

控制与决策

Control and Decision

约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制

陈龙, 何德峰, 李壮

引用本文:

陈龙,何德峰,李壮. 约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3122–3128.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0510>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于收缩约束模型预测控制的无人车辆路径跟踪](#)

Unmanned vehicle path tracking based on contraction constraint model predictive control

控制与决策. 2022, 37(3): 625–634 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1239>

[基于分布式模型预测控制的无人机编队控制](#)

Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm

控制与决策. 2022, 37(7): 1763–1771 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0447>

[考虑侧倾的无人车NMPC轨迹跟踪控制](#)

Trajectory tracking control for automated vehicle based on NMPC considering vehicle rolling motion

控制与决策. 2022, 37(10): 2535–2542 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1018>

[分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计](#)

Distributed unmanned aerial vehicle platoon control with dynamic obstacle avoidance

控制与决策. 2022, 37(9): 2226–2234 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0141>

[非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制](#)

Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties

控制与决策. 2022, 37(1): 160–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1069>

约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制

陈 龙, 何德峰[†], 李 壮

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 针对具有状态和控制约束的非线性车辆队列系统多目标控制问题, 提出一种分布式多目标模型预测控制 (model predictive control, MPC) 策略. 首先, 基于前车-后车单向通信拓扑, 建立网联车辆队列非线性纵向巡航模型, 应用字典序算法描述分布式多目标 MPC 问题; 然后, 通过设计弦稳定与收缩约束, 并结合 MPC 三要素条件, 保证车辆队列在经济性能与协同性能最优条件下的稳定性和弦稳定性结果; 最后, 通过典型工况的仿真结果验证所提出策略的有效性.

关键词: 非线性车辆队列; 分布式模型预测控制; 稳定性; 弦稳定性; 性能优化

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0510

引用格式: 陈龙, 何德峰, 李壮. 约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3122-3128.

Distributed multi-objective model predictive control for constrained nonlinear vehicle platoons

CHEN Long, HE De-feng[†], LI Zhuang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: This paper presents a distributed multi-objective model predictive control (MPC) strategy for multi-objective control problems of nonlinear vehicle platoon systems subject to state and control constraints. Based on the predecessor-follower communication topology, the nonlinear longitudinal cruise control models of connected vehicle platoons are established. The lexicographic method is applied to formulate the distributed multi-objective optimization problem. Moreover, together with the triple elements of MPC, the constraints on string stability and contractive are designed to guarantee stability and string stability in the context of optimality of economic performance and coordination performance of the vehicle platoon. Finally, simulation results of typical conditions verify the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: nonlinear vehicle platoons; distributed model predictive control; stability; string stability; performance optimization

0 引言

随着汽车保有量的快速增加, 交通和能源问题日益严峻, 车辆队列近年来受到了广泛关注^[1-5]. 通过车辆间信息交互, 车辆队列在协调完成编队的同时保持前后车安全间距以避免碰撞, 有效提高了道路通行效率和行车安全性, 并通过减小气动阻力提高了车辆行驶经济性^[6-7].

车辆队列具有非线性动态特性和各种约束, 传统控制策略难以实现车队经济高效控制. 分布式模型预测控制 (MPC) 技术能够显式处理约束与各子系统

之间存在的非线性耦合问题, 在车辆队列控制中广泛应用. 如文献 [8] 采用分布式 MPC 解决线性队列系统的控制一致性问题; 文献 [9] 采用轨迹优化原理设计分布式 MPC 算法, 实现了线性队列多目标控制; 文献 [10] 对包含动力学耦合代价函数约束的非线性车辆队列系统, 提出了解耦型分布式 MPC 策略; 文献 [11] 考虑车辆间通信时延和扰动工况, 提出了一种分布式 MPC 策略; 文献 [12] 考虑连续时间非线性车辆队列系统, 设计了包含鲁棒约束的分布式 MPC 控制策略, 建立了鲁棒稳定性充分条件; 文献 [13] 考虑时变安全

收稿日期: 2021-03-28; 录用日期: 2021-07-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61773345); 浙江省高校基本科研业务费项目 (RF-C2020003).

责任编辑: 郭戈.

[†]通讯作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn.

车距工况,建立了车辆系统时变安全车距下的稳定性结果.上述研究侧重车辆队列稳定性,但车辆行驶过程消耗能源,出于经济性和环保性的考虑,需充分考虑车队的燃油经济性控制目标.

研究表明,车辆队列的稳定性、弦稳定性与经济性等控制目标存在冲突特性^[8],且各目标之间具有相对重要性,常规MPC难以实现车队多目标控制需求.多目标MPC算法是将多目标优化原理与MPC技术相结合产生的算法,是处理冲突多目标控制问题的一种有效方法,如文献[14]将车辆经济、安全和稳定目标函数加权作为目标函数,求解多目标加权MPC控制律;文献[15]提出了基于理想点逼近的多目标MPC策略;对有明显优先级排序的多目标控制问题,文献[16]采用字典序MPC技术建立非线性闭环系统稳定性的充分条件,字典序MPC将多个子目标按照优先级顺序从高到低排列,依次极小化各目标函数,并通过上层最优解构造字典序约束,保证优先实现更重要的目标控制^[17-18].

本文考虑含状态和控制约束的非线性车辆队列系统多目标控制问题,应用MPC三要素条件和字典序法^[19],结合车辆队形约束条件,建立保证车队系统渐近稳定性和弦稳定性的充分条件,同时优化车队经济性能和协同性能.相比现有车辆队列系统控制方法,主要创新点包括:1)考虑车辆队列的冲突多目标控制问题,在保证稳定性和弦稳定性的同时优化车队经济性能和协同性能;2)采用字典序方法处理多目标问题,相较于多目标加权控制器设计过程,简化冲突多目标MPC控制器的设计.最后通过典型工况下的数值仿真实验,对比验证了所提出策略的有效性.

1 问题描述

本文符号说明如下:矩阵加权范数 $\|x\|_P = x^T P x$, x^T 为向量 x 的转置, P 为对称正定矩阵; $x(i|k)$ 为在 k 时刻对未来第 $k+i$ 时刻的预测量;连续函数 $\alpha(\cdot): [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ 为 K 类函数,当且仅当 $\alpha(\cdot)$ 严格递增且 $\alpha(0) = 0$; K 类函数 $\alpha(\cdot)$ 为 K_∞ 类函数,当且仅当 $\alpha(\infty) = \infty$.

考虑含 n 辆车的直线行驶车队, p_1 为头车, p_n 为尾车.初始时刻所有车辆接收参考速度 v_0 和参考轨迹 s_0 .随后,头车 p_1 跟踪参考轨迹,后车 p_i ($i = 2, 3, \dots, n$)跟随前车 p_{i-1} ,且与 p_{i-1} 的期望安全间距为 $d_i \geq 0$.借助车联网,每辆车可接收前车行驶信息.假设车辆通信网络性能良好,无网络时延和丢包.

在 k 时刻,车辆 i 的位置和速度分别为 $s_i(k)$ 和 $v_i(k)$,则该车的位置和速度误差分别为 $e_{p,i}(k) = s_0(k)$

$-s_i(k) - (i-1)d_i$ 和 $e_{v,i}(k) = v_i(k) - v_0$,由此定义车辆 i 的纵向巡航偏差模型^[20]为

$$\begin{cases} e_{p,i}(k+1) = e_{p,i}(k) + e_{v,i}(k)\Delta t, \\ e_{v,i}(k+1) = e_{v,i}(k) + \frac{\Delta t}{m_i} \left(\frac{\eta_{T,i}}{r_i} u_i(k) - \phi_i \right). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\phi_i = C_{A,i} e_{v,i}^2(k) + m_i g \mu_i$, Δt 为采样间隔, m_i 为质量, $C_{A,i}$ 为气动阻力系数, g 为重力加速度, μ_i 为滚动阻力系数, r_i 为轮胎半径, $\eta_{T,i}$ 为机械效率, u_i 为转矩.

假设车队行驶在平坦的道路上.令车辆 i 的状态向量 $x_i = [e_{p,i}, e_{v,i}]^T$ 和控制输入为转矩 u_i ,状态变量和控制输入满足约束

$$u_{i,\min} \leq u_i \leq u_{i,\max}, \quad x_{i,\min} \leq x_i \leq x_{i,\max}. \quad (2)$$

其中: $u_{i,\min}$ 和 $x_{i,\min}$ 分别为控制量和状态量的下界, $u_{i,\max}$ 和 $x_{i,\max}$ 分别为控制量和状态量的上界.为保证车辆在紧急刹车时的性能,通常 $|u_{i,\max}| \leq |u_{i,\min}|$.为方便起见,将式(1)简写为

$$x_i(k+1) = f_i(x_i(k), u_i(k)), \quad (3)$$

其中 $f_i(x_i, u_i) = \begin{bmatrix} x_{i,1} + x_{i,2}\Delta t \\ x_{i,2} + \frac{\Delta t}{m_i} \left(\frac{\eta_{T,i}}{r_i} u_i - \phi_i(x_{i,2}) \right) \end{bmatrix}$, $x_{i,1}$ 、 $x_{i,2}$ 分别为 x_i 的第1个分量和第2个分量.将式(2)简写为 $u_i \in U_i, x_i \in X_i$,其中 U_i 、 X_i 分别为包含控制约束和状态约束的紧集.

车辆队列的通信拓扑关系采用有向图 $G = \{V, E, A\}$ 描述.其中: $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为点集; $E \subseteq V \times V$ 为边缘集; $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 为邻接矩阵,若对于任意 $(i, j) \in E, i \neq j$,则 $a_{ij} = 1$ 表示从 j 到 i 的有向边缘,即车辆 i 可以直接接收到车辆 j 所传递的信息;若 $(i, j) \notin E$,则 $a_{ij} = 0$ 表示车辆 i 与 j 间不存在通信关系.定义存在直接有向路径到车辆 i 的车辆集合为 V_i ,并令 $|V_i|$ 为集合 V_i 中车辆数目.

定义1 若参考速度 v_0 发生阶跃变化后,车辆队列系统(3)关于原点是渐近稳定的,则称该车辆队列系统具有内部稳定性^[21].

定义2 若参考速度 v_0 发生阶跃变化后,车辆队列系统(3)存在 $0 < \rho_i < 1$,使得车辆 $i = 2, 3, \dots, n$ 的位置误差满足

$$\max_{k \geq 0} |e_{p,i}(k)| \leq \rho_i \max_{k \geq 0} |e_{p,i-1}(k)|, \quad (4)$$

则称该车辆队列具有弦稳定性^[21].

车辆队列内部稳定性衡量车辆的跟踪性能,弦稳定性衡量队列整体对参考速度扰动的鲁棒抑制性能.本文目标是针对非线性车辆队列系统(3),同步优化车辆经济性能和车队协同性能,使得车辆队列在满足系统约束的前提下,保证队列内部稳定性和弦稳定

性,减少车辆行驶油耗,提高道路通行效率.本文采用分布式多目标MPC策略实现该控制目标.

2 算法设计

考虑当前时刻 k 和预测时域 $N > 0$,在预测时域 $[k, k+N-1]$ 内,定义车辆 i 轨迹:1) $\mathbf{x}_i(k)$ 为 k 时刻实际轨迹;2) $\mathbf{x}_i^*(k)$ 为 k 时刻最优轨迹;3) $\mathbf{x}_i^a(k)$ 为 k 时刻假设轨迹,由车辆 i 在 $k-1$ 时刻最优轨迹构造,将传递给 V_i 中的车,具体方法见后文.考虑该车在 k 时刻状态 $x_i(0|k)$,可行预测控制序列为 $\mathbf{u}_i(k) = \{u_i(0|k), u_i(1|k), \dots, u_i(N-1|k)\}$,对应的预测状态响应序列为 $\mathbf{x}_i(k) = \{x_i(1|k), x_i(2|k), \dots, x_i(N|k)\}$.分别定义车辆 i 的协同性、经济性和稳定性目标函数如下:

$$J_{i,c} = \sum_{t=0}^{N-1} L_{i,c}(x_i(t|k), x_j^a(t|k)), j \in V_i; \quad (5)$$

$$J_{i,e} = \sum_{t=0}^{N-1} L_{i,e}(x_i(t|k), u_i(t|k)); \quad (6)$$

$$J_{i,a} = \sum_{t=0}^{N-1} L_{i,a}(x_i(t|k), u_i(t|k)) + E_{i,a}(x_i(N|k)). \quad (7)$$

其中:协同性能函数

$$L_{i,c}(x_i) = \frac{1}{|V_i|} \sum_{j \in V_i} \|x_i(t|k) - x_j^a(t|k)\|_{C_i}$$

表示车辆 i 与其邻居车辆假设轨迹之间偏差,能够体现车队行车空间,用以衡量车队协同性能,矩阵 C_i 为对称正定矩阵;经济性能函数

$$L_{i,e}(k) = \sum_{j=0}^3 b_j v_i^j(k) + \sum_{l=0}^2 \hat{a}_i(k) c_l v_i^l(k)$$

表示车辆 i 每时刻油耗, $\hat{a}_i(k) = -\frac{1}{2m_i} C_{A,i} v_i^2(k) - \mu_i g + \frac{u_i(k)}{m_i}$,当 $u_i(k) < 0$ 时,高速状态下减速或刹车的情况将视为不存在燃油损耗, b_j 和 c_l 均为参数;稳定性目标函数中 $E_{i,a}(x_i) = x_i^T P_i x_i$ 为终端代价函数, $L_{i,a}(x_i, u_i) = x_i^T Q_i x_i + u_i^T R_i u_i$,矩阵 Q_i 、 R_i 和 P_i 均为正定对称矩阵.

定义 $|x_{i,1}(t|k)|_{\infty,l} = \max |x_{i,1}(t|k)|, t = 0, 1, \dots, l$.考虑车辆 i 的协同性能函数(5),设计如下有限时域最优控制问题:

$$\mathbf{u}_i^{*,1}(k) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(k)} J_{i,c}(\mathbf{u}_i(k)). \quad (8a)$$

$$\text{s.t. } x_i(t+1|k) = f_i(x_i(t|k), u_i(t|k)); \quad (8b)$$

$$(x_i(t|k), u_i(t|k)) \in X_i \times U_i, t \in [0, N-1]; \quad (8c)$$

$$x_i(0|k) = x_i(k), x_i(N|k) \in X_{i,T}; \quad (8d)$$

$$|x_{i,1}(t|k)|_{\infty,1} \leq \rho_i \max_{l=0,1,\dots,k} |x_{i-1,1}(t|l)|_{\infty,1}; \quad (8e)$$

$$J_{i,a}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{u}_i(k)) \leq \eta_i(\mathbf{x}_i(k), \lambda_i). \quad (8f)$$

其中: $\mathbf{u}_i^{*,1}(k)$ 为优化问题(8)的最优解,式(8b)和(8c)分别为系统约束、状态变量和控制输入约束, $x_i(0|k) = x_i(k)$ 为初始条件, $x_i(N|k) \in X_{i,T}$ 为终端约束条件, $X_{i,T}$ 为车辆 i 终端集,式(8e)为弦稳定约束(4)成立的充分条件^[2],式(8f)为收缩约束.

考虑车辆 i 经济性能函数(6),结合优化问题(8)求得的最优解 $\mathbf{u}_i^{*,1}(k)$,构造如下优化问题:

$$\mathbf{u}_i^*(k) = \arg \min_{\mathbf{u}_i(k)} J_{i,e}(\mathbf{u}_i(k)). \quad (9a)$$

$$\text{s.t. } x_i(t+1|k) = f_i(x_i(t|k), u_i(t|k)); \quad (9b)$$

$$(x_i(t|k), u_i(t|k)) \in X_i \times U_i, t \in [0, N-1]; \quad (9c)$$

$$x_i(0|k) = x_i(k), x_i(N|k) \in X_{i,T}; \quad (9d)$$

$$|x_{i,1}(t|k)|_{\infty,1} \leq \rho_i \max_{l=0,1,\dots,k} |x_{i-1,1}(t|l)|_{\infty,1}; \quad (9e)$$

$$J_{i,a}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{u}_i(k)) \leq \eta_i(\mathbf{x}_i(k), \lambda_i); \quad (9f)$$

$$J_{i,c}(\mathbf{u}_i(k)) \leq J_{i,c}(\mathbf{u}_i^{*,1}(k)) + \sigma_i(k). \quad (9g)$$

其中 $\sigma_i(k)$ 为常数且满足 $\sigma_i(k) \geq 0$.

注1 优化问题(8)与(9)具有先后求解关系,两者通过字典序约束(9g)关联.因此,求解优化问题(9)时,通过约束(9g)可使问题(9)的最优解 \mathbf{u}_i^* 不会使问题(8)的性能变差.此外,为提高计算效率,通常 $\sigma_i(k)$ 取为小的非负常数.

若优化问题(8)和(9)在 k 时刻均是可行的,则由MPC原理,定义队列多目标预测控制器为

$$u_i(k) = u_i^{\text{mpc}}(k) = u_i^*(0|k), \quad (10)$$

其中 $u_i^*(0|k)$ 是优化问题(9)在 k 时刻最优解 $\mathbf{u}_i^*(k)$ 的第1个分量.对应的队列闭环系统为

$$x_i(k+1) = f_i(x_i(k), u_i^{\text{mpc}}(k)). \quad (11)$$

该控制器运算步骤归纳如下.

算法1 分布式多目标MPC算法.

step 1: 初始化($k=0$).

step 1.1: 每辆车接收参考速度 v_0 ,令 $\eta_i(\cdot)$ 为无穷大.

step 1.2: 车辆 p_1 求解优化问题(8),求解时不考虑弦稳定约束(8e),得到最优解 $\mathbf{u}_1^{*,1}(k)$,构造约束(9g);接着求解优化问题(9),求解时不考虑弦稳定约束(9e),得到最优控制律 $\mathbf{u}_1^*(k)$ 和最优状态 $\mathbf{x}_1^*(k)$,将 $x_{1,1}^*(k)$ 传递给其余后车,并将最优控制律第1项作用于系统,更新系统状态.

step 1.3: 对于车辆 $p_i (i = 2, 3, \dots, n)$ 接收状态 $x_{1,1}^*(k)$,求解优化问题(8),求解时用约束

$$\begin{aligned} (1 - \xi_i) \gamma_i |x_{1,1}^*(t|k)| &\leq |x_{i,1}(t|k)| \leq \\ (1 + \xi_i) \gamma_i |x_{1,1}^*(t|k)| & \end{aligned} \quad (12)$$

代替弦稳定约束(8e),其中 $0 < \xi_i, \gamma_i < 1$,得到最优解 $\mathbf{u}_i^{*,1}(k)$,构造约束(9g);接着求解优化问题(9),求解时

同样用式(12)代替弦稳定约束(9e), 得到最优控制律 $\mathbf{u}_i^*(k)$ 和最优状态, 将预测控制律作用于系统更新状态, 同时利用最优状态生成假设轨迹传递给后车。

step 1.4: 令 $k = k + 1$ 。

step 2: 迭代 ($k > 0$)。

step 2.1: 车辆 i 接收前车的假设信息, 并根据上一时刻的最优控制律 $\mathbf{u}_i^*(k-1)$ 构造收缩约束(8f)和(9f)。

step 2.2: 车辆 i 求解优化问题(8), 求解时系统增加额外约束条件: 对于头车, 有

$$|x_{1,1}(t|k) - x_{1,1}^a(t|k)|_{\infty, N} \leq \varepsilon_{1,k} |x_{1,1}(t|k)|_{\infty, 1}; \quad (13)$$

对于 $i = 2, 3, \dots, n-1$ 车, 有

$$|x_{i,1}(t|k) - x_{i,1}^a(t|k)|_{\infty, N} \leq \varepsilon_{i,k} \min\{|x_{i,1}(t|k)|_{\infty, 1}, |x_{i-1,1}^a(t|k)|_{\infty, 1}\}; \quad (14)$$

对于 $i = n$ 车, 有 $|x_{i,1}(t|k) - x_{i,1}^a(t|k)|_{\infty, N} \leq \varepsilon_{n,k} |x_{n-1,1}^a(t|k)|_{\infty, 1}$, 得到最优解 $\mathbf{u}_i^{*,1}(k)$, 构造约束(9g)。接着求解优化问题(9), 求解时同样增加额外约束(13)和(14), 得到最优控制律 $\mathbf{u}_i^*(k)$ 和最优状态, 将预测控制律作用于系统更新状态, 并利用最优状态生成假设轨迹传给后车。

step 2.3: 令 $k = k + 1$, 返回 step 2.1。

假设 1 在终端集 $X_{i,T}$ 内存在局部控制律 $u_i = \pi_i(x_i)$, 满足 $\pi_i(x_i) \subseteq U_i$ 和 $E_{i,a}(f_i(x_i, \pi_i(x_i))) - E_{i,a}(x_i) \leq -L_{i,a}(x_i, \pi_i(x_i))$ 。

假设 2 连续函数 $L_{i,a}(x_i, u_i)$ 和 $E_{i,a}(x_i)$ 分别为 $(x_{i,s}, u_{i,s})$ 和 $x_{i,s}$ 的正定函数, 并存在 K_∞ 类函数 α_1 、 α_2 、 α_3 和 α_4 , 满足

$$\alpha_1(\|x_i\|) \leq L_{i,a}(x_i, u_i) \leq \alpha_2(\|x_i\|),$$

$$\alpha_3(\|x_i\|) \leq E_{i,a}(x_i) \leq \alpha_4(\|x_i\|).$$

注 2 假设 1 为传统 MPC 中证明稳定性常用的三要素 $(E_i, X_{i,T}, \pi_i)$ 。若 $X_{i,T}$ 定义为 $E_{i,a}$ 的水平集, 则由假设 1 得到 $X_{i,T}$ 为闭环系统 $x_i(k+1) = f_i(x_i, \pi_i(x_i))$ 的一个不变集。考虑闭环系统(11)在 k 时刻状态初始值 $x_i(0|k) = x_i(k)$, $x_i(t|k) \in X_i$, 若系统(3)存在可行控制序列 $\mathbf{u}_i(k)$, 则 $x_i(0)$ 称为可行初始状态。全体可行初始状态的集合 X_N 称为系统(3)的可行初始集。显然有 $X_{i,T} \subseteq X_{i,N} \subseteq X_i$, 且 $X_{i,N} \subseteq X_{i,N+1}$ 。

假设 $k-1$ 时刻问题(9)的最优解为 $\mathbf{u}_i^*(k-1)$, 利用该最优解, 可构造 k 时刻的一个控制序列为

$$\hat{\mathbf{u}}_i(k) = \mathbf{u}_i^*(1|k-1), \dots, \mathbf{u}_i^*(N-1|k-1), \quad (15)$$

$$\pi_i(x_i^*(N|k-1)),$$

则定义收缩约束(8f)和(9f)为

$$\eta_i(x_i(k), \lambda_i) = J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) + \lambda_i [J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) - J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k))], \quad (16)$$

其中系数 $0 \leq \lambda_i < 1$ 。式(15)对应的状态序列即为 i 车假设轨迹。

3 稳定性与弦稳定性

由文献[21]可知, 约束(14)表明车辆 $i = 2, 3, \dots, n$ 的初始位置误差满足 $|x_{i,1}^*(t|0)| \leq \alpha_i |x_{i-1,1}^*(t|0)|$ 。其中: $\alpha_2 = (1 + \xi_2)\gamma_2$, $\alpha_i = (1 + \xi_i)/(1 - \gamma_{i-1})\gamma_i/\gamma_{i-1}$, $i = 3, 4, \dots, n$ 。若约束(13)和(14)中参数满足 $\varepsilon_{i,k} = \varepsilon^k$, 则满足约束(13)和(14)即满足弦稳定约束(8e)和(9e)。

定理 1 若假设 1 和假设 2 成立, 且系数满足

$$\alpha_i + \alpha_i \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_{i-1,k} + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_{i,k} (1 + \varepsilon_{i-1,k}) < 1, \quad (17)$$

则控制器(10)在可行初始集 $X_{i,N}$ 内满足递推可行性, 进而 $X_{i,N}$ 为闭环系统(11)的一个不变集。

证明 假设在 $k-1$ 时刻优化问题(8)可行, 令最优解为 $\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)$, 将其代入优化问题(9), 显然 $\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)$ 满足约束(9b)~(9f)。由于 $\sigma_i(k-1) \geq 0$, 有 $J_{i,c}(\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)) \leq J_{i,c}(\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)) + \sigma_i(k-1)$, $\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)$ 满足约束(9g), $\mathbf{u}_i^{*,1}(k-1)$ 是优化问题(9)的一个可行解, 即优化问题(9)存在最优解, 记为 $\mathbf{u}_i^*(k-1)$, 利用 $\mathbf{u}_i^*(k-1)$ 可构造序列(15)。将式(15)和状态 $x_i^*(1|k-1)$ 代入系统, 可以得到对应的状态响应序列 $\hat{x}_i(k) = \{x_i^*(2|k-1), \dots, x_i^*(N|k-1), f_i(x_i^*(N|k-1), \pi_i(x_i^*(N|k-1)))\}$ 。由假设 1 和 MPC 三要素原理可知, 控制序列(15)满足式(8b)~(8d)。

对于车辆 $i = 2, 3, \dots, n$, 由约束(14)和三角不等式, 得到

$$|x_{i,1}^*(t|k-1)| \leq |x_{i,1}^*(t|k-1) - \hat{x}_{i,1}(t|k-1)| + |\hat{x}_{i,1}(t|k-1)| \leq \varepsilon_{i,k-1} |\hat{x}_{i-1,1}(t|k-1)|_{\infty, 1} + |\hat{x}_{i,1}(t|k-1)|. \quad (18)$$

由式(13)、(14)和三角不等式, 可知

$$|\hat{x}_{i-1,1}(t|k-1)| \leq \varepsilon_{i-1,k-1} |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|_{\infty, 1} + |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|. \quad (19)$$

为方便起见, 令 $\varepsilon = (1 + \varepsilon_{i-1,k-1})$ 。由式(19), 得到 $|\hat{x}_{i-1,1}(t|k-1)|_{\infty, 1} \leq \varepsilon |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|_{\infty, 1}$, 且由引理[21], 得到 $|\hat{x}_{i,1}(t|k-1)| \leq \alpha_i |\hat{x}_{i-1,1}(t|k-1)|$ 。将式(19)与上述两式联立, 得到

$$|x_{i,1}^*(t|k-1)| \leq (\varepsilon_{i,k-1}\varepsilon + \alpha_i\varepsilon_{i-1,k-1}) |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|_{\infty, 1} + \alpha_i |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|. \quad (20)$$

故 $|x_{i,1}^*(t|k-1)|$ 有界, 且满足

$$|x_{i,1}^*(t|k-1)|_{\infty, 1} \leq (\varepsilon_{i,k-1}\varepsilon + \alpha_i\varepsilon_{i-1,k-1} + \alpha_i) \times |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|_{\infty, 1}. \quad (21)$$

式(21)系数满足弦稳定系数, 故满足弦稳定条件。结合式(20), 有

$$|\hat{x}_{i,1}(t|k)| \leq (\varepsilon_{i,k-1}\varepsilon + \alpha_i\varepsilon_{i-1,k-1}) \times$$

$$|x_{i-1,1}^*(t|k)|_{\infty,1} + \alpha_i |\hat{x}_{i-1,1}(t|k)|. \quad (22)$$

由式(22),得到

$$\begin{aligned} |\hat{x}_{i,1}(t|k)| \leq & (\varepsilon_{i,k-1}\varepsilon + \alpha_i \varepsilon_{i-1,k-1}) \times \\ & |x_{i-1,1}^*(t|k-1)|_{\infty,1} + \alpha_i \varepsilon_{i-1,k} \times \\ & |x_{i-1,1}^*(t|k)|_{\infty,1} + \alpha_i |x_{i-1,1}^*(t|k)|. \end{aligned} \quad (23)$$

故有

$$\begin{aligned} |\hat{x}_{i,1}(t|k-1)|_{\infty,1} \leq & \\ & \max_{l=k-1,k} |x_{i-1}^*(t|l)|_{\infty,1} \times \\ & (\alpha_i + \alpha_i(\varepsilon_{i-1,k-1} + \varepsilon_{i-1,k}) + \varepsilon_{i,k-1}\varepsilon). \end{aligned} \quad (24)$$

不等式(24)右边系数满足参数条件,故式(15)满足约束(8e). 将式(15)代入(8f)左边,并与右边作差,得到 $J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) - \eta_i(\mathbf{x}_i(k), \lambda_i) = -\lambda_i [J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) - J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k))]$,其中

$$\begin{aligned} J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) - J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) = & \\ L_{i,a}(x_i^*(0|k-1), u_i^*(0|k-1)) - & \\ L_{i,a}(x_i^*(N|k-1), u_i^*(N|k-1)) + & \\ E_{i,a}(x_i^*(N|k-1)) - & \\ E_{i,a}(f(x_i^*(N|k-1), \pi_i(x_i^*(N|k-1))). & \end{aligned} \quad (25)$$

由假设1,得到

$$\begin{aligned} J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) - J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) \geq & \\ L_{i,a}(x_i^*(0|k-1), u_i^*(0|k-1)) \geq 0. & \end{aligned} \quad (26)$$

由于 $0 \leq \lambda_i < 1$,得到 $J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) \leq \eta_i(\mathbf{x}_i(k), \lambda_i)$,即序列(15)满足约束(8f).

综上,序列(15)满足约束(8b)~(8f),为 k 时刻优化问题(8)的一个可行解,即此时优化问题(8)存在最优解 $\mathbf{u}_i^*(k)$,故控制器(10)满足递推可行性. 因此对于任意 $x_i(k-1) \in X_{i,N}$, $x_i(k) \in X_{i,N}$,故 $X_{i,N}$ 为闭环系统(11)的一个不变集. □

定理2 若假设1和假设2成立,优化问题(8)在初始时刻存在可行解,则 $x_{i,s}$ 为闭环系统(11)在 $X_{i,N}$ 内的渐近稳定平衡点,且 $X_{i,N}$ 是闭环系统的一个吸引域,同时车辆队列系统在行驶过程中满足弦稳定.

证明 对于任意给定 $0 \leq \lambda_i < 1$,由于优化问题(8)在初始时刻是可行的,根据定理1可知,优化问题(8)和(9)在任意 k 时刻可行. 令 $\mathbf{u}_i^*(k-1)$ 为优化问题(9)在 $k-1$ 时刻的最优解, $\mathbf{u}_i^*(k)$ 为优化问题(9)在 k 时刻的最优解. 考虑约束(9f)和式(16),有

$$\begin{aligned} J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k)) \leq & \\ J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) + \lambda_i [J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) - J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k))]. & \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)等价于

$$J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k)) \leq$$

$$\lambda_i J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) + (1 - \lambda_i) J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)). \quad (28)$$

式(28)两边同减去 $J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1))$,有

$$\begin{aligned} J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k)) - J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) \leq & \\ (1 - \lambda_i) [J_{i,a}(\hat{\mathbf{u}}_i(k)) - J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1))]. & \end{aligned} \quad (29)$$

给定 $0 \leq \lambda_i < 1$,结合式(26),有

$$\begin{aligned} J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k)) - J_{i,a}(\mathbf{u}_i^*(k-1)) \leq & \\ - (1 - \lambda_i) L_{i,a}(x_i^*(0|k-1), u_i^*(0|k-1)) \leq 0. & \end{aligned} \quad (30)$$

故值函数 $J_{i,a}(\mathbf{u}_i(k))$ 沿着闭环系统(11)最优轨迹单调递减,由文献[16]可知,存在两个 K_∞ 类函数 $\gamma_1(\cdot)$ 、 $\gamma_2(\cdot)$ 满足 $\gamma_1(\cdot) \leq J_{i,a}(\cdot) \leq \gamma_2(\cdot)$. $J_{i,a}(\cdot)$ 是关于车辆平衡点 $(x_{i,s}, u_{i,s})$ 的正定函数,故 $J_{i,a}(\cdot)$ 为系统(11)的一个Lyapunov函数, $X_{i,N}$ 是闭环系统的不变集,故 $X_{i,N}$ 为闭环系统的一个吸引域.

算法1满足递推可行性,闭环系统(11)关于 $x_{i,s}$ 渐近稳定,弦稳定约束详见文献[21],因此可建立闭环系统的前车-后车弦稳定性. □

注3 应用稳定性目标函数(7)分别设计了优化问题(8)和(9)中的收缩约束(8f)和(9f),使得目标函数(7)的值函数沿着车辆最优闭环轨迹单调递减,从而保证了车辆的稳定性,即同步实现了协同性、经济性和稳定性3个目标的控制.

4 仿真实验

考虑由5辆同质车组成的队列系统,其中模型参数^[20]如下: $m_i = 1\,035.7\text{ kg}$, $C_{A,i} = 0.99\text{ N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$, $g = 9.8\text{ m/s}^2$, $\mu_i = 0.015\,5$, $r_i = 0.3\text{ m}$, $\eta_{T,i} = 0.965$. 行驶过程中,车辆 i ($i = 2, 3, 4, 5$)接收前一辆车的行驶信息.

取采样间隔 $\Delta t = 0.5\text{ s}$,预测时域 $N = 8$,车速为 19 m/s ,车距保持不变. 在算法对应的初始时刻,期望速度阶跃变化至 20 m/s ,即速度误差变为 -1 m/s ,随后采用所设计算法控制车辆跟踪新的参考速度,同时满足车辆稳定和车队队形约束,优化经济性能和协同性能.

根据车辆动力学方程(1),离线计算得到车辆行驶平衡点为 $(x_{i,s}, u_{i,s}) = (0, 0, 48.908\,7)$,对模型(3)平衡点线性化后的线性模型求解LQR问题,可得终端加权矩阵、局部控制律增益和终端域分别为

$$P_i = \begin{bmatrix} 8\,471.259 & 418.538\,1 \\ 418.538\,1 & 41.604\,3 \end{bmatrix},$$

$$K_i = [130\,165.348\,5 \quad 12\,938.943\,5],$$

$$X_{i,T} = \{x_i \in R^2 | E_i(x_i(N|k)) \leq 2.114\}.$$

其余参数如下: $\lambda_i = 0.1$, $\sigma_i(k) = 0.01$, $d_i = 5\text{ m}$, $C_i = \text{diag}(4, 4)$, $Q_i = \text{diag}(0.5, 0.5)$, $R_i = 5 \times 10^{-6}$, $b_0 = 0.156$, $b_1 = 2.45 \times 10^{-2}$, $b_2 = -7.145 \times 10^{-4}$, $b_3 =$

$5.975 \times 10^{-5}, c_0 = 0.0724, c_1 = 9.681 \times 10^{-2}, c_2 = 1.075 \times 10^{-3}$,弦稳定约束参数详见文献[21].优化问题均采用Matlab 2013b中fmincon函数进行求解,最终仿真结果如图1~图4所示.

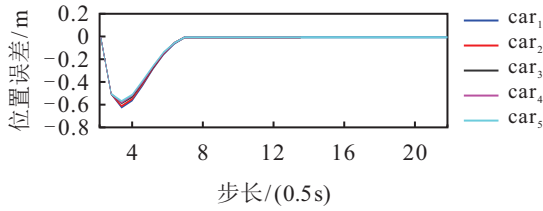


图1 各车位置误差

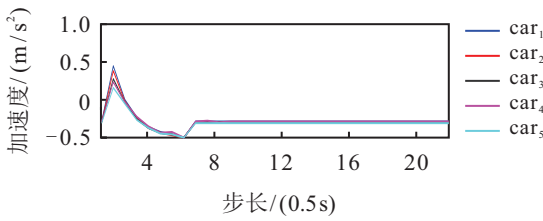


图2 各车加速度

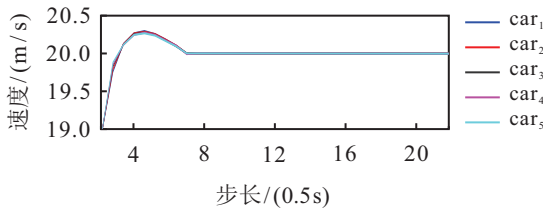


图3 各车速度

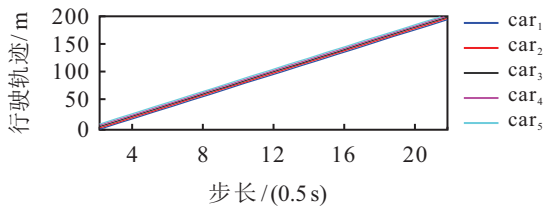


图4 各车行驶轨迹

由图1可见,参考信号变化后,在控制器作用下,各车之间位置误差发生变化,最终满足位置误差为0,在图1各车位置误差变化过程中,车辆位置误差随车流衰减,满足前文定义2中弦稳定的充分条件,因此在该控制器作用下,车队满足弦稳定性.图2和图3分别为各车加速度和速度变化量.由图3可见,车队最终能够稳定跟踪参考速度.图4为各车的行驶轨迹,仿真结果验证了所提出算法的正确性.

为了验证本文策略的优越性,在同一工况下,将常规分布式MPC控制策略用于该车辆队列,并与本文策略进行对比.将两种控制策略下车队每采样时刻经济目标函数值 $L_{i,e}(k)$ 关于时间的函数作图,结果如图5所示.将整个仿真时域内每辆车每采样时刻油耗求和(单位ml),结果如表1所示.由表1可见,所提出算法能够节约车队油耗,提高车队经济性能.两种控制策略下每车每采样时刻位置误差对比如图6

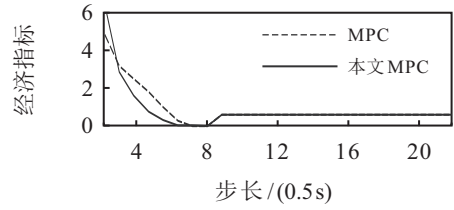


图5 每采样时刻车队油耗

表1 每车不同算法下总油耗

	本文MPC	MPC
1车	3.8384	4.1528
2车	3.8292	4.1437
3车	3.8172	4.1145
4车	3.8179	4.1036
5车	3.7994	4.0900
总计	19.1021	20.6046

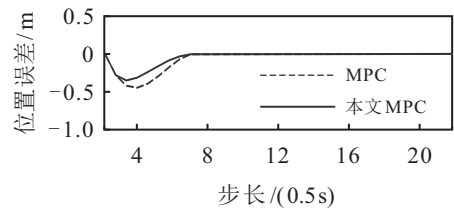


图6 车辆p1位置误差对比

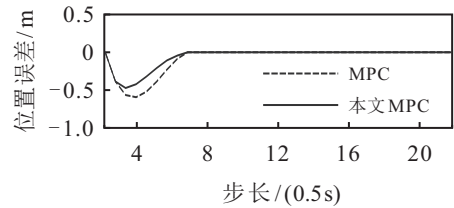


图7 车辆p2位置误差对比

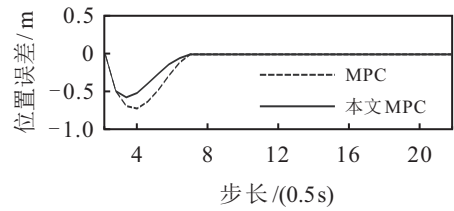


图8 车辆p3位置误差对比

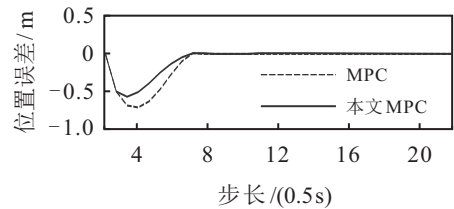


图9 车辆p4位置误差对比

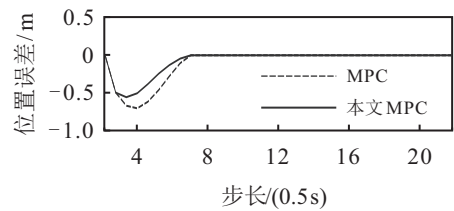


图10 车辆p5位置误差对比

~图10所示.由图6~图10可见,所提出算法能够减小车辆动态过程位置误差,在一定程度上可节约车队行车空间,提高车队的协同性能,因此本文策略具有优越性.

5 结论

本文研究了约束非线性车辆队列系统行驶过程中的多目标控制问题.采用字典序原理处理多目标问题,设计分布式多目标MPC控制策略,并建立保证车辆渐近稳定性、车队弦稳定性的充分条件,同时优化了车队的经济性能和协同性能.通过对含5辆车队列系统的速度阶跃变化工况进行对比仿真,验证了所提出控制策略的有效性.

参考文献(References)

- [1] Shen P Y, Zhang X B, Fang Y C. Complete and time-optimal path-constrained trajectory planning with torque and velocity constraints: Theory and applications[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(2): 735-746.
- [2] Hu Y J, Zhan J Y, Yuan Q, et al. A multi-agent flocking system with communication delays via distributed model predictive control[C]. Proceedings of the 36th Chinese Control Conference. Dalian, 2017: 8449-8454.
- [3] Teo R, Stipanovic D M, Tomlin C J. Decentralized spacing control of a string of multiple vehicles over lossy datalinks[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(2): 469-473.
- [4] Caruntu C F, Copot C, Lazar C, et al. Decentralized predictive formation control for mobile robots without communication[C]. IEEE the 15th International Conference on Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2019: 555-560.
- [5] Köhler P N, Müller M A, Allgöwer F. A distributed economic MPC framework for cooperative control under conflicting objectives[J]. Automatica, 2018, 96: 368-379.
- [6] Liu Y, Zong C F, Zhang D. Lateral control system for vehicle platoon considering vehicle dynamic characteristics[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019, 13(9): 1356-1364.
- [7] Middleton R H, Braslavsky J H. String instability in classes of linear time invariant formation control with limited communication range[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(7): 1519-1530.
- [8] Ferrari-Trecate G, Galbusera L, Marciandi M P E, et al. Model predictive control schemes for consensus in multi-agent systems with single-and double-integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(11): 2560-2572.
- [9] Kuwata Y, Richards A, Schouwenaars T, et al. Distributed robust receding horizon control for multivehicle guidance[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(4): 627-641.
- [10] Franco E, Magni L, Parisini T, et al. Cooperative constrained control of distributed agents with nonlinear dynamics and delayed information exchange: A stabilizing receding-horizon approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(1): 324-338.
- [11] Li H P, Shi Y. Distributed receding horizon control of large-scale nonlinear systems: Handling communication delays and disturbances[J]. Automatica, 2014, 50(4): 1264-1271.
- [12] Li H P, Shi Y. Robust distributed model predictive control of constrained continuous-time nonlinear systems: A robustness constraint approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(6): 1673-1678.
- [13] Li S K, Yang L X, Gao Z Y. Distributed optimal control for multiple high-speed train movement: An alternating direction method of multipliers[J]. Automatica, 2020, 112: 108646.
- [14] Shen C, Shi Y, Buckham B. Path-following control of an AUV: A multiobjective model predictive control approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2019, 27(3): 1334-1342.
- [15] Zavala V M, Flores-Tlacuahuac A. Stability of multiobjective predictive control: A utopia-tracking approach[J]. Automatica, 2012, 48(10): 2627-2632.
- [16] He D F, Yu S M, Ou L L. Lexicographic MPC with multiple economic criteria for constrained nonlinear systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(2): 753-773.
- [17] Chinchuluun A, Pardalos P M. A survey of recent developments in multiobjective optimization[J]. Annals of Operations Research, 2007, 154(1): 29-50.
- [18] Marler R T, Arora J S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 26(6): 369-395.
- [19] Mayne D Q. Model predictive control: Recent developments and future promise[J]. Automatica, 2014, 50(12): 2967-2986.
- [20] Zheng Y, Li S E, Li K Q, et al. Distributed model predictive control for heterogeneous vehicle platoons under unidirectional topologies[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 25(3): 899-910.
- [21] Dunbar W B, Caveney D S. Distributed receding horizon control of vehicle platoons: Stability and string stability[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(3): 620-633.

作者简介

陈龙(1996—),男,硕士生,从事分布式、多目标模型预测控制的研究, E-mail: 2111903119@zjut.edu.cn;

何德峰(1979—),男,教授,博士生导师,从事智能系统预测控制理论与应用等研究, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn;

李壮(1994—),男,硕士生,从事分布式模型预测控制的研究, E-mail: 2111803064@zjut.edu.cn.

(责任编辑:魏冰)