

控制与决策

Control and Decision

基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制

刘宜成, 熊宇航, 杨海鑫

引用本文:

刘宜成,熊宇航,杨海鑫. 基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(11): 2790–2798.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0421>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于情感神经网络的有源电力滤波器智能终端滑模控制

Emotional neural networks based intelligent terminal sliding mode control for active power filter

控制与决策. 2022, 37(8): 2067–2076 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1830>

基于节能考虑的全向移动机器人鲁棒补偿轨迹跟踪控制

Robust compensation trajectory tracking control for omni-directional mobile robot based on energy saving

控制与决策. 2022, 37(11): 3065–3072 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0707>

配置弹簧阻尼空间机器人基于灰狼优化算法的双臂捕获卫星操作缓冲柔顺控制

Based on grey wolf optimizer buffer and compliance control of dual-arm space robot capture satellite operation with spring-damper device

控制与决策. 2022, 37(11): 2779–2789 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0567>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

空间机器人双臂捕获卫星操作的事件采样输出反馈神经网络避撞柔顺控制

Collision avoidance and compliance control based on event sampling output feedback neural network for space robot dual arm capture satellite operation

控制与决策. 2021, 36(9): 2113–2122 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1754>

基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制

刘宜成[†], 熊宇航, 杨海鑫

(四川大学 电气工程学院, 成都 610065)

摘要: 针对具有典型非线性特性的多关节机器人轨迹跟踪控制问题, 提出一种基于径向基函数(RBF)神经网络的固定时间滑模控制方法. 首先, 基于凯恩方法建立包括系统模型不确定性以及外部干扰在内的多关节机器人动力学模型; 然后, 根据机器人动力学模型设计一种固定时间收敛的滑模控制器, RBF神经网络用来逼近系统模型中的不确定性项, 并利用Lyapunov理论证明该系统跟踪误差能在固定时间内收敛; 最后, 对特定型号的多关节机器人虚拟样机进行仿真分析, 结果表明: 与基于RBF神经网络的有限时间滑模控制器相比, 所提出控制器具有良好的跟踪性能且能保证系统状态在固定时间内收敛.

关键词: 多关节机器人; 轨迹跟踪; 固定时间滑模; RBF神经网络; 虚拟样机

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0421

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 刘宜成, 熊宇航, 杨海鑫. 基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2790-2798.

Fixed-time sliding mode control of multi-joint robot based on RBF neural network

LIU Yi-cheng[†], XIONG Yu-hang, YANG Hai-xin

(College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: A fixed-time sliding mode control method based on the radial basis function (RBF) neural network is proposed for trajectory tracking control of multi-joint robots with typical nonlinear characteristics. Firstly, the dynamic model of multi-joint robots including system model uncertainty and external disturbance is established based on the Kane method. A sliding mode controller with fixed-time convergence is designed according to the dynamic model of the robot, the RBF neural network is used to approximate the uncertainties in the system model. The Lyapunov theory is used to prove that the tracking error of the system can converge in a fixed-time. Finally, a virtual prototype of a certain type of multi-joint robot is simulated and analyzed. Compared with the finite-time sliding mode controller based on the RBF neural network, the proposed controller has good tracking performance and can ensure that the system state converges in a fixed-time.

Keywords: multi-joint robot; trajectory tracking; fixed-time sliding mode; RBF neural network; virtual prototype

0 引言

多关节机器人是一个多输入多输出系统, 其控制的目的是使关节或末端执行器以理想的动态性能跟踪上期望的轨迹或者稳定在指定的位置, 即称为轨迹跟踪控制和位置控制. 然而, 由于机器人具有时变、强耦合、高度非线性等特点, PID控制、加速度反馈控制等传统控制方法难以满足其高精度特性的工业要求. 目前, 有3种主要的先进控制策略用来实现机器人的高精度控制, 即滑模控制、鲁棒控制和自适应控制.

神经网络来源于20世纪40年代, 由于其能够逼近任意非线性函数并且具有自适应学习能力和并行计算能力等优点^[1-3], 被广泛应用在诸多领域. 自20世纪90年代以来, 研究人员提出将滑模控制与神经网络相结合的方法来控制机器人^[4]; Liu等^[5]提出了一种基于神经网络的机器人自适应控制方法, 采用RBF神经网络逼近系统模型中的未知函数并利用反步法设计终端滑模控制器, 有效地解决了模型不确定性和干扰问题; Wang等^[6]针对机器人系统的非线性和不确定性, 提出一种基于RBF神经网络的滑模

收稿日期: 2021-03-14; 录用日期: 2021-07-29.

基金项目: 四川省智能制造与机器人重大科技专项项目(2019ZDZX0019).

责任编辑: 高会军.

[†]通讯作者. E-mail: liuyicheng@scu.edu.cn.

控制方法,将系统模型中的不确定性项由RBF神经网络逼近,该方法在一定程度上提高了系统响应和跟踪性能;Zouari等^[7]提出了一种用于约束机器人运动和力控制的自适应神经网络滑模控制方法,利用RBF神经网络来逼近模型中的未知项,通过仿真表明了该控制器的有效性;Fang等^[8]针对有源电力滤波器系统提出了一种基于模糊神经网络的有限时间滑模控制器,实现了系统高精度和有限时间收敛的控制特性;Frikha等^[9]基于Lyapunov方法为不确定性系统提出一种自适应神经滑模控制方法;Zhao等^[10]为了提高导弹过载控制系统的鲁棒性,用神经网络来逼近系统不确定性项的同时引入滑模控制保证其收敛性,仿真结果表明了所设计的过载控制系统的有效性;Sakamoto^[11]针对最优控制问题,提出一种新型自适应滑模控制方法,并通过微分对策仿真对该方法的有效性进行了研究;Lin^[12]针对含外部干扰的非线性SISO系统,将Lyapunov稳定性判据和滑模控制引入自适应模糊神经控制方法中,使得所设计的控制器对系统未建模动态和外部干扰具有鲁棒性.然而,尽管以上算法在理论和应用上都取得了显著的成功,但它们中的大多数稳定都是渐近稳定,渐近稳定需要无限长的时间才能收敛到系统的平衡点,并且系统初始状态的不同也会显著地影响系统的跟踪性能.

与现有文献相比,本文的创新点主要如下:1)针对多关节机器人的轨迹跟踪控制问题,将固定时间稳定性理论^[13-16]和RBF神经网络有效地结合,设计一种基于RBF神经网络的固定时间滑模控制器,利用RBF神经网络逼近并补偿系统模型中包括外部干扰在内的不确定性项,基于Lyapunov理论证明了系统状态能在固定时间内收敛;2)开发了虚拟样机和可视化仿真,其与传统的数值仿真相比能够表现出更好的视觉效果.最后,以特定型号的多关节机器人虚拟样机为被控对象进行了仿真,验证了所提出方法的有效性.

1 多关节机器人动力学建模

对于一个 n 刚体系统,由达朗贝尔原理可知,刚体 k 的受力平衡可表示为

$$\mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^* + \mathbf{F}_k^c = 0. \quad (1)$$

其中: \mathbf{F}_k 为刚体所受主动力, \mathbf{F}_k^* 为惯性力, \mathbf{F}_k^c 为刚体所受约束力, $k = 1, 2, \dots, n$.

假定式(1)中的约束力为无功约束力,刚体 k 所受力做的虚功和为标量零,即

$$\delta W_F^k = (\mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^*) \delta \mathbf{r}_k =$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{x}^T} \delta \mathbf{x} \right)^T (\mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^*) = \\ & \delta \mathbf{x}^T \left(\frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{x}^T} \right)^T (\mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^*). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_k(\mathbf{x}, t)$ 为位置矢量, $\mathbf{F}_k = (F_x, F_y, F_z)$ 为力矢量.将 \mathbf{r}_k 对时间求导可得

$$\dot{\mathbf{r}}_k = \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{x}^T} \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial t}. \quad (3)$$

将式(3)等号两边同时对 $\dot{\mathbf{x}}$ 求偏导,可得

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T} = \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{x}^T} \Leftrightarrow \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{x}^T} = \frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T}. \quad (4)$$

其中 \mathbf{v}_k 为刚体 k 的质心线速度.将式(4) \Leftrightarrow 右侧的等式代入式(2),可得

$$\delta W_F^k = \delta \mathbf{x}^T \left(\frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T} \right)^T (\mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^*). \quad (5)$$

刚体 k 所受力矩做的虚功为

$$\delta W_M^k = (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_k^* + \mathbf{M}_k^c) \delta \boldsymbol{\theta}_k. \quad (6)$$

其中: $\delta \boldsymbol{\theta}_k$ 为虚角位移, \mathbf{M}_k 为刚体所受主动力矩, \mathbf{M}_k^* 为惯性力矩, \mathbf{M}_k^c 为刚体所受约束力矩.

同理,若式(6)中的约束力矩不做功,则系统所受力矩做的虚功和为标量零,即

$$\begin{aligned} \delta W_M^k &= (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_k^*) \delta \boldsymbol{\theta}_k = \\ & \delta \mathbf{x}^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T} \right)^T (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_k^*), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_k$ 为刚体 k 的质心角速度.由式(2)和(7)可知,系统所受的力和力矩做的虚功和为

$$\delta W = \sum_{k=1}^n \delta (W_F^k + W_M^k) = 0. \quad (8)$$

定义输入力矩

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= [\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_n]^T = \\ & \sum_{k=1}^n \left[\left(\frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T} \right)^T \mathbf{F}_k + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_k}{\partial \dot{\mathbf{x}}^T} \right)^T \mathbf{M}_k \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

此力矩为系统所受到的所有力和力矩向各关节轴线的投影,称为广义力.

将式(9)代入(8),整理可得

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (10)$$

式(10)即为由 n 个刚体组成的多刚体系统的运动方程.其中: \mathbf{q} 为 $n \times 1$ 阶的关节角矢量, $\dot{\mathbf{q}}$ 和 $\ddot{\mathbf{q}}$ 分别为关节角速度和关节角加速度, $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为 $n \times n$ 阶的正定惯性矩阵, $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 为 $n \times n$ 阶的离心力和哥氏力矩阵, $\boldsymbol{\tau}$ 为包括输入力矩和其他干扰力或力矩在各关节轴上的等效力矩.当考虑外部干扰时,式(10)的动力学方程可表示为

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}. \quad (11)$$

其中: \mathbf{d} 为未知外部干扰, $\boldsymbol{\tau}$ 、 \mathbf{d} 均为 $n \times 1$ 维的矢量.

考虑到在实际中很难得到机器人模型的完整信息,但通常可以得到机器人的名义模型,设机器人的名义模型为 $\mathbf{M}_0(\mathbf{q})$, $\mathbf{N}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, 令 $\Delta \mathbf{M} = \mathbf{M}_0 - \mathbf{M}$, $\Delta \mathbf{N} = \mathbf{N}_0 - \mathbf{N}$, 则式(11)可改写为

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}), \quad (12)$$

其中 $\mathbf{f}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \Delta \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Delta \mathbf{N}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{d}$.

取状态变量

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 = \mathbf{q}, \\ \mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 = \dot{\mathbf{q}}. \end{cases} \quad (13)$$

则式(12)可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}\mathbf{u} + \mathbf{H}. \end{cases} \quad (14)$$

其中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{f}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = [f_1, \dots, f_n]^T$, $\mathbf{g} = \mathbf{M}_0^{-1}$, $\mathbf{u} = \boldsymbol{\tau}$ 为控制输入, $\mathbf{H} = -\mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{N}_0\dot{\mathbf{q}} = [H_1, \dots, H_n]^T$, 并设 $\mathbf{G} = \mathbf{g}\mathbf{u} = [G_1, \dots, G_n]^T$.

2 固定时间滑模控制器设计

考虑如下非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0. \quad (15)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量, $f(t, x)$ 为光滑的非线性函数, 假设原点为系统(15)的平衡点.

定义1 假设系统(15)为全局渐近稳定, 若存在有限收敛时间 $T_s(x_0)$, 对于所有的 $t \geq T_s$ 满足 $x(t) = 0$ 恒成立, 则系统(15)为全局有限时间稳定^[17].

定义2 若系统(15)为全局有限时间稳定, 同时收敛时间存在确定上界且上界值与系统状态变量无关, 则称系统(15)为全局固定时间稳定^[18].

以下引理给出了系统(15)固定时间稳定的充分条件.

引理1 如果存在一个连续径向有界函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 满足

$$V(x) \leq -k_1 V^p(x) - k_2 V^q(x), \quad (16)$$

则称系统(15)为全局固定时间稳定^[19], 其中 $k_1, k_2 > 0$, $p > 1, 0 < q < 1$. 其收敛时间 T 满足

$$T \leq T_{\max} := \frac{1}{k_1(p-1)} + \frac{1}{k_2(1-q)}. \quad (17)$$

引理2 如果存在一个连续径向有界函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 满足

$$V(x) \leq -k_1 V^p(x) - k_2 V^q(x) + \eta_0, \quad (18)$$

则称系统(15)为实际固定时间稳定^[20-21], 其中 $k_1, k_2 > 0, p > 1, 0 < q < 1, \eta_0 > 0$. 其收敛时间 T 满足

$$T \leq T_{\max} := \frac{1}{k_1 \bar{\phi}(p-1)} + \frac{1}{k_2 \bar{\phi}(1-q)}, \quad (19)$$

$\bar{\phi}$ 为正常数, 并满足 $0 < \bar{\phi} < 1$. 系统(15)解的残差集为

$$x \in \left\{ x | V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\eta_0}{(1-\bar{\phi})k_1} \right)^{\frac{1}{p}}, \left(\frac{\eta_0}{(1-\bar{\phi})k_2} \right)^{\frac{1}{q}} \right\} \right\}. \quad (20)$$

针对式(14)所描述的动力学模型, 机器人轨迹跟踪的目的是使关节角矢量 $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$ 跟踪上指定的关节角矢量 $\mathbf{q}_d = [q_{1d}, \dots, q_{nd}]^T$, 定义角度跟踪误差 $\mathbf{e} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d = [e_1, \dots, e_n]^T$.

切换函数选取为

$$s_i = \dot{e}_i + \gamma_1 e_i^{\frac{m_1}{n_1}} + \beta_1 e_i^{\frac{p_1}{q_1}}. \quad (21)$$

其中: s_i 和 \dot{e}_i 分别为第 i 个关节的切换函数和角速度跟踪误差, $i = 1, 2, \dots, n$; γ_1, β_1 为正数; m_1, n_1, p_1, q_1 为正奇数, 且满足 $m_1 > n_1, p_1 < q_1 < 2p_1$.

滑模趋近律设计为

$$\dot{s}_i = -\frac{\gamma_2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2m_2}{n_2}-1} - \frac{\beta_2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2p_2}{q_2}-1}. \quad (22)$$

其中: γ_2, β_2 为正数; m_2, n_2, p_2, q_2 为正奇数, 且满足 $m_2 > n_2, p_2 < q_2$. 对式(21)求导, 并根据式(14)可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= f_i + G_i + H_i - \ddot{q}_{id} + \\ &\gamma_1 \frac{m_1}{n_1} e_i^{\frac{m_1}{n_1}-1} \dot{e}_i + \beta_1 \frac{p_1}{q_1} e_i^{\frac{p_1}{q_1}-1} \dot{e}_i. \end{aligned} \quad (23)$$

结合式(22)有

$$\begin{aligned} G_i &= -f_i + \ddot{q}_{id} - H_i - \gamma_1 \frac{m_1}{n_1} e_i^{\frac{m_1}{n_1}-1} \dot{e}_i - \\ &\text{sat} \left(\beta_1 \frac{p_1}{q_1} e_i^{\frac{p_1}{q_1}-1} \dot{e}_i, \sigma \right) - \kappa. \end{aligned} \quad (24)$$

可求得控制律为

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}^{-1} \mathbf{G}, \quad (25)$$

其中 $\kappa_i = \frac{\gamma_2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2m_2}{n_2}-1} + \frac{\beta_2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2p_2}{q_2}-1}$.

为了防止出现奇异性, 式(24)中的饱和函数定义如下:

$$\text{sat}(x, y) = \begin{cases} x, & |x| < y; \\ y \text{sign}(x), & |x| \geq y. \end{cases} \quad (26)$$

定理1 对于系统(14), 当选用切换函数(21)及控制器(24)时, 系统为全局稳定且满足角度跟踪误差 e_i 和角速度跟踪误差 \dot{e}_i 于固定时间内收敛至零.

证明 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} s_i^2, \quad (27)$$

则 V_1 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \dot{s}_i s_i = & -\gamma_2 \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2m_2}{n_2}} - \beta_2 \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2p_2}{q_2}} = \\ & -\gamma_2 (V_1)^{\frac{m_2}{n_2}} - \beta_2 (V_1)^{\frac{p_2}{q_2}}. \end{aligned} \quad (28)$$

根据引理1可得趋近阶段的时间满足

$$T_1 < T_{\max 1} := \frac{1}{\gamma_2} \frac{n_2}{m_2 - n_2} + \frac{1}{\beta_2} \frac{q_2}{q_2 - p_2}. \quad (29)$$

当系统到达滑模面后,根据式(21)有

$$\dot{e}_i = -\gamma_1 e_i^{\frac{m_1}{n_1}} - \beta_1 e_i^{\frac{p_1}{q_1}}. \quad (30)$$

根据引理1可得滑模运动阶段的时间满足

$$T_2 < T_{\max 2} := \frac{1}{\gamma_1} \frac{n_1}{m_1 - n_1} + \frac{1}{\beta_1} \frac{q_1}{q_1 - p_1}. \quad (31)$$

综上,由 $V_1 \geq 0, \dot{V}_1 \leq 0$ 可得系统为全局稳定且其收敛时间 T_b 满足

$$\begin{aligned} T_b < T_{\max 1} + T_{\max 2} = \\ & \frac{1}{\gamma_2} \frac{n_2}{m_2 - n_2} + \frac{1}{\beta_2} \frac{q_2}{q_2 - p_2} + \frac{1}{\gamma_1} \frac{n_1}{m_1 - n_1} + \frac{1}{\beta_1} \frac{q_1}{q_1 - p_1}. \end{aligned} \quad (32)$$

由此定理得证. \square

3 基于RBF神经网络的固定时间滑模控制器设计

式(24)中 f_i 通常是一个未知的非线性函数,因此很难保证控制律 u 的实现. RBF神经网络是神经网络中的一种,它属于前向型网络,由3层网络构成,其网络结构如图1所示.

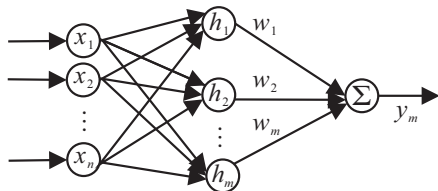


图1 RBF神经网络

第1层:输入层, $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ 为网络的输入, n 为输入的维数.

第2层:隐含层,其输出为 $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_1, \dots, h_m]^T$,用高斯基函数作为输入层的隶属函数,即

$$h_j(\mathbf{x}) = \exp \left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|^2}{2b^2} \right). \quad (33)$$

其中: \mathbf{c} 为隐含层高斯基函数中心点的坐标矢量, b 为隐含层高斯基函数的宽度, $j = 1, 2, \dots, m$.

RBF神经网络权值为

$$\mathbf{W} = [W_1, \dots, W_m]^T. \quad (34)$$

第3层:输出层,神经网络的输出为

$$y = \mathbf{W}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) = W_1 h_1 + \dots + W_m h_m. \quad (35)$$

利用RBF神经网络来逼近 f_i ,神经网络的输入取 $\mathbf{x} = [e \ \dot{e} \ \ddot{e}]^T$,神经网络的理想输出为

$$f_i = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \varepsilon_i. \quad (36)$$

其中: \mathbf{W}^* 是RBF神经网络的理想权值, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 为高斯函数的输出, ε_i 为网络的逼近误差. 设神经网络的实际输出为

$$\hat{f}_i = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}). \quad (37)$$

其中: $\hat{\mathbf{W}}$ 是神经网络实际权值,定义 $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \hat{\mathbf{W}}$; $\tilde{f}_i = f_i - \hat{f}_i$. $\tilde{\mathbf{W}}$ 是理想权值与实际权值之间的误差, \tilde{f}_i 是理想输出与实际输出之间的误差,因此基于RBF神经网络的固定时间滑模控制器可设计为

$$\begin{aligned} G_i = & -\hat{f}_i + \ddot{q}_{id} - H_i - \gamma_1 \frac{m_1}{n_1} e_i^{\frac{m_1}{n_1}-1} \dot{e}_i - \\ & \text{sat} \left(\beta_1 \frac{p_1}{q_1} e_i^{\frac{p_1}{q_1}-1} \dot{e}_i, \sigma \right) - \kappa, \end{aligned} \quad (38)$$

控制律

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}^{-1} \mathbf{G}. \quad (39)$$

定理2 对于系统(14),当选用滑模面(21)及控制律(38)时,系统为全局稳定且系统跟踪误差在固定时间内 T_c 收敛至零,其中 T_c 满足如下不等式:

$$T_c \leq T_2 + T_3. \quad (40)$$

T_3 将会在后面给出.

证明 选取如下Lyapunov函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}}, \quad (41)$$

其中 η 为大于0的常数.

对Lyapunov函数 V_2 求导,综合式(23)和(38),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} = \\ s_i (\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \varepsilon_i - \kappa_i) + \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} = \\ \tilde{\mathbf{W}}^T (s_i \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \eta \dot{\tilde{\mathbf{W}}}) - \kappa_i s_i - s_i \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (42)$$

设计自适应律为

$$\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = -\frac{1}{\eta} s_i \mathbf{h}(\mathbf{x}), \quad (43)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\gamma_2 \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2m_2}{n_2}} - \beta_2 \left(\frac{s_i}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2p_2}{q_2}} - s_i \varepsilon_i = \\ & -\gamma_2 \left(V_2 - \frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \right)^{\frac{m_2}{n_2}} - \\ & \beta_2 \left(V_2 - \frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \right)^{\frac{p_2}{q_2}} - s_i \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (44)$$

若取 $m_2 = 3n_2, q_2 = 3p_2$,则由于逼近误差 ε_i 能限制得足够小,可忽略不计.同时注意到 $V_2 \geq 0, \eta >$

0 和 $\tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \geq 0$, 化简式(44)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\gamma_2 V_2^3 + \frac{3}{2} \gamma_2 V_2^2 \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} + \frac{1}{8} \gamma_2 (\eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}})^3 - \\ & \beta_2 \left(V_2 - \frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq \\ & -\gamma_2 V_2^3 + \frac{3}{2} \gamma_2 V_2^2 \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} + \frac{1}{8} \gamma_2 (\eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}})^3 - \\ & \beta_2 V_2^{\frac{1}{3}} + \beta_2 \left(\frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq \\ & -\gamma_2 V_2^3 - \beta_2 V_2^{\frac{1}{3}} + \psi, \end{aligned} \quad (45)$$

其中

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{3}{2} \gamma_2 V_2^2 \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} + \frac{1}{8} \gamma_2 (\eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}})^3 + \\ & \beta_2 \left(\frac{1}{2} \eta \tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \right)^{\frac{1}{3}} > 0. \end{aligned}$$

根据引理2可得系统(14)是实际固定时间稳定的,收敛时间 T_3 满足

$$T_3 \leq T_{\max} := \frac{1}{\gamma_2 \bar{\phi}(p-1)} + \frac{1}{\beta_2 \bar{\phi}(1-q)}. \quad (46)$$

其中: $p = 3, q = 1/3$. 即系统状态在固定时间 T_3 内收敛到如下紧集:

$$\begin{aligned} \Omega \in & \left\{ x \mid V_2(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\psi}{(1-\bar{\phi})\gamma_2} \right)^{\frac{1}{p}}, \left(\frac{\psi}{(1-\bar{\phi})\beta_2} \right)^{\frac{1}{q}} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

因此可以得出结论,通过适当地选择参数,能让系统状态收敛到一个小的紧集,保证系统状态在固定时间 T_c 内跟踪上期望轨迹. \square

注1 由定理2可知,在存在不确定性的情况下,根据本文的方法,系统跟踪误差可以在固定时间内收敛到原点附近的小范围内.事实上,大多数神经网络滑模控制都只实现了渐近收敛或者有限时间收敛,因此,与上述结果相比,所提出的控制方法能够改善系统的跟踪性能.

4 仿真结果与分析

为了验证多关节机器人控制算法的正确性,采用 SolidWorks 三维绘图软件与 Matlab/SimMechanics 动力学仿真软件搭建仿真平台,以特定型号的多关节机器人作为研究对象,建立虚拟样机模型对其进行轨迹跟踪控制仿真.本文所使用的虚拟样机模型是基于 CPR-RH14-10 多关节机器人建立的,该多关节机器人实物如图2所示,对应的 SolidWorks 三维模型如图3所示.

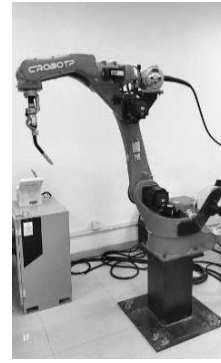


图2 CRP-RH14-10多关节机器人实物



图3 CRP-RH14-10多关节机器人三维模型

为了加快计算机运算速度,对该多关节机器人的三维模型进行适当简化,删除螺丝垫圈等小的零部件,将简化后的三维模型导入到 SimMechanics 中得到如图4所示的三维虚拟样机模型,之后的仿真实验均是基于此虚拟样机模型进行.



图4 多关节机器人虚拟样机模型

在对虚拟样机进行轨迹跟踪控制之前,需要获得其动力学模型.利用图5所示建立起多关节机器人虚拟样机的关节坐标系,可测量出质心在关节坐标系 $\{i\}$ 中的相对位置 \mathbf{r}_i 以及关节坐标系 $\{i\}$ 的原点在关节坐标系 $\{i-1\}$ 的相对位置 \mathbf{q}_i .

通过 SimMechanics 软件设置多关节机器人虚拟样机的各个连杆的密度,计算出各个连杆的质量 m_i ,可得到各个连杆相对于固连坐标系的转动惯量矩阵,以上参数的部分测量值如表1所示.

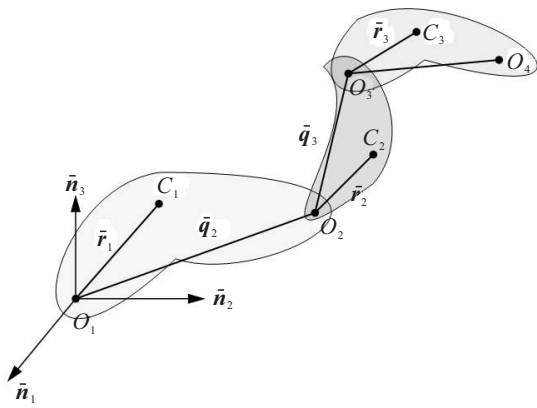


图 5 多关节机器人关节坐标系相对位置和质心相对位置

表 1 连杆质量、质心相对位置和关节坐标系相对位置参数

| 连杆 | m_i/kg | r_i/m | q_i/m |
|----|-----------------|----------------------------|------------------------|
| 1 | 17.9513 | (0.1268, -0.0105, 0.2020) | (0, 0, 0) |
| 2 | 3.5484 | (0.3482, -0.1597, 0.3146) | (0.195, -0.095, 0.285) |
| 3 | 7.3201 | (0.4589, -0.1586, -0.1020) | (0.6137, 0, -0.003) |
| 4 | 3.8682 | (0.2721, -0.1454, -0.0036) | (0.2, -0.275, -0.1105) |
| 5 | 0.7287 | (-0.05, -0.0318, 0.224) | (0, -0.0720, 0.3650) |
| 6 | 1.0000 | (0.003, 0.0851, 0.0711) | (0, 0.0981, -0.0540) |

仿真中, 设多关节机器人各关节角的期望轨迹为 $q_d = 0.1 \cos(2t)$. 机器人的 6 个关节角初始状态设为 $q = [0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05]^T$. 模型的不确定性设为 $\Delta M = 0.2M, \Delta N = 0.2N$, 设外部扰动 $d(t) = \sin t$. 本文控制器参数选择如下: $\beta_1 = 7, \gamma_1 = 7, \beta_2 = 13, \gamma_2 = 7, m_1 = 11, n_1 = 3, m_2 = 9, n_2 = 3, \sigma = 100, p_1 = 7, q_1 = 11, p_2 = 5, q_2 = 15, \eta = 0.05$, 其中神经网络权值的初始值取为零矢量, 隐含层的中心矢量 c 取为 $[-2, -1.5, -1, 0, 1, 1.5, 2]$, 高斯基函数的宽度 b 取为 10, 控制律采用式 (38), 自适应律采用式 (43).

4.1 非线性补偿性能

为了考察 RBF 神经网络的补偿性能, 对机器人进行两组对比仿真实验, 一组采用有 RBF 神经网络的补偿, 另一组不采用任何补偿, 得到的两组机器人 6 个关节角度跟踪误差曲线对比如图 6 所示.

参考轨迹并不是持续激励的, 所以图 7 的神经网络估计值只能保证有界, 并没有收敛于真值. 由图 6 的仿真结果可看出, 有补偿和无补偿的稳态误差基本一致, 两者的跟踪误差均在 0.25 s 左右收敛至零附近,

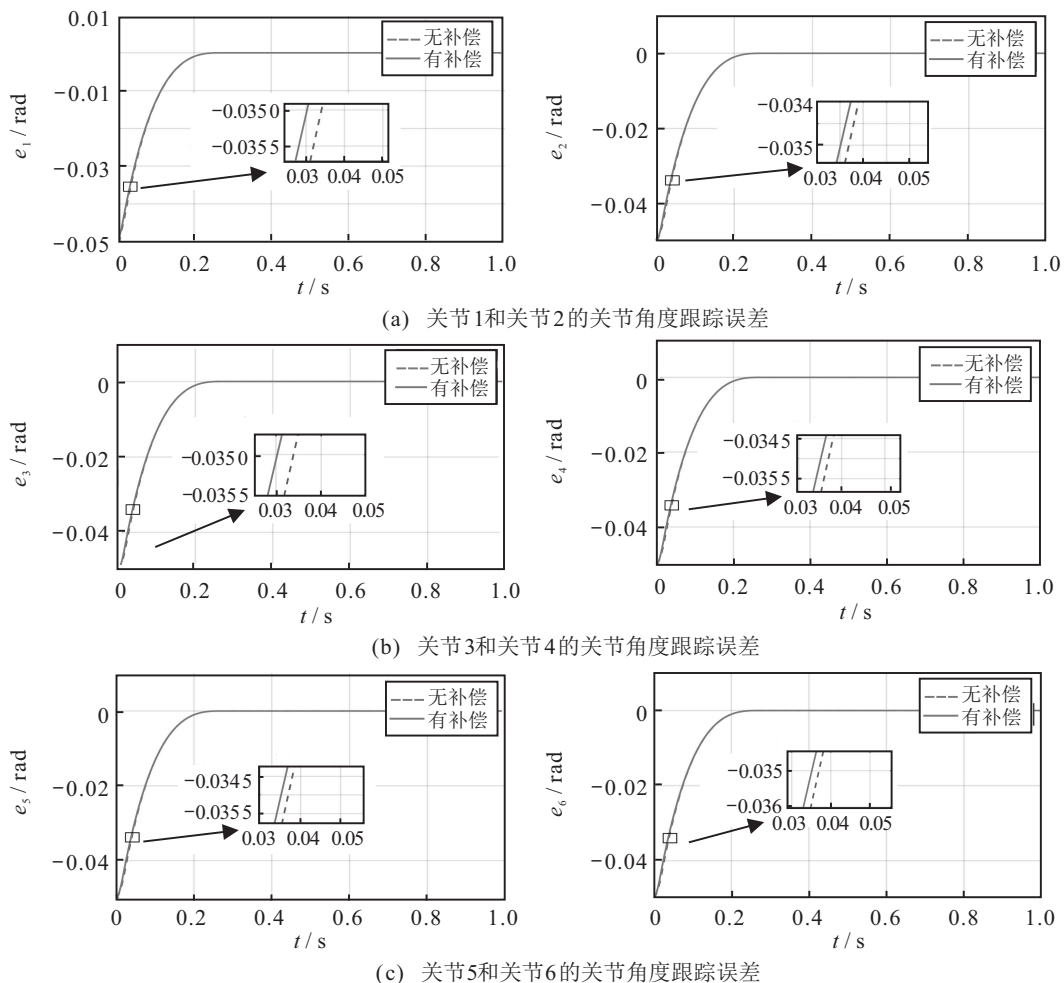


图 6 有无 RBF 补偿时的 6 个关节角度跟踪误差比较

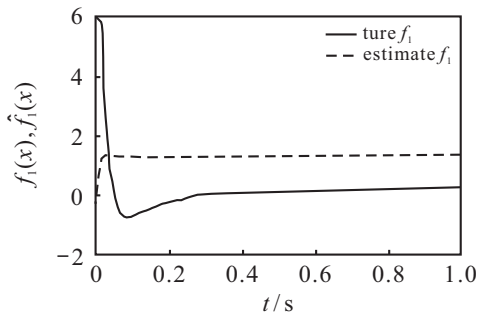


图7 神经网络输出

其收敛时间小于上界 $T_c(0.6332s)$, 实现了系统跟踪误差在固定时间内收敛. 由各分图的局部放大图可以看出, 当采用RBF神经网络进行补偿时, 系统的响应速度更快, 能够有效地减小系统不确定性所带来的影响.

4.2 控制方法对系统性能的影响

为了进一步考察本文控制器的固定时间收敛特性, 将其与基于RBF神经网络的有限时间滑模控制器^[22]进行对比. 其中神经网络的参数保持不变, 有限

时间滑模控制器中的参数取为 $\beta = 2, p = 5, q = 3$. 分别取两组不同的系统初始状态进行仿真分析, 仿真结果如图8和图9所示.

由图8的仿真结果可看出, 当系统初始状态距离平衡点较近时, 对比控制器和本文控制器均能良好地实现机器人6个关节的角度跟踪, 但本文的控制器具有较小的收敛时间. 采用对比控制器时, 机器人的6个关节角能在0.25s左右跟踪上期望轨迹, 而本文的控制器则能使机器人的6个关节角在0.15s左右跟踪上期望轨迹, 其收敛速度更快, 收敛时间小于上界 $T_c(0.6332s)$.

由图9的仿真结果可看出, 当系统初始状态距离平衡点较远时, 本文控制器的跟踪性能优于对比控制器. 采用对比控制器时机器人的6个关节角在0.82s左右跟踪上期望轨迹, 而采用本文控制器则能使6个关节角在0.38s左右跟踪上期望轨迹, 其收敛时间小于上界 $T_c(0.6332s)$, 保证了系统状态能在固定时间内跟踪上参考轨迹.

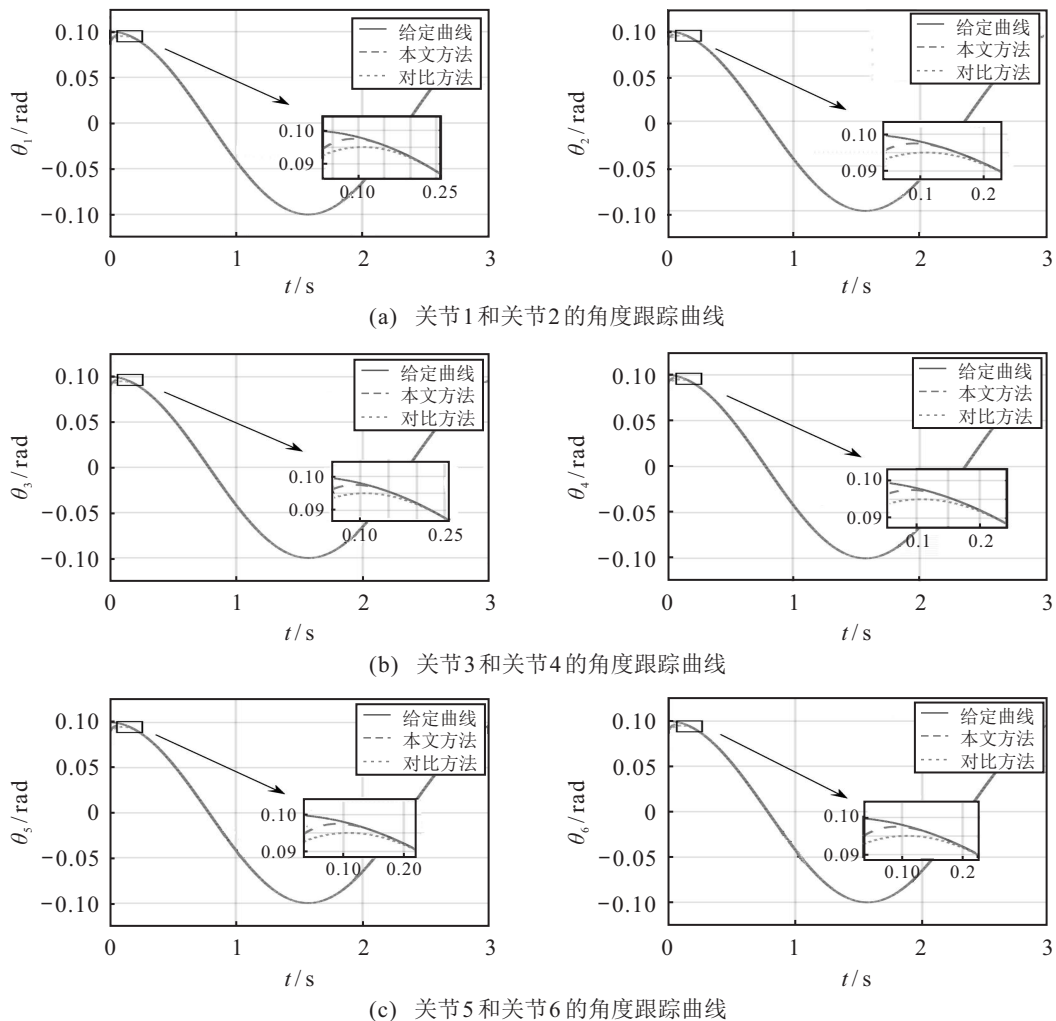


图8 $q(0) = [0.09, 0.09, 0.09, 0.09, 0.09, 0.09]^T$ 时6个关节角度跟踪曲线

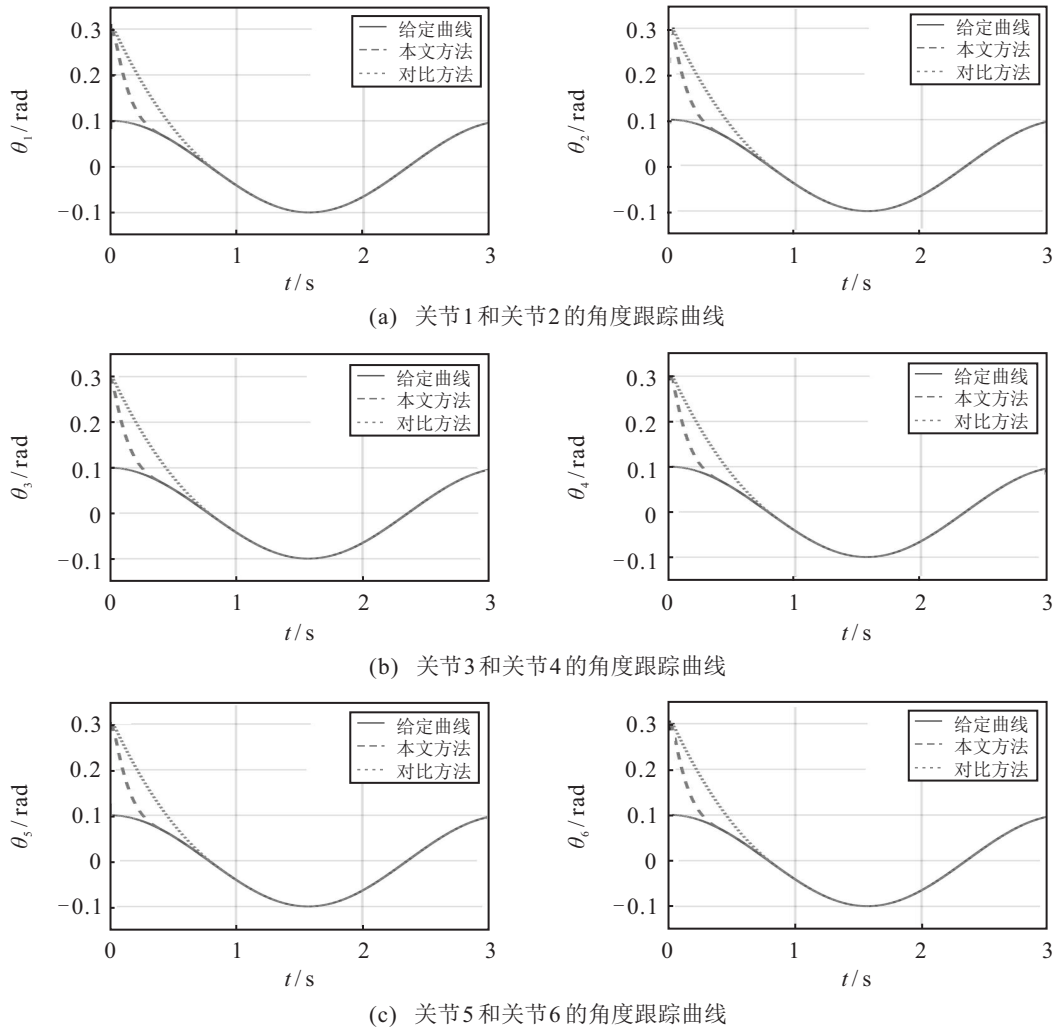


图9 $q(0) = [0.3, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3]^T$ 时6个关节角度跟踪曲线

5 结论

本文针对具有模型不确定性以及外部扰动的多关节机器人轨迹跟踪问题,提出了一种基于RBF神经网络的固定时间滑模控制方法.通过凯恩方程推导出多关节机器人的动力学模型,针对此模型设计了一种固定时间收敛的滑模控制器.利用RBF神经网络逼近并补偿模型中的不确定性项,并根据Lyapunov理论证明了系统跟踪误差能在固定时间内收敛.在动力学模型分析的基础上,采用SolidWorks与Matlab/SimMechanics软件搭建仿真实验平台,通过特定型号的多关节机器人虚拟样机仿真,表明了所提出的控制方法能够实现机器人在关节空间的高精度轨迹跟踪,且保证系统状态在固定时间内收敛.未来的工作将结合相关算法来搭建硬件实验平台,利用实验进一步验证本文所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Khan S, Naseem I, Togneri R, et al. A novel adaptive kernel for the RBF neural networks[J]. Circuits, Systems,

and Signal Processing, 2017, 36(4): 1639-1653.
 [2] Tok D K S, Yu D L, Mathews C, et al. Adaptive structure radial basis function network model for processes with operating region migration[J]. Neurocomputing, 2015, 155: 186-193.
 [3] Yang H J, Liu J K. An adaptive RBF neural network control method for a class of nonlinear systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2018, 5(2): 457-462.
 [4] Liu J K. Radial Basis Function (RBF) Neural Network Control for Mechanical Systems: Design, Analysis and Matlab Simulation[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013.
 [5] Liu A Q, Zhao H H, Song T, et al. Adaptive control of manipulator based on neural network[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33(9): 4077-4085.
 [6] Wang F, Chao Z Q, Huang L B, et al. Trajectory tracking control of robot manipulator based on RBF neural network and fuzzy sliding mode[J]. Cluster Computing, 2019, 22(3): 5799-5809.

- [7] Zouari E, Medhaffar H, Derbel N. Indirect sliding mode neural-network control for holonomic constrained robot manipulators[J]. *International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications*, 2010, 9(2): 150.
- [8] Fang Y M, Fei J T, Cao D. Adaptive fuzzy-neural fractional-order current control of active power filter with finite-time sliding controller[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2019, 21(5): 1533-1543.
- [9] Frikha S, Djemel M, Derbel N. Neural network adaptive control scheme for nonlinear systems with Lyapunov approach and sliding mode[J]. *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, 2010, 3(3): 495-513.
- [10] Zhao H C, Yu H Y, Gu W J. Fuzzy neural network-based sliding mode control for missile's overload control system[C]. *2005 International Conference on Neural Networks and Brain*. Beijing, 2005: 1786-1790.
- [11] Sakamoto N. Optimal control problem via self-adaptation sliding mode controller with neural network[J]. *Electronics and Communications in Japan*, 2011, 94(11): 1-8.
- [12] Lin T C. Based on interval type-2 fuzzy-neural network direct adaptive sliding mode control for SISO nonlinear systems[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, 15(12): 4084-4099.
- [13] Ni J K, Liu L, Liu C X, et al. Fast fixed-time nonsingular terminal sliding mode control and its application to chaos suppression in power system[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 64(2): 151-155.
- [14] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [15] Polyakov A. Fixed-time stabilization via second order sliding mode control[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2012, 45(9): 254-258.
- [16] Zuo Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(4): 545-552.
- [17] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 563-570.
- [18] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [19] Zuo Z Y, Han Q L, Ning B D, et al. An overview of recent advances in fixed-time cooperative control of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(6): 2322-2334.
- [20] Ba D S, Li Y X, Tong S C. Fixed-time adaptive neural tracking control for a class of uncertain nonstrict nonlinear systems[J]. *Neurocomputing*, 2019, 363: 273-280.
- [21] Jiang B Y, Hu Q L, Friswell M I. Fixed-time attitude control for rigid spacecraft with actuator saturation and faults[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(5): 1892-1898.
- [22] Tran M D, Kang H J. A novel adaptive finite-time tracking control for robotic manipulators using nonsingular terminal sliding mode and RBF neural networks[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(7): 863-870.

作者简介

刘宜成 (1975—), 男, 副教授, 博士, 从事工业机器人、空中机器人等研究, E-mail: liuyicheng@scu.edu.cn;

熊宇航 (1997—), 男, 硕士生, 从事机器人控制的研究, E-mail: 843601748@qq.com;

杨海鑫 (1997—), 男, 硕士生, 从事伺服电机的研究, E-mail: 941705864@qq.com.

(责任编辑: 孙艺红)