

# 控制与决策

Control and Decision

一种基于教与学的混合灰狼优化算法

李全耀, 沈艳霞

引用本文:

李全耀, 沈艳霞. 一种基于教与学的混合灰狼优化算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3190–3196.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0968>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于改进量子粒子群的K-means聚类算法及其应用](#)

K-means clustering algorithm based on improved quantum particle swarm optimization and its application

控制与决策. 2022, 37(4): 839–850 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1302>

[基于鞅论的灰狼优化算法全局收敛性分析](#)

Global convergence analysis of grey wolf optimization algorithm based on martingale theory

控制与决策. 2022, 37(11): 2839–2848 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0645>

[基于改进多目标骨干粒子群算法的电力系统环境经济调度](#)

Economic emission dispatch of power system based on improved bare-bone multi-objective particle swarm optimization algorithm

控制与决策. 2022, 37(4): 997–1004 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1440>

[基于自适应正态云模型的灰狼优化算法](#)

Grey wolf optimization algorithm based on adaptive normal cloud model

控制与决策. 2021, 36(10): 2562–2568 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0233>

[具有重组学习和混合变异的动态多种群粒子群优化算法](#)

Dynamic multi-population particle swarm optimization algorithm with recombined learning and hybrid mutation

控制与决策. 2021, 36(12): 2871–2880 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0898>

# 一种基于教与学的混合灰狼优化算法

李全耀, 沈艳霞<sup>†</sup>

(江南大学 物联网技术应用教育部工程研究中心, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对灰狼优化算法(GWO)存在收敛精度不高、易陷入局部最优的不足,提出一种基于教与学的混合灰狼优化算法(HGWO). 首先,采用佳点集理论进行种群初始化,提高初始种群的遍历性;其次,提出一种非线性控制参数策略,在迭代前期增加全局搜索能力,避免算法陷入局部最优,在迭代后期增加局部开发能力,提高收敛精度;最后,结合教与学算法(TLBO)和粒子群优化算法,修改原位置更新公式以优化算法搜索方式,从而提升算法的收敛性能. 为验证 HGWO 算法的有效性,选取 9 种标准测试函数,将 HGWO 算法、GWO 算法以及其他群体智能优化算法和其他改进 GWO 算法进行仿真实验. 实验结果表明,所提出的 HGWO 算法性能优于 GWO 算法和其他群体智能优化算法,且在改进算法中具有优势.

**关键词:** 群体智能优化; 灰狼优化算法; 佳点集理论; 非线性控制参数; 教与学算法; 粒子群算法

中图分类号: TP18 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0968

引用格式: 李全耀, 沈艳霞. 一种基于教与学的混合灰狼优化算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3190-3196.

## A hybrid gray wolf optimization algorithm based on the teaching-learning optimization

LI Quan-yao, SHEN Yan-xia<sup>†</sup>

(Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** In terms of the problems that the gray wolf optimization algorithm has low convergence accuracy and is easy to fall into local solutions, this paper proposes a hybrid gray wolf optimization algorithm based on the teaching-learning optimization. Firstly, the good-point set theory is used to generate the initial population to improve its ergodicity. Then, a nonlinear control parameter strategy is proposed to increase the global search capability in the early stage of the iteration to avoid the algorithm from falling into the local optimum, and increase the local development capability in the later stage of the iteration to improve the convergence accuracy. Finally, combining with the teaching-learning-based optimization (TLBO) algorithm and particle swarm optimization (PSO), the original position update formula is modified to optimize the search mode of the algorithm, thereby improving the convergence performance of the algorithm. In order to verify the effectiveness of the HGWO algorithm, this paper compares the HGWO algorithm with the classical algorithm, other swarm intelligence optimization algorithms and other improved GWO algorithms by using nine well-known benchmark test functions. The results show that the performance of the proposed HGWO algorithm is significantly better than the classical GWO algorithm and other swarm intelligence optimization algorithms, and has certain advantages in the improved algorithms.

**Keywords:** swarm intelligence algorithm; gray wolf optimization algorithm; good-point set theory; nonlinear control parameter; teaching-learning-based optimization; particle swarm optimization

## 0 引言

随着优化问题在工程应用和理论研究领域日益突出,群体智能优化算法如粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法<sup>[1]</sup>、人工蜂群 (artificial bee colony, ABC) 算法<sup>[2]</sup> 等凭借其简单灵活、易于

实现的特性逐渐成为学者们研究的热点. 2014 年, Mirjalili 等<sup>[3]</sup> 受到灰狼群围猎行为的启发,提出了灰狼优化算法 (GWO), 通过模拟灰狼群搜索、包围和攻击猎物的狩猎过程实现优化搜索的目的. 近年来, 该算法在神经网络模型优化<sup>[4]</sup>、控制器参数整定<sup>[5]</sup>、最

收稿日期: 2021-06-02; 录用日期: 2021-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61573167, 61572237).

责任编辑: 侯忠生.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: shenyx@jiangnan.edu.cn.

大功率点跟踪<sup>[6]</sup>等多个领域得到广泛应用。

与其他优化算法相比,GWO算法收敛速度快、鲁棒性强,具有很强的局部搜索能力。但是,GWO算法存在易陷入局部最优的不足,导致其在处理优化问题时收敛精度不高。为此,国内外学者提出了很多改进措施提升算法性能,主要体现在以下几方面:

1) 改进控制参数策略。如王秋萍等<sup>[7]</sup>提出了一种基于余弦规律变化的控制参数策略,通过改变控制参数 $a$ 调整收敛因子 $A$ ,协调全局搜索能力和局部开发能力,促使算法在迭代前期跳出局部最优。

2) 改进算法搜索策略。GWO算法通过精英狼引导的方式进行搜索,有效提高了算法的收敛速度和收敛精度,但易出现早熟收敛现象。为此,Banaie-Dezfouli等<sup>[8]</sup>提出了一种具有代表性的狩猎策略,通过建立代表性档案提高解的多样性;Yang等<sup>[9]</sup>在GWO算法的基础上加入混沌局部搜索策略,利用混沌运动的随机性和遍历性帮助算法跳出局部最优。

3) 结合其他优化算法。不同算法的搜索模式不同,其搜索能力也各有优劣。可以通过结合其他优化算法来弥补GWO算法的不足,如乌鸦搜索算法<sup>[10]</sup>、遗传算法<sup>[11]</sup>、粒子群算法<sup>[12]</sup>等。

虽然大多数改进措施可以改善GWO算法性能,但算法易陷入局部最优、收敛精度不高的问题依然存在。因此,本文结合教与学算法修改位置更新方式,改进种群初始化方法和控制参数策略,提出一种基于教与学的混合灰狼优化算法(hybrid grey wolf optimization, HGWO)。实验表明,HGWO算法能够在避免早熟收敛的同时,有效提高收敛精度,寻优性能显著提升。

## 1 基于教与学的混合灰狼优化算法描述

假设GWO算法求解优化问题的解空间维度为 $d$ ,灰狼种群规模为 $N$ ,则第 $i$ 只灰狼个体的位置可以表示为 $X_i = \{X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^d\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ 。将该种群中的最优解个体记为 $\alpha$ ,次优解个体记为 $\beta$ ,次次优解个体记为 $\delta$ ,其他个体记为 $\omega$ ,灰狼群包围猎物的数学模型<sup>[3]</sup>可表示为

$$X(t+1) = X_p(t) - A \cdot |C \cdot X_p(t) - X(t)|. \quad (1)$$

其中: $t$ 为当前代数; $X_p(t)$ 为猎物位置; $X(t)$ 和 $X(t+1)$ 为灰狼个体移动前后的位置; $A$ 为收敛因子, $C$ 为摆动因子,计算公式如下:

$$A = 2a \cdot r_1 - a, \quad (2)$$

$$C = 2 \cdot r_2. \quad (3)$$

这里: $r_1$ 和 $r_2$ 均为 $[0, 1]$ 之间的随机数; $a$ 为距离控制参数,其值随迭代次数增加而线性递减,计算如下:

$$a = a_{\text{initial}} - (a_{\text{initial}} - a_{\text{final}}) \frac{t}{T_{\text{max}}}. \quad (4)$$

其中: $T_{\text{max}}$ 为最大迭代次数; $a_{\text{initial}}$ 和 $a_{\text{final}}$ 分别为距离控制参数 $a$ 的初始值和终止值。

在狩猎过程中, $\alpha$ 狼、 $\beta$ 狼和 $\delta$ 狼距离猎物最近,其他灰狼随精英狼移动。因此,将 $X_\alpha$ 、 $X_\beta$ 、 $X_\delta$ 视作猎物位置代入式(1),得到GWO算法的位置更新公式

$$\begin{cases} X_1(t+1) = X_\alpha(t) - A_1 \cdot |C_1 \cdot X_\alpha(t) - X(t)|, \\ X_2(t+1) = X_\beta(t) - A_2 \cdot |C_2 \cdot X_\beta(t) - X(t)|, \\ X_3(t+1) = X_\delta(t) - A_3 \cdot |C_3 \cdot X_\delta(t) - X(t)|; \end{cases} \quad (5)$$

$$X_{\text{gwo}}(t+1) = \frac{X_1(t+1) + X_2(t+1) + X_3(t+1)}{3}, \quad (6)$$

其中 $X_{\text{gwo}}(t+1)$ 即为灰狼个体根据 $\alpha$ 狼、 $\beta$ 狼和 $\delta$ 狼位置调整后的更新位置。迭代完成后, $X_\alpha$ 即为灰狼群寻得的猎物位置。

### 1.1 非线性控制参数策略

由式(1)可知,协调GWO算法全局搜索能力和局部开发能力的关键在于收敛因子 $A$ 的大小。当 $A > 1$ 时,灰狼群将扩大范围初步搜寻猎物,对应全局搜索能力;当 $A < 1$ 时,灰狼群将缩小包围网精细搜寻猎物,对应局部开发能力。由式(2)可知,收敛因子 $A$ 的大小取决于控制参数 $a$ 的大小。因此,控制参数 $a$ 的取值决定着算法的全局搜索能力和局部开发能力。

由式(4)可知,控制参数 $a$ 的取值随迭代过程的进行而线性减小。然而,灰狼群的包围与狩猎过程非常复杂,GWO算法原有的线性控制参数策略不能很好地模拟这一过程。为协调算法的全局搜索能力和局部开发能力,本文提出一种基于Sigmoid函数的非线性控制参数策略,即

$$a = a_{\text{initial}} - \frac{a_{\text{initial}} - a_{\text{final}}}{1 + \exp\left[-10\left(\frac{t}{T_{\text{max}}} - \frac{1}{2}\right)\right]}. \quad (7)$$

其中:初始值 $a_{\text{initial}} = 1$ ,终止值 $a_{\text{final}} = 0$ 。根据式(7),控制参数 $a$ 在搜索过程中随迭代次数的增加从1非线性地减小至0。

### 1.2 基于教与学的位置更新策略

GWO算法在进行位置更新时注重利用作为精英的 $\alpha$ 狼、 $\beta$ 狼和 $\delta$ 狼进行引导搜索,却忽略了同伴间的交流和个体自身经验的学习。

TLBO算法<sup>[13]</sup>是一种模拟传统的课堂教学过程的优化算法,分为教学阶段和学习阶段。在教学阶段,学生会根据教师水平与班级平均水平之间的差距进

行学习,以提高自身成绩,数学模型<sup>[13]</sup>可表示为

$$\Delta L = (L_{\text{teacher}} - T_F \cdot L_{\text{ave}}), \quad (8)$$

$$L(t+1) = L(t) + r_3 \cdot \Delta L. \quad (9)$$

其中: $L(t)$ 和 $L(t+1)$ 为学生在教学前后的能力水平; $L_{\text{teacher}}$ 为教师水平; $L_{\text{ave}}$ 为班级平均水平; $r_3$ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数; $T_F$ 为教学因子,表示班级平均水平影响学生水平的权重,随机取1或2,即

$$T_F = \text{round}[1 + \text{rand}(0, 1)]. \quad (10)$$

将TLBO算法的教学阶段引入GWO算法中,模拟灰狼个体通过学习精英狼与灰狼群平均位置的差异来提高狩猎能力,将 $\alpha$ 狼、 $\beta$ 狼和 $\delta$ 狼的位置作为教师位置代入式(8),得到表达式如下:

$$\begin{cases} \Delta X_1(t+1) = X_\alpha(t) - T_{F_1} \cdot \bar{X}(t), \\ \Delta X_2(t+1) = X_\beta(t) - T_{F_2} \cdot \bar{X}(t), \\ \Delta X_3(t+1) = X_\delta(t) - T_{F_3} \cdot \bar{X}(t). \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta X_{\text{tlbo}}(t+1) = \\ \frac{1}{3} \Delta X_1(t+1) + \frac{1}{3} \Delta X_2(t+1) + \frac{1}{3} \Delta X_3(t+1). \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $\bar{X}(t)$ 为灰狼群平均位置; $\Delta X_{\text{tlbo}}(t+1)$ 即为灰狼个体根据 $\alpha$ 狼、 $\beta$ 狼和 $\delta$ 狼与灰狼群平均位置的差异得到的移动方向;教学因子 $T_{F_1}$ 、 $T_{F_2}$ 和 $T_{F_3}$ 计算同式(10).

受PSO算法启发,本文模拟灰狼个体根据自身经验利用迭代过程中的最优位置进行位置更新,即

$$\Delta X_{\text{pso}}(t+1) = X'(t) - X(t). \quad (13)$$

其中: $\Delta X_{\text{pso}}(t+1)$ 为灰狼个体根据历史最优解得到的移动方向, $X'(t)$ 为灰狼个体迭代 $t$ 次的历史最优位置.因此,得到基于教与学的位置更新公式如下:

$$\begin{aligned} X(t+1) = \\ b_1 X_{\text{gwo}}(t+1) + b_2 \Delta X_{\text{tlbo}}(t+1) + b_3 \Delta X_{\text{pso}}(t+1). \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $b_1$ 为精英因子,表示种群最优值的权重; $b_2$ 为学习因子,表示种群位置平均值移动方向的权重; $b_3$ 为经验因子,表示个体历史最优值移动方向的权重.

精英狼位置指示着猎物位置,在灰狼群的狩猎过程中起领导作用,是位置更新策略的核心,因此 $b_1$ 相对其他因子占据较大比重; $b_2$ 对应种群内的同伴交流,灰狼个体根据种群移动方向决定自身移动方向,增强了一定的全局搜索能力,但也要兼顾局部开发, $b_2$ 不宜过大; $b_3$ 对应利用个体自身经验对其位置的修正作用,使灰狼个体向其迭代过程中的最优位置靠近,以防其偏离目标,同样不应忽视也不可过大.结

合上述说明以及一系列实验数据,本文3个权重因子的取值为 $b_1 = 0.5$ , $b_2 = 0.2$ , $b_3 = 0.3$ .

### 1.3 佳点集法种群初始化

GWO算法采用随机法初始化种群,可能会导致初始灰狼个体在小范围内聚集,从而使算法出现易陷入早熟收敛等问题,在处理高维优化问题时尤为突出.因此,本文采用佳点集法改进种群初始化策略.

佳点集定义为:设 $G_d$ 是 $d$ 维欧氏空间的单位立方体,在 $G_d$ 中取 $r_k = 2 \cos(2\pi k/p)$ , $1 \leq k \leq d$ ,若 $p$ 是满足条件 $(p-3)/2 \geq d$ 的最小素数,则 $r$ 为佳点.

在相同取点个数的条件下,佳点序列要比其他方式选取的点序列更均匀.将佳点映射到解空间内,可得到均匀的初始种群分布.与随机法相比,佳点集法的初始种群分布更均匀,具有良好的遍历性,有利于算法达到更好的全局寻优效果.

### 1.4 HGWO算法伪代码

HGWO算法的伪代码如算法1所示.

#### 算法1 HGWO算法.

输入:种群规模 $N$ ,搜索空间维度 $d$ ,最大迭代次数 $T_{\text{max}}$ ,控制参数 $a$ 的初始值 $a_{\text{initial}}$ 和终止值 $a_{\text{final}}$ ,精英因子 $b_1$ 、学习因子 $b_2$ 和经验因子 $b_3$ ;

输出: $X_\alpha$ .

算法描述.

- 1) 佳点集法初始化种群 $\{X_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ .
- 2) 初始化历史最优位置 $X' = X$ .
- 3) 计算每个灰狼个体的适应度值 $\{f(X_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ .
- 4) 记录精英狼位置 $X_\alpha(t)$ 、 $X_\beta(t)$ 、 $X_\delta(t)$ .
- 5) for  $t = 1 : T_{\text{max}}$ .
- 6) 根据式(7)更新控制参数 $a$ ,根据式(2)和(3)得到参数 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 和 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ .
- 7) 计算灰狼群平均位置 $\bar{X}(t)$ ,根据式(10)得到参数 $T_{F_1}$ 、 $T_{F_2}$ 和 $T_{F_3}$ .
- 8) for  $i = 1 : N$ .
- 9) 根据式(5)和(6)得到 $X_{\text{gwo}}$ .
- 10) 根据式(11)和(12)得到 $\Delta X_{\text{tlbo}}$ .
- 11) 根据式(13)得到 $\Delta X_{\text{pso}}$ .
- 12) 根据式(14)更新灰狼个体位置 $X$ .
- 13) 将超出搜索空间边界的灰狼个体重新设置在搜索空间内,设置方法为:仅随机设置超出边界的维度对应的位置分量,保持其他位置分量不变.
- 14) end.
- 15) 计算每个灰狼个体的适应度值并更新 $X_\alpha(t)$ 、 $X_\beta(t)$ 、 $X_\delta(t)$ 和历史最优位置 $X'(t)$ .
- 16) end.

## 2 仿真结果及分析

### 2.1 标准测试函数

为了测试HGWO算法求解优化问题的能力,本文采用文献[11-12]中选取的9个标准测试函数进行

仿真实验,将HGWO算法与其他优化算法的收敛结果进行对比并分析优化性能.表1列出了9个标准测试函数的表达式、搜索区间和理论最优值,其中 $F_1 \sim F_6$ 为单峰函数, $F_7 \sim F_9$ 为多峰函数.

表1 标准测试函数

函数	表达式	搜索区间	理论最优值
$F_1$	$F_1 = \sum_{i=1}^d x_i^2$	$[-100, 100]$	0
$F_2$	$F_2 = \sum_{i=1}^d  x_i  + \prod_{i=1}^d  x_i $	$[-10, 10]$	0
$F_3$	$F_3 = \sum_{i=1}^d \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	$[-100, 100]$	0
$F_4$	$F_4 = \max_i \{  x_i , 1 \leq i \leq d \}$	$[-100, 100]$	0
$F_5$	$F_5 = \sum_{i=1}^d [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$[-30, 30]$	0
$F_6$	$F_6 = \sum_{i=1}^d ix_i^4 + \text{rand}[0,1]$	$[-1.28, 1.28]$	0
$F_7$	$F_7 = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^d x_i^2} \right) - \exp \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^d \cos(2\pi x_i) \right] + 20 + e$	$[-5.21, 5.21]$	0
$F_8$	$F_8 = \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-32, 32]$	0
$F_9$	$F_9 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^d x_i^2 - \prod_{i=1}^d \cos \left( \frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1$	$[-600, 600]$	0

### 2.2 与GWO算法的比较

为比较HGWO算法与GWO算法的寻优性能,采用两种算法对表1中列出的9种标准测试函数进行求解.为了比较的公平性,设置种群规模 $N = 30$ ,最大迭代次数 $T_{\max} = 500$ .在HGWO算法中,控制参数 $a$ 的初始值 $a_{\text{initial}} = 1$ ,终止值 $a_{\text{final}} = 0$ ,精英因子 $b_1 = 0.5$ ,学习因子 $b_2 = 0.2$ ,经验因子 $b_3 = 0.3$ .GWO算法参数设置详见文献[3].对于每种测试函数,HGWO算法及GWO算法在维度 $d = 50$ 和 $d = 100$ 下独立运行20次,求解结果见表2.

由表2可知:在不同维度下对函数 $F_1 \sim F_4$ 求解时,HGWO算法均收敛到理论最优解,而GWO算法未达到最优;对于函数 $F_5$ ,两算法均丢失寻优方向而未收敛到最优,得到了相似的结果;对于函数 $F_6$ 和 $F_7$ ,两算法均陷入局部最优,未求得最优解,但HGWO算法收敛效果优于GWO算法;对于函数 $F_8$ 和 $F_9$ ,两算法均求得最优解.此外,HGWO算法结果的标准差普遍较小,表明HGWO算法具有良好的稳定性.总之,HGWO算法从收敛精度和鲁棒性上均展现出比GWO算法更好的收敛性能,验证了本文提出的改进策略的有效性.

表2 HGWO与GWO算法的结果对比

函数	维度	HGWO		GWO	
		平均值	标准差	平均值	标准差
$F_1$	50	0	0	1.53e-67	3.42e-67
	100	0	0	4.49e-65	1.93e-64
$F_2$	50	0	0	1.03e-41	1.62e-41
	100	0	0	1.93e-41	6.41e-41
$F_3$	50	0	0	1.75e-02	7.19e-02
	100	0	0	1.54e-01	4.56e-01
$F_4$	50	0	0	1.31e-22	2.03e-22
	100	0	0	5.64e-21	1.28e-20
$F_5$	50	4.87e+01	5.05e-02	4.87e+01	6.06e-02
	100	9.83e+01	1.16e-01	9.84e+01	6.35e-02
$F_6$	50	7.00e-05	7.75e-05	3.62e-04	3.01e-04
	100	5.74e-05	6.02e-05	5.45e-04	1.05e-03
$F_7$	50	3.38e-15	1.67e-15	3.73e-15	1.46e-15
	100	2.31e-15	1.79e-15	4.44e-15	2.00e-15
$F_8$	50	0	0	0	0
	100	0	0	0	0
$F_9$	50	0	0	0	0
	100	0	0	0	0

### 2.3 与其他群体智能优化算法的比较

为进一步验证其有效性,将HGWO算法与其他群体智能优化算法进行比较,对比算法为TLBO算法<sup>[13]</sup>、ABC算法<sup>[14]</sup>.为了比较的公平性,3种算法均

取种群规模  $N = 30$ , 最大迭代次数  $T_{\max} = 500$ . 此外, HGWO 算法参数取值与 2.2 节相同, 其他算法的参数设置详见文献 [13-14]. 3 种算法在不同维度下对表 1 中列出的 9 种标准测试函数进行求解, 每种情况独立运行 20 次, 实验结果见表 3. 由表 3 的结果对比可知, 与 ABC 算法相比, 无论何种维度下 HGWO 算法在 9 个标准测试函数上均能取得较好的求解结果, 有

着良好的收敛性能. 与 TLBO 算法相比, HGWO 算法在 7 个测试函数 ( $F_1 \sim F_7$ ) 上更优; 对于函数  $F_8$  和  $F_9$ , 两种算法均求得理论最优值. 此外, 由图 1 可以看出, HGWO 算法在迭代前期不易陷入局部最优, 且收敛到相同精度的迭代数比其他算法更少. 总体而言, 与其他群体智能优化算法相比, HGWO 算法具有良好的收敛速度和寻优精度.

表 3 HGWO 与其他群体智能优化算法的结果对比

函数	维度	HGWO		TLBO		ABC	
		平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
$F_1$	50	0	0	1.42e-125	3.62e-125	3.86e+04	7.03e+03
	100	0	0	6.76e-125	1.98e-124	2.67e+05	1.42e+04
$F_2$	50	0	0	7.05e-64	8.69e-64	1.51e+13	3.32e+13
	100	0	0	2.78e-63	4.44e-63	3.22e+40	8.21e+40
$F_3$	50	0	0	9.41e-126	1.99e-125	2.87e+05	5.33e+04
	100	0	0	7.88e-125	2.41e-124	1.23e+06	2.33e+05
$F_4$	50	0	0	9.84e-62	1.81e-61	9.02e+01	3.98e+00
	100	0	0	6.34e-62	9.27e-62	9.61e+01	9.74e-01
$F_5$	50	4.87e+01	5.48e-02	4.89e+01	2.94e-02	3.11e+08	7.35e+07
	100	9.83e+01	1.04e-01	9.89e+01	3.00e-02	1.19e+09	1.21e+08
$F_6$	50	8.21e-05	7.10e-05	4.20e-01	3.05e-01	2.27e+02	6.40e+01
	100	8.16e-05	7.12e-05	5.24e-01	3.38e-01	1.92e+03	1.73e+02
$F_7$	50	1.78e-15	1.58e-15	4.44e-15	0	6.84e+00	4.66e-01
	100	3.02e-15	1.79e-15	4.44e-15	0	1.01e+01	1.72e-01
$F_8$	50	0	0	0	0	4.62e+03	6.65e+02
	100	0	0	0	0	2.88e+04	1.65e+03
$F_9$	50	0	0	0	0	3.65e+02	6.45e+01
	100	0	0	0	0	2.45e+03	8.08e+01

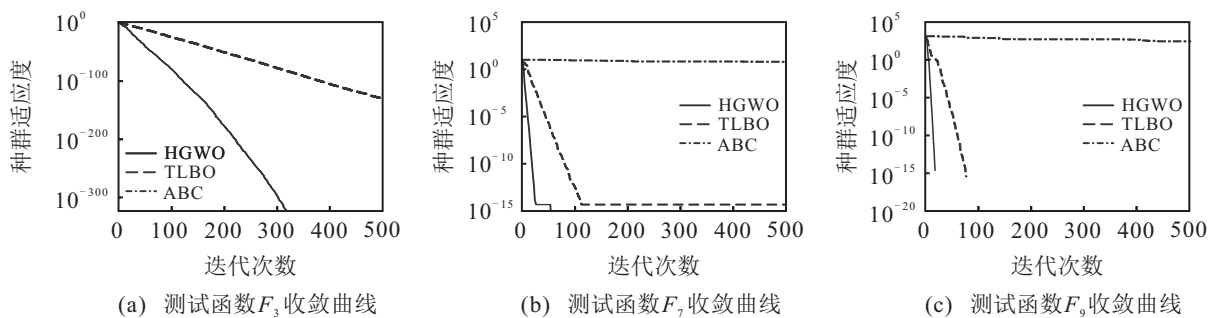


图 1 HGWO 算法与其他群体智能优化算法在部分测试函数 ( $d = 50$ ) 上的收敛曲线

### 2.4 与改进 GWO 算法的比较

为进一步验证 HGWO 算法的收敛性能, 本文利用 HGWO 算法求解表 1 中的 9 个标准测试函数, 并与 3 种改进 GWO 算法 (记作 IGWO-1 算法<sup>[15]</sup>、IGWO-2 算法<sup>[16]</sup> 和 IGWO-3 算法<sup>[17]</sup>) 的优化结果进行比较. 为公平起见, 4 种算法采用相同参数, 即种群规模  $N = 30$ , 最大迭代次数  $T_{\max} = 500$ . HGWO 算法参数取值同 2.2 节, 其他改进 GWO 算法的参数来源于文献 [15-17]. 4 种算法分别在维度  $d = 50$  和  $d = 100$  下

对每个测试函数独立运行 20 次, 结果如表 4 所示. 从表 4 中可以看出: 与 IGWO-1 算法相比, HGWO 算法求解 5 个测试函数 ( $F_2 \sim F_6$ ) 时收敛精度更高, 寻优性能更好, 在 3 个测试函数 ( $F_1$ 、 $F_8$  和  $F_9$ ) 上均求得函数最优解, 对于测试函数  $F_7$ , HGWO 算法的收敛精度优于 IGWO-1 算法, 与 IGWO-2 算法相比, HGWO 算法对于 6 个测试函数 ( $F_1 \sim F_4$ 、 $F_6$  和  $F_7$ ) 的求解结果更佳, 收敛性能更好, 在 2 个测试函数 ( $F_8$  和  $F_9$ ) 上均可得到最优值; 与 IGWO-3 算法相比, HGWO 算法在 6 个测试

函数( $F_1 \sim F_6$ )上收敛效果更优,在2个测试函数( $F_8$ 和 $F_9$ )上,两种算法均收敛到0,对于函数 $F_7$ ,IGWO-3算法寻优效果较好.总体而言,HGWO算法收敛精度高、寻优性能好,对比其他改进GWO算法有一定优

势.

为进一步比较收敛性能,图2给出了4种改进算法在 $d = 50$ 维度下对部分测试函数求解得到的收敛曲线.

表4 HGWO与改进GWO算法的结果对比

函数	维度	HGWO		IGWO-1		IGWO-2		IGWO-3	
		平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
$F_1$	50	0	0	0	0	3.65e-266	0	9.40e-211	0
	100	0	0	0	0	3.93e-265	0	1.08e-209	0
$F_2$	50	0	0	7.78e-194	0	4.96e-140	1.85e-139	7.43e-105	3.24e-104
	100	0	0	7.80e-193	0	6.61e-140	1.56e-139	9.44e-106	3.69e-105
$F_3$	50	0	0	5.79e-257	0	2.32e-204	0	3.48e-147	1.56e-146
	100	0	0	2.35e-250	0	3.26e-196	0	2.37e-135	8.83e-135
$F_4$	50	0	0	1.86e-142	3.11e-142	6.61e-123	1.71e-122	1.05e-103	3.80e-103
	100	0	0	3.47e-143	5.29e-143	2.10e-122	6.50e-122	7.09e-99	3.17e-98
$F_5$	50	4.86e+01	4.30e-02	4.88e+01	7.46e-02	4.86e+01	5.10e-02	4.87e+01	4.95e-02
	100	9.83e+01	8.35e-02	9.85e+01	1.17e-01	9.83e+01	7.05e-02	9.84e+01	7.89e-02
$F_6$	50	5.27e-05	6.86e-05	1.45e-04	1.39e-04	8.67e-05	7.30e-05	1.41e-04	1.10e-04
	100	5.88e-05	4.99e-05	1.08e-04	1.14e-04	7.25e-05	7.77e-05	1.10e-04	8.34e-05
$F_7$	50	3.20e-15	1.74e-15	8.88e-16	0	4.09e-15	1.09e-15	8.88e-16	0
	100	3.55e-15	1.58e-15	8.88e-16	0	3.73e-15	1.46e-15	8.88e-16	0
$F_8$	50	0	0	0	0	0	0	0	0
	100	0	0	0	0	0	0	0	0
$F_9$	50	0	0	0	0	0	0	0	0
	100	0	0	0	0	0	0	0	0

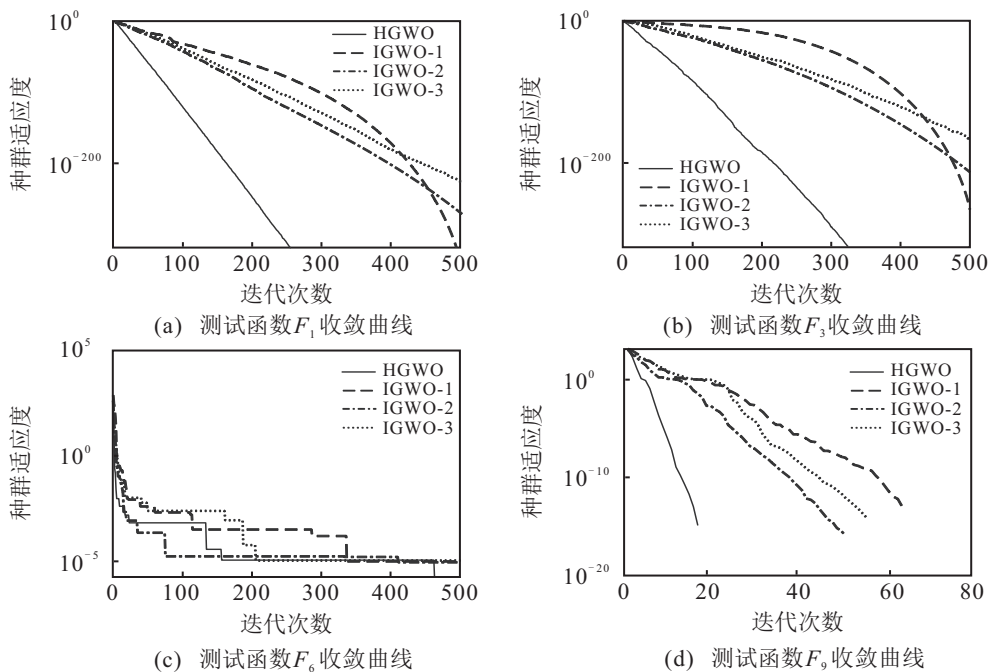


图2 HGWO算法与改进GWO算法在部分测试函数( $d = 50$ )上的收敛曲线

由图2不难看出:HGWO算法相比其他改进算法能够更快地跳出局部最优,具有较快的收敛速度,同时其局部开发能力较强,能够有效地提高算法的收敛精度.

### 3 结论

为进一步提高GWO算法的收敛精度,解决算法易陷入局部最优的不足,本文提出了一种基于教与学的混合灰狼优化算法.利用佳点集法初始化种群,以

保证个体尽可能均匀地分布在搜索空间内,提高初始种群的多样性,一定程度上避免了算法出现早熟收敛;提出了非线性控制参数策略,可兼顾算法的全局搜索能力和局部开发能力,综合提升算法的收敛性能;受教与学算法和粒子群算法的启发,给出了一个新的位置更新公式,优化算法的搜索方式,提高了算法的收敛精度和收敛速度.通过对9个标准测试函数进行仿真实验,将HGWO算法与基本GWO算法、其他群体智能优化算法及其他改进GWO算法进行比较.实验结果表明,本文提出的HGWO算法收敛精度高,寻优性能好,在群体智能优化算法方面具有一定优势.下一阶段将围绕利用HGWO算法优化支持向量机参数以提高分类性能展开研究.

#### 参考文献(References)

- [1] Liang J, Ge S L, Qu B Y, et al. Improved particle swarm optimization algorithm for solving power system economic dispatch problem[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(8): 1813-1822.
- [2] Meng H Y, Wei B K. An improved artificial bee colony algorithm based on elite solution and random individual neighborhood information[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(9): 2169-2174.
- [3] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46-61.
- [4] Zhang X H, Fan X M, A X D, et al. Grey wolf optimization based on opposition learning and its application in traffic flow forecasting[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2021, 49(5): 879-886.
- [5] Tripathi S, Shrivastava A, Jana K C. Self-tuning fuzzy controller for sun-tracker system using gray wolf optimization (GWO) technique[J]. *ISA Transactions*, 2020, 101: 50-59.
- [6] Pai F S, Tseng P S. An efficient GWO MPPT for a PV system using impedance information acceleration[J]. *International Journal of Electronics*, 2019, 106(4): 648-661.
- [7] 王秋萍, 王梦娜, 王晓峰. 改进收敛因子和比例权重的灰狼优化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2019, 50(21): 60-65.  
(Wang Q P, Wang M N, Wang X F. Improved grey wolf optimizer with convergence factor and proportional weight[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2019, 55(21): 60-65.)
- [8] Banaie-Dezfouli M, Nadimi-Shahraki M H, Beheshti Z. R-GWO: Representative-based grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 106: 107328.
- [9] Yang L Q, Guo J, Liu Y B. Three-dimensional UAV cooperative path planning based on the MP-CGWO algorithm[J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2020, 16(3): 991-1006.
- [10] Arora S, Singh H, Sharma M, et al. A new hybrid algorithm based on grey wolf optimization and crow search algorithm for unconstrained function optimization and feature selection[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 26343-26361.
- [11] 顾清华, 李学现, 卢才武, 等. 求解高维复杂函数的遗传-灰狼混合算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(5): 1191-1198.  
(Gu Q H, Li X X, Lu C W, et al. Hybrid genetic grey wolf algorithm for high dimensional complex function optimization[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(5): 1191-1198.)
- [12] Teng Z J, Lv J L, Guo L W, et al. An improved hybrid grey wolf optimization algorithm[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(15): 6617-6631.
- [13] Rao R V, Savsani V J, Vakharia D P. Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems[J]. *Computer-Aided Design*, 2011, 43(3): 303-315.
- [14] Karaboga D, Basturk B. On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2008, 8(1): 687-697.
- [15] 李长安, 谢宗奎, 吴忠强, 等. 改进灰狼算法及其在港口泊位调度中的应用[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(1): 101-108.  
(Li C A, Xie Z K, Wu Z Q, et al. Improved grey wolf algorithm and its application in port berth scheduling[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(1): 101-108.)
- [16] 韩太林, 张延雪, 王啸, 等. 改进型灰狼算法在热电偶动态补偿中的应用[J]. *控制与决策*, 2021, 36(1): 61-67.  
(Han T L, Zhang Y X, Wang X, et al. Application of improved grey wolf algorithm in dynamic compensation of thermocouple[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(1): 61-67.)
- [17] Long W, Jiao J J, Liang X M, et al. Inspired grey wolf optimizer for solving large-scale function optimization problems[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 60: 112-126.

#### 作者简介

李全耀(1997—),男,硕士生,从事群体智能优化算法及应用的研究, E-mail: 1437275387@qq.com;

沈艳霞(1973—),女,教授,博士生导师,从事群体智能优化算法、风力发电系统优化等研究, E-mail: shenyx@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 闫妍)