

控制与决策

Control and Decision

霍尔传感器对Buck变换器滑模控制系统的影响分析

王艳敏, 杨铭洋, 冯勇, 会鑫

引用本文:

王艳敏,杨铭洋,冯勇,会鑫. 霍尔传感器对Buck变换器滑模控制系统的影响分析[J]. *控制与决策*, 2022, 37(11): 2917–2924.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0658>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制](#)

Unknown system dynamic estimator-based fast fixed-time control of Buck converters

控制与决策. 2022, 37(3): 746–752 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1087>

[基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制](#)

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

[基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制](#)

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

[基于HJB方程的无线传感器网络系统Minimax控制器设计](#)

Design of Minimax controller for wireless sensor network systems based on HJB equation

控制与决策. 2021, 36(4): 947–952 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0634>

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

霍尔传感器对 Buck 变换器滑模控制系统的影响分析

王艳敏[†], 杨铭洋, 冯勇, 会鑫

(哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对霍尔传感器的未建模动态和滑模控制器的非线性, 研究两者的共同作用对 Buck 变换器谐波性能的影响. 基于变换器的数学模型和 Lyapunov 稳定性定理, 给出传统滑模控制器参数的整定方法; 在此基础上, 利用描述函数法和奈奎斯特稳定性判据, 分析常规忽略传感器作用下的系统稳定性. 考虑霍尔传感器的测量性能, 建立 Buck 变换器-传感器的联合数学模型, 利用奈奎斯特稳定性判据推导出保证系统临界稳定的约束条件, 从理论上证明霍尔传感器诱发谐波的必然性, 并揭示了滑模控制器参数和传感器参数对系统谐波幅频性能的数学影响关系. 仿真结果表明了所提出方法的正确性和有效性.

关键词: 滑模控制; Buck 变换器; 霍尔传感器; 稳定性; 未建模动态; 谐波

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0658

引用格式: 王艳敏, 杨铭洋, 冯勇, 等. 霍尔传感器对 Buck 变换器滑模控制系统的影响分析[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2917-2924.

Influence of Hall sensor on Buck converters with sliding mode control

WANG Yan-min[†], YANG Ming-yang, FENG Yong, HUI Xin

(College of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: For the sliding mode (SM) controlled Buck converters, this paper investigates the harmonic influence of Hall sensor's unmodeled dynamics and the nonlinearity of the SM controller. Based on the model of Buck converters, the system's stability is analyzed, and the parameter tuning of the traditional SM controller is carried out on the basis of the Lyapunov stability theory. On the premise of the ignored sensor, the system's stability is analyzed using the describing function method and the Nyquist stability criterion. Considering the characteristics of the Hall sensor, the model of the Buck converter-sensor is established. Restricted by the system critical stability, the constraint condition is deduced, proving the existence of harmonics induced by the Hall sensor. Meanwhile, the relationship of the SM parameter and the sensor's parameter with the amplitude and frequency of the outputted harmonics is investigated. Simulation results show the correctness and effectiveness of the proposed approach.

Keywords: sliding mode control; Buck converter; Hall sensor; stability; unmodeled dynamics; harmonics

0 引言

替代传统的电阻取样法, 目前, 诸如 ACS712、ACS706 等高性能的霍尔传感器芯片已广泛地应用于 Buck 变换器的信号检测. 在实际控制系统建模或控制器设计时, 因霍尔传感器具有快速、线性度高等特点, 常被视为一类典型的未建模动态而被忽略, 但已有研究证明其影响不可忽略^[1-2].

作为一种有效的鲁棒控制方法, 滑模 (sliding mode, SM) 控制已在 Buck 变换器中得到广泛应用, 可替代传统的脉宽调制 (pulse width modulation, PWM) 方法, 直接利用其切换非线性 $\text{sgn}(\cdot)$ 驱动可控开关管的通断, 实现简单, 且与变换器的开关特性具有强适

用性^[3-5]. 然而, 计及霍尔传感器的未建模动态, 目前的研究成果还较少. 例如文献[6]提出一种自适应神经网络控制方法, 利用 RBF 神经网络实现未建模动态的信息辨识, 继而设计控制器以保证闭环系统中的所有信号都是半全局一致有界的, 系统跟踪误差最终收敛到原点附近的一个小邻域; 文献[7]提出了一种自适应模糊输出反馈控制方法, 同时考虑传感器和执行器两种未建模动态的未知性, 分别设计独立的切换状态观测器和自适应模糊控制器以实现两个自适应参数的在线更新, 最终保证系统输出的收敛性. 然而, 目前研究难度主要归因于与 SM 固有的切换非线性的耦合影响上, 主要成果也集中在对其克服和补偿两

收稿日期: 2021-04-17; 录用日期: 2021-07-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62073095).

[†]通讯作者. E-mail: wangyanmin@hit.edu.cn.

方面,但两者对系统的影响机理少有研究.

另一方面,Buck变换器SM控制系统的性能研究主要集中在稳定性方面,主要性能指标体现在稳态误差上,常规做法是利用Lyapunov稳定性理论在时域内进行控制器参数的整定^[8],但如何在频域内量化分析控制性能却少有研究,这是目前SM控制领域研究的焦点.现有方法包括傅里叶级数法、描述函数法、Poincare法、根轨迹法等,其中以描述函数法应用居多,且更具有工程应用价值^[9].例如文献[10]利用描述函数法分析了包含执行器未建模动态SM系统的稳定性;文献[11]利用描述函数法研究了SM控制系统固有抖振现象的幅频特性.然而,现有研究多局限于线性时不变系统,且通常仅围绕SM切换非线性sgn(·)展开,较少考虑与未建模或其他非线性因素的耦合对系统的影响机理.

基于以上分析,本文全面考虑霍尔传感器的未建模动态与SM切换非线性sgn(·)共同作用下的Buck变换器控制系统,结合描述函数法和奈奎斯特稳定性判据,在频域内揭示两者对系统稳定性的量化影响机理.真实考虑霍尔传感器的测量性能,建立Buck变换器-传感器的联合数学模型,推导出SM控制器参数和传感器参数对系统谐波幅频性能的影响关系.研究结果对Buck变换器控制系统的参数选择与整定具有重要的理论指导价值.

1 系统描述

图1给出了Buck变换器SM控制系统的实现框图,由变换器、SM控制器及霍尔传感器构成.其中: E 为直流输入电压源; v_C 为输出电压; R 为负载电阻; R_1 、 R_2 为分压电阻, $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$ 为分压比,可实现 v_C 检测; L 和 C 分别为滤波电感和电容; i_L 和 i_C 分别为流过电感和电容的电流,这里采用霍尔传感器实现 i_C 检测; v_L 为电感电压;VD为续流二极管; S_w 为可控开关管,常以N-MOSFET应用居多,其导通/关断直接由SM控制器输出 u 的“1”和“0”脉冲控制.

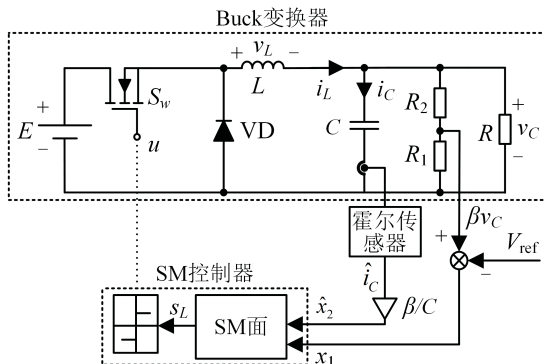


图1 Buck变换器SM控制系统的实现框图

1.1 Buck变换器

图1中,Buck变换器工作在连续电流模式(continuous conduction mode, CCM)下,即电感电流 $i_L > 0$.根据基尔霍夫电路定律,计及控制器输出 u 的二值性,则Buck变换器在开关管 S_w 导通和关断两种情况下的统一微分方程^[3]可表示为

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_0C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (1)$$

其中 $R_0 = R(R_1 + R_2)/(R + R_1 + R_2)$.

定义变量 x_1 和 x_2 分别表示输出电压偏差及其对时间的变化率,即 $x_1 = \beta v_C - V_{ref}$, $x_2 = \dot{x}_1 = \beta \dot{v}_C$,其中 V_{ref} 为输出电压给定值,则式(1)可变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{R_0C}x_2 + \frac{1}{LC}(\beta Eu - V_{ref} - x_1). \end{cases} \quad (2)$$

1.2 SM控制器

大量文献已证明,SM控制可替代传统PWM调制,利用其切换控制sgn(·)实现Buck变换器的直接通断控制,方便且易实现^[3-5].针对图1,这里设计控制律 u 驱动N-MOSFET门极的通断,即

$$u = -0.5[\text{sgn}(s_L) - 1], \quad (3)$$

其中 s_L 为预先设计的滑模变量,直接决定着开关管的开关特性.

尽管不同的滑模面代表不同的调制方式,如LSM、TSM和NTSM等为目前常用滑模方法,但其本质仍然是开关管 S_w 的直接通断控制^[3,12].为此,这里以目前常用的LSM为例,选择系统状态 x_1 和 x_2 的线性组合来设计滑模面 s_L ,即

$$s_L = \lambda x_1 + \hat{x}_2. \quad (4)$$

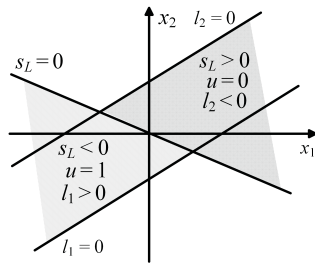
其中:设计参数 $\lambda > 0$; \hat{x}_2 为系统状态 x_2 的检测值,由图1可得 $\hat{x}_2 = \hat{i}_C \beta / C$, \hat{i}_C 为霍尔传感器对电容电流 i_C 的检测值.区别于目前Buck变换器单一的电压或电流控制方式,这里可同时实现电压和电流的控制,性能会更好^[1,3].

综合式(3)和(4)可知,不同的 λ 值决定不同的滑动模态,也决定开关管 S_w 不同的调制方式,其参数选择非常关键.目前常规做法是:将霍尔元器件视为理想的传感器,即有 $x_2 = \hat{x}_2$,并基于Lyapunov稳定性定理通过判断 $\dot{V} = s_L \dot{s}_L < 0$ 来选取,这里代入式(2)和(4),则有

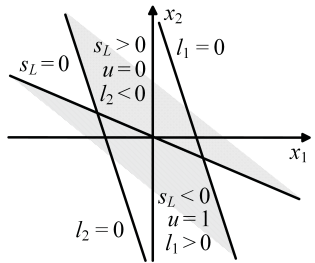
$$s_L \dot{s}_L = s_L \left[\left(\lambda - \frac{1}{R_0C} \right) x_2 + \frac{\beta}{LC} (uE - V_{ref} - x_1) \right]. \quad (5)$$

为保证式(5)的 $s_L \dot{s}_L < 0$, 可借鉴文献[3]给出的详细推导过程, 这里仅给出推导结果, 即 $1/(R_O C)$ 是推荐的 λ 的最优值. 尽管式(4)传统方法推荐的设计参数 $\lambda > 0$ 仍能保证系统稳定, 但文献[3]细化给出 $\lambda > 1/(R_O C)$ 和 $0 < \lambda < 1/(R_O C)$ 不同区域取值时, 开关管导通 ($u = 1$) 和关断 ($u = 0$) 时所对应的 Buck 变换器稳定区域, 如图2所示, 其中直线 l_1 和 l_2 为由式(5)推得稳定区域的边界, 即

$$\begin{cases} l_1 = \left(\lambda - \frac{1}{R_O C}\right)x_2 + \frac{\beta}{LC}(E - V_{ref} - x_1), \\ s_L < 0; \\ l_2 = \left(\lambda - \frac{1}{R_O C}\right)x_2 - \frac{\beta}{LC}(V_{ref} + x_1), \\ s_L > 0. \end{cases}$$



(a) $\lambda > 1/(R_O C)$



(b) $0 < \lambda < 1/(R_O C)$

图2 Buck变换器SM控制系统的稳定区域

特别注意到, 图2所对应的 Buck 变换器 SM 控制系统的稳定区域是在未考虑霍尔传感器的未建模动态情况下推导的.

本文的控制目标是: 同时考虑式(3) SM 控制器的切换非线性和霍尔传感器, 利用描述函数法揭示两者对系统性能的定量影响, 这区别于目前常规的仅从稳定性角度考虑的 SM 控制系统定性分析方法.

2 SM切换非线性对系统的影响分析

暂且忽略霍尔传感器, 则图1中 $i_C = \hat{i}_C, x_2 = \hat{x}_2$, 下面首先在频域内定量分析 SM 切换非线性对系统稳定性影响. 这里引入虚拟控制量 $v = u - 0.5 = -0.5 \operatorname{sgn}(s_L)$, 则式(2)的状态空间形式为

$$\dot{x} = Ax + bv + f. \quad (7)$$

其中: 状态矢量 $x = [x_1 \ x_2]^T$, 矩阵 A 、 b 和 f 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{R_O C} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta E}{LC} \end{bmatrix},$$

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta E}{2LC} - \frac{V_{ref}}{LC} \end{bmatrix}.$$

计及系统存在的唯一非线性环节, 即式(3), 引入变量 y 表示式(4)的滑模变量 $s_L, \sigma = -s_L, c = [\lambda, 1]$, 则图1可等价变换为图3所示闭环控制系统框图.

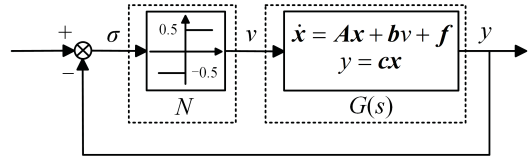


图3 图1等价的Buck变换器闭环控制系统框图

图3中, N 对应于切换非线性 v 的描述函数, 即其傅里叶级数的一次展开式^[6-7]为

$$N = \frac{\omega}{\pi A} \int_0^{2\pi/\omega} v(t) \sin(\omega t) dt + j \frac{\omega}{\pi A} \int_0^{2\pi/\omega} v(t) \cos(\omega t) dt = \frac{2}{\pi A}. \quad (8)$$

其中: A 和 ω 分别为根据描述函数法定义下的假定正弦输入 $A \sin(\omega t)$ 的幅值和角频率; $G(s)$ 对应于被控系统的传递函数, 由式(7)可推出

$$G(s) = c(I s - A)^{-1} b = \frac{\beta E R_O}{R_O L C s^2 + L s + R_O} \frac{s + \lambda}{s + \lambda}. \quad (9)$$

为了分析图3整个闭环控制系统的稳定性, 这里在频域下采用奈奎斯特判据, 通过判断 $G(j\omega)$ 与 $-1/N(A)$ 曲线的位置关系来判断, 即: 若 $G(j\omega)$ 不包围 $-1/N(A)$, 则系统是稳定的; 若两条曲线相交, 则系统处于临界稳定状态; 若 $G(j\omega)$ 包围 $-1/N(A)$, 则系统是不稳定的. 为此, 这里将 $s = j\omega$ 代入式(9), 则有

$$G(j\omega) = \beta E R_O \frac{\lambda R_O - \omega^2 \lambda R_O L C + \omega^2 L}{(R_O - \omega^2 R_O L C)^2 + \omega^2 L^2} + j \beta E R_O \frac{-\omega^3 R_O L C + \omega R_O - \omega \lambda L}{(R_O - \omega^2 R_O L C)^2 + \omega^2 L^2}. \quad (10)$$

由式(8)注意到, $-1/N(A)$ 处于负实轴. 因为式(10)分母始终大于零, 所以只需判断 $G(j\omega)$ 与实轴的交点情况, 即令其虚部为零, 则有 $-\omega^3 R_O L C + \omega R_O - \omega \lambda L = 0$. 由于角频率 $\omega > 0$, 得其解为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_O - \lambda L}{R_O L C}}. \quad (11)$$

下面分两种情况讨论:

1) 当 $\lambda \geq R_O/L$ 时, 式(11)为虚根, 即 $G(j\omega)$ 与实

轴没有交点,系统是稳定的;

2) 当 $\lambda < R_O/L$ 时,将式(11)代入(10),可推导出 $G(j\omega)$ 与实轴的交点为 $(\beta ER_O/L, 0)$,这意味着 $G(j\omega)$ 与负实轴同样没有交点。

综合以上两种情况,当忽略霍尔传感器存在时,SM控制器的切换非线性 $\text{sgn}(\cdot)$ 并不会影响整个闭环控制系统的稳定性,参数 λ 取值仍遵循图2即可。

3 霍尔传感器对系统的影响分析

目前,Buck变换器的电流测量常以 ACS712、ACS706、ACS758 等型号的霍尔传感器应用居多。这里真实考虑其测量性能的非理想性,即图1中 $i_C \neq \hat{i}_C$, $x_2 \neq \hat{x}_2$,再计及SM控制器的非线性,下面将同时考虑两者的耦合对整个系统性能的影响。

3.1 霍尔传感器的建模

基于传感器理论,霍尔传感器的输入-输出特性通常用一阶或二阶系统描述居多^[13]。考虑到所建模型的普遍应用价值,这里表示为标准的二阶系统

$$\ddot{i}_C + 2\zeta\omega_n\dot{i}_C + \omega_n^2 i_C = K\omega_n^2 i_C. \quad (12)$$

其中: i_C 和 \hat{i}_C 分别对应霍尔传感器的输入和输出, ζ 为阻尼比,约束 $0 < \zeta < 1$ 以保证其稳定输出, ω_n 为振荡角频率, K 为放大系数。

相应地,式(12)可变换为状态空间形式,即

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{i}}_C \\ \ddot{\hat{i}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_C \\ \dot{\hat{i}}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\omega_n^2 \end{bmatrix} i_C. \quad (13)$$

从而,得到其传递函数为

$$G_h(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (14)$$

由式(14),推导出霍尔传感器阶跃响应为

$$c(t) = K - \frac{K}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \arccos \zeta), \quad (15)$$

从而可得到其上升时间 ψ 的表达式为

$$\psi = \frac{\pi - \arccos \zeta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}. \quad (16)$$

3.2 系统稳定性分析

由图1,由于 $\hat{x}_2 = \hat{i}_C \beta/C$,这里将式(13)变换为

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_2 \\ \ddot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\omega_n^2 \end{bmatrix} x_2. \quad (17)$$

定义状态矢量 $\mathbf{x}_s = [x_1, x_2, \hat{x}_2, \dot{\hat{x}}_2]^T$,联合式(7)和(17),可得到Buck变换器-霍尔传感器的联合系统模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s v + \mathbf{f}_s. \quad (18)$$

其中:矩阵 \mathbf{A}_s 、 \mathbf{b}_s 和 \mathbf{f}_s 分别为

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{LC} & \frac{-1}{R_O C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & K\omega_n^2 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta E}{LC} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta E}{2LC} - \frac{V_{ref}}{LC} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

对比式(7)和(18)可见,系统阶数由二阶增加到四阶,下面利用描述函数法分析霍尔传感器和SM控制器的非线性共同影响下的闭环控制系统稳定性。引入变量 y_s 表示滑模变量 s_L , $\mathbf{c}_s = [\lambda, 0, 0, 1]$,则图3可变换为图4。其中: N 的定义同式(8); $G_s(s)$ 为式(18)所对应的被控系统传递函数,即

$$G_s(s) = \mathbf{c}_s (\mathbf{I}s - \mathbf{A}_s)^{-1} \mathbf{b}_s = \beta ER_O \frac{a_1 s^2 + a_2 s + a_3}{b_1 s^4 + b_2 s^3 + b_3 s^2 + b_4 s + b_5}. \quad (19)$$

这里: $a_1 = \lambda$, $a_2 = (K\omega_n^2 + 2\lambda\zeta\omega_n)$, $a_3 = \lambda\omega_n^2$, $b_1 = R_O LC$, $b_2 = (2\zeta\omega_n R_O LC + L)$, $b_3 = (\omega_n^2 R_O LC + 2\zeta\omega_n L + R_O)$, $b_4 = (\omega_n^2 L + 2\zeta\omega_n R_O)$, $b_5 = \omega_n^2 R_O$ 。

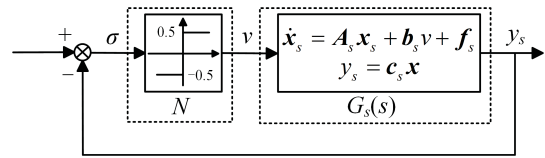


图4 考虑霍尔传感器的Buck变换器闭环控制系统框图

将 $s = j\omega$ 代入式(19),则 $G_s(s)$ 对应的奈奎斯特曲线可表示为

$$G_s(j\omega) = \beta ER_O [(-\omega^6 a_1 b_1 + \omega^4 (a_3 b_1 + a_1 b_3 - a_2 b_2) + \omega^2 (a_2 b_4 - a_3 b_3 - a_1 b_5) + a_3 b_5) + j(\omega^5 (a_2 b_1 - a_1 b_2) + \omega^3 (a_1 b_4 + a_3 b_2 - a_2 b_3) - \omega (a_2 b_5 - a_3 b_4))]/[(\omega^4 b_1 - \omega^2 b_3 + b_5)^2 + (-\omega^3 b_2 + \omega b_4)^2]. \quad (20)$$

同样根据奈奎斯特稳定性判据和式(8),需判断 $G_s(j\omega)$ 与 $-1/N(A)$ 曲线的位置关系。因为式(20)的分母始终大于零,所以只需判断 $G_s(j\omega)$ 与实轴的交点情况,即令其虚部为零,则有

$$\omega^5 (a_2 b_1 - a_1 b_2) + \omega^3 (a_1 b_4 + a_3 b_2 - a_2 b_3) + \omega (a_2 b_5 - a_3 b_4) = 0. \quad (21)$$

由于角频率 $\omega > 0$,这里去掉 $\omega = 0$ 的解,剩余4个解

两两正负对称. 基于韦达定理, 近似得到两个正解为

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{R_O - \lambda L}{R_O LC}}, \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{\omega_n^4 R_O C (K R_O - \lambda L)}{(R_O - \lambda L)(K \omega_n^2 R_O C - \lambda)}}. \end{cases} \quad (22)$$

对比图3和图4可见, 式(11)中 ω_0 和式(22)中 ω_1 一样都是由SM控制器的切换非线性产生的, 而 ω_2 则是由于霍尔传感器的引入而产生的. 由式(12), 若霍尔传感器能保持稳定输出, 即假设 $\ddot{i}_C = \dot{i}_C = 0$, 则可推出 $\hat{i}_C = K i_C$, 可见 K 近似等价于霍尔传感器线性放大系数. 根据霍尔传感器的芯片手册^[4], 通常可调节其外部辅助电路使 $\hat{i}_C \cong i_C$, 这也意味着 $K \cong 1$.

由式(22), 因为 ω_1 与式(11)中 ω_0 相等, 前面已证明 ω_0 并不会影响系统的稳定性, 意味着包含霍尔传感器的Buck变换器系统(18)的稳定性只取决于另一个解 ω_2 . 为此, 将 $K \cong 1$ 代入到式(22)的 ω_2 中, 近似得到

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\omega_n^4 R_O C}{\omega_n^2 R_O C - \lambda}}. \quad (23)$$

进一步, 将式(16)变换为

$$\omega_n = \frac{\pi - \arccos \zeta}{\psi \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (24)$$

特别注意到, 这里霍尔传感器参数只考虑了上升时间 ψ , 其主要原因: ψ 是影响传感器动态性能的一个关键参数, 进一步考虑到实际系统, 诸如ACS712、ACS706、ACS758等型号的霍尔传感器的典型应用电路中, 上升时间 ψ 的调节是通过改变辅助电路的滤波电容来实现的.

联合式(23)和(24), 显然, ω_2 受到SM控制器参数 λ 和霍尔传感器上升时间 ψ 的共同影响, 即两者共同决定系统的稳定性. 下面分两种情况进行讨论:

1) 当 $\lambda > \omega_n^2 R_O C$ 时, ω_2 为虚根, 即 $G_s(j\omega)$ 与负实轴没有交点, 系统(18)是稳定的.

2) 当 $0 < \lambda < \omega_n^2 R_O C$ 时, ω_2 为实根, 将式(23)代入(20), 可推导出 $G_s(j\omega)$ 与实轴的交点近似为

$$G_s(j\omega_2) = -\frac{\beta E R_O (\zeta \omega_n R_O C + \lambda R_O C)}{2\zeta^2 R_O LC (\omega_n^2 R_O C - \lambda) + 2\zeta^2 L}. \quad (25)$$

$0 < \lambda < \omega_n^2 R_O C$, 此时 $G_s(j\omega_2)$ 为负值, 这就意味着 $G_s(j\omega)$ 与负实轴有交点, 系统(18)处于临界稳定状态, 必然会诱发谐波.

综合以上对式(22)解的分析可见, 霍尔传感器的介入, 即使约束SM控制器参数 λ 如式(23), 整个控制系统(18)仍会存在谐波, 因此, 有必要明确传感器参数 ψ 对谐波幅值和频率的影响关系.

3.3 霍尔传感器参数对谐波性能的影响分析

由式(23), ω_2 既是方程的解, 也对应着所产生谐波的角频率, 即谐波频率可表示为 $f_2 = \omega_2 / (2\pi)$. 这里定义变量 $\chi = (\pi - \arccos \zeta) / (1 - \zeta^2)^{1/2}$, 则式(24)可变换为

$$\omega_n = \frac{\chi}{\psi}. \quad (26)$$

进一步, 将式(26)代入(23), 可建立谐波频率 f_2 与霍尔传感器上升时间 ψ 的数学关系式, 有

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\psi} \left(\frac{\chi^4 R_O C}{\chi^2 R_O C - \lambda\psi^2} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

针对所产生谐波的幅值, 同理也以上升时间 ψ 作为霍尔传感器的关键参数, 分析两者的影响关系. 由式(25)可知, $G_s(j\omega_2)$ 是基于奈奎斯特稳定性判据 $G_s(j\omega) + 1/N(A) = 0$ 推导出的. 联合式(8), 即 $-1/N(A) = -\pi A/2$, 可进一步建立所对应的谐波幅值 A_2 与霍尔传感器上升时间 ψ 的数学关系式为

$$A_2 = \frac{\beta E R_O^2 C (\zeta \chi \psi + \lambda \psi^2)}{\pi \zeta^2 R_O^2 LC^2 \chi^2 - \pi \zeta^2 \psi^2 L (\lambda R_O C - 1)}. \quad (28)$$

这里进一步考虑到图1中的Buck变换器是工作在CCM模式下的, 因此在一个开关周期 T 内, 当电感电流 i_L 为临界连续时, 由文献[15]可得到变换器电感电流纹波临界值为

$$\Delta I_L = \left| \frac{1}{L} \int_0^{DT} v_L dt \right| = \frac{V_C}{EL f_{2\min}} (E - V_C) = \frac{2V_C}{R_O}. \quad (29)$$

其中: V_C 为输出电压 v_C 在一个周期内的平均值, $D = V_C/E$ 为占空比. 进而可推出Buck变换器在临界连续电流模式下的开关频率为

$$f_m = \frac{(E - V_C) R_O}{2EL}. \quad (30)$$

联合式(3)和(4)可知, 开关频率与系统的谐波频率成正比, 这意味着 f_m 对应着谐波频率 f_2 的最小值 $f_{2\min}$, 即需要约束谐波频率 $f_2 \geq f_m$. 因此, 联合式(27)和(30), 可进一步推导出霍尔传感器上升时间 ψ 的取值范围为

$$0 < \psi \leq \frac{EL}{\pi(E - V_C) R_O} \left(\frac{\chi^4 R_O C}{\chi^2 R_O C - \lambda\psi^2} \right)^{1/2}. \quad (31)$$

可见, 当SM控制器参数 λ 固定时, 由式(27)和(28)可建立霍尔传感器上升时间 ψ 与产生谐波频率(开关频率)和幅值的影响关系, 即谐波频率 f_2 随着上升时间 ψ 增大而减小; 幅值 A_2 随着 ψ 增大而增大.

综合以上滑模控制器参数 λ 和霍尔传感器上升时间 ψ 两者对Buck变换器谐波性能的量化分析, 特别注意: 1) 若调节SM控制器参数 $\lambda > \omega_n^2 R_O C$, 则由于理论已证明此情况下无谐波产生, 可视为Buck变换器一个较好抑制谐波的途径; 2) 若SM控制器参数

在 $0 < \lambda < \omega_n^2 R_O C$ 选取, 则式(30)和(31)推导出了在保证系统稳定和电路CCM工作前提下, 谐波频率最小值的限制条件, 进而可最终确定霍尔传感器上升时间 ψ 的取值范围, 这对控制器参数调节和霍尔传感器的选择具有重要的指导价值。

4 数值仿真

为验证SM控制器参数 λ 和霍尔传感器参数 ψ 对Buck变换器控制性能的影响, 图1中各电路参数选取见表1, 霍尔传感器选择ACS712, 利用Matlab/Simulink进行数值仿真, 其中设置仿真环境: 变步长, 最大仿真步长为 10^{-6} s。

表1 Buck变换器的电路参数

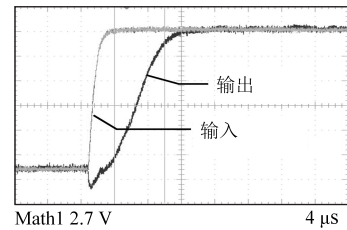
描述	参数	数值
输出电压/V	E	20
电感/mH	L	1
电容/mF	C	3.2
负载电阻/ Ω	R	10
分压电阻1/ Ω	R_1	10000
分压电阻2/ Ω	R_2	50000
参考输出电压/V	V_{ref}/β	10

首先基于实验建模法, 拟合出霍尔传感器的数学模型, 利用ACS712芯片手册所给的出厂测试数据^[4], 如图5(a)所示, 为霍尔传感器的输入-输出性能曲线, 通过GetData软件手动均匀采集200个数据点, 获取实验数据, 如图5(b)所示; 然后, 将其实验数据利用Matlab系统辨识工具箱进行拟合, 得到其传递函数

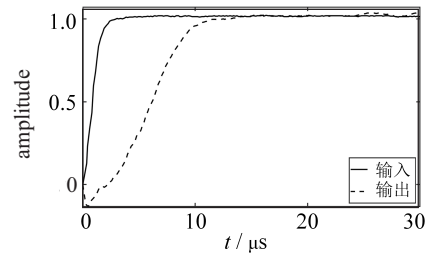
$$G_h(s) = \frac{2.235 \times 10^{11}}{s^2 + 6.691 \times 10^5 s + 2.251 \times 10^{11}} \quad (32)$$

通过对比式(14)和(32), 可推算出二阶系统模型的各项系数: 增益系数 $K = 0.993$, 符合式(22)要求 $K \cong 1$

的约束条件; 阻尼比 $\zeta = 0.705$; 振荡角频率 $\omega_n = 4.744 \times 10^5$ 。



(a) 芯片出厂测试数据

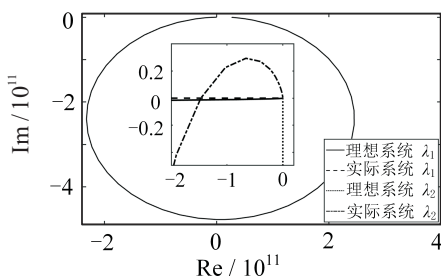


(b) 采集的测试数据

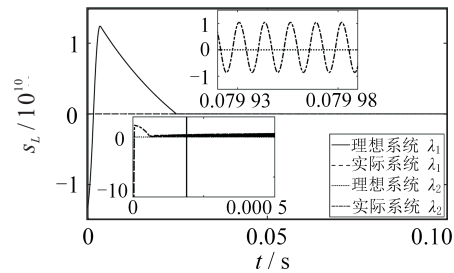
图5 霍尔传感器ACS712的性能曲线

1) SM控制器参数 λ 对系统性能影响。

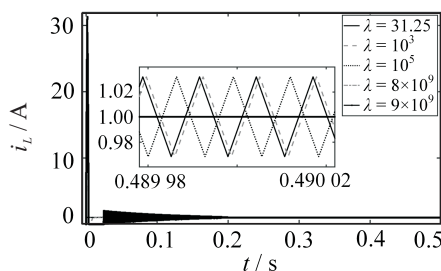
为方便表述, 本文将不含霍尔传感器的Buck变换器控制系统简称为“理想系统”, 将包含霍尔传感器的Buck变换器控制系统简称为“实际系统”。这里固定传感器参数 ψ 为 $6.647 \mu s$, 综合式(5)理想系统 $\lambda > 1/(R_O C)$, $0 < \lambda < 1/(R_O C)$ 的稳定工作区域和式(23)实际系统 $\lambda > \omega_n^2 R_O C$, $0 < \lambda < \omega_n^2 R_O C$ 的稳定工作区域, 由于 $1/(R_O C) = 31.25$, $\omega_n^2 R_O C = 7.973 \times 10^9$, 为此, 选取 $\lambda_1 = 31.25$ 、 $\lambda_2 = 8 \times 10^9$ 、 $\lambda_3 = 1000$ 、 $\lambda_4 = 10^5$ 和 $\lambda_5 = 9 \times 10^9$, 从有/无传感器、计及传感器情况下有/无谐波两方面来分析控制器参数 λ 对系统性能的影响, 仿真结果如图6所示。



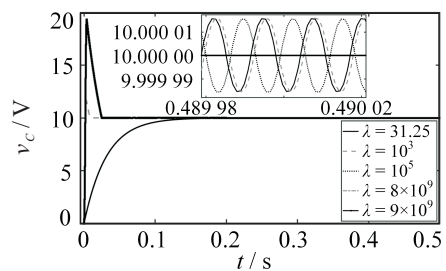
(a) 奈奎斯特曲线



(b) 滑模变量 s_L



(c) 实际系统电感电流 i_L



(d) 实际系统输出电压 v_C

图6 SM控制器参数 λ 对系统性能影响

图 6(a) 和 (b) 分别为理想和实际系统的奈奎斯特曲线 $G(j\omega)$ 、 $G_s(j\omega)$ 和滑模变量 s_L 的输出曲线, 这里只选取 $\lambda_1 = 31.25$ 和 $\lambda_2 = 8 \times 10^9$ 来对比分析传感器对系统的影响. 可见, 当控制器参数 $\lambda_1 > \omega_n^2 R_O C$ 时, $G(j\omega)$ 和 $G_s(j\omega)$ 均不包围 $-1/N(A)$ 曲线, 滑模变量 s_L 均存在超调现象, 这与当 ω_2 为虚根时的理论研究结果相符, 即有/无霍尔传感器都不会影响系统的稳定性, 也均不会产生谐波; 而当控制器参数 $0 < \lambda_2 < \omega_n^2 R_O C$ 时, 理想系统的 $G(j\omega)$ 不包围 $-1/N(A)$ 曲线, 滑模变量 s_L 平滑且无超调, 但对比实际系统, 滑模变量 s_L 却会出现振荡和超调, 其主要原因: 1) 在式 (12) 传感器作用下, Buck 变换器控制系统阶数从 2 增加到 4; 2) $G_s(j\omega)$ 与 $-1/N(A)$ 曲线相交, 这也与当 ω_2 为实根时的理论研究结果相符, 进而表明了传感器的存在确实会影响系统稳定性, 并可能会诱发谐波.

图 6(c) 和 (d) 分别对应于 SM 控制器参数 λ 取 31.25、1000、 10^5 、 8×10^9 和 9×10^9 五个值时实际系统的电感电流 i_L 和输出电压 v_C 的输出曲线, 用以系统谐波性能的分析. 由式 (23) 可知, $\lambda_2 = 8 \times 10^9$ 和

$\lambda_5 = 9 \times 10^9$ 对应 $\lambda > \omega_n^2 R_O C = 7.973 \times 10^9$ 情况下无谐波产生时 λ 的取值范围, 可见尽管在起始阶段电流 i_L 和电压 v_C 都存在超调量, 但却都无谐波产生, 与理论研究结果相符; 对比地, $\lambda_1 = 31.25$ 、 $\lambda_3 = 1000$ 和 $\lambda_4 = 10^5$ 三个值所对应理论推导的 λ 均有谐波范围. 以输出电压 v_C 为例, 对应谐波幅值和频率分别为 $1.6 \times 10^{-5} \text{ V}$ 与 78.74 kHz 、 $1.6 \times 10^{-5} \text{ V}$ 与 78.77 kHz 和 $1.6 \times 10^{-5} \text{ V}$ 与 78.77 kHz , 即 SM 控制器参数 λ 在保证系统稳定前提下, 对谐波的幅频特性影响不大.

2) 霍尔传感器参数 ψ 对系统性能影响.

固定选取 SM 控制器参数 $\lambda = 31.25$, 这是无霍尔传感器情况下, 保持 Buck 变换器 SM 控制系统性能最优的控制器参数值. 根据式 (31), 可计算出维持 Buck 变换器 CCM 工作模式下的霍尔传感器上升时间 ψ 最大值为 $211.3 \mu\text{s}$. 为对比不同 ψ 值对系统性能的影响, 根据 ACS712 芯片手册^[14], 另外再选取 $\psi = 6.647 \mu\text{s}$ 、 $32.09 \mu\text{s}$ 、 $88.18 \mu\text{s}$ 和 $291.26 \mu\text{s}$ 四个值进行仿真对比, 如图 7 和表 2 所示.

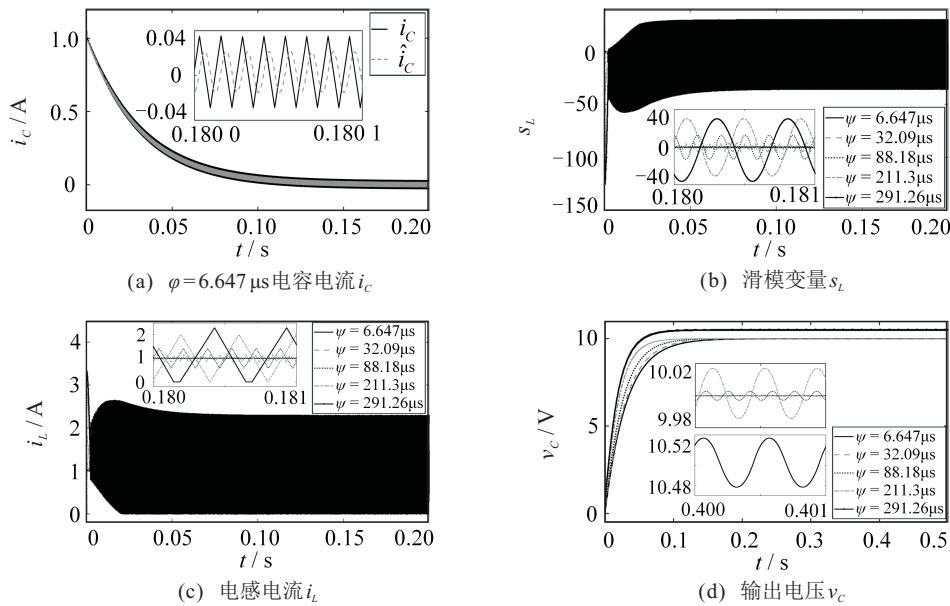


图 7 霍尔传感器参数 ψ 对系统性能的影响

表 2 ψ 取不同值时的系统输出谐波对比

上升时间 $\psi / \mu\text{s}$	理论谐波幅值 A_2	仿真谐波幅值 A_2	理论谐波频率 f_2 / kHz	仿真谐波频率 f_2 / kHz	输出电压稳态误差 / mV
6.647	0.94	0.96	79.45	78.74	0.032
32.09	4.55	4.62	16.46	16.18	0.741
88.18	12.51	12.67	5.99	5.88	5.59
211.3	30.03	29.99	2.50	2.50	31.3
291.26	41.44	32.99	1.81	1.99	48.6

图 7(a) 为 ψ 取 $6.647 \mu\text{s}$ 情况下, 霍尔传感器输入电容电流 i_C 和输出 \hat{i}_C 的仿真对比, 可见输出幅值降低, 且存在一定的时间延迟, 显然这与霍尔传感器的

未建模动态有关, 其谐波影响不可忽略. 图 7(b) 为 ψ 取 $6.647 \mu\text{s}$ 、 $32.09 \mu\text{s}$ 、 $88.18 \mu\text{s}$ 、 $211.3 \mu\text{s}$ 和 $291.26 \mu\text{s}$ 五个不同值情况下滑模变量 s_L 的仿真对比, 对应的

理论和仿真各项性能指标如表2所示. 可见与式(27)和(28)理论研究结果一致,即系统谐波的频率随 ψ 的增大而减小,幅值随 ψ 的增大而增大. 图7(c)和(d)为电感电流 i_L 和输出电压 v_C 的仿真结果对比,可见随着 ψ 的增大,电流和电压的谐波振荡幅值越来越大,稳态误差也越来越大,各项性能指标同样如表2所示. 值得注意的是, $\psi = 211.3 \mu\text{s}$ 是根据式(30)和(31)算出的维持Buck变换器电感电流临界连续的最大值,之后当 $\psi = 291.26 \mu\text{s}$ 时,电感电流 i_L 出现断续,所对应的稳态电压出现0.5 V左右的静差,这归因于此时Buck变换器工作已经处于断续状态,从而间接验证了式(30)推导的必要性和正确性.

5 结论

本文研究了霍尔传感器未建模动态对Buck变换器SM控制系统稳定性的影响,揭示了其诱发谐波的数学机理. 区别于忽略传感器未建模动态的常规Buck变换器建模方法,本文建立了变换器-传感器的联合数学模型;区别于基于Lyapunov稳定性整定SM控制器参数的传统做法,本文引入了描述函数法和奈奎斯特稳定性判据,从时域转移到频域进行分析,推导出控制器参数和传感器参数对系统谐波幅频性能的影响关系. 本文研究结果对Buck变换器控制系统的参数选择与整定具有重要的理论指导意义.

参考文献(References)

- [1] Wang Y M, Niu Z M, Yang M Y, et al. Stability of sliding mode controlled Buck converters with unmodelled dynamics of circuit elements and Hall sensor[J]. IET Power Electronics, 2021, 14(3): 602-613.
- [2] Levant A. Chattering analysis[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(6): 1380-1389.
- [3] Komurcugil H. Non-singular terminal sliding-mode control of DC-DC Buck converters[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(3): 321-332.
- [4] Oucheriah S, Guo L P. PWM-based adaptive sliding-mode control for boost DC-DC converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(8): 3291-3294.
- [5] Chan C Y. A nonlinear control for DC-DC power converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2007, 22(1): 216-222.
- [6] Zhao Y Z, Niu B, Wang H Q, et al. Adaptive neural tracking control of nonlinear nonstrict-feedback systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Access, 2019, 7: 90206-90214.
- [7] Lyu Z L, Liu Z, Xie K, et al. Adaptive fuzzy output-feedback control for switched nonlinear systems with stable and unstable unmodeled dynamics[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(8): 1825-1839.
- [8] Ma L, Zhang Y F, Yang X F, et al. Quasi-continuous second-order sliding mode control of Buck converter[J]. IEEE Access, 2018, 6: 17859-17867.
- [9] Lin L X, Liu Z, Kao Y G, et al. Observer-based adaptive control for a class of uncertain switched systems with time-delay: A sliding mode approach[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2020, 18(11): 2907-2916.
- [10] Bartolim G, Pisano A, Usai E. Global stabilization for nonlinear uncertain systems with unmodeled actuator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(11): 1826-1832.
- [11] Lee H, Utkin V I. Chattering suppression methods in sliding mode control systems[J]. Annual Reviews in Control, 2007, 31(2): 179-188.
- [12] Zuo Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(4): 545-552.
- [13] Sung G M, Wang W Y, Yu C P. Analysis and modeling of one-dimensional folded vertical Hall sensor with readout circuit[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(21): 6880-6887.
- [14] Allegro MicroSystems. ACS712 datasheet (PDF) — Allegro microsystem[Z]. <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/168326/ALLEGRO/ACS712.html>.
- [15] Luo F L, Ye H. Small signal analysis of energy factor and mathematical modeling for power DC-DC converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2007, 22(1): 69-79.

作者简介

王艳敏(1979—),女,讲师,博士,从事滑模控制、电力变换器非线性等研究, E-mail: wangyanmin@hit.edu.cn;

杨铭洋(1998—),男,硕士生,从事电力变换器非线性的研究, E-mail: 20S006104@stu.hit.edu.cn;

冯勇(1962—),男,教授,博士生导师,从事滑模与非线性控制、运动控制系统和计算机控制等研究, E-mail: yfeng@hit.edu.cn;

会鑫(2001—),男,本科生,从事电力变换器非线性的研究, E-mail: 1180610420@stu.hit.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)