

控制与决策

Control and Decision

基于双重权约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法

林成龙, 马义中, 刘丽君, 肖甜丽

引用本文:

林成龙, 马义中, 刘丽君, 肖甜丽. 基于双重权约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3149–3159.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0852>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[一种基于多策略差分进化的分解多目标进化算法](#)

A novel decomposition multi-objective evolutionary algorithm based on differential evolution model with multi-strategy
控制与决策. 2022, 37(2): 387–392 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1196>

[基于黑洞多目标进化算法的永磁直线同步电机优化设计](#)

Optimization of a tubular coreless linear PM synchronous machine based on multi-objective blackhole evolutionary algorithm
控制与决策. 2022, 37(6): 1567–1572 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0869>

[基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化](#)

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness
控制与决策. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

[基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题](#)

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem
控制与决策. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

[基于弱关联的自适应高维多目标进化算法](#)

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for many-objective optimization
控制与决策. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

基于双重约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法

林成龙, 马义中[†], 刘丽君, 肖甜丽

(南京理工大学 经济管理学院, 南京 210094)

摘要: 针对多目标仿真优化的高昂成本及黑箱函数难以获取问题, 提出基于双重约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法. 首先, 建立 Kriging 模型获取未试验点的预测不确定性; 其次, 构建双重约束期望改进策略, 并利用填充策略矩阵及距离聚合方法实现新改进策略的聚合; 然后, 最大化聚合双重约束期望改进策略实现多目标并行优化; 最后, 达到终止条件, 获得 Pareto 最优解集. 选取测试函数及铰接夹芯梁设计案例进行优化验证. 验证对比结果表明: 所提方法可有效提升多目标问题优化效率, 减少昂贵仿真成本; 与同类方法相比, 低维问题中获取 Pareto 最优解集的收敛性、多样性及分布性更优.

关键词: 双重约束期望改进策略; 填充策略矩阵; 距离聚合方法; Kriging 模型; 并行代理优化方法

中图分类号: N945.12; O212.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0852

引用格式: 林成龙, 马义中, 刘丽君, 等. 基于双重约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3149-3159.

Multi-objective parallel surrogate-based optimization based on dual weighted constraint expectation improvement strategy

LIN Cheng-long, MA Yi-zhong[†], LIU Li-jun, XIAO Tian-li

(School of Economics and Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Considering the high computational cost in multi-objective simulation optimization and the difficulty of obtaining black box function, a multi-objective parallel surrogate-based optimization method based on the dual weighted constraint expectation improvement strategy is proposed. Firstly, the Kriging model is established to estimate the prediction uncertainty of untested points. Secondly, the dual weighted constraint expectation improvement strategy is constructed, and the new strategy is integrated by the infill strategy matrix and distance aggregation method. Then, the integration strategy is maximized to realize multi-objective parallel optimization; Finally, the Pareto optimal solution set is obtained when the termination condition reached. Test functions and pinned-pinned sandwich beam design cases are employed for optimization verification. Comparison and optimization results show that the proposed method can effectively improve the efficiency of multi-objective optimization. Compared with similar methods, the optimization results in low dimensional problems have better convergence, diversity and distribution.

Keywords: dual weighted constraint expectation improvement strategy; infill strategy matrix; distance aggregation method; Kriging model; parallel surrogate-based optimization method

0 引言

多目标优化问题广泛存在于经济、工程和航空航天等促进社会发展的不同领域^[1]. 多目标优化因目标间的冲突性使优化解由单一最优解拓展至 Pareto 优化解集, 决策者可选择的空间增大的同时也增加了问题的求解难度^[2-3]. 长期以来, 采用进化算法求解多目标优化问题是一般做法^[2-3], 但针对依赖实物试验或高精度仿真获取响应值的多目标问题往往难以

实现. 例如, 高精度微纳制造过程的响应具有不确定性^[3], 沃尔沃 D5 柴油发动机参数优化仿真一次需 40 小时^[4]. 因此采用进化算法产生大量子代进行试验是代价高昂且难以实现的. 此外, 高精度仿真软件在限定的输入和输出条件进行, 其函数关系难以获取, 被认为是“黑箱 (black box) 模型”^[5], 仿真结果表明, 黑箱函数大多数具有高度非线性、非连续的特点, 使得传统基于梯度、单纯的线性建模方法难以有效应

收稿日期: 2021-05-14; 录用日期: 2021-07-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71931006, 71871119); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目 (KYCX20_0284).

责任编辑: 巩郭卫.

[†]通讯作者. E-mail: yzma-2004@163.com.

用^[1,4-6].

近年来,随着计算机试验设计与分析技术的发展和完善,采用代理模型拟合输入与输出间的函数关系成为试验设计的常规做法.代理模型因高效减少仿真和试验所引发的昂贵时间成本和物料成本、提高工程设计效率^[7],被广泛应用于航空航天、机械制造等领域^[7-9].常用的代理模型有径向基函数^[4]、Kriging模型^[5-6]、支持向量机^[7]等.其中,Kriging模型因在小样本情况下建模效率高且模型预测精度高受到关注,但在一次建模情况下难以实现快速求解^[3-4,7].因此,针对小样本建模带来的模型精度不高且难以快速获得优化解问题,文献[5]基于Kriging模型提出了高效全局优化(efficient global optimization, EGO)方法并应用于单目标无约束优化问题,其特有的平衡全局探索和局部搜索能力的期望改进(expected improvement, EI)策略至今依然被认为是最经典的序贯加点策略之一^[1,8].

高效全局优化(EGO)方法也被称作贝叶斯优化(Bayesian optimization, BO)或代理优化(surrogate-based optimization, SBO)方法.随着其效用被广泛认可,将多目标转化为单目标问题衍生出诸多EGO方法.例如:Knowes^[10]将随机选择聚合策略与EGO方法结合,提出了将多目标转变为单目标的ParEGO方法,但该方法计算Pareto解集综合性略差;Zhang等^[11]提出了基于分解的多目标进化算法(multi-objective evolutionary algorithm based on decomposed, MOEA/D)并借助高斯过程模型拓展至昂贵优化问题,实现并行计算的同时有效降低了仿真成本;此外,刘建昌等^[12]提出了基于R2指标的多目标优化(expensive multi-objective optimization algorithm based on R2 indicator, R2-EMO)方法,在无约束多目标优化问题中获得了较好的应用.上述方法集中于多目标变换求解,忽视了空间填充策略的改进.实际上,基于多点填充策略的并行代理优化(parallel surrogate-based optimization, PSBO)方法也是一个重要的研究方向.

并行代理优化方法是基于Kriging代理模型和多点填充策略的一种主动学习算法,与SBO方法最大区别是PSBO方法的空间多点同步填充特性.对于时间成本高昂的黑箱优化问题,发展多点填充策略的实质就是发展PSBO方法.考虑实际工程中丰富的计算资源,PSBO方法采用并行计算的协调能力可充分发挥资源优势.因此,PSBO方法受到众多研究者的青睐.例如:Schonlau^[13]基于理论分析提出了单次增加 q 个点的 q -EI填充策略,但实际应用中计算困难且耗时;Ginsbourger等^[14]认为Kriging

模型具有优越的并行适应性,并提出了适用于并行计算的Kriging Believer (KB), Constant Liar (CL)填充策略;Zhan等^[15]提出了伪期望改进(pseudo expected improvement, PEI)填充策略,极大提高了 q -EI近似性能且优于CL策略,但没有给出理论分析与证明;林成龙等^[16]提出了均值改进控制策略并将其应用于约束优化问题,完善了PEI策略的相关理论证明与分析.此外,Zhan等^[17-18]基于期望改进矩阵(expected improvement matrix, EIM),提出了基于EIM的最大最小距离聚合策略(maximin distance based EIM, EIM_m)、基于EIM的超立方距离(hypervolume distance based EIM, EIM_h)聚合及基于EIM的欧拉距离(Euclidean distance based EIM, EIM_e)聚合策略,并发展了伪期望改进矩阵(pseudo expected improvement matrix, PEIM)策略.随着PSBO方法的广泛应用,更多空间填充方法被提出并应用于昂贵优化问题,具体内容请参见文献[18].

现阶段昂贵多目标优化问题中的空间填充策略存在如下问题:1)串行计算未能充分利用实际工程中丰富的计算资源^[14];2)现有多点策略在高维情况下计算困难且耗时,PSBO方法优化效率低下^[15];3)EI策略的贪婪性易使问题陷入局部最优^[16].针对上述问题,本文基于Kriging模型和EI函数,构建弱化EI贪婪特性的控制权及局部搜索和全局探索平衡调整的普通权,提出了基于双重权约束期望改进(dual weighted constraint expectation improvement, DWCEI)策略的多目标并行代理优化方法.该方法采用填充策略矩阵(infill strategy matrix, ISM)高效设计方法将不同目标的DWCEI函数置于ISM中,利用距离聚合方法实现降维和高效计算.此外,为了更好地说明新策略,构造基于KB策略的CEIM_{KB}-PSBO方法及基于权期望改进(weighted expectation improvement, WCEI)策略的WCEIM-PSBO方法.本文贡献有:1)提出基于DWCEI策略的多目标PSBO方法;2)将KB多点填充策略拓展至多目标;3)基于伪值和控制函数构建9种矩阵聚合策略,实现昂贵约束多目标问题的并行代理优化并将其应用于铰接夹芯梁优化设计.

1 基础理论知识

1.1 多目标优化问题

实际工程中,多目标优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \min \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \{f_1, f_2, \dots, f_m\}. \\ \text{s.t. } h_i(\mathbf{x}) &= 0, g_r(\mathbf{x}) \leq 0, \mathbf{x} \in D. \end{aligned}$$

其中: f_m 表示第 m 个目标函数, $h_i(\mathbf{x})$ 表示第 i 个等式约束条件, $g_r(\mathbf{x})$ 表示第 r 个不等式约束条件, D 表示 d 维设计变量的向量空间.

1.2 Kriging模型

Kriging模型是典型的插值模型^[7],其假设目标函数是高斯过程的实现. Kriging模型一般形式如下:

$$y = \mu + z(\mathbf{x}). \quad (1)$$

其中: μ 为常数,表征目标的全局趋势; $z(\mathbf{x})$ 表示均值为0、方差为 σ_z^2 的平稳高斯过程. 假设空间中任意两点 $\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}$ 满足如下相关函数关系:

$$\text{cov}(z(\mathbf{x}^i), z(\mathbf{x}^j)) = \sigma_z^2 R(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}|\boldsymbol{\theta}). \quad (2)$$

选取高斯核函数进行建模并设定控制核函数光滑程度的参数 p_h 为2,其表达形式如下:

$$R(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = e^{\sum_{h=1}^d \theta_h |x_h^{(i)} - x_h^{(j)}|^{p_h}}, p_h = 2. \quad (3)$$

其中: $\theta_h \geq 0$ 表示超参数, θ_h 数等于变量维度 d .

Kriging插值假设 $y = c_i y_i$,令 $E(y - c_i y_i) = 0$. 通过极大似然估计可得预测均值 \hat{y} 和预测方差 \hat{s}^2 ,即

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\mu} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu}),$$

$$\hat{s}^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}^2 \left[1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} + \frac{(\mathbf{1} - \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^2}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \right].$$

其中: $\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}}, \hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})}{n}$, \mathbf{R} 表示相关函数矩阵, $\mathbf{1}$ 表示元素为1的 $1 \times n$ 向量矩阵.

1.3 期望改进策略

Kriging模型假设 \mathbf{x} 的响应值 $Y(\mathbf{x}) \sim N(\hat{y}, \hat{s}^2)$,最大改进 $I = \max(0, y_{\min} - Y(\mathbf{x}))$ 、期望 $E(I)$ 可得^[6]

$$EI(\mathbf{x}) = (f_{\min} - \hat{y})\Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{\hat{s}}\right) + \hat{s}\phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{\hat{s}}\right).$$

其中: y_{\min} 表示已知样本的最小响应值, $\Phi(\cdot)$ 表示累积概率分布函数, $\phi(\cdot)$ 表示概率密度函数.

1.4 约束期望改进策略

Schonlau等^[13]假设目标及约束相互独立,获得改进和约束同时满足的概率 $P[I(\mathbf{x}) \cap \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq 0]$,计算期望 $E[I(\mathbf{x}) \cap \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq 0]$,得到最大化约束期望改进(constrained expectation improvement, CEI)策略^[13]

$$CEI(\mathbf{x}) = EI(\mathbf{x}) \cdot \text{PoF}, \quad (4)$$

其中 $\text{PoF} = \prod_{j=1}^r \Phi\left(-\frac{y_{\hat{g}_j}}{s_{\hat{g}_j}}\right)$ 表示约束条件下未试验点落入满足所有约束条件可行域的概率.

1.5 伪约束期望改进策略

Zhan等^[15]提出了 q 点PEI策略:

$$PEI(\mathbf{x}) = EI(\mathbf{x}) \cdot \text{IF}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}). \quad (5)$$

其中: $\text{IF}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) = \prod_{i=1}^{q-1} [1 - \exp(-\hat{\theta}|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{n+i}|^2)]$, \mathbf{x}^{n+i} 表示第 i 个新试验点. 易知 $0 \leq \text{IF} < 1$, $PEI(\mathbf{x}) \leq EI_{\max}$, EI_{\max} 为EI最大值. 故IF函数对EI具有弱

化作用. 同理,可得伪约束期望改进策略 $\text{PCEI} = \text{PEI} \cdot \text{PoF}$.

2 DWCEI策略及聚合DWCEI多点策略

2.1 填充策略矩阵

多目标填充策略因复杂积分运算引发维数灾难,使得难以实际应用^[17]. Zhan等通过EIM聚合方法使得EI策略在多目标问题中获得了广泛应用^[17-18],实际上可构建更具广泛意义的填充策略矩阵ISM进行聚合. ISM可表示如下:

$$\text{ISM} = \begin{bmatrix} \text{IS}_1^1 & \text{IS}_2^1 & \dots & \text{IS}_m^1 \\ \text{IS}_1^2 & \text{IS}_2^2 & \dots & \text{IS}_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{IS}_1^k & \text{IS}_2^k & \dots & \text{IS}_m^k \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\text{IS}_i^j (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, k)$ 表示第 i 个目标在第 j 组非支配Pareto解集中对应的IS函数值. 若以PoI作为改进策略,则ISM可写为

$$\text{PoIM} = \begin{bmatrix} \text{PoI}_1^1 & \text{PoI}_2^1 & \dots & \text{PoI}_m^1 \\ \text{PoI}_1^2 & \text{PoI}_2^2 & \dots & \text{PoI}_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{PoI}_1^k & \text{PoI}_2^k & \dots & \text{PoI}_m^k \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 PoI_i^j 表示第 i 个目标在第 j 组非支配Pareto解集中对应的PoI函数值. 同理,若以CEI策略实现填充,则ISM形式如下:

$$\text{CEIM} = \begin{bmatrix} \text{CEI}_1^1 & \text{CEI}_2^1 & \dots & \text{CEI}_m^1 \\ \text{CEI}_1^2 & \text{CEI}_2^2 & \dots & \text{CEI}_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{CEI}_1^k & \text{CEI}_2^k & \dots & \text{CEI}_m^k \end{bmatrix}. \quad (8)$$

上述CEIM、PoIM均以Pareto前沿点替代 y_{\min} 构建EI函数,实现ISM中 $k \times m$ 个元素填充. 实际上,当选取不依赖 $I(\mathbf{x})$ 改进特性的策略进行填充时,可采用加权平衡等方法实现ISM构建.

2.2 距离聚合方法

n 维特征空间中两点间距离是实例点相似程度的反映. ISM中元素可看作IS与0改进间的二元距离,选取距离最小值实现有序改进. 以闵科夫斯基距离(Minkowski distance, MD)为例:

$$\text{ISM}_M = \min_{j=1}^k \sqrt[p]{\sum_{l=1}^m |\text{IS}_l^j - 0_l^j|^p}, \quad (9)$$

其中 p 表示MD系数. 当 $p = 1, 2, \dots, \infty$ 时,可得基于ISM的欧拉距离(Euclidean distance-based ISM, ISM_e)、基于ISM的切比雪夫距离(Chebyshev distance-based ISM, ISM_c)及基于ISM的曼哈顿距离(Manhattan distance-based ISM, ISM_M)策略. 若选取EI作为IS,则可得Zhan等^[17]提出的 EIM_e 策略. 为了

更好地比较和验证,仅选取ISM_h、ISM_m及ISM_e策略进行试验.

2.3 权约束期望改进策略

IF(0 ≤ IF ≤ 1)可被看作未试验点方差的近似^[19-20],故1 - IF可实现EI策略平衡调整的同时弱化其贪婪特性.由IF特性构造权期望改进策略:

$$\text{WEI} = \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})\text{EI}_1 + [1 - \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})]\text{EI}_2.$$

其中: $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) = \text{IF}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})$ 表示控制权,易证 $\text{WEI} < \text{EI}$,故其可对EI贪婪性进行弱化; $\text{EI}_1 = (f_{\min} - \hat{y})\Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{\hat{s}}\right)$ 和 $\text{EI}_2 = \hat{s}\phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{\hat{s}}\right)$ 分别为EI的局部和全局探索项.假定目标和约束相互独立,可得权约束期望改进策略 $\text{WCEI} = \text{WCEI} \cdot \text{PoF}$.

2.4 双重权约束期望改进策略

对EI₁及EI₂进行权系数加权可平衡EI探索能力.相比权系数调整,WEI策略仅依赖于距离进行调整,显然易忽视全局探索与局部搜索的平衡.故将二者进行结合,得到新的DWEI策略:

$$\text{DWEI} = \omega_1 \text{WEI}_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) + \omega_2 \text{WEI}_2(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}).$$

其中: $\omega_1, \omega_2 \in R, (\omega_1 + \omega_2 = 1)$ 表示普通权,实现探索能力的再平衡. $\text{WEI}_1 = \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})\text{EI}_1$, $\text{WEI}_2 = [1 - \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})]\text{EI}_2$ 分别表征局部搜索和全局探索能力;若目标和约束独立,则可得 $\text{DWCEI} = \text{DWEI} \cdot \text{PoF}$ 改进策略.对于多目标约束问题,可得

$$\text{DWCEIM} = \begin{bmatrix} \text{DWCEI}_1^1 & \dots & \text{DWCEI}_m^1 \\ \text{DWCEI}_1^2 & \dots & \text{DWCEI}_m^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{DWCEI}_1^k & \dots & \text{DWCEI}_m^k \end{bmatrix}. \quad (10)$$

对DWCEIM中元素采用ISM_e、ISM_h及ISM_m聚合,可得DWCEIM_e、DWCEIM_h及DWCEIM_m策略.

2.5 DWCEI策略理论及算法复杂度分析

令 $\text{dis} = d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{n+i}) = \hat{\theta}|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{n+i}|^2$.权函数满足:1) $0 \leq \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) < 1$; 2) $\lim_{\text{dis} \rightarrow \infty} \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) = 1$, $\lim_{\text{dis} \rightarrow 0} \mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i}) = 0$.易知:1) $\hat{\theta}$ 一定,随着 d 增大, dis 变大,使得WEI₁变大,增强DWCEI局部搜索能力; 2)随着 q 增大, $\mathbf{W}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n+i})$ 下降,增强了DWCEI全局探索能力.普通权减小了WEI₁权重,但总体趋势未变,使得DWCEI策略在 d 较大时全局探索能力变弱.

ISM-PSBO方法计算复杂度主要来自Kriging建模及ISM策略聚合. q 点CEIM_{KB}策略需建立 $T(m+r)q$ 个Kriging模型,而CEIM单点填充策略和PCEIM(pseudo constrained expected improvement matrix),WCEIM及DWCEIM的 q 点策略仅需建立

$T(m+r)$ 个.假设获取的可行Pareto前沿存在 N 个元素,CEIM、PCEIM、WCEIM及DWCEIM均需计算EI₁、EI₂,故仅考虑ISM中单个元素简单计算数,PCEIM需进行 $2Nm(q-1)(d+2)$ 次,WCEIM为 $2Nm(q-1)(d+3)$ 次,DWCEIM需进行 $2Nm(q-1)(d+4)$ 次,Kriging单次建模计算 \mathbf{R} 逆矩阵的计算复杂度为 $O(n^3)$.故同等采样数情况下,序贯SBO方法 $n^3 \gg N$,多点采样有助于降低PSBO方法复杂度,更适于并行计算.

3 算法实现

3.1 算法实现步骤

step 1:进行实验设计,获取初始 \mathbf{X} 及对应的目标值 \mathbf{Y} 及约束值 \mathbf{G} .

step 2:获取Pareto非支配前沿 F_Ω 及解集 \mathbf{X}_{\min} .

step 3:设定终止条件、建模及多目标约束优化.

step 4:由 (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) 及 (\mathbf{X}, \mathbf{G}) 构建目标和约束的初始/刷新Kriging模型.

step 5:获取($G_i(\mathbf{x}) \leq 0$)的可行解.若有,则最大化ISM_{e,h,m}策略获取新实验点 \mathbf{x} ;若无,则最大化PoF.

step 6:对 \mathbf{x} 进行昂贵估计,获取 $\mathbf{Y}(\mathbf{x})$ 及 $\mathbf{G}(\mathbf{x})$.

step 7:刷新 $\mathbf{X} = \mathbf{X} \cup \mathbf{x}, \mathbf{Y} = \mathbf{Y} \cup \mathbf{y}, \mathbf{G} = \mathbf{G} \cup \mathbf{g}$.

step 8:采用ISM_{e,h,m}-PSBO方法更新 \mathbf{X}_{\min} 和 F_Ω .

step 9:重复step 4~step 8,直至满足终止条件.

注1 CEIM_{KB}策略相当于 $q=1$ 的ISM_{e,m,h}.需设定 $q > q_m$ 子循环终止条件,更新Kriging模型.

3.2 评价指标

选取超体积(hypervolume, HV)和反转世代距离(inverted generational distance, IGD)^[17,21]作为ISM_e-PSBO方法评价指标.一般HV值越大,IGD值越小,综合性能越好.

$$\text{HV} = \text{Le}\left(\bigcup_{i=1}^{|S|} v_i\right). \quad (11)$$

其中: v 表示参考点(reference point)与非支配个体 p_i 构成的超体积;Le表示勒贝格测度; S 表示非支配集.

$$\text{IGD} = \sum_{i=n} \bar{d}_i / |S|, \quad (12)$$

其中 d 表示Pareto最优解集上的点到最终Pareto真实解集中点的最小欧几里得距离.

4 实验结果及分析

4.1 测试问题信息

选取OSY、SRN^[22]及BNH^[23]测试函数对所提ISM_{e,h,m}-PSBO方法进行验证,具体信息见表1.

表1 测试函数信息

测试函数	目标个数	约束个数	变量个数	参考点
BNH	2	2	2	(140, 50)
SRN	2	2	2	(250, 50)
OSY	2	6	6	(0, 70)

4.2 实验参数设定

所有测试均在Intrl(R)Pentium(R), 2.90 GHz, 8 GB的32位Dell平台操作. ISM_{e,h,m}-PSBO方法采用Windows 7环境下Matlab2015b实现. 设定权系数 $\omega_1 = 0.35, \omega_2 = 0.65$, 最大迭代次数 $T_{max} = 100$ 作为终止条件; 采用拉丁抽样抽取 $n = 2d + 1$ 个初始样本; DACEMatlab程序包执行Kriging建模程序; 采用差分进化算法对填充策略进行优化; 实验中分别基于CEIM、PCEIM及新构建的CEIM_{KB}和所提WCEIM、DWCEIM实现ISM_e、ISM_h、ISM_m聚合. 除

CEIM_e、CEIM_h、CEIM_m外, 其余单次循环增加 $q = 2, 4, 8$ 个样本. 每种方法在不同策略下独立运行20次并进行统计. DCWEIM_e-PSBO方法在 $q = 1, 2, 4, 8$ 时HV平均值结果如图1所示. 由图1可以看出: 相比于 $q = 1$ 的CEIM_e单点填充策略, $q = 2, 4, 8$ 的DWCEIM_e-PSBO方法均可提升优化求解效率; 随迭代次数增加, HV值逐渐增大, 表明该方法获取Pareto解集的收敛性及分布性良好; 在同等情况下, q 值越大, DWCEIM_e-PSBO方法的迭代次数越少, HV值的增长速度越快, 表明DWCEIM_e多点填充策略作用下的多目标PSBO方法有助于减少昂贵仿真的时间成本. 选取EIM_{KB}_e、PCEIM_e及WCEIM_e三种多点策略作用下的PSBO方法与DWCEIM_e-PSBO方法进行比较, 令 $q = 2, 4, 8$ 的HV平均值作为评价指标, 每隔5个点取值, 结果如图2所示.

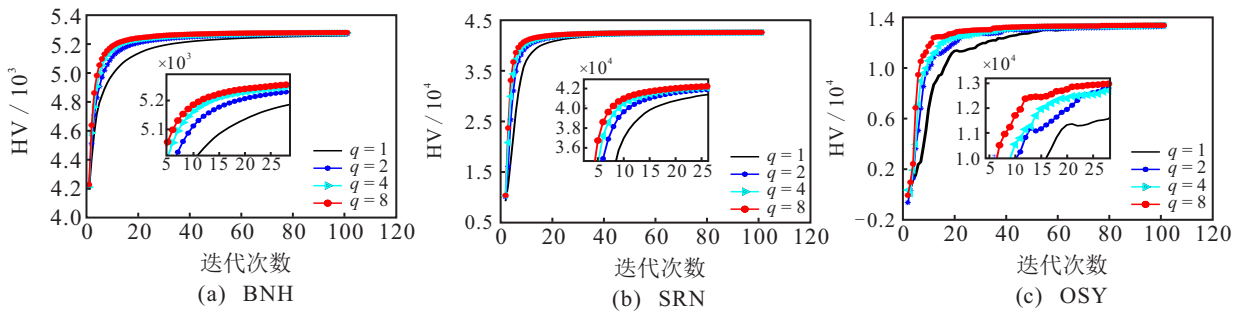


图1 DWCEIM_e-PSBO优化HV值

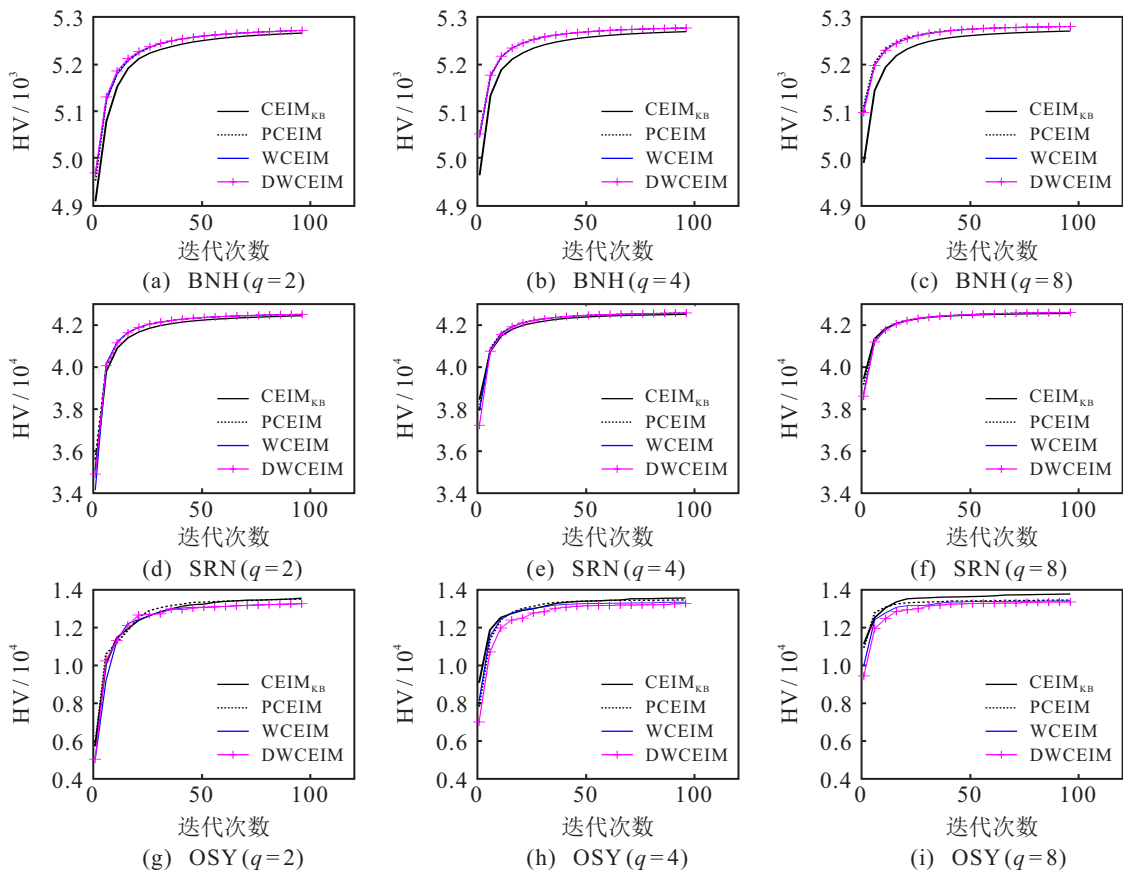


图2 ISM_e-PSBO方法不同采样数下HV值曲线

由图1和图2可以看出:4种 ISM_e -PSBO方法获取Pareto解集的收敛性及分布性良好,均可有效提升多目标约束优化问题求解效率;由图2中HV取值的初始位置可知, q 越大, ISM_e -PSBO方法获取优化解的收敛速度越快;对于BNH、SRN结果而言,基于 $CEIM_{KB}$ 矩阵的PSBO方法收敛速度最慢,表明变量数目较少时,该方法综合性能较差.其余 ISM_e -PSBO方法优化结果差别不大但均优于 $CEIM_{KB}$ -PSBO方法;对于OSY问题而言, $CEIM_{KB}$ 收敛速度最快,表明该方法更适于多变量问题,这与理论分析结果一致.为了更好地说明4种 ISM_e -PSBO方法的优劣,选取单次采样数 $q = 4, 8$ 时的HV、IGD值进行统计,具

体结果见表2.由表2可以看出:采用 ISM_e 聚合的4种PSBO方法均可对昂贵多目标约束优化问题进行求解;求解BNH和SRN测试函数时, $DWCEIM_e$ -PSBO方法获得了16个最优值中的12个, $PCEIM_e$ -PSBO方法及 $WCEIM_e$ -PSBO方法各获得2个最优值.由此表明:在HV及IGD多目标评价指标方面, $DWCEIM_e$ -PSBO方法优于其他PSBO方法; $CEIM_{KB}$ -PSBO方法在求解OSY问题时,获得了全部4个最优解,说明 $CEIM_{KB}$ -PSBO方法在求解变量数目较多的OSY问题时优于其余方法.上述测试结果与理论结果一致.选取 $q = 2, 4, 8$ 的 ISM_h -PSBO方法对3种多目标问题进行优化求解,结果见图3及表3.

表2 ISM_e -PSBO方法优化结果比较

函数	q	填充矩阵	HV		IGD		函数	q	填充矩阵	HV		IGD	
			mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)				mean(S.t.d)	mean(S.t.d)		
BNH	4	$CEIM_{KB}$	5 268.8(0.666 7)	5.46e-03(2.84e-06)	BNH	8	$CEIM_{KB}$	5 270.0(0.658 0)	5.46e-03(1.86e-06)				
	4	PCEIM	5 276.5(0.251 4)	5.46e-03(3.22e-07)		8	PCEIM	5 279.6(0.118 1)	5.46e-03(1.60e-07)				
	4	WCEIM	5 276.5(0.256 1)	5.46e-03(3.22e-07)		8	WCEIM	5 279.8(0.168 1)	5.46e-03(1.19e-07)				
	4	DWCEIM	5 276.6(0.240 1)	5.46e-03(3.36e-07)		8	DWCEIM	5 279.8(0.211 9)	5.46e-03(1.12e-07)				
SRN	4	$CEIM_{KB}$	42 517.3(18.072 2)	4.91e-05(1.95e-06)	SRN	8	$CEIM_{KB}$	42 558.8(17.129 7)	3.77e-05(4.67e-06)				
	4	PCEIM	42 575.6(6.112 3)	3.17e-05(1.22e-06)		8	PCEIM	42 604.3(4.634 4)	2.48e-05(1.33e-06)				
	4	WCEIM	42 575.6(6.520 8)	3.17e-05(1.28e-06)		8	WCEIM	42 604.5(4.791 0)	2.51e-05(1.33e-06)				
	4	DWCEIM	42 579.3(3.976 6)	3.12e-05(1.08e-06)		8	DWCEIM	42 604.2(2.995 7)	2.50e-05(8.88e-07)				
OSY	4	$CEIM_{KB}$	13 644.7(170.93)	1.40e-03(1.40e-04)	OSY	8	$CEIM_{KB}$	13 777.3(35.73)	1.12e-03(1.39e-04)				
	4	PCEIM	13 541.0(254.51)	2.45e-03(4.80e-04)		8	PCEIM	13 456.9(271.34)	2.49e-03(4.95e-04)				
	4	WCEIM	13 419.5(273.67)	2.72e-03(4.92e-04)		8	WCEIM	13 413.3(255.41)	2.70e-03(5.54e-04)				
	4	DWCEIM	13 352.2(319.07)	2.69e-03(6.39e-04)		8	DWCEIM	13 356.9(276.15)	2.85e-03(4.43e-04)				

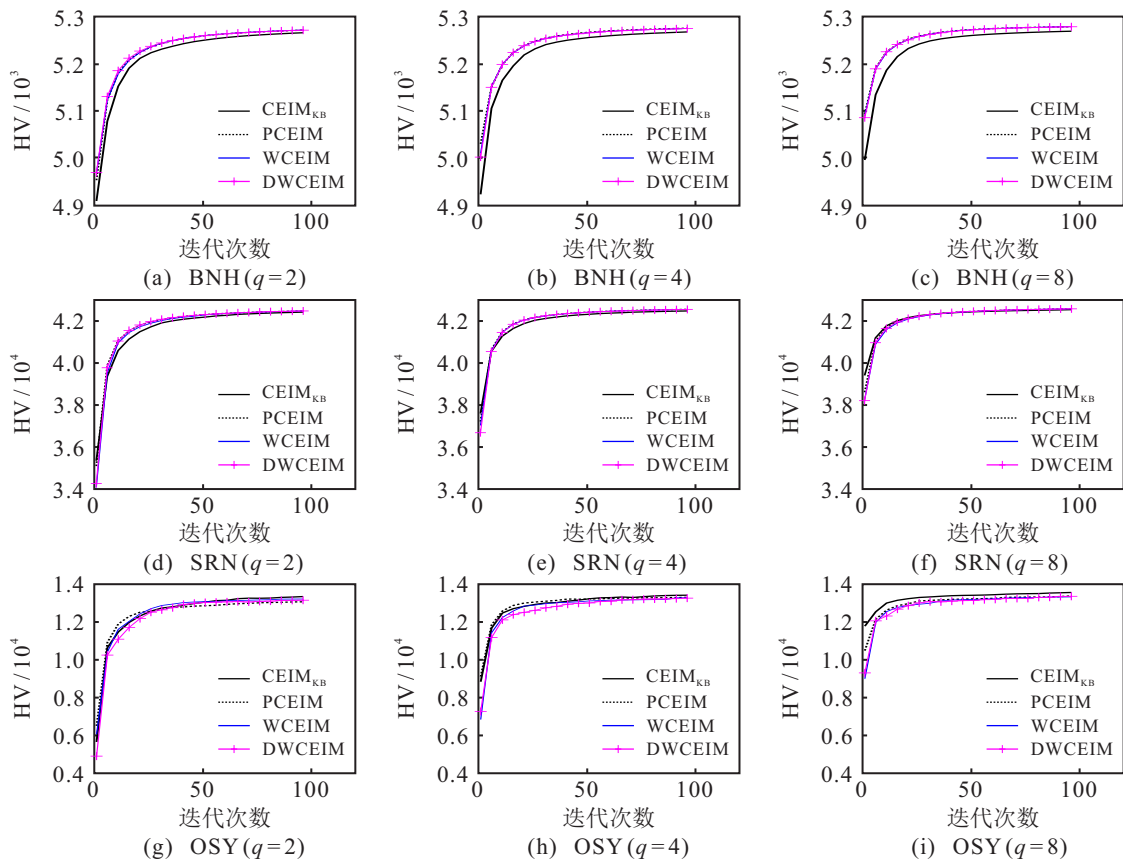


图3 ISM_h -PSBO方法不同采样数下HV值曲线

表3 ISM_h-PSBO方法优化结果比较

函数	q	填充矩阵	HV		IGD		函数	q	填充矩阵	HV		IGD	
			mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)				mean(S.t.d)	mean(S.t.d)		
BNH	4	CEIM _{KB}	5276.5 (1.387 1)	5.47e-03 (6.51e-06)	BNH	8	CEIM _{KB}	5269.0(1.399 8)	5.47e-03(7.21e-06)				
	4	PCEIM	5275.3(1.089 4)	5.48e-03(7.29e-05)		8	PCEIM	5278.5(0.475 2)	5.46e-03(7.52e-07)				
	4	WCEIM	5274.7(1.192 2)	5.51e-03(1.42e-04)		8	WCEIM	5278.7 (0.448 6)	5.48e-03(6.60e-05)				
	4	DWCEIM	5274.6(1.110 9)	5.49e-03(8.79e-05)		8	DWCEIM	5278.5(0.556 3)	5.46e-03 (2.96e-05)				
SRN	4	CEIM _{KB}	42478.5(27.836 6)	5.81e-05(3.00e-06)	SRN	8	CEIM _{KB}	42540.0(26.610 9)	4.21e-05(4.59e-06)				
	4	PCEIM	42555.0 (7.683 2)	3.91e-05(2.74e-06)		8	PCEIM	42578.1(6.267 5)	3.31e-05(1.74e-06)				
	4	WCEIM	42551.5(9.407 2)	3.93e-05(3.00e-06)		8	WCEIM	42578.9(7.976 9)	3.30e-05(2.51e-06)				
	4	DWCEIM	42553.2(9.930 7)	3.91e-05 (1.89e-06)		8	DWCEIM	42579.9 (9.184 2)	3.27e-05 (2.63e-06)				
OSY	4	CEIM _{KB}	13417.8 (147.07)	2.27e-03 (3.02e-04)	OSY	8	CEIM _{KB}	13562.2 (71.82)	1.93e-03 (2.46e-04)				
	4	PCEIM	13304.1(289.01)	2.53e-03(3.23e-04)		8	PCEIM	13380.2(186.94)	2.54e-03(4.33e-04)				
	4	WCEIM	13283.9(185.61)	2.86e-03(2.86e-04)		8	WCEIM	13328.1(157.82)	3.11e-03(4.44e-04)				
	4	DWCEIM	13262.7(213.97)	3.20e-03(4.28e-04)		8	DWCEIM	13359.6(198.99)	2.88e-03(4.82e-04)				

由表3结果可知:对于BNH及SRN多目标约束问题,DWCEIM_h-PSBO方法及PCEIM_h-PSBO方法均获得了HV及IGD评价指标的5个最优值,EIM_{KBh}-PSBO方法最优值数量为3个,而WCEIM_h-PSBO方法仅获得了1个最优值,表明变量数目较少时ISM_h距离聚合方法更适于DWCEIM及PCEIM填充;对于OSY函数EIM_{KBh}-PSBO方法获得了全部的4个最优值,表明该方法更适合于多变量问题.对于其他ISM_h-PSBO方法,PCEIM_h-PSBO方法最优,其余二者优化结果差别不大.

为了验证ISM_h-PSBO方法的有效性,针对3个测试问题,在相同初实验设定下,选取单次循环采样数q = 1, 2, 4, 8时DWCEIM_h-PSBO方法优化结果进行

统计.绘制DCWEIM_{e,h,m}-PSBO方法随迭代次数增加获取的测试函数近似Pareto最优解的HV平均值变化曲线,具体结果如图4所示.由图4可以看出:相比于q = 1的CEIM_h单点填充,DWCEIM_h多点填充策略均可提升3种多目标优化问题的求解效率,适用于并行计算;随迭代次数增加,HV值逐渐增大,表明DWCEIM_h-PSBO方法综合性能良好;HV值增速随单次采样点数的增多而加快,表明所提方法收敛性良好,DWCEIM_h策略优化效率提升的同时可有效减少昂贵仿真引发的时间成本.下面为了更好地说明DWCEIM_h-PSBO方法性能,比较4种ISM_h-PSBO方法对3种多目标问题的HV值优化结果,具体结果见图5.

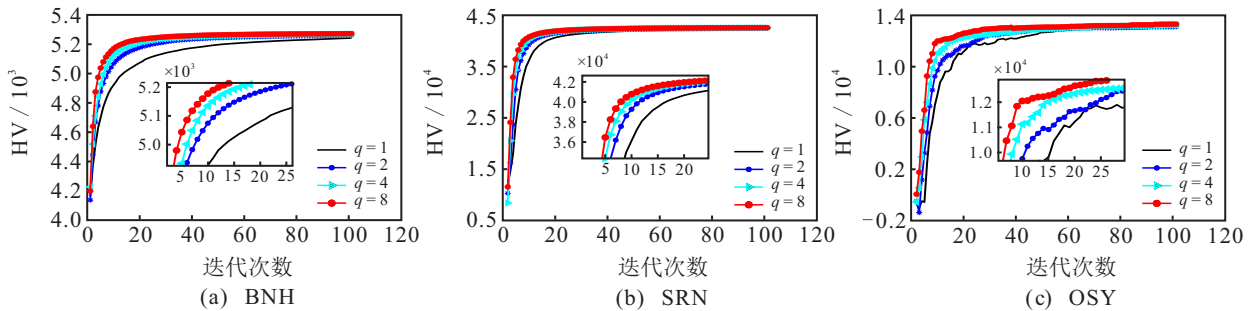


图4 DWCEIM_h-PSBO优化HV值

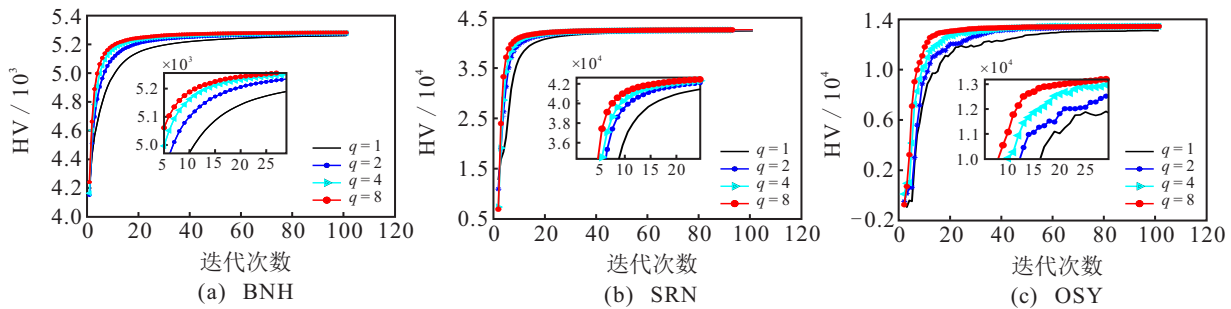


图5 DWCEIM_m-PSBO优化HV值

由图3和图4可知:4种ISM_e-PSBO方法收敛性良好,可有效提升并行计算效率;由图2中HV初始位置取值可知,q越大,收敛速度越快;对于BNH、SRN

而言,基于CEIM_{KB}矩阵的PSBO方法收敛速度最慢,综合性能较差,其余3种PSBO方法优化结果差别不大;对于OSY问题而言,CEIM_{KB}收敛速度最

快, $WCEIM_h$ -PSBO 方法次之, 表明 $CEIM_{KBh}$ -PSBO 方法更适于多变量问题, 这与理论分析结果一致。

由图5结果可知: $DWCEIM_m$ -PSBO 方法综合性能较好. 随着单次采样数 q 增大, 优化解的收敛速度加快, 表明 $DWCEIM_m$ -PSBO 方法可有效实现多点填充作用下的并行计算, 提升优化效率。

由图6可以看出: 4种 ISM_m -PSBO 方法均具有较好的综合特性, 可提升优化效率; 由3种测试函数 HV 取值的初始位置可知, 单次采样点数量 q 越大, 解

的收敛速度越快; 对于 BNH、SRN 测试函数结果而言, $CEIM_{KBm}$ -PSBO 方法收敛速度最慢, 综合性能较差, 其余3种策略优化效果差别不大; 对于 OSY 问题而言, $CEIM_{KBm}$ -PSBO 方法收敛速度最快, 综合性能最好, 表明该方法更适于变量数目较多的约束优化问题, 这与理论分析结果一致. 选取单次采样数 $q = 4, 8$ 时4种 ISM_m -PSBO 方法的 HV、IGD 值进行统计, 具体结果见表4。

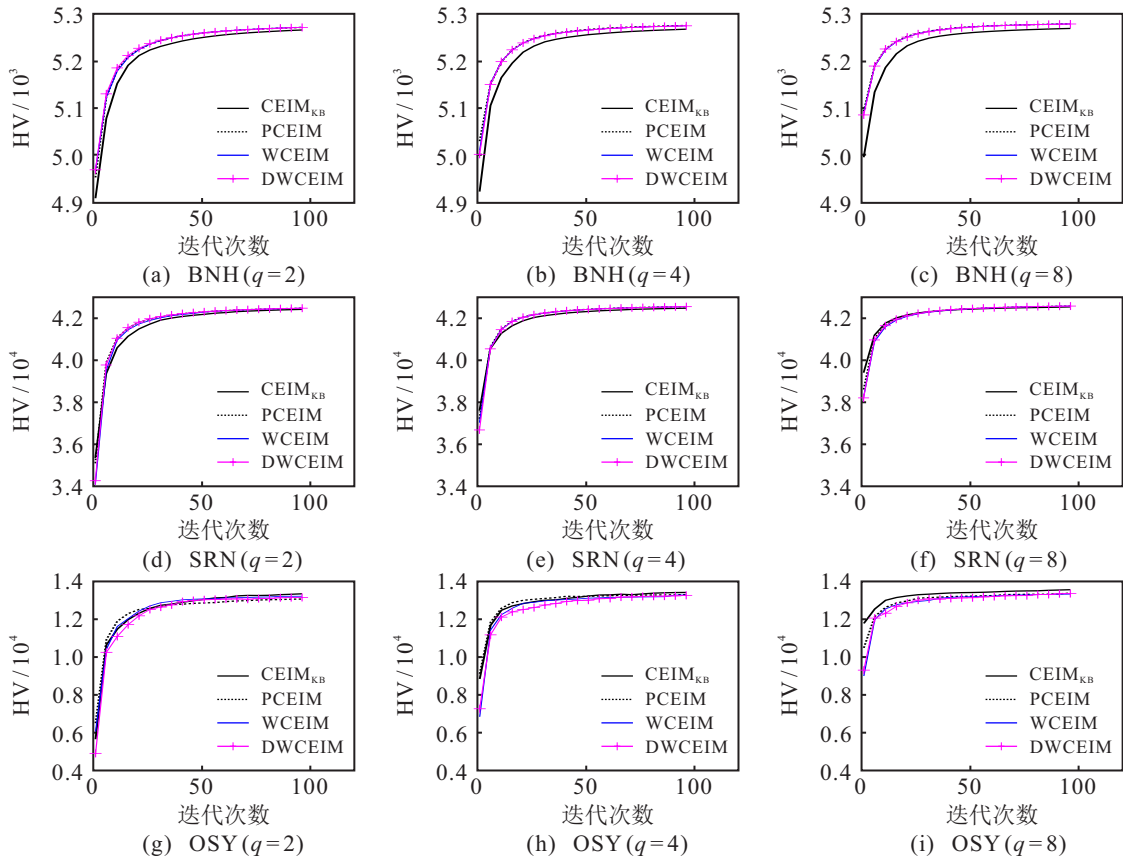


图6 ISM_m -PSBO 方法不同采样数下 HV 值曲线

表4 ISM_m -PSBO 方法优化结果比较

函数	q	填充矩阵	HV		IGD		函数	q	填充矩阵	HV		IGD	
			mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)	mean(S.t.d)				mean(S.t.d)	mean(S.t.d)		
BNH	4	$CEIM_{KB}$	5 267.6(0.833 5)	5.47e-03(1.53e-04)	BNH	8	$CEIM_{KB}$	5 276.5(0.695 4)	5.46e-03(6.23e-05)				
	4	PCEIM	5 267.6(0.174 0)	5.47e-03(5.29e-05)		8	PCEIM	5 279.7(0.200 9)	5.46e-03(1.51e-07)				
	4	WCEIM	5 276.5(0.321 7)	5.46e-03(4.39e-07)		8	WCEIM	5 279.8(0.151 6)	5.47e-03(1.14e-07)				
	4	DWCEIM	5 276.6(0.321 1)	5.47e-03(3.74e-05)		8	DWCEIM	5 279.9(0.226 7)	5.46e-03(1.18e-07)				
SRN	4	$CEIM_{KB}$	42 519.3(16.173 0)	4.77e-05(3.51e-06)	SRN	8	$CEIM_{KB}$	42 560.7(22.794 5)	3.62e-05(5.74e-06)				
	4	PCEIM	42 576.7(5.647 1)	3.14e-05(1.01e-06)		8	PCEIM	42 601.5(4.851 7)	2.56e-05(1.36e-06)				
	4	WCEIM	42 578.0(3.662 0)	3.14e-05(1.01e-06)		8	WCEIM	42 604.2(3.750 3)	2.48e-05(1.12e-06)				
	4	DWCEIM	42 574.8(4.802 5)	3.18e-05(1.14e-06)		8	DWCEIM	42 604.9(4.237 7)	2.47e-05(1.26e-06)				
OSY	4	$CEIM_{KB}$	13 733.8(131.81)	1.33e-03(4.09e-04)	OSY	8	$CEIM_{KB}$	13 786.3(52.39)	1.10e-03(2.28e-04)				
	4	PCEIM	13 514.2(264.05)	2.23e-03(5.13e-04)		8	PCEIM	13 571.7(122.76)	2.27e-03(4.43e-04)				
	4	WCEIM	13 355.9(368.49)	2.80e-03(5.53e-04)		8	WCEIM	13 478.6(152.77)	2.77e-03(4.01e-04)				
	4	DWCEIM	13 394.6(263.64)	2.45e-03(5.07e-04)		8	DWCEIM	13 396.0(334.28)	2.60e-03(5.00e-04)				

由表4可知: $q = 8$ 时 ISM_m -PSBO方法求解3种测试函数的HV、IGD值均优于 $q = 4$, 说明 q 增大有助于方法快速收敛; 对于BNH、SRN函数, DWCEIM_m-PSBO及WCEIM_m-PSBO方法分别获得16个最优解中的6个和10个, 说明WCEIM_m-PSBO方法Pareto解集的综合性能更好, 更适用于 d 较少情况; 对于OSY函数, 基于CEIM_{KB}的PSBO方法获得了全部的4个最优解, 说明 d 较多时应优先考虑该方法。

综合图1~图6以及表2~表4的结果可知: 1) $ISM_{e,h,m}$ -PSBO可以有效实现多点采样, 有助于提升计算效率, 降低实验成本; 2) DWCEIM_{e,h,m}-PSBO方法在处理变量数目较少时优于其余策略, 变量数目较多时, 基于CEIM_{KB}矩阵的PSBO方法最优; 3) ISM_e -PSBO方法在多目标约束问题求解时综合性能最优, ISM_m -PSBO方法综合性能略弱于 ISM_e -PSBO方法, ISM_h -PSBO方法性能最差。

4.3 工程案例

设计长为 L , 宽为 b 用来支撑电机的铰接夹芯梁 (pinned-pinned sandwich beam)^[24], 如图7所示。

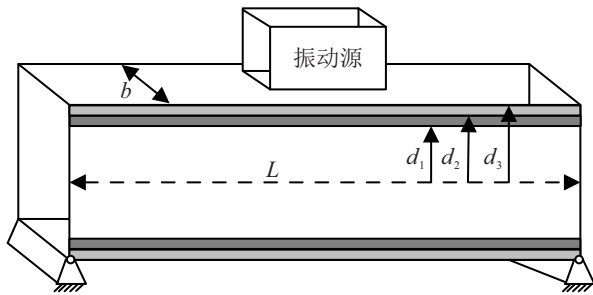


图7 振动电机铰接夹芯梁设计

铰接夹芯梁3层结构厚度分别为 $d_1, d_2 - d_1, d_3 - d_2$. 每层材料密度为 ρ_1, ρ_2, ρ_3 , 弹性模量为 E_1, E_2, E_3 及单位体积造价 c_1, c_2, c_3 . 设计变量 $d_1 \in [0.05, 0.35]$, $d_2 \in [0.2, 0.5]$, $d_3 \in [0.2, 0.51]$, $b \in [0.3, 0.55]$, $L \in [3, 6]$.

铰接夹芯梁总体设计目标为最小化由电机振动引起的梁振动, 使夹芯梁的振动频率 f_1 尽量避开振动源的频率, 越高越好。

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2} \left(\frac{Q}{U} \right)^{0.5}$$

其中

$$U = 2b[\rho_1 d_1 + \rho_2 (d_2 - d_1) + \rho_3 (d_3 - d_2)],$$

$$Q = (2b/3)(E_1 d_1^3 + E_2 (d_2^3 - d_1^3) + E_3 (d_3^3 - d_2^3)).$$

使 f_1 尽可能高的同时使整体造价 f_2 越低越好。

$$f_2 = 2bL[c_1 d_1 + c_2 (d_2 - d_1) + c_3 (d_3 - d_2)].$$

4.4 实验结果及分析

对铰接夹芯梁进行优化时, 把振动频率 f_1 目标转换成最小化问题, 取频率 f_1 的负数作为优化目标. 对 f_1, f_2 去量纲, 进行0-1标准化处理, 公式如下:

$$f_s = \frac{f - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}},$$

其中 f_{\min}, f_{\max} 分别为已知数据 f 中的最大值和最小值; 令 f_{1s}, f_{2s} 分别表示标准化后的振动频率及整体造价. 铰接夹芯梁优化涉及参数信息见表5。

表5 铰接夹芯梁参数设置

参数	材料1	材料2	材料3
材料密度 ρ	100	2770	7780
弹性模量 E	1.6×10^9	70×10^9	200×10^9
单位体积造价 c	500	1500	800

采用最大最小拉丁超立方抽取 $2d + 1$ 个样本, 令PSBO方法最大迭代次数 $T_{\max} = 100$ 为终止条件. 选取 $R_p = (-50, 2000)$ 作为HV计算参考点, $ISM_{e,h,m}$ -PSBO方法单次采样数 $q = 2, 4, 8$ 时重复进行10次独立实验, 结果见表6和表7。

表6 铰接夹芯梁 $ISM_{e,h,m}$ -PSBO方法HV值比较

q	ISM	index	ISM_e	ISM_h	ISM_m
4	CEIM _{KB}	mean	163 039.0	158 963.3	162 039
		S.t.d	2 616.1	1 261.0	2 480.6
	PCEIM	mean	158 215.6	150 174.0	161 673.2
		S.t.d	3 617.0	5 495.0	3 860.8
	WCEIM	mean	157 653.9	149 243.4	156 133.9
		S.t.d	8 372.1	3 810.7	6 026.5
	DWCEIM	mean	156 495.4	150 691.0	158 035.9
		S.t.d	4 149.4	7 275.0	4 679.0
8	CEIM _{KB}	mean	165 614.70	158 830.2	165 878.6
		S.t.d	1 187.6	1 869.7	688.3
	PCEIM	mean	159 561.6	152 373.5	160 179.8
		S.t.d	4 047.7	3 629.1	2 640.9
	WCEIM	mean	153 847.0	150 927.9	158 273.5
		S.t.d	5 283.4	5 292.0	8 288.0
	DWCEIM	mean	155 070.0	149 420.0	158 714.0
		S.t.d	5 122.5	4 441.5	4 649.5

由表6可知: 对于铰接夹芯梁设计问题, $ISM_{e,h,m}$ -PSBO方法均可获得较好的优化结果; 3种聚合策略作用下的PSBO方法、 ISM_m -PSBO方法获得了HV最优值中的9个, 优化综合性能最好, 其次为 ISM_e -PSBO方法, ISM_h -PSBO方法最差; 随着单次采样数 q 的增大, PCEIM_{h,m}-PSBO及CEIM_{KB,e,m}-PSBO方法综合性能提升的同时稳健性增强, 说明更适应多点采样下的并行计算。

实际应用中, 设定满意频率 $f_1 \in [100, 200]$, 频率

越高越好;满意成本 $f_2 \in [1\ 000, 1\ 800]$, 越低越好, 设定目标 f_1 和 f_2 的重要性分别为 0.7 和 0.3. 取夹芯梁优化 10 次独立重复实验中 HV 最大值时的 Pareto 解集及标准 Pareto 解集进行决策; 首先获取使满意频率

取值及满意成本取值同时满足的 Pareto 解集; 然后通过标准 Pareto 解集进行重要性决策, 即使得目标 $f_s = 0.3f_{2s} - 0.7f_{1s}$ 最小化; 最后通过反归一化获取满足 f_s 最小值对应的真实最优决策 f . 具体结果见表 7.

表 7 ISM_m-PSBO 方法获取的固定夹芯梁最优决策

q	ISM	ISM _e -PSBO			ISM _n -PSBO			ISM _m -PSBO		
		f_1	f_2	f	f_1	f_2	f	f_1	f_2	f
2	CEIM _{KB}	109.15	1 105.33	255.20	152.92	1 246.04	266.77	103.22	1 089.28	254.53
	PCEIM	103.15	1 088.85	254.45	114.97	1 126.94	257.60	116.56	1 126.04	256.22
	WCEIM	120.23	1 140.36	257.95	130.70	1 175.27	261.09	109.02	1 103.97	254.87
	DWCEIM	128.19	1 158.74	257.88	113.95	1 132.80	260.08	107.06	1 098.86	254.71
4	CEIM _{KB}	102.63	1 096.75	257.18	110.28	1 128.95	261.49	130.45	1 166.50	258.64
	PCEIM	124.36	1 154.48	259.29	110.10	1 118.10	258.36	107.01	1 118.91	260.77
	WCEIM	104.55	1 090.11	253.85	107.01	1 112.47	258.83	102.12	1 085.33	254.11
	DWCEIM	100.36	1 081.26	254.12	100.01	1 097.96	259.38	109.46	1 114.74	257.80
8	CEIM _{KB}	132.17	1 174.83	259.93	101.66	1 087.35	255.04	113.03	1 115.69	255.59
	PCEIM	100.79	1 078.92	252.12	116.31	1 126.15	256.43	103.60	1 090.50	254.63
	WCEIM	117.84	1 131.20	256.87	107.94	1 102.36	255.15	125.40	1 158.50	259.77
	DWCEIM	121.95	1 144.40	257.96	122.29	1 145.00	257.90	106.45	1 097.70	254.80

由表 7 最优决策结果可知: 在采样数 $q = 2, 4, 8$ 情况下, 12 种 ISM_{e,h,m}-PSBO 方法获得了 36 组满意解, 说明该类方法可有效处理多目标约束优化问题; 在目标偏好为 (0.3, 0.7) 情况下获得最优决策的差别不大, 决策者可根据偏好设置新的偏好系数或收紧满意目标范围获取新的决策方案.

5 结论

实验结果表明: 控制函数对 EI 策略贪婪性具有弱化作用, 可作为权函数实现 EI 策略局部搜索和全局探索能力的调整, 实验结果与理论分析相一致; HV 和 IGD 指标表明, ISM_{e,h,m}-PSBO 方法可高效求解多目标约束优化问题, 提升优化效率; DWCEIM-PSBO 方法在变量较少时优化效率较高, 且计算复杂度较低; CEIM_{KB}-PSBO 方法在变量较多时综合性能较好, 但计算复杂度较高.

控制函数高效实现了空间多点填充, ISM 聚合方法减少计算复杂度的同时改善了因积分计算带来的耗时问题, 为昂贵多目标优化问题的解决提供了新的解决思路. 此外, 相比单目标问题的 CL 策略, 采取伪最小值进行 Kriging 模型的刷新显然难以实现, 因此将其扩展到多目标问题是一个挑战. ISM 聚合方法应用到更多的填充策略是一个有益的扩展, 发展更有效的控制函数和开发更多适合于 ISM 矩阵聚合的方法也是一个有趣的研究方向.

参考文献(References)

- [1] Luo J P, Gupta A, Ong Y S, et al. Evolutionary optimization of expensive multiobjective problems with Co-sub-Pareto front Gaussian process surrogates[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5): 1708-1721.
- [2] Zhang Q F, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712-731.
- [3] Ouyang L H, Wan L Q, Park C, et al. Ensemble RBF modeling technique for quality design[J]. Journal of Management Science and Engineering, 2019, 4(2): 105-118.
- [4] Jakobsson S, Patriksson M, Rudholm J, et al. A method for simulation based optimization using radial basis functions[J]. Optimization and Engineering, 2010, 11(4): 501-532.
- [5] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.
- [6] Zhang J X, Ma Y Z, Yang T, et al. Estimation of the Pareto front in stochastic simulation through stochastic Kriging[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2017, 79: 69-86.
- [7] Keane A, Forrester A, Sobester A. Engineering design via surrogate modelling: A practical guide[M]. Washington,

- DC: AIAA, 2008: 1-18.
- [8] Ouyang L H, Zhou D Q, Park C, et al. Ensemble modelling technique for a micro-drilling process based on a two-stage bootstrap[J]. *Engineering Optimization*, 2019, 51(3): 503-519.
- [9] 龙腾, 刘建, Wang G Gary, 等. 基于计算试验设计与代理模型的飞行器近似优化策略探讨[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(14): 79-105.
(Long T, Liu J, Wang G Gary, et al. Discuss on approximate optimization strategies using design of computer experiments and metamodels for flight vehicle design[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(14): 79-105.)
- [10] Knowles J. ParEGO: A hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(1): 50-66.
- [11] Zhang Q F, Liu W D, Tsang E, et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(3): 456-474.
- [12] 刘建昌, 赵阳杰, 李飞, 等. 基于R2指标的昂贵多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 823-832.
(Liu J C, Zhao Y J, Li F, et al. Expensive multi-objective optimization algorithm based on R2 indicator[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(4): 823-832.)
- [13] Schonlau M. *Computer experiments and global optimization*[D]. Waterloo: University of Waterloo, 1997.
- [14] Ginsbourger D, Le Riche R, Carraro L. Kriging is well-suited to parallelize optimization[M]. *Computational Intelligence in Expensive Optimization Problems*. Berlin: Springer, 2010: 131-162.
- [15] Zhan D W, Qian J C, Cheng Y S. Pseudo expected improvement criterion for parallel EGO algorithm[J]. *Journal of Global Optimization*, 2017, 68(3): 641-662.
- [16] 林成龙, 马义中, 肖甜丽. 基于均值改进控制策略的昂贵约束并行代理优化算法[J]. *控制理论与应用*, 2021, 38(6): 707-718.
(Lin C L, Ma Y Z, Xiao T L. Expensive constraints parallel surrogate-based optimization algorithm based on mean improvement control strategy[J]. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(6): 707-718.)
- [17] Zhan D W, Cheng Y S, Liu J. Expected improvement matrix-based infill criteria for expensive multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(6): 956-975.
- [18] Zhan D W, Xing H L. Expected improvement for expensive optimization: A review[J]. *Journal of Global Optimization*, 2020, 78(3): 507-544.
- [19] Nguyen V, Gupta S, Rana S, et al. Distance exploration for scalable batch bayesian optimization[C]. *The 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017)*. Long Beach, 2017: 1-5.
- [20] Sóbester A, Leary S J, Keane A J. On the design of optimization strategies based on global response surface approximation models[J]. *Journal of Global Optimization*, 2005, 33(1): 31-59.
- [21] Jiang S W, Ong Y S, Zhang J, et al. Consistencies and contradictions of performance metrics in multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(12): 2391-2404.
- [22] Bin T T, Korn U. MOBES: A multiobjective evolution strategy for constrained optimization problems[C]. *The 3rd International Conference on Genetic Algorithms (Mendel)*. Brno: Czech Republic, 1997: 176-182.
- [23] Deb K, Pratap A, Meyarivan T. Constrained test problems for multi-objective evolutionary optimization[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, 1st International Conference*. Zurich, 2001: 1-15.
- [24] Messac A. Physical programming — Effective optimization for computational design[J]. *AIAA Journal*, 1996, 34(1): 149-158.

作者简介

林成龙(1989—), 男, 博士生, 从事质量工程、智能优化算法的研究, E-mail: cllin0814@163.com;

马义中(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事质量工程与质量管理、计算机试验设计等研究, E-mail: yzma-2004@163.com;

刘丽君(1991—), 女, 博士生, 从事计算机试验设计、因子筛选的研究, E-mail: lijun_liu06@163.com;

肖甜丽(1988—), 女, 博士生, 从事质量工程、可靠性优化的研究, E-mail: 1017973062@qq.com.

(责任编辑: 闫妍)