFFDCIA 算子的方法,最优结果保持一致,  $A_2$  为长江经济带沿线5省市绿色修复最突出省市;在算法模型的第2部分,利用 PHFFDCIG 或 PHFFDCIA 算子得出的最优结果不同于其他决策方法。一般地,特定的算子在聚合综合评价价值时往往需要与之对应的聚合方法,对群组专家综合评价价值进行聚合时忽视了专家偏好信息,可能导致信息缺失甚至出现不合理的最优结果。

TODIM、TOPSIS 和 VIKOR 三种方法均为单一决策方法,得到了与其他决策方法相同的最优解,在  $A_3$  与  $A_5$  两者优劣选择上,与经典的 MULTIMOORA 方法保持一致。具体地,基于前景理论的 TODIM 在复杂决策环境下难以获取各评价对象间的收益和损失值,使得该方法的鲁棒性弱化。TOPSIS 旨在通过对比最佳方案到正负理想解的距离来确定最优解排序,但忽视了正负理想解距离的重要性的不同。采用折衷理论的 VIKOR 类似于 TOPSIS,两种距离的相对重要性没有被考虑。

上述3种传统方法均为单一的决策过程,经典的 MULTIMOORA 方法结合比值系统、参考点法和完全相乘形式3个子系统,采用序数占优理论确定最终的评价结果。前文已具体分析了其存在的缺陷。采用的拓展 PHFFS-MULTIMOORA 方法,得到  $A_3$  优于  $A_5$ 。拓展的 MULTIMOORA 方法综合考虑了正负理想解具体的相对性,改进的 Borda 规则考虑了排序结

果效用值的影响。显然,该排序结果符合人们的直觉,从而有力地说明了本文模型的可行性和有效性。总之,拓展的 PHFFS-MULTIMOORA 方法以及改进的 Borda 规则在解决各指标冗余的复杂不确定决策问题、聚合群组专家综合评价价值等方面表现出的独特优势,能进一步提高决策结果的可靠性和鲁棒性。

## 6 结论

本文建立了一个概率犹豫 Fermatean 模糊环境下改进 MULTIMOORA 方法的区域绿色修复水平评价模型,并以长江经济带沿线省市为实例,验证了该模型的有效性和可行性,弥补了现有研究的不足。本文研究的结论如下:

1)所采用的 PHFFS 评价信息更加完美地体现了群组内评价过程中决策者的犹豫和个人偏好以及评价过程的不确定性。

2)Dombi 运算和 Choquet 积分的融合建模,使得 PHFFDCIG 算子聚合评估信息更加灵活,也克服了各指标间难以避免的相关性问题。

3)拓展的 PHFFS-MULTIMOORA 模型考虑了正负理想解的距离,以及两种距离的相对重要性;用加权几何聚集公式定义了完全乘法,并采用严格单调递增函数作为加权值;考虑了排序结果效用值的 Borda 规则,从而提高了区域绿色修复水平评价结果的鲁棒性和效率。

本文可以为评价区域绿色修复水平评价的国家和地区提供有价值的参考和指导,既定的评价体系是完整、科学、有效的。未来的研究可以尝试将 MULTIMOORA 与传统的决策方法(例如 TOPSIS、VIKOR 等)整合在一起。从另一个角度看,还可以将本文拓展的 MULTIMOORA 方法应用于 picture 模糊<sup>[24]</sup>和 T-spherical 模糊<sup>[25]</sup>等环境中。

## 参考文献(References)

- [1] Senapati T, Yager R R. Fermatean fuzzy weighted averaging/geometric operators and its application in multi-criteria decision-making methods[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2019, 85: 112-121.
- [2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [3] Yager R R. Pythagorean fuzzy subsets[C]. Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting (IFSA/NAFIPS). Edmonton, 2013: 57-61.
- [4] Liu D H, Liu Y Y, Chen X H. Fermatean fuzzy linguistic set and its application in multicriteria decision making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2019, 34(5): 878-894.

- [5] Senapati T, Yager R R. Some new operations over fermatean fuzzy numbers and application of fermatean fuzzy WPM in multiple criteria decision making[J]. Informatica, 2019, 30(2): 391-412.
- [6] Torra V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529-539.
- [7] 罗世华, 方童, 刘俊. 概率区间值直觉犹豫模糊 Maclaurin 对称平均算子及决策方法[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1249-1258.  
(Luo S H, Fang T, Liu J. Probabilistic interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Maclaurin symmetric mean operators and decision method[J]. Control and Decision, 2021, 36(5): 1249-1258.)
- [8] Luo S H, Liu J. The probabilistic interval-valued hesitant Pythagorean fuzzy set and its application in selecting processes of project private partner[J]. IEEE Access, 2019, 7: 170304-170321.
- [9] Dombi J. A general class of fuzzy operators, the demorgan class of fuzzy operators and fuzziness measures induced by fuzzy operators[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1982, 8(2): 149-163.
- [10] Akram M, Dudek W A, Dar J M. Pythagorean Dombi fuzzy aggregation operators with application in multicriteria decision-making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2019, 34(11): 3000-3019.
- [11] Jana C, Senapati T, Pal M, et al. Picture fuzzy dombi aggregation operators: Application to MADM process[J]. Applied Soft Computing, 2019, 74: 99-109.
- [12] Liu P D, Liu J L, Chen S M. Some intuitionistic fuzzy Dombi Bonferroni mean operators and their application to multi-attribute group decision making[J]. Journal of the Operational Research Society, 2018, 69(1): 1-24.
- [13] Sugeno M. Theory of fuzzy integrals and its applications[D]. Tokyo: Tokyo Institute of Technology, 1974.
- [14] Grabisch M, Sugeno M, Murofushi T. Fuzzy measures and integrals: Theory and applications[M]. Heidelberg: Physica, 2000: 314-319.
- [15] 罗世华, 刘俊. 改进排序的梯形直觉模糊 Choquet Bonferroni 算子的多属性群决策方法[J]. 中国管理科学, 2020, 28(1): 134-143.  
(Luo S H, Liu J. A novel sort method for trapezoidal intuitionistic fuzzy MAGDM with choquet bonferroni means[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(1): 134-143.)
- [16] 杨靛青, 李登峰. 模糊联盟合作对策  $\tau$  值及其计算方法[J]. 系统工程学报, 2016, 31(1): 13-23.  
(Yang D Q, Li D F.  $\tau$ -values of cooperative games with fuzzy coalitions and solving method[J]. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(1): 13-23.)
- [17] Tian X L, Niu M L, Ma J S, et al. A novel TODIM with probabilistic hesitant fuzzy information and its application in green supplier selection[J]. Complexity, 2020, 2020: 2540798.
- [18] Hwang C L, Yoon K P. Multiple attribute decision-making: Methods and applications—A state-of-the-art survey[J]. European Journal of Operational Research, 1981, 4: 287-288.
- [19] Chen C T, Huang S F, Hung W Z. Linguistic VIKOR method for project evaluation of ambient intelligence product[J]. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, 2018: 1-11.
- [20] Brauers W K M, Zavadskas E K. Project management by multimooora as an instrument for transition economies[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2010, 16(1): 5-24.
- [21] Hafezalkotob A, Hafezalkotob A, Liao H C, et al. An overview of MULTIMOORA for multi-criteria decision-making: Theory, developments, applications, and challenges[J]. Information Fusion, 2019, 51: 145-177.
- [22] Wu X L, Liao H C, Xu Z S, et al. Probabilistic linguistic MULTIMOORA: A multicriteria decision making method based on the probabilistic linguistic expectation function and the improved Borda rule[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(6): 3688-3702.
- [23] Kandakoglu A, Frini A, Ben Amor S. Multicriteria decision making for sustainable development: A systematic review[J]. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 2019, 26(5/6): 202-251.
- [24] Farrokhzadeh E, Seyfi-Shishavan S A, Kutlu Gündodu F, et al. A spherical fuzzy methodology integrating maximizing deviation and TOPSIS methods[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2021, 101: 104212.
- [25] Liu P D, Zhu B Y, Wang P, et al. An approach based on linguistic spherical fuzzy sets for public evaluation of shared bicycles in China[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2020, 87: 103295.

### 作者简介

刘俊(1994—), 男, 博士生, 从事综合评价、统计决策理论与方法、信息集成理论与优化算法的研究, E-mail: junliustats@163.com;

罗世华(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事多元统计分析、复杂系统建模与优化等研究, E-mail: luoshihua@aliyun.com.

(责任编辑: 李君玲)