

控制与决策

Control and Decision

基于事件驱动的多智能体有限时间分群一致控制

杨盼, 毕文豪, 张安

引用本文:

杨盼, 毕文豪, 张安. 基于事件驱动的多智能体有限时间分群一致控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(11): 2925–2933.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0162>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多智能体系统的事件触发无模型迭代学习双向一致性

Event-triggered model-free adaptive iterative learning bipartite consensus control for multi-agent systems

控制与决策. 2022, 37(10): 2552–2558 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0401>

基于非光滑采样控制算法的二阶有向多智能体系统的一致性

Consensus of second-order directed multi-agent system based on non-smooth sampled-data control algorithm

控制与决策. 2022, 37(11): 2897–2906 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0395>

状态时延和全状态约束下的多智能体系统自适应事件触发控制

Adaptive event-triggered control for multi-agent systems with state time-delays and full state constraints

控制与决策. 2022, 37(4): 892–902 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1046>

孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid

控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

基于事件驱动的多智能体有限时间分群一致控制

杨盼, 毕文豪[†], 张安

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘要: 针对二阶线性多智能体系统的分群一致控制问题, 考虑智能体通信拓扑同时包含协作和对抗关系, 提出一种基于事件驱动控制的有限时间分布式领航跟随分群一致性算法, 该算法可使多智能体系统在有限时间内实现分群一致, 即各子组内的智能体实现状态一致, 不同子组收敛至不同一致状态. 采用事件驱动控制机制, 设计事件驱动函数及事件触发条件, 降低智能体控制器更新频率, 减少系统能耗. 基于代数图论和李雅普诺夫稳定性理论推导出系统的有限时间稳定性条件, 通过巧妙构造 Lyapunov 函数, 给出系统有限收敛时间的显式估计, 同时证明在所提出的事件驱动机制下, 每个智能体相邻触发时间间隔有严格的正下界, 即避免了芝诺行为. 仿真实验验证了所提出的有限时间事件驱动分群一致控制算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 事件驱动控制; 有限时间稳定; 分群一致; 收敛时间估计; 芝诺行为避免

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0162

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 杨盼, 毕文豪, 张安. 基于事件驱动的多智能体有限时间分群一致控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2925-2933.

Finite-time group consensus for second-order multi-agent systems with event-triggered control

YANG Pan, BI Wen-hao[†], ZHANG An

(College of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Considering that the interaction topology among agents contains both cooperative and competitive relationships, the group consensus control problem for second-order multi-agent systems is investigated. A distributed finite-time leader-following group consensus algorithm based on event-triggered control mechanisms is proposed. The proposed control protocol can drive the second-order system to achieve group consensus within a finite settling time. Specifically speaking, agents in the same subgroup converge to an identical consensus value and converge to different ones if they belong to different subgroups. An event-triggered control mechanism is adopted to reduce the update frequency of the controller and further conserve energy consumption. The finite-time stability condition is derived based on the algebraic graph theory and the Lyapunov stability theory. An explicit estimation of the finite convergence time is deduced by subtly constructing the Lyapunov function. Rigorous proof shows that the lower bound of the two consecutive triggering time intervals is strictly positive, thus excluding the undesirable Zeno behavior. The simulation example illustrates the effectiveness of the theoretical results.

Keywords: multi-agent systems; event-triggered control; finite-time stability; group consensus; convergence time estimation; Zeno behavior free

0 引言

近年来,多智能体系统协同控制问题成为研究热点^[1],主要包括一致性控制^[2-3]、分布式优化^[4]、编队控制^[5]、蜂拥^[6]、聚集^[7]等.其中,一致性控制是基础,指通过设计分布式协议,使各智能体仅需与其邻居交互,达到系统状态一致的控制过程,其应用包括多机器人协同作业^[8]、多无人机编队生成及跟踪^[9-10]、分

布式电网电力分配^[11]、无线传感器网络覆盖控制^[12]等.为完成复杂任务,多智能体系统往往需要按照任务需求分成多个子组,实现组内状态一致,组间状态不同的效果,由此衍生出二部一致^[8-13]、尺度一致^[14]、分群一致^[15]等主题.

由于分群一致更能满足任务多样性需求,文献[16]针对一阶多智能体系统,研究了系统子组间状态

收稿日期: 2021-01-26; 录用日期: 2021-07-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62073267, 61903305); 航空科学基金项目(201905053001).

[†]通讯作者. E-mail: biwenhao@nwpu.edu.cn.

差值未知及已知条件下的分群一致问题,通过频域分析法证明了系统渐近稳定;文献[17]针对混合交互网络下的一阶多智能体系统,提出了针对固定和切换拓扑的分群一致控制算法;文献[18]研究了有向切换拓扑下多航天器系统的分组姿态协同控制问题,通过构造Lyapunov函数分析了系统的渐近稳定;考虑智能体间存在竞争关系及输入时延,文献[19]针对一阶/二阶混合多智能体系统,提出分群一致控制律,并通过频域分析及矩阵理论给出了系统收敛条件;文献[20]考虑输入限幅及速度不可测,提出基于牵制控制的分群一致控制算法,实现了系统渐近分群一致.上述文献^[16-20]提出的分群一致控制算法均实现了多智能体系统的渐近收敛,即各子群内智能体状态随时间趋于无穷收敛至不同一致性值.在实际应用中,渐近稳定往往由于收敛时间过长而无法完成任务的时效性需求,因此为提高一致收敛速度,同时提高系统的抗干扰性能,有限时间稳定理论得到应用.有限时间稳定是指系统状态在有限的时间阈值内收敛至稳定值,包括有限时间收敛和固定时间收敛^[21].为提高系统收敛速度,文献[22]研究了非线性动力学和有界不确定性下的一阶多智能体系统固定时间分群控制方法.考虑降低系统收敛时间,文献[23]针对有界干扰条件下一阶非线性多智能体系统,提出了基于牵制控制的固定时间分群一致协议,并通过Lyapunov函数法给出了系统的有限收敛时间上界.针对同时存在竞争和合作关系的一阶/二阶多智能体系统,文献[24]分别基于Lyapunov法和均质理论证明了一阶与二阶系统的有限时间分群一致,但并未给出二阶系统收敛时间的显式表达.

为进一步提高能源利用率,减少系统硬件资源浪费,事件驱动机制被引入到多智能体协同控制^[25].通过设计合理的事件触发函数,可大大降低系统控制器更新频率.文献[26]提出基于事件驱动和牵制控制的一/二阶异构多智能体系统分群一致控制方法,系统可在不连续通信条件下实现渐近分群一致;针对无领航者多智能体系统,考虑输入受限,文献[27]提出了基于事件驱动控制的分群一致控制律,同时给出了系统避免芝诺行为的条件;文献[28]针对拉格朗日系统,提出了基于事件驱动控制的分群一致算法,通过Lyapunov稳定性分析方法证明了系统渐近收敛.

综上,目前鲜有研究涉及二阶系统有限时间事件驱动分群一致控制问题.为提高系统收敛速度,同时降低系统控制器更新频率,本文针对一组同时包含协作与对抗关系的二阶多智能体系统,基于领航跟随框架,提出一种事件驱动的分布式有限时间分群一致

控制算法,使系统能在有限时间内实现分群一致.与文献[17,26-28]相比,实现了有限时间收敛意义下的事件驱动分群一致控制,系统收敛时间得到改善.采用李雅普诺夫函数法,设计事件驱动触发函数,推导系统的有限时间收敛条件.不同于文献[24]利用均质定理证明二阶多智能体系统的有限时间稳定性,通过设计合适的李雅普诺夫函数,本文给出系统有限收敛时间上界的显式估计.同时,与文献[18-20]相比,事件驱动控制的引入降低了智能体控制输入更新频率,系统能耗大大减小,且智能体两相邻事件触发时刻时间间隔有严格的正下界,避免了芝诺行为.

1 预备知识

采用如下符号定义: \mathbf{R} 、 \mathbf{R}^n 、 \mathbf{I}_n 分别表示实数集、 n 维欧氏空间及 n 维单位矩阵.对于任意实对称正定矩阵 S , S^T 表示其转置, S^{-1} 表示矩阵的逆, λ_{\max} 和 λ_{\min} 分别表示其最大和最小特征值. $\text{diag}(x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示对角元素为 x_1, \dots, x_n 的对角矩阵.给定向量 $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$,定义 $\text{sig}(x)^\alpha = [\text{sig}(x_1)^\alpha, \dots, \text{sig}(x_n)^\alpha]^T$, $\alpha > 0$ 且 $\text{sig}(x_i)^\alpha = |x_i|^\alpha \text{sgn}(x_i)$.其中: $\text{sgn}(\cdot)$ 表示标准符号函数. $\|\cdot\|$ 表示2-范数, \otimes 表示Kronecker积.

采用无向权重符号图 $G = \{V, E, A\}$ 描述 N 个多智能体间的信息交互关系. $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ 为跟随智能体节点集合; $E \subset V \times V$ 为边集合, $(v_j, v_i) \in E$ 表示智能体 i 能接收智能体 j 的状态信息; $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ 为图 G 的邻接矩阵,满足 $(v_j, v_i) \in E$,则 $a_{ij} = a_{ji} \neq 0$,否则 $a_{ij} = 0$,不考虑拓扑中存在自环,即 $a_{ii} = 0$.定义智能体 i 的邻居集为 $N_i = \{v_j | v_j \in V : (v_j, v_i) \in E\}$.图的入度矩阵为 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$.图的拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}]_{N \times N}$, $l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$,则有 $L = D - A$.若存在路径 $\{(v_{i1}, v_{i2}), (v_{i2}, v_{i3}), \dots, (v_{ir}, v_j)\}$ 使 v_i 到达 v_j ,则称 v_i 和 v_j 连通.若无向图中任意两节点均连通,则称图为连通图.若图 G 为无向连通图,则0是矩阵 L 的单值特征根,且其余特征根均大于0.

定义1 若 $V_1 \in V, E_1 \in E$,则称 $G_1 = \{V_1, E_1, A_1\}$ 为图 G 的一个子图.

连通图 G 包含 $N = n_1 + n_2$ 个节点,即 $V = \{1, \dots, n_1, n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2\}$.不失一般性,本文将连通图 $G = \{V, E, A\}$ 划分为两个子图,即 $G_1 = \{V_1, E_1, A_1\}, G_2 = \{V_2, E_2, A_2\}$,满足 $V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \emptyset$.为方便描述,假设子图 G_1 包含前 n_1 个节点,下标索引为 $V_1 = \{1, \dots, n_1\}$,子图 G_2 包含后

n_2 个节点,下标索引为 $V_2 = \{n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2\}$.

假设1 若 $j \in N_i$, 对于 $i, j \in G_1$ 或 $i, j \in G_2$, 有 $a_{ij} > 0$; 对于 $i \in G_1, j \in G_2$ 或 $i \in G_2, j \in G_1$, 有 $a_{ij} \neq 0$, 即同一子组内的智能体为合作关系, 不同子组间的智能体为竞争或合作关系. 同时, G_1, G_2 满足入度平衡原则, 即对于 $i \in G_1$, 有 $\sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} a_{ij} = 0$; 对于 $i \in G_2$, 有 $\sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} = 0$.

注1 本文中, 若子组间智能体存在信息交互, 则权重 a_{ij} 为正负值均可. 其中, 正值表示智能体间为合作关系, 负值则表示竞争关系. 同时, 系统满足入度平衡原则, 即子组外所有智能体的权重和为 $0^{[17]}$.

2 问题描述

多智能体系统包含 $N = n_1 + n_2$ 个跟随智能体, 划分为两个子组 G_1 和 G_2 , 每个子组存在一个领航者 $x_{0l}, l = 1, 2$. 子图 G_1 包含前 n_1 个跟随智能体节点, 下标为 $\{1, 2, \dots, n_1\}$, 子图 G_2 包含剩余 n_2 个跟随智能体, 下标表示为 $\{n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, N\}$.

领航者和跟随者的动力学可分别表示为如下二阶积分器模型:

$$\begin{cases} \dot{p}_{0l}(t) = v_{0l}(t), & l = 1, 2; \\ \dot{v}_{0l}(t) = u_{0l}(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_i(t) = v_i(t), & i = 1, 2, \dots, N. \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $p_i(t), v_i(t), u_i(t), p_{0l}(t), v_{0l}(t), u_{0l}(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别代表跟随智能体 i (领航智能体 x_{0l}) 在 m 维欧氏空间中的位置、速度和控制输入向量. 基于领航跟随框架, 给出二阶多智能体系统有限时间分群一致定义如下.

定义2 如果二阶多智能体系统 (2) 满足 $\lim_{t \rightarrow T} \|p_i(t) - p_{0l}(t)\| = 0, \lim_{t \rightarrow T} \|v_i(t) - v_{0l}(t)\| = 0$, 且当 $t > T$ 时, $p_i(t) = p_{0l}(t), v_i(t) = v_{0l}(t)$, 对于任意 $i \in G_l, l = 1, 2$, 均成立, 则称多智能体系统 (2) 在有限时间 T 内实现分群一致.

假设2 G 为连通图, 则子图 G_1, G_2 均连通, 对应拉普拉斯矩阵 L_1, L_2 半正定. 对于任意 $i \in G_l, l = 1, 2$, 其子组内的领航者 x_{0l} 全局可达, 即所有智能体都可通过无向连通路径获取其所在子组领航者的状态信息, 但无法获取另一子组的领航者状态信息.

引理1^[29] 对于系统 $\dot{x} = f(x), x \in U \subseteq \mathbf{R}^n, U$ 代表包含原点的开邻域. 假设存在 $V(x) : U \rightarrow \mathbf{R}$ 连续正定可微, 且满足 $\dot{V}(x) + cV(x)^\alpha \leq 0, x \in U \setminus \{0\}$, 其中 $c > 0, 0 < \alpha < 1$, 则原点为系统的有限时间平衡

点, 且系统有限收敛时间满足 $T \leq \frac{(V(x_0))^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)}$.

引理2^[30] 如果存在 $\delta_1, \delta_2, c > 0, p, q > 1$ 且满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 则有 $\delta_1 \delta_2 \leq c^p \frac{\delta_1^p}{p} + c^{-q} \frac{\delta_2^q}{q}$.

引理3^[31] 对于 $x_i \in \mathbf{R}$, 若 $\alpha \in [1, +\infty)$, 则 $(\sum_{i=1}^n |x_i|)^\alpha \geq \sum_{i=1}^n |x_i|^\alpha \geq n^{1-\alpha} (\sum_{i=1}^n |x_i|)^\alpha$; 若 $\alpha \in (0, 1]$, 则 $(\sum_{i=1}^n |x_i|)^\alpha \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^\alpha \leq n^{1-\alpha} (\sum_{i=1}^n |x_i|)^\alpha$.

3 事件驱动的有限时间分群一致控制策略

智能体 i 的事件驱动时刻表示为离散有序时间序列 $\{t_0^i = 0, t_1^i, \dots, t_k^i, t_{k+1}^i, \dots\}$. 对于 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 本文设计的有限时间事件驱动分群一致控制算法如下:

$$\begin{aligned} u_i(t) = & -k_1 \text{sig} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (p_i(t_k^i) - p_j(t_k^i)) + \right. \\ & \left. b_i (p_i(t_k^i) - p_{0l}(t_k^i)) \right]^{\alpha_1} - \\ & k_2 \text{sig} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_i(t_k^i) - v_j(t_k^i)) + \right. \\ & \left. b_i (v_i(t_k^i) - v_{0l}(t_k^i)) \right]^{\alpha_2} + u_{0l}(t_k^i). \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $k_1, k_2 > 0; 0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = \frac{2\alpha_1}{1+\alpha_1}$; 对于 $i \in G_1, l = 1$; 对于 $i \in G_2, l = 2$. b_i 表示牵制控制算子, 如果智能体 i 可与其所在子组领航者通信, 即智能体 i 能直接获取其所在子组领航者状态信息, 则 $b_i = 1$, 否则 $b_i = 0$.

定义牵制增益矩阵

$$\begin{aligned} B &= \text{diag}(B_1, B_2), \\ B_1 &= \text{diag}(b_1, \dots, b_{n_1}), \\ B_2 &= \text{diag}(b_{n_1+1}, \dots, b_N). \end{aligned}$$

如果假设2成立, 则 $L_1 + B_1$ 和 $L_2 + B_2$ 均为对称正定矩阵.

为描述方便, 对于智能体 i , 定义位置跟踪误差向量

$$\tilde{p}_i = p_i(t) - p_{0l}(t),$$

速度跟踪误差向量

$$\tilde{v}_i = v_i(t) - v_{0l}(t),$$

联合位置跟踪误差向量

$$r_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (p_i(t) - p_j(t)) + b_i (p_i(t) - p_{0l}(t)),$$

联合速度跟踪误差向量

$$q_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_i(t) - v_j(t)) + b_i (v_i(t) - v_{0l}(t)).$$

定义

$$\tilde{P} = [\tilde{p}_1^T, \dots, \tilde{p}_N^T]^T, \tilde{V} = [\tilde{v}_1^T, \dots, \tilde{v}_N^T]^T, \\ \tilde{R} = [\tilde{r}_1^T, \dots, \tilde{r}_N^T]^T, \tilde{Q} = [\tilde{q}_1^T, \dots, \tilde{q}_N^T]^T.$$

其中

$$\tilde{p}_i = [\tilde{p}_{i1}, \dots, \tilde{p}_{im}]^T, \tilde{v}_i = [\tilde{v}_{i1}, \dots, \tilde{v}_{im}]^T, \\ \tilde{r}_i = [\tilde{r}_{i1}, \dots, \tilde{r}_{im}]^T, \tilde{q}_i = [\tilde{q}_{i1}, \dots, \tilde{q}_{im}]^T.$$

则基于假设1和假设2,有

$$R = (H \otimes I_m)\tilde{P}, Q = (H \otimes I_m)\tilde{V}.$$

H 定义为

$$H = L(G) + B = \begin{bmatrix} L_1 + B_1 & -A_{12} \\ -A_{21} & L_2 + B_2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中: L_1 、 L_2 分别代表子图 G_1 、 G_2 的拉普拉斯矩阵; $A_{12} = [a_{ij}]_{n_1 \times n_2}, i \in G_1, j \in G_2; A_{21} = [a_{ij}]_{n_2 \times n_1}, i \in G_2, j \in G_1$. 如果假设1和假设2同时满足,则矩阵 H 正定^[24].

定义测量误差分别为

$$\varphi_i^r = \text{sig}(r_i(t_k^i))^{\alpha_1} - \text{sig}(r_i(t))^{\alpha_1}, \\ \varphi_i^q = \text{sig}(q_i(t_k^i))^{\alpha_2} - \text{sig}(q_i(t))^{\alpha_2}, \\ \varphi_i^c = u_{0i}(t_k^i) - u_{0i}(t).$$

同样地,向量形式表示为

$$\varphi^r = [\varphi_1^r, \dots, \varphi_N^r]^T, \\ \varphi^q = [\varphi_1^q, \dots, \varphi_N^q]^T, \\ \varphi^c = [\varphi_1^c, \dots, \varphi_N^c]^T.$$

其中

$$\varphi_i^r = [\varphi_{i1}^r, \dots, \varphi_{im}^r]^T, \\ \varphi_i^q = [\varphi_{i1}^q, \dots, \varphi_{im}^q]^T, \\ \varphi_i^c = [\varphi_{i1}^c, \dots, \varphi_{im}^c]^T.$$

基于上述变量代换及控制协议(3),误差系统动力学可表示为如下向量形式:

$$\dot{R} = Q, \\ \dot{Q} = -(H \otimes I_m)[k_1 \text{sig}(R)^{\alpha_1} + \\ k_2 \text{sig}(Q)^{\alpha_2} + k_1 \varphi^r + k_2 \varphi^q + \varphi^c]. \quad (5)$$

事件驱动函数设计如下:

$$t_i(t) = \|k_1 \varphi_i^r(t)\| + \|k_2 \varphi_i^q(t)\| + \\ \|\varphi_i^c(t)\| - \xi k_2 \|\text{sig}(q_i(t))^{\alpha_2}\|, \quad (6)$$

其中事件驱动调节参数 $\xi \in (0, 1]$. 事件驱动条件定义为

$$t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i, t_i(t) > 0\}.$$

注2 基于事件驱动函数(6),本文的事件驱动控

制机制如下:当 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时,各智能体监测其事件驱动条件是否满足,在智能体控制输入不更新的情况下,智能体上一触发时刻与当前时刻状态差值将不断累积,测量误差不断增大,当某个智能体事件驱动条件满足时,即 $t_i(t) > 0$,各智能体在同一时刻 $t = t_{k+1}^i$ 进行采样,按照式(3)进行控制器更新,并将自身状态进行广播,同时将各测量误差置零,重复上述步骤,等待下一事件触发时刻.另外,可以通过调节参数 ξ 来改变控制器更新频率.

首先给出定理1,证明系统在控制协议(3)及事件驱动函数(6)作用下能实现有限时间分群一致;然后给出定理2,证明在所提出的事件驱动机制下,系统不存在芝诺行为.

定理1 考虑假设1和假设2均成立,若存在

$$0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = \frac{2\alpha_1}{1 + \alpha_1},$$

$$1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} > 0,$$

$$k_1 > k_2(mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}}(\xi + N) \frac{c^{1+\alpha_1}}{1 + \alpha_1},$$

$$k_1 >$$

$$2^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}} \left(\sqrt{\frac{2}{\lambda_{\min}}} \frac{\theta \lambda_{\max}(1 + \alpha_1)}{3 + \alpha_1} \right)^{1+\alpha_1} (1 + \alpha_1)^{\frac{1-\alpha_1}{3+\alpha_1}},$$

$$\frac{k_2(3 + \alpha_1)}{2(1 + \alpha_1)} (1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}) \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \right)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} >$$

$$\theta k_2(mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}}(\xi + N) \frac{\alpha_1 c^{-\frac{1+\alpha_1}{\alpha_1}}}{1 + \alpha_1} + \theta \lambda_{\max},$$

则系统(2)能实现有限时间分群一致收敛,且收敛时间上界为

$$T \leq \frac{\beta^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}}(3 + \alpha_1)}{\omega(1 - \alpha_1)} V^{\frac{1-\alpha_1}{3+\alpha_1}}(0).$$

其中: c 、 θ 为任意正常数, λ_{\max} 、 λ_{\min} 分别为矩阵 H^{-1} 的最大及最小特征值.

证明 设计如下Lyapunov函数:

$$V_1(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \int_0^{r_{ij}} k_1 \text{sig}(x)^{\alpha_1} dx + \\ \frac{1}{2} Q^T H^{-1} \otimes I_m Q. \quad (7)$$

对式(7)求导得

$$\dot{V}_1(t) = \\ k_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \text{sig}(r_{ij})^{\alpha_1} \dot{r}_{ij} + Q^T H^{-1} \otimes I_m \dot{Q} = \\ -k_2 \sum_{i=1}^N q_i^T \text{sig}(q_i)^{\alpha_2} - \sum_{i=1}^N q_i^T (k_1 \varphi_i^r + k_2 \varphi_i^q + \varphi_i^c) \leq \\ \sum_{i=1}^N \|q_i\| (\|k_1 \varphi_i^r\| + \|k_2 \varphi_i^q\| + \|\varphi_i^c\|) -$$

$$\begin{aligned}
 & k_2 \sum_{i=1}^N q_i^T \text{sig}(q_i)^{\alpha_2} \leq \\
 & \xi k_2 \sum_{i=1}^N \|q_i\| \|\text{sig}(q_i)^{\alpha_2}\| - k_2 \sum_{i=1}^N q_i^T \text{sig}(q_i)^{\alpha_2} \leq \\
 & -k_2(1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}) \sum_{i=1}^N \|q_i\|^{\alpha_2+1}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

由 $k_2 > 0, 1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} > 0$, 得 $\dot{V}_1(t) < 0$, 误差系统(5) 渐近稳定.

为了进一步证明系统有限时间收敛, 构造如下 Lyapunov 函数:

$$V(t) = V_1(t)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \theta R^T(H^{-1} \otimes I_m)Q, \tag{9}$$

其中 $\theta > 0$ 为任意正常数. 应用引理 2 和引理 3, 分别有

$$\begin{aligned}
 & V_1(t)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \geq \\
 & \left(k_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m \int_0^{r_{ij}} \text{sig}(x)^{\alpha_1} dx \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \\
 & \left(\frac{1}{2} Q^T(H^{-1} \otimes I_m)Q \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \geq \\
 & \left(\frac{k_1}{1+\alpha_1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m |r_{ij}|^{\alpha_1+1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \\
 & \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \|Q\|^2 \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \geq \\
 & \left(\frac{k_1}{1+\alpha_1} \|R\|^{1+\alpha_1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \|Q\|^2 \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \theta R^T(H^{-1} \otimes I_m)Q \geq \\
 & -\theta \lambda_{\max} \|R\| \|Q\| \geq \\
 & -\theta \lambda_{\max} \left(\frac{2}{3+\alpha_1} h^{\frac{3+\alpha_1}{2}} \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \right. \\
 & \left. \frac{1+\alpha_1}{3+\alpha_1} h^{-\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \right), \tag{11}
 \end{aligned}$$

其中 h 为任意正常数. 综合式(10)和(11), 可得

$$\begin{aligned}
 & V(t) \geq \\
 & \left(\left(\frac{k_1}{1+\alpha_1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} - \frac{2\theta \lambda_{\max}}{3+\alpha_1} h^{\frac{3+\alpha_1}{2}} \right) \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \\
 & \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} - \frac{\theta \lambda_{\max}(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1} h^{-\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \right) \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}}. \tag{12}
 \end{aligned}$$

为了确保式(12)中两项系数均大于 0, 即 $V(t)$ 正定, 需满足

$$\begin{aligned}
 & k_1 > \\
 & 2^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}} \left(\sqrt{\frac{2}{\lambda_{\min}}} \frac{\theta \lambda_{\max}(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1} \right)^{1+\alpha_1} (1+\alpha_1)^{\frac{1-\alpha_1}{3+\alpha_1}}.
 \end{aligned}$$

进一步, 对 $V(t)$ 求导, 得

$$\dot{V}(t) =$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)} V_1(t)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \dot{V}_1(t) + \\
 & \theta Q^T(H^{-1} \otimes I_m)Q + \theta R^T(H^{-1} \otimes I_m)\dot{Q} \leq \\
 & -\frac{k_2(3+\alpha_1)}{2(1+\alpha_1)} (1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}) \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \right)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \|Q\|^2 + \\
 & \theta \lambda_{\max} \|Q\|^2 - \theta k_1 \|R\|^{\alpha_1+1} + \\
 & \theta k_2 (mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} (\xi + N) \|R\| \|Q\|^{\alpha_2} \leq \\
 & -\frac{k_2(3+\alpha_1)}{2(1+\alpha_1)} (1 - \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}) \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \right)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \|Q\|^2 + \\
 & \theta \lambda_{\max} \|Q\|^2 - \theta k_1 \|R\|^{\alpha_1+1} + \theta k_2 (mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} (\xi + \\
 & N) \left(\frac{c^{1+\alpha_1}}{1+\alpha_1} \|R\|^{\alpha_1+1} + \frac{\alpha_1 c^{-\frac{1+\alpha_1}{\alpha_1}}}{1+\alpha_1} \|Q\|^2 \right) \leq \\
 & -\left(\theta k_1 - \theta k_2 (mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} (\xi + \right. \\
 & N) \frac{c^{1+\alpha_1}}{1+\alpha_1} \left. \right) \|R\|^{\alpha_1+1} - \left(\frac{k_2(3+\alpha_1)}{2(1+\alpha_1)} (1 - \right. \\
 & \xi m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}) \left(\frac{\lambda_{\min}}{2} \right)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} - \theta k_2 (mN)^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} (\xi + \\
 & N) \frac{\alpha_1 c^{-\frac{1+\alpha_1}{\alpha_1}}}{1+\alpha_1} - \theta \lambda_{\max} \left. \right) \|Q\|^2 = \\
 & -\omega_1 \|R\|^{\alpha_1+1} - \omega_2 \|Q\|^2 \leq \\
 & -\omega (\|R\|^{\alpha_1+1} + \|Q\|^2). \tag{13}
 \end{aligned}$$

其中: c 为任意正常数, $\omega = \min(\omega_1, \omega_2)$. 由 $\omega_1, \omega_2 > 0$, 有 $\dot{V}(t) < 0$.

同理, 应用引理 2 和引理 3, 可以导出

$$\begin{aligned}
 & V_1(t)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \leq \\
 & 2^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \left(\frac{k_1}{1+\alpha_1} \sum_{i=1}^N |r_i|^{\alpha_1+1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \\
 & \frac{1}{2} \lambda_{\max}^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \leq \\
 & 2^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \left(\frac{k_1 N^{\frac{1-\alpha_1}{2}}}{1+\alpha_1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \\
 & \frac{1}{2} \lambda_{\max}^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}}, \tag{14}
 \end{aligned}$$

及

$$\begin{aligned}
 & \theta R^T(H^{-1} \otimes I_m)Q \leq \\
 & \theta \lambda_{\max} \|R\| \|Q\| \leq \\
 & \frac{2\theta \lambda_{\max}}{3+\alpha_1} h^{\frac{3+\alpha_1}{2}} \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \\
 & \frac{(1+\alpha_1)\theta \lambda_{\max}}{3+\alpha_1} h^{-\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

综合式(14)和(15), 得到

$$\begin{aligned}
 & V(t) \leq \\
 & \left[2^{\frac{1-\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} \left(\frac{k_1 N^{\frac{1-\alpha_1}{2}}}{1+\alpha_1} \right)^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{2\theta\lambda_{\max} h_2^{\frac{3+\alpha_1}{2}}}{3+\alpha_1} \right] \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \left(\frac{1}{2}\lambda_{\max}^{\frac{3+\alpha_1}{2(1+\alpha_1)}} + \right. \\ & \left. \frac{(1+\alpha_1)\theta\lambda_{\max} h_2^{-\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}}}{3+\alpha_1} \right) \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} = \\ & \beta_1 \|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \beta_2 \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}} \leq \\ & \beta (\|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}}), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\beta = \max(\beta_1, \beta_2)$. 综合式(13), 进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) & \leq \\ & -\omega(\|R\|^{\alpha_1+1} + \|Q\|^2) = \\ & -\omega(\|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2} \frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}} + \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1} \frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}}) \leq \\ & -\omega(\|R\|^{\frac{3+\alpha_1}{2}} + \|Q\|^{\frac{3+\alpha_1}{1+\alpha_1}})^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}} \leq \\ & -\omega \left(\frac{V(t)}{\beta} \right)^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}}. \end{aligned} \quad (17)$$

基于引理1, 误差系统(5)满足有限时间稳定性条件, 即 R 和 Q 会在有限时间内收敛至0, 且收敛时间满足

$$T \leq \frac{\beta^{\frac{2(1+\alpha_1)}{3+\alpha_1}} (3+\alpha_1)}{\omega(1-\alpha_1)} V(0)^{\frac{1-\alpha_1}{3+\alpha_1}}.$$

考虑到 $R = (H \otimes I_m)\tilde{P}, Q = (H \otimes I_m)\tilde{V}$, 且矩阵 H 正定, 意味着 \tilde{p}_i, \tilde{v}_i 会在有限时间 T 内收敛至0. 由定义2可知, 多智能体系统(2)在设计控制算法及事件驱动条件下, 能实现有限时间分群一致. \square

注3 注意到, 文献[24]通过构造均质系统, 应用均质定理证明了二阶多智能体系统的有限时间稳定性, 但该方法无法给出二阶系统收敛时间的具体表达, 本文通过巧妙构造Lyapunov函数, 给出系统有限收敛时间的显式估计.

定理2 在事件驱动函数(6)及设计的事件驱动条件下, 所有智能体两相邻事件触发时刻存在严格正下界, 系统不存在芝诺行为.

证明 当系统未收敛至一致状态时, $r_i(t) \neq 0, q_i(t) \neq 0$. 对于 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 有

$$\begin{aligned} & \|k_1\dot{\varphi}_i^r(t)\| + \|k_2\dot{\varphi}_i^q(t)\| + \|\dot{\varphi}_i^c(t)\| = \\ & \|k_1\text{sig}(\dot{r}_i(t))^{\alpha_1}\| + \|k_2\text{sig}(\dot{q}_i(t))^{\alpha_2}\| + \|\dot{u}_{0i}(t)\| \leq \\ & k_1 m^{\frac{1-\alpha_1}{2}} \|q_i(t)\|^{\alpha_1} + k_2 m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} \|\dot{q}_i(t)\|^{\alpha_2} + \|\dot{u}_{0i}(t)\|. \end{aligned} \quad (18)$$

当 $t = t_k^i$ 时, 测量误差 $\|\varphi_i^r(t_k^i)\| = 0, \|\varphi_i^q(t_k^i)\| = 0, \|\varphi_i^c(t_k^i)\| = 0$, 则有

$$\begin{aligned} & \|k_1\varphi_i^r(t)\| + \|k_2\varphi_i^q(t)\| + \|\varphi_i^c(t)\| = \\ & \int_{t_k^i}^t (\|k_1\dot{\varphi}_i^r(t)\| + \|k_2\dot{\varphi}_i^q(t)\| + \|\dot{\varphi}_i^c(t)\|) dt \leq \\ & k_1 m^{\frac{1-\alpha_1}{2}} \int_{t_k^i}^t \|q_i(t)\|^{\alpha_1} dt + \int_{t_k^i}^t \|\dot{u}_{0i}(t)\| dt + \\ & k_2 m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} \int_{t_k^i}^t \|\dot{q}_i(t)\|^{\alpha_2} dt \leq \end{aligned}$$

$$3\delta_1 \int_{t_k^i}^t \delta_2 dt = 3\delta_1 \delta_2 (t - t_k^i). \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta_1 & = \max(k_1 m^{\frac{1-\alpha_1}{2}}, k_2 m^{\frac{1-\alpha_2}{2}}, 1), \\ \delta_2 & = \max(\|q_i(t)\|^{\alpha_1}, \|\dot{q}_i(t)\|^{\alpha_2}, \|\dot{u}_{0i}(t)\|). \end{aligned}$$

当尚未达到分群一致状态时, 有 $\|q_i(t)\|^{\alpha_2} > 0$. 根据事件驱动函数(6)及事件驱动条件, 当事件被触发时有

$$\begin{aligned} & 3\delta_1 \delta_2 (t_{k+1}^i - t_k^i) \geq \\ & \|k_1\varphi_i^r(t)\| + \|k_2\varphi_i^q(t)\| + \|\varphi_i^c(t)\| > \\ & \xi k_2 m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} \|q_i(t)\|^{\alpha_2} > 0. \end{aligned} \quad (20)$$

由此证明

$$t_{k+1}^i - t_k^i > \frac{\xi k_2 m^{\frac{1-\alpha_2}{2}} \|q_i(t)\|^{\alpha_2}}{3\delta_1 \delta_2} > 0, \quad (21)$$

即两相邻触发时刻时间间隔有严格的正下界, 系统不存在芝诺行为. \square

4 算例

为了验证本文提出的控制协议及事件驱动机制的有效性, 进行数值仿真. 多智能体系统组成及通信拓扑如图1所示, 无向边表示智能体间存在信息交互, 数字代表交互权重, 权重值为正表示智能体间为合作关系, 权重为负表示智能体间为竞争关系.

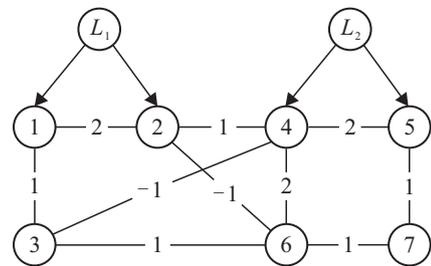


图1 多智能体系统竞争合作通信拓扑结构

由图1可知, 智能体1和智能体2可接收领航者 L_1 的状态信息, 智能体4和智能体5可接收领航者 L_2 的状态信息, 即 $b_1, b_2, b_4, b_5 = 1, b_3, b_6, b_7 = 0$. 由定义1及假设1, 子组 $G_1 = \{1, 2, 3\}$, 领航者为 L_1 ; 子组 $G_2 = \{4, 5, 6, 7\}$, 领航者为 L_2 . G_1 和 G_2 满足入度平衡原则.

考虑多智能体系统在三维欧氏空间中运动. 各智能体初始位置及速度信息如表1所示, 领航者控制输入分别为 $u_{01}(t) = [0.5 \sin t + \cos t, 1.5 \cos t, 1.5 \sin t], u_{02}(t) = [\sin t, \cos t, \cos t + \sin t]$. 控制增益 $k_1 = 10, k_2 = 5, \alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = \frac{2\alpha_1}{1+\alpha_1}$, 事件驱动控制参数 $\xi = 0.91$. 基于分群一致控制律(3)及事件驱动控制条件(6), 仿真结果如图2~图5所示.

表1 多智能体系统初始状态

序号	x_0/m	y_0/m	z_0/m	$v_{0x}/(m/s)$	$v_{0y}/(m/s)$	$v_{0z}/(m/s)$
L_1	7	9	-8	-1	2	-4
L_2	9	3	-8	2	-5	-2
x_1	-5	1	10	-5	-4	4
x_2	10	-7	10	2	-2	5
x_3	10	0	6	-5	-1	-1
x_4	-8	-2	9	3	3	-3
x_5	6	10	3	0	-1	2
x_6	-10	7	9	2	3	-2
x_7	4	5	5	2	2	-4

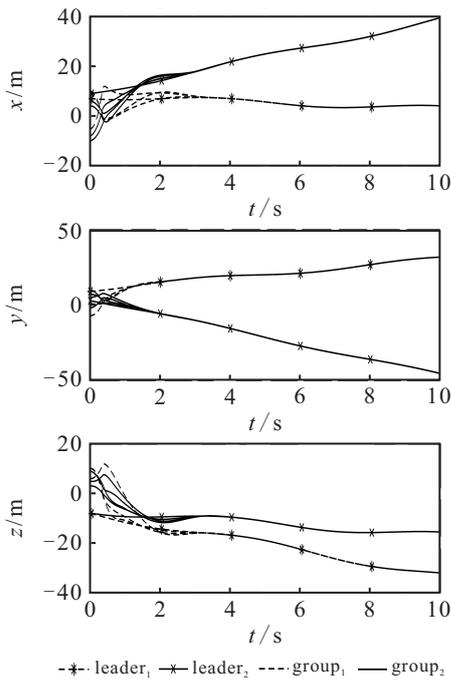


图2 多智能体系统分群位置跟踪一致性

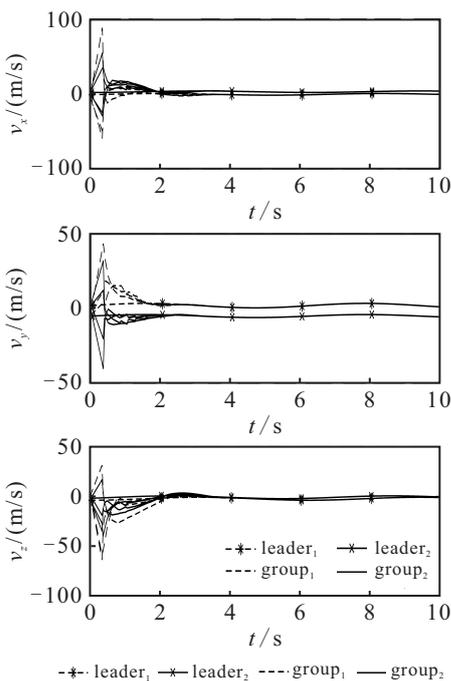


图3 多智能体系统分群速度跟踪一致性

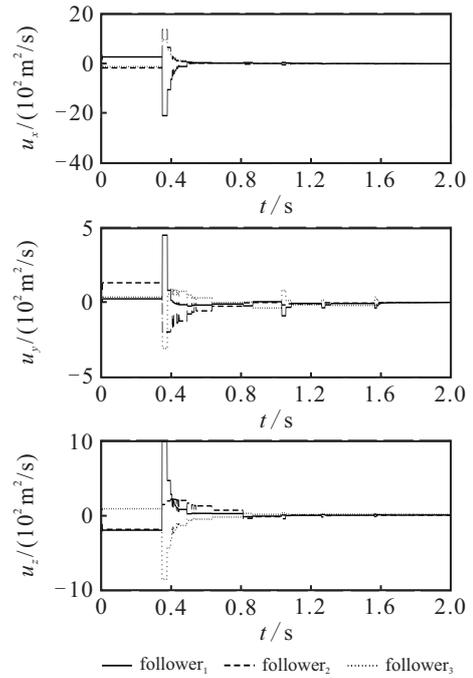


图4 多智能体系统分组1事件驱动控制输入

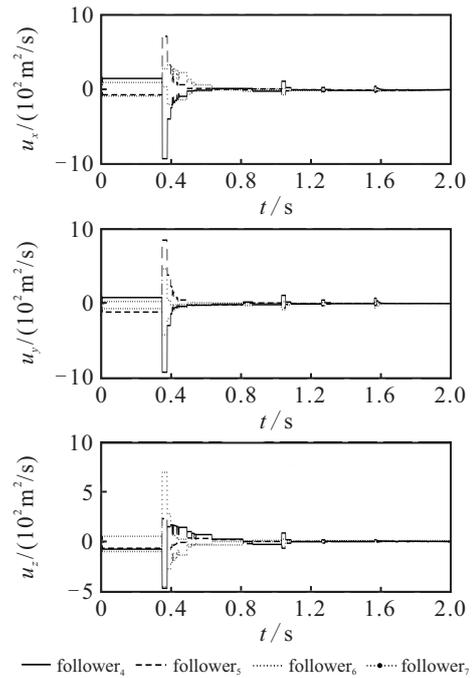


图5 多智能体系统分组2事件驱动控制输入

图2和图3分别给出了多智能体系统的位置和速度跟踪曲线. 可以看出, 各子组内的智能体均在有限时间内跟踪到了其子组内领航者的运动轨迹, 由此证明在满足定理1给出的代数条件下, 所提出的有限时间分群一致性控制算法(3)能使多智能体系统(2)实现竞争和合作关系共存下的分群一致, 同时系统稳定时间大大减小.

图4和图5分别给出了子组 G_1 和 G_2 的控制输入变化曲线. 可以看出, 在设计的事件驱动函数(6)及事件驱动条件下, 各智能体的控制输入更新频率明显降

低,与控制输入连续更新相比,系统能耗减少.

5 结论

本文研究了基于事件驱动的二阶多智能体系统有限时间分群一致控制问题,多智能体间信息交互同时存在合作竞争关系.在领航跟随模式下,提出了基于事件驱动的有限时间分群一致控制算法,使系统在有限时间内分群收敛到不同的一致性值.通过构造Lyapunov函数及应用代数图论,给出了系统收敛时间的显式估计.事件驱动机制的引入降低了系统控制器更新频率,进而降低系统能耗.两相邻事件驱动时刻时间间隔存在严格的正下界,系统不存在芝诺行为.本文的理论结果能够为合作-竞争型多智能体系统分群控制及其进一步应用提供理论保证.

参考文献(References)

- [1] Shi P, Yan B. A survey on intelligent control for multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(1): 161-175.
- [2] 闫实, 吴修振, 王帅磊, 等. 有向切换拓扑下非线性多智能体系统的一致性控制[J]. *航空学报*, 2020, 41(S2): 171-180.
(Yan S, Wu X Z, Wang S L, et al. Consensus of nonlinear multi-agent systems with directed switching topologies[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(S2): 171-180.)
- [3] Liu Y F, Su H S, Zeng Z G. Second-order consensus for multiagent systems with switched dynamics[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(6): 4105-4122.
- [4] 赵中原, 陈刚. 基于事件驱动的二次凸优化问题分布式优化算法[J]. *控制与决策*, 2019, 34(8): 1635-1644.
(Zhao Z Y, Chen G. Distributed event-triggered algorithm for quadratic convex optimization problem[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(8): 1635-1644.)
- [5] Kamel M A, Yu X, Zhang Y M. Formation control and coordination of multiple unmanned ground vehicles in normal and faulty situations: A review[J]. *Annual Reviews in Control*, 2020, 49: 128-144.
- [6] Yang Y Z, Yang H Y, Liu F, et al. Optimal control of distributed multiagent systems with finite-time group flocking[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2020, 35(9): 1416-1432.
- [7] Dong Y, Xu S Y. Rendezvous with connectivity preservation problem of linear multiagent systems via parallel event-triggered control strategies[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(6): 2725-2734.
- [8] Ding T F, Ge M F, Xiong C H, et al. Second-order bipartite consensus for networked robotic systems with quantized-data interactions and time-varying transmission delays[J]. *ISA Transactions*, 2021, 108: 178-187.
- [9] 李国飞, 朱国梁, 吕金虎, 等. 主-从多飞行器三维分布式协同制导方法[J]. *航空学报*, 2021, 42(11): 229-238.
(Li G F, Zhu G L, Lv J H, et al. Three-dimensional distributed cooperative guidance law for multiple leader-following flight vehicles[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(11): 229-238.)
- [10] Vászárhelyi G, Virágh C, Somorjai G, et al. Optimized flocking of autonomous drones in confined environments[J]. *Science Robotics*, DOI: 10.1126/scirobotics.aat3536.
- [11] Pourbabak H, Alsafasfeh Q, Su W C. A distributed consensus-based algorithm for optimal power flow in DC distribution grids[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2020, 35(5): 3506-3515.
- [12] Wang H, Chen L Q, Li M, et al. Consensus-based clock synchronization in wireless sensor networks with truncated exponential delays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 1425-1438.
- [13] 邵海滨, 潘鹿鹿, 席裕庚, 等. 符号网络下多智能体系统二分一致性的牵制控制问题[J]. *控制与决策*, 2019, 34(8): 1695-1701.
(Shao H B, Pan L L, Xi Y G, et al. Leader-following bipartite consensus of multi-agent systems under signed networks[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(8): 1695-1701.)
- [14] Wu X H, Mu X W. Practical scaled consensus for nonlinear multiagent systems with input time delay via a new distributed integral-type event-triggered scheme[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2021, 40: 100995.
- [15] 曹然, 梅杰. 有向图中网络Euler-Lagrange系统无需相对速度信息的群一致性[J]. *自动化学报*, 2018, 44(1): 44-51.
(Cao R, Mei J. Group consensus for networked Euler-Lagrangian systems under a directed graph without relative velocity information[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(1): 44-51.)
- [16] 王伟, 刘付显, 徐浩. 基于记忆状态的多智能体系统快速分组一致性[J]. *控制与决策*, 2017, 32(3): 535-540.
(Wang W, Liu F X, Xu H. Fast group consensus of multi-agent systems based on memory states[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(3): 535-540.)
- [17] Hu A H, Park J H, Cao J D. Group consensus of multi-agent networks with hybrid interactions[J]. *Neurocomputing*, 2020, 404: 267-275.
- [18] 周绍磊, 王帅磊, 刘伟. 有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(10): 2389-2398.
(Zhou S L, Wang S L, Liu W. Group attitude coordinated

- control of multi-spacecraft with directed switching topologies[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(10): 2389-2398.)
- [19] Ji L H, Yu X H, Li C J. Group consensus for heterogeneous multiagent systems in the competition networks with input time delays[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(11): 4655-4663.
- [20] Li X B, Yu Z H, Li Z W, et al. Group consensus via pinning control for a class of heterogeneous multi-agent systems with input constraints[J]. *Information Sciences*, 2021, 542: 247-262.
- [21] 刘洋, 井元伟, 刘晓平, 等. 非线性系统有限时间控制研究综述[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(1): 1-12.
(Liu Y, Jing Y W, Liu X P, et al. Survey on finite-time control for nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 1-12.)
- [22] Shang Y L. Fixed-time group consensus for multi-agent systems with non-linear dynamics and uncertainties[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(3): 395-404.
- [23] Hao L L, Zhan X S, Wu J, et al. Fixed-time group consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 19(1): 200-208.
- [24] Yang Y Z, Yang H Y, Liu F. Finite-time group consensus of distributed multiagent systems based on competition mechanism[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 1-8.
- [25] 杨彬, 周琪, 曹亮, 等. 具有指定性能和全状态约束的多智能体系统事件触发控制[J]. *自动化学报*, 2019, 45(8): 1527-1535.
(Yang B, Zhou Q, Cao L, et al. Event-triggered control for multi-agent systems with prescribed performance and full state constraints[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(8): 1527-1535.)
- [26] Li K Y, Ji L H, Yang S S, et al. Couple-group consensus of cooperative-competitive heterogeneous multiagent systems: A fully distributed event-triggered and pinning control method[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(6): 4907-4915.
- [27] Hu A H, Cao J D, Hu M F, et al. Event-triggered group consensus for multi-agent systems subject to input saturation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(15): 7384-7400.
- [28] Cao R, Cheng L, Dong Z. Group consensus for Euler-Lagrange multi-agent systems with dynamic event-triggered control[C]. 2020 IEEE 16th International Conference on Control & Automation (ICCA). Singapore, 2020: 624-629.
- [29] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [30] Sun C, Hu G Q, Xie L H, et al. Robust finite-time connectivity preserving coordination of second-order multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2018, 89: 21-27.
- [31] Zhou D, Zhang A, Yang P. Fixed-time event-triggered consensus of second-order multi-agent systems with fully continuous communication free[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2020, 14(16): 2385-2394.

作者简介

杨盼(1996—),女,博士生,从事多智能体协同控制的研究, E-mail: xyyangpan@mail.nwpu.edu.cn;

毕文豪(1986—),男,助理研究员,博士,从事火力指挥控制的研究, E-mail: biwenhao@nwpu.edu.cn;

张安(1966—),男,教授,博士生导师,从事航空武器火力控制技术的研究, E-mail: zhang'an@nwpu.edu.cn.

(责任编辑: 齐 霖)