

控制与决策

Control and Decision

非线性主动悬架系统自适应最优控制

黄英博, 吕永峰, 赵刚, 那靖, 赵军

引用本文:

黄英博, 吕永峰, 赵刚, 那靖, 赵军. 非线性主动悬架系统自适应最优控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3197–3206.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0795>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于神经网络的周期扰动非线性系统自适应渐近跟踪控制](#)

Neural-networks-based adaptive asymptotic tracking control for nonlinear systems with periodic disturbances
控制与决策. 2022, 37(4): 922–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1252>

[非线性严格反馈系统自适应非反步输出反馈控制](#)

Adaptive non-backstepping output-feedback control of nonlinear strict-feedback systems
控制与决策. 2022, 37(9): 2425–2432 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0262>

[一类不确定非线性系统的事件驱动命令滤波反步控制](#)

Event-triggered and command-filter-based backstepping control for a class of uncertainty nonlinear systems
控制与决策. 2022, 37(10): 2733–2737 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0240>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization
控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

[输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化](#)

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input
控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

非线性主动悬架系统自适应最优控制

黄英博¹, 吕永峰², 赵刚³, 那靖^{1†}, 赵军⁴

(1. 昆明理工大学机电工程学院, 昆明 650500; 2. 太原理工大学电气动力工程学院, 太原 030024; 3. 中船集团有限公司第七〇五研究所昆明分部, 昆明 650118; 4. 山东科技大学机械电子工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 针对非线性主动悬架系统多性能指标综合优化问题, 提出一类自适应最优控制方法. 首先, 通过引入一阶低通滤波操作, 利用系统输入输出构建结构简单且调节参数少的一类未知非线性动态估计器, 在线估计系统未知非线性动态; 其次, 构建包含驾乘舒适度、悬架行程空间及输入能耗的性能指标函数, 采用单层神经网络对最优性能指标函数进行在线逼近, 并得到新的哈密尔顿函数; 为实现在线求解, 构建一类新的基于参数估计误差信息的自适应律, 在线更新神经网络权值并计算最优控制律; 最后, 理论分析闭环系统稳定性和收敛性, 并通过专业软件 Carsim 与 Matlab/Simulink 搭建的联合仿真平台给出的对比仿真结果, 验证所提出方法可有效解决主动悬架系统多目标性能优化控制问题, 提升主动悬架系统综合性能.

关键词: 主动悬架系统; 多目标优化控制; 自适应控制; 最优控制; 自适应动态规划

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0795

引用格式: 黄英博, 吕永峰, 赵刚, 等. 非线性主动悬架系统自适应最优控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3197-3206.

Adaptive optimal control for nonlinear active suspension systems

HUANG Ying-bo¹, LV Yong-feng², ZHAO Gang³, NA Jing^{1†}, ZHAO Jun⁴

(1. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. College of Electrical and Power Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China; 3. CSSC-the 705th Research Institute Kunming, Kunming 650118, China; 4. College of Mechanical and Electrical Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: This paper proposes an adaptive optimal control method for active suspension systems subject to uncertain dynamics and multiple performance indices. An unknown system dynamics estimator, which merely uses the control input and output and has only one tuning parameter, is first constructed to obtain unknown system dynamics. Then, a cost function concerning the ride comfort, suspension stroke and control input is established, which aims at achieving a compromise between the performance indices. Furthermore, a single layer neural network (NN) is used to estimate the optimal cost function, by which the Hamiltonian function can be derived. To obtain the online solution, a novel adaptive law driven by the parameter estimation error is developed to update the unknown NN weights and calculate the optimal control action. Theoretical analysis is carried out to prove the stability and convergence of the closed-loop system. Finally, simulation results based on the vehicle simulation software, Carsim and Matlab/Simulink, are presented to demonstrate that the proposed adaptive optimal control method can make a trade-off between the performance indices and improve the overall suspension performance.

Keywords: active suspension systems; multiple objective control; adaptive control; optimal control; adaptive dynamic programming

0 引言

悬架系统作为车辆底盘的重要组成部分, 其结构设计和减振性能的好坏很大程度上决定了车辆在

行驶过程中的平顺性、稳定性和安全性. 因此, 设计具有良好性能的悬架系统对提升车辆整体性能至关重要, 也是汽车领域研究的热点问题之一. 从减振实

收稿日期: 2021-05-07; 录用日期: 2021-09-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62003153, 61922037, 61873115); 云南省基础研究计划项目(202101AU070162, 202001AV070001); 云南省教育厅科学研究基金项目(2020J0067); 云南省软件工程重点实验室开放基金项目(2020SE502).

责任编辑: 张维海.

†通讯作者. E-mail: najing25@163.com.

现的角度来看,汽车悬架系统可分为3类:被动悬架系统,半主动悬架系统和主动悬架系统.相比于传统的被动和半主动悬架系统,主动悬架系统因配备了额外的力发生装置,能够辅助弹簧阻尼元件主动抑制或吸收因路面颠簸给车身带来的冲击.鉴于主动悬架系统在保证车辆驾乘舒适度和安全性方面的巨大潜力,其已成为近年来学术界和工业界共同关注的热点.围绕主动悬架系统,提出了众多控制方法,如 H_∞ 控制^[1-2]、反步控制^[3-4]、滑模控制^[5-6]和自适应控制^[7-10]等.

有别于传统控制系统分析,主动悬架系统控制问题并非追求单一目标,其在工作状态时要同时确保驾乘舒适度、轮胎抓地性、悬架行程空间及执行机构能耗等多个性能指标.而上述性能指标之间往往相互影响甚至相互矛盾,这给控制器设计带来了极大的困难,故针对单一跟踪或者镇定目标的控制器设计方法难以直接应用到主动悬架系统控制中.为满足主动悬架系统多性能指标控制要求,文献[11-13]中借鉴 H_2/H_∞ 控制思想,将主动悬架系统控制问题描述为含时域约束的干扰抑制问题,并针对简化的线性系统模型采用线性矩阵不等式(LMI)方法设计了控制器,在尽可能改善驾乘舒适度(减少车身振动)的前提下保证其他性能指标在给定的阈值范围内.为实现主动悬架系统多性能指标的综合最优,文献[14-15]借鉴最优控制思想,将主动悬架系统控制问题描述为最优控制问题,构建了同时考虑位移和执行机构能耗的最优性能指标函数,并通过设计线性二次最优控制器(LQR)在线求解最优性能指标.文献[16]进一步扩展了主动悬架系统最优控制理念,构建了同时包含驾乘舒适度、悬架行程空间及执行机构能耗的综合性性能指标函数.上述主动悬架系统最优控制虽取得了较好成果,但所选取的主动悬架系统模型均假设为线性模型,并且需要完全已知,以便用于离线求解代数Ricatti方程实现最优控制器设计.然而,实际主动悬架是一类受到外界持续干扰的非线性系统,其最优控制策略的实现往往需要求解哈密顿-雅克比-贝尔曼(HJB)方程.而非线性系统的HJB方程通常是一个非线性偏微分方程,一般很难得到其解析解.因此,针对非线性主动悬架系统的最优控制器设计和在线求解需要进一步研究.

针对上述问题,本文提出一种非线性主动悬架系统自适应最优控制策略.针对主动悬架系统存在的未知非线性动态,首先提出一类结构简单且仅需一

个调节参数的未知非线性动态估计器;然后,构建包含驾乘舒适度、悬架行程空间及输入能耗的性能指标函数并获得相应的哈密顿函数.为实现最优控制求解,采用单层神经网络在线逼近最优性能指标函数,并设计基于参数估计误差信息的自适应律在线更新神经网络权值及计算最优控制律.通过理论分析证明闭环系统稳定性和收敛性,并通过对比仿真验证了所提出方法的有效性.

本文主要创新点如下:

1) 针对非线性主动悬架系统中存在的未知非线性动态,利用系统输入/输出信号,设计了一类新的未知系统动态估计器,放松了对系统模型线性且已知的要求.相比于传统干扰估计器,所提出估计器结构简单且调节参数少.

2) 构建的自适应非线性最优控制策略避免了现有自适应动态规划方法中所采用“执行-评价”双层神经网络结构,且通过构建新型自适应律,在线更新“评价”神经网络权值,保证其快速收敛.

1 系统描述

四分之一车辆主动悬架系统结构简图如图1所示.图中: m_s 表示簧载质量即车身重量, m_u 表示非簧载质量, F_d 表示悬架系统的阻尼力, F_s 表示悬架系统的弹簧力, F_t 和 F_b 分别表示轮胎弹簧力和阻尼力, U 为执行机构输出力, z_s 为簧载质量位移, z_u 为非簧载质量位移, z_r 为路面扰动.

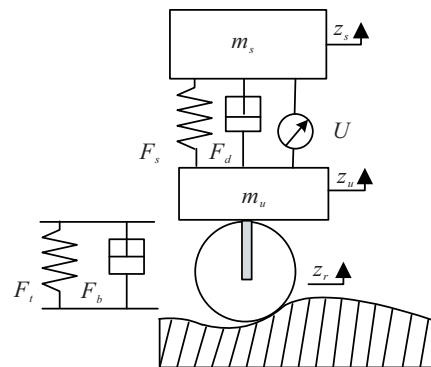


图1 四分之一主动悬架系统结构

根据牛顿定律,该主动悬架系统动力学模型^[7]可表示为

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s + F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u) + F_s(z_s, z_u) = U, \\ m_u \ddot{z}_u - F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u) - F_s(z_s, z_u) + \\ F_t(z_u, z_r) + F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r) = -U. \end{cases} \quad (1)$$

其中: \ddot{z}_s 表示簧载质量垂直方向加速度, \dot{z}_s 表示簧载质量垂直方向速度, \ddot{z}_u 和 \dot{z}_u 分别表示非簧载质量

垂直方向加速度和速度, \dot{z}_r 表示路面扰动输入的速度. 与文献[7]相似, 悬架系统的弹簧、阻尼和轮胎的动力学表达式为

$$\begin{aligned} F_d(\dot{z}_s, \dot{z}_u) &= b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u), \\ F_s(z_s, z_u) &= k_s(z_s - z_u) + k_{sn}(z_s - z_u)^3, \\ F_t(z_u, z_r) &= k_t(z_u - z_r), \\ F_b(\dot{z}_u, \dot{z}_r) &= b_t(\dot{z}_u - \dot{z}_r). \end{aligned}$$

如前所述, 悬架系统作为车辆底盘的重要组成系统, 主要用来克服因路面颠簸不平而引起的车身振动, 进而保证驾驶员和乘客的乘驾舒适度及驾驶安全性. 因此, 本文选取乘驾舒适度、轮胎抓地性和悬架行程空间这3个性能指标来评价悬架系统综合性能的好坏.

1) 性能要求1(PR1): 乘驾舒适度. 在车辆行驶过程中, 因路面粗糙颠簸而引起的振动是影响驾驶员及乘客舒适度的主要原因. 因此, 在现有主动悬架系统研究中, 多通过计算驾驶员或乘客座椅位置垂直方向上的位移和加速度大小来判定乘驾舒适度的好坏(即数值越小乘驾舒适度越好). 这一性能要求可表述为

$$\text{PR1: } \min(z_s) \ \& \ \min(\ddot{z}_s). \quad (2)$$

2) 性能要求2(PR2): 轮胎抓地性. 车辆在行驶经过不同路面状况时, 轮胎应始终保持与行驶地面的有效接触, 进而避免车辆失控的危险. 因此, 在现有主动悬架系统研究中, 轮胎抓地性多采用轮胎动载荷进行描述, 即其幅值应始终小于其静载荷幅值. 这一性能要求可表述为

$$\text{PR2: } \frac{|F_t + F_b|}{(m_s + m_u)g} < 1. \quad (3)$$

3) 性能要求3(PR3): 悬架行程空间. 对于车辆主动悬架系统而言, 较大的悬架行程空间通常可以更好地吸收因路面引起的振动. 但在实际系统中, 悬架行程往往受到固有机机械结构尺寸的限制, 故要求悬架行程空间不应超过其允许最大工作范围 z_{\max} . 这一性能要求可表述为

$$\text{PR3: } |z_s - z_u| < z_{\max}. \quad (4)$$

由上述分析可见, 主动悬架系统3个性能指标之间并非独立存在, 而是相互影响甚至相互矛盾的. 若采用刚度/阻尼系数较小的悬架系统, 虽可提高乘驾舒适度但会增大悬架行程空间; 而要保证轮胎抓地性, 则要求较大的悬架刚度/阻尼系数, 进而影响乘驾舒适度. 因此, 在主动悬架系统控制器设计过程中, 不

仅要有效处理主动悬架未知非线性动态, 更要兼顾上述性能之间的平衡, 以提升悬架系统综合性能.

针对系统(1), 为设计最优控制器, 定义状态变量 $x_1 = z_s - z_u$ 用于描述悬架行程空间, $x_2 = z_u - z_r$ 用于描述轮胎动载荷, $x_3 = \dot{z}_s$ 用于描述簧载质量速度, $x_4 = \dot{z}_u$ 用于描述非簧载质量速度. F_s 中的非线性动态及路面扰动 \dot{z}_r 则可当作系统未知非线性动态. 因此, 状态变量为 $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$, 系统状态空间模型可写为

$$\dot{X} = AX + BU + \Xi. \quad (5)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & 0 & -\frac{b_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ \frac{k_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & \frac{b_s + b_t}{m_u} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \\ -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\Xi = \left[0 \quad -\dot{z}_r \quad -\frac{k_{sn}}{m_s}x_1^3 \quad \frac{b_t}{m_u}\dot{z}_r + \frac{k_{sn}}{m_u}x_1^3 \right]^T.$$

其中: $X \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ 为系统状态; $A \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为系统矩阵, B 为控制矩阵, 且存在正常数 $A_b > 0$ 和 $B_b > 0$, 使得系统矩阵 A 和控制矩阵 B 满足条件 $\|A\| \leq A_b$, $\|B\| \leq B_b$. Ξ 为系统未知非线性动态, 且其一阶导数满足 $\sup_{t \geq 0} \|\dot{\Xi}\| \leq \varpi$. 该有界性条件已被广泛地用于扩展状态观测器^[8]和未知输入观测器^[9]等设计中. 在实际悬架系统中, 悬架行程空间 $z_s - z_u$ 满足约束条件(即性能要求(3))且路面干扰也为有界信号, 故该条件成立. 另外, 需要指出, 该上界参数 ϖ 仅用于理论分析, 而不用于后续控制器设计.

注1 为满足主动悬架系统多性能指标要求, 现有文献^[1-2, 12]多采用基于 H_2/H_∞ 的控制思想, 故一般需假设系统模型为线性, 且动态完全已知, 然后通过求解LMI获得控制器解. 然而, 对于实际主动悬架系统而言, 外界工作环境的不确定性、阻尼力 F_d 和弹簧力 F_s 都具有较强的非线性动态等, 为应用上述理论方法带来了挑战.

注2 针对主动悬架系统多性能指标综合优化, 已有部分文献将最优控制思想引入到主动悬架系统控制研究中, 并取得了初步研究成果^[14-16]. 但上述研究中依然假设主动悬架系统模型为线性模型, 且动态完全已知. 而目前针对非线性系统最优控制问题中HJB方程求解较为困难, 且都要求模型信息精确已知. 因此, 本文以非线性主动悬架系统(5)为对象, 研

究未知非线性动态估计和非线性系统最优控制器设计和在线求解问题。

2 含未知非线性动态最优控制器设计

2.1 未知非线性动态估计器设计

针对主动悬架系统(5)中所存在的未知非线性动态 Ξ ,本小节将仅用系统状态 X 和输入 U ,构建一类结构简单且调参快速的未知非线性动态估计器,在线估计系统未知非线性动态.为避免使用状态微分信号 \dot{X} ,对式(5)进行一阶低通滤波操作 $(\cdot)_f = (\cdot)/(\kappa s + 1)$,可得

$$\begin{cases} \kappa \dot{X}_f + X_f = X, X_f(0) = 0; \\ \kappa \dot{U}_f + U_f = U, U_f(0) = 0; \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\kappa \in \mathbf{R}^+$ 为滤波系数.

引理1 定义变量

$$\mathcal{Z} = \frac{X - X_f}{\kappa} - AX_f - BU_f - \Xi, \quad (8)$$

则对于任意 $\kappa > 0$,变量 \mathcal{Z} 有界且指数收敛,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\lim_{\kappa \rightarrow 0} \left(\frac{X - X_f}{\kappa} - AX_f - BU_f - \Xi \right) \right] = 0. \quad (9)$$

证明 由式(5)和(7),可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{Z}} &= \frac{\dot{X} - \dot{X}_f}{\kappa} - A\dot{X}_f - B\dot{U}_f - \dot{\Xi} = \\ &= \frac{1}{\kappa} \left(\dot{X} - \frac{X - X_f}{\kappa} - A(X - X_f) - \right. \\ &\quad \left. B(U - U_f) - \kappa \dot{\Xi} \right) = \\ &= \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{X - X_f}{\kappa} + AX_f + BU_f - \kappa \dot{\Xi} + \Xi \right) = \\ &= -\frac{1}{\kappa} (\mathcal{Z} + \kappa \dot{\Xi}). \end{aligned} \quad (10)$$

选择Lyapunov函数为 $V_{\mathcal{Z}} = 1/2\mathcal{Z}^2$,根据Young不等式 $ab \leq a^2\kappa/2 + b^2/2\kappa$,其导数可为

$$\dot{V}_{\mathcal{Z}} = -\frac{1}{\kappa}\mathcal{Z}^2 - \mathcal{Z}\dot{\Xi} \leq -\alpha_{\mathcal{Z}}V_{\mathcal{Z}} + \beta_{\mathcal{Z}}. \quad (11)$$

其中: $\alpha_{\mathcal{Z}} = 1/\kappa, \beta_{\mathcal{Z}} = \kappa\varpi^2/2$ 为正常数.由式(11)可得 $V_{\mathcal{Z}}(t) \leq V_{\mathcal{Z}}(0)e^{-\alpha_{\mathcal{Z}}t} + \beta_{\mathcal{Z}}/\alpha_{\mathcal{Z}}$,由Lyapunov定理可知,变量 \mathcal{Z} 将指数收敛至紧集 $\mathcal{S} = \{\mathcal{Z}(t) \mid \|\mathcal{Z}\| \leq \sqrt{\mathcal{Z}^2(0)e^{-\alpha_{\mathcal{Z}}t} + \kappa^2\varpi^2}\}$,其上界由滤波常数 κ 和系统未知非线性动态的导数 $\dot{\Xi}$ 的上界 ϖ 确定.因此,可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} [\lim_{\kappa \rightarrow 0} \mathcal{Z}(t)] = 0$ 成立. \square

由上述分析可知,变量 X 和 U 的滤波变量 X_f 和 U_f 与系统未知非线性动态 Ξ 之间存在映射关系,故可设计如下未知非线性动态估计器:

$$\hat{\Xi} = \frac{X - X_f}{\kappa} - AX_f - BU_f. \quad (12)$$

本文所构建的未知非线性动态估计器(12)收敛性证明参见文献[17],其实现仅依赖于系统状态 X 和输入 U 且仅需要调节一个参数(即一阶低通滤波系数 κ).相比于经典干扰观测器(如扩展状态观测器^[8]和未知输入观测器^[9]等),调节参数选取较为简单并且具有误差收敛快的优点.

注3 由式(7)可知,滤波器的引入避免了使用状态微分,而滤波参数 κ 的取值决定了一阶低通滤波的带宽.当 κ 取值过大时会造成估计器相位滞后,而 κ 取值太小会导致估计器对噪声过于敏感.因此,为了同时保证鲁棒性和收敛速度, κ 应取一个较小的常数.

2.2 最优控制器设计

本小节将通过设计最优控制策略 U^* ,使得主动悬架系统性能指标(PR1~PR3)及系统输入能耗 U 实现综合优化.为实现这一目标,选取包含悬架行程空间(4)及轮胎抓地性(3)信息的状态变量 X ,系统控制输入 U 以及用以描述驾乘舒适度(2)的加速度信号 \ddot{z}_s 构建如下性能指标:

$$V(X) = \int_t^{\infty} e^{-\gamma(\tau-t)} (X^T Q X + U^T R U + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s) d\tau. \quad (13)$$

需要指出的是,式(13)中状态变量 X 含有路面持续激励信号 z_r .因此,为保证所构建的性能指标有界,引入折扣因子 $\gamma > 0$. Q, R, M 分别是与 X, U, \ddot{z}_s 维数匹配的对称正定权重矩阵.

由上可见,所设计的性能指标中包含描述驾乘舒适度的 \ddot{z}_s ,状态变量 X 则同时考虑了与悬架行程空间相关的 $z_s - z_u$ 以及影响轮胎抓地性的 $z_u - z_r$,而 $U^T R U$ 则代表控制输入的大小.因此,本文所研究的主动悬架系统多目标优化控制问题与传统单一目标(控制簧载质量位移大小)控制问题有显著区别.

为求解最优控制策略使得性能指标(13)最小,定义哈密顿函数为

$$H(X, U, V_x) = V_x^T (AX + BU + \hat{\Xi}) - \gamma V + X^T Q X + U^T R U + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s, \quad (14)$$

其中 $V_x = \partial V / \partial X$ 为 V 对 X 的偏微分.

由式(13)和(14)以及最优控制原理可知,综合最优性能指标函数 $V^*(X)$ 可表述为

$$V^*(X) = \min_U [\mathcal{L}(X, U) + V_x^T (AX + BU + \hat{\Xi})], \quad (15)$$

其中 $\mathcal{L}(X, U) = X^T Q X + U^T R U + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s - \gamma V$,且

满足如下哈密顿函数等于零的条件(即HJB方程):

$$0 = V_x^{*T}(AX + BU^* + \hat{\Xi}) - \gamma V^* + X^T QX + U^{*T} R U^* + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s. \quad (16)$$

求解HJB方程的偏微分 $\partial H(X, U^*, V^*)/\partial U^* = 0$,可得最优控制律

$$U^* = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \frac{\partial V^*(X)}{\partial X}, \quad (17)$$

其中 $\partial V^*(X)/\partial X$ 可通过求解HJB方程(16)得到.然而对于非线性系统而言,HJB方程(16)为非线性偏微分方程,因此很难得到其解析解.本文后续将提出一种改进的自适应动态规划方法^[18],引入基于神经网络的评价神经网络来在线逼近最优性能指标函数 V^* .

假设综合最优性能指标函数 V^* 在紧集 Ω 内连续,则在 Ω 内存在一个评价神经网络,使得综合最优性能指标函数

$$V^*(X) = w^T \phi(X) + \varepsilon. \quad (18)$$

其中: $w = [w_1, w_2, \dots, w_L] \in \mathbf{R}^L$ 为未知的理想权值向量, $\phi(X) = [\phi_1(X), \phi_2(X), \dots, \phi_L(X)] \in \mathbf{R}^L$ 为评价神经网络的基函数向量, ε 为评价神经网络的逼近误差.

对式(18)中变量 X 求偏导可得

$$\frac{\partial V^*(X)}{\partial X} = \nabla \phi^T w + \nabla \varepsilon. \quad (19)$$

其中: $\nabla \phi = \partial \phi / \partial X$, $\nabla \varepsilon = \partial \varepsilon / \partial X$ 分别为 ϕ 和 ε 关于变量 X 的偏导数.

假设1^[19-22] 理想的评价神经网络权值向量 w ,激励向量 ϕ 以及其偏导数 $\nabla \phi$ 均有界,即存在正常数 w_N, ϕ_N, ϕ_M 使得 $w, \phi, \nabla \phi$ 满足条件 $\|w\| \leq w_N, \|\phi\| \leq \phi_N, \|\nabla \phi\| \leq \phi_M$.同时,逼近误差 ε 及其偏导数 $\nabla \varepsilon$ 同样有界,即存在正常数 ε_N 和 ε_M 使得 $\|\varepsilon\| \leq \varepsilon_N, \|\nabla \varepsilon\| \leq \varepsilon_M$ 条件成立.

将式(19)代入(17),得最优控制律

$$U^* = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T (\nabla \phi^T w + \nabla \varepsilon). \quad (20)$$

在实际求解中,评价神经网络的权值向量 w 未知,因此评价神经网络

$$V^*(X) = \hat{w}^T \phi(X), \quad (21)$$

其中 \hat{w} 为评价神经网络权值向量 w 的估计值.由式(17)和(21)可得近似最优控制律

$$\hat{U} = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \nabla \phi^T \hat{w}. \quad (22)$$

由上述分析可知,最优控制律 \hat{U} 的控制效果取决

于评价神经网络权值向量的估计值 \hat{w} 是否能够收敛到其真值(即 $\hat{w} \rightarrow w$).在传统基于自适应动态规划的最优控制中,多采用梯度法或最小二乘法来更新评价神经网络权值向量^[23-24],无法保证其收敛到真值.故一般需要引入新的执行网络来实现最优控制,造成控制系统结构复杂.

本文将设计一类新的自适应参数估计算法,用于在线更新评价神经网络权值,保证其收敛到真值(即 $\hat{w} \rightarrow w$).为实现这一目标,将式(19)代入HJB方程(16)中,可得

$$0 = w^T \nabla \phi (AX + BU^* + \hat{\Xi}) - \gamma w^T \phi + X^T QX + U^{*T} R U^* + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s + \zeta_{\text{HJB}}, \quad (23)$$

其中 $\zeta_{\text{HJB}} = \nabla \varepsilon^T (AX + BU^* + \hat{\Xi}) - \gamma \varepsilon$ 为HJB方程误差.

定义变量 $\mathcal{V} = X^T QX + U^{*T} R U^* + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s$, $\Phi = \nabla \phi (AX + BU^* + \hat{\Xi}) - \gamma \phi$,式(23)可写为

$$\mathcal{V} = -w^T \Phi - \zeta_{\text{HJB}}. \quad (24)$$

定义辅助滤波矩阵 $\mathcal{H} \in \mathbf{R}^{L \times L}$ 和向量 $\mathcal{G} \in \mathbf{R}^{L \times 1}$, $\mathcal{O} \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{H}} = -\ell \mathcal{H} + \Phi \Phi^T, \mathcal{H}(0) = 0; \\ \dot{\mathcal{G}} = -\ell \mathcal{G} + \Phi \mathcal{V}, \mathcal{G}(0) = 0; \\ \mathcal{O} = H \hat{w} + \mathcal{G}. \end{cases} \quad (25)$$

其中 ℓ 为正常数以保证 \mathcal{H} 和 \mathcal{G} 的有界性.

对式(25)两边求积分,可得

$$\begin{cases} \mathcal{H}(t) = \int_0^t e^{-\ell(t-z)} \Phi(z) \Phi^T(z) dz, \\ \mathcal{G}(t) = \int_0^t e^{-\ell(t-z)} \Phi(z) \mathcal{V}(z) dz. \end{cases} \quad (26)$$

由式(25)和(26)可得

$$\mathcal{O} = H \hat{w} + \mathcal{G} = -\mathcal{H} \dot{\hat{w}} + \mathcal{X}. \quad (27)$$

其中: $\tilde{w} = w - \hat{w}$ 为评价神经网络权值向量估计误差; $\mathcal{X} = -\int_0^t e^{-\ell(t-z)} \Phi(z) \zeta_{\text{HJB}}(z) dz$ 为有界的HJB冗余误差,且存在正常数 $\bar{\mathcal{X}} > 0$,使得 \mathcal{X} 满足 $\|\mathcal{X}\| \leq \bar{\mathcal{X}}$.

用于更新网络权值的自适应算法可设计如下:

$$\dot{\hat{w}} = -\Gamma_1 \mathcal{O}, \quad (28)$$

其中 $\Gamma_1 \in \mathbf{R}^{L \times L}$ 为学习增益且为正定对角阵.

注4 有别于传统基于“执行-评价”框架的自适应动态规划方法^[19-20],本文提出了一种新的基于“辨识-评价”结构自适应动态规划策略.通过设计未知非线性动态估计器,在线重构系统未知动态,放松了

对系统模型的要求. 未知动态估计器输出 $\hat{\Xi}$ 被用于构建 HJB 方程(16). 在此基础上, 设计了基于参数估计误差信息的自适应算法, 保证评价神经网络权值收敛至其真值附近, 进而评价神经网络权值可直接用于最优控制律的在线求取, 避免了“执行”神经网络的使用, 简化了控制系统结构.

引理2 对于具有性能指标(13)的主动悬架系统, 若 V^* 为 HJB 方程(16)的正定解, 则当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, 在最优控制器(22)作用下, 被控系统渐近稳定.

证明 性能指标函数 $V^*(X)$ 关于时间 t 的导数可写为

$$\frac{dV^*(X)}{dt} = \frac{\partial V^*(X)}{\partial t} + \frac{\partial V^*(X)}{\partial X} \dot{X} = \frac{\partial V^*(X)}{\partial X} (AX + BU^* + \hat{\Xi}). \quad (29)$$

由式(29)可知, HJB 方程(16)可进一步写为

$$0 = -\gamma V^* + X^T Q X + U^{*T} R U^* + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s + \frac{dV^*(X)}{dt}. \quad (30)$$

对式(30)两端同时乘以 $e^{-\gamma t}$, 可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(e^{-\gamma t} V^*) &= \\ &- e^{-\gamma t} (X^T Q X + U^{*T} R U^* + \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s) \leq \\ &- e^{-\gamma t} (\lambda_{\min}(Q) \|X\|^2 + \lambda_{\min}(R) \|U^*\|^2). \end{aligned} \quad (31)$$

由上述分析可知, 当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, 系统渐近稳定. 然而, 由于系统的主动悬架受到路面持续的激励, 为保证性能指标有界, 折扣因子 γ 的选取应为非零正常数. 尽管 $\gamma \neq 0$, 仍可通过选择较大的权重矩阵 Q 和较小的折扣因子 γ 获得较小的控制误差. 假设 $Q_2 > 0$ 为权重矩阵 Q 中对应于系统状态 x_2 的权重, 忽略系统其他状态变量, 等式 $X^T Q X = x_2 Q_2 x_2$ 成立^[25]. 由式(31)可知, $d(e^{-\gamma t} V^*)/dt$ 将随着指数项 $e^{-\gamma t}$ 的衰减收敛至零. 因此, 可以通过选取较大的权重矩阵 Q 加快控制误差 X 的收敛速度. 此外, γ 取值大小会影响控制效果. γ 过小会使性能指标值过小, 所得控制器效率过低; γ 过大会使控制系统出现超调. 因此, 在实际应用中应选取合适的 γ 保证控制器的精度和效率. \square

2.3 稳定性分析

本小节将对系统稳定性进行分析. 将所设计的控制律(22)代入含有未知非线性动态估计值 $\hat{\Xi}$ 的主动悬架系统模型中, 可得

$$\dot{X} = AX + B \left(-\frac{1}{2} R^{-1} B^T \nabla \phi^T \hat{w} \right) + \hat{\Xi} =$$

$$AX + BU^* + \frac{1}{2} BR^{-1} B^T \nabla \phi^T \hat{w} + \frac{1}{2} BR^{-1} B^T \nabla \varepsilon + \hat{\Xi}. \quad (32)$$

考虑系统未知动态 Ξ 有界, 且未知动态估计器收敛性能^[17](即 $\hat{\Xi} \rightarrow \Xi$), 可知存在正常数 ϖ_b , 使得未知非线性动态估计值 $\hat{\Xi}$ 满足 $\|\hat{\Xi}\| \leq \varpi_b$.

引理3 若式(24)中 Φ 满足持续激励条件, 则式(25)中 \mathcal{H} 为正定矩阵, 且存在正常数 \hbar , 使其最小特征值满足 $\lambda_{\min}(\mathcal{H}) \geq \hbar > 0$.

所构建的闭环控制系统稳定性可归纳如下.

定理1 考虑主动悬架系统(5), 使用未知非线性动态估计器(12)、控制律(22)和自适应参数估计算法(28), 若 Φ 满足持续激励条件, 则系统状态 X 和评价神经网络权值估计误差 \tilde{w} 将收敛至零点附近的邻域内, 同时, 近似最优控制律 \hat{U} 将收敛至最优控制律 U^* 附近, 即存在正常数 e_u , 使得条件 $\|\hat{U} - U^*\| \leq e_u$ 成立.

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{1}{2} \tilde{w}^T \Gamma_1^{-1} \tilde{w} + \Gamma_2 X^T X + \mathcal{K}_1 V^* + \mathcal{K}_2 \mathcal{X}^T \mathcal{X}. \quad (33)$$

其中: V^* 为式(15)中定义的最优性能指标函数, $\Gamma_2 > 0$, $\mathcal{K}_1 > 0$, $\mathcal{K}_2 > 0$ 为正常数.

根据 Young 不等式 $ab \leq a^2 \eta / 2 + b^2 / (2\eta)$, $\eta > 0$, 由式(28)可求得 V_1 的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \tilde{w}^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{w}} = -\tilde{w}^T \mathcal{H} \tilde{w} + \tilde{w}^T \mathcal{X} \leq \\ &- \left(\hbar - \frac{1}{2\eta} \right) \|\tilde{w}\|^2 + \frac{\eta \|\mathcal{X}\|^2}{2}. \end{aligned} \quad (34)$$

由式(13)和(22), 对 V_2 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 2\Gamma_2 X^T \dot{X} + \mathcal{K}_1 \dot{V}^* = \\ &2\Gamma_2 X^T \left(AX + BU^* + \hat{\Xi} + \frac{1}{2} BR^{-1} B^T \nabla \varepsilon + \frac{1}{2} BR^{-1} B^T \nabla \phi^T \hat{w} \right) + \\ &\mathcal{K}_1 \left(-X^T Q X - U^{*T} R U^* - \ddot{z}_s^T M \ddot{z}_s \right) \leq \\ &- \left[\mathcal{K}_1 \lambda_{\min}(Q) - \Gamma_2 (2A_b + B_b \eta + \eta) + \frac{\eta}{2} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 (1 + \nabla \phi) \right] \|X\|^2 - \\ &\left[\mathcal{K}_1 \lambda_{\min}(R) - \Gamma_2 B_b \frac{1}{\eta} \right] \|U^*\|^2 + \\ &\frac{\Gamma_2}{\eta} \varpi_b^2 + \frac{1}{2\eta} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \varepsilon_M^2 + \\ &\frac{1}{2\eta} \Gamma_2 \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \phi_M \|\tilde{w}\|^2. \end{aligned} \quad (35)$$

由式(27)及 $\dot{\mathcal{X}} = -\ell \mathcal{X} + \Phi \zeta_{\text{HJB}}$, 可求得 V_3 的导

数为

$$\dot{V}_3 = 2\mathcal{K}_2 \mathcal{X}^T \dot{\mathcal{X}} = 2\mathcal{K}_2 \mathcal{X}^T (-\ell \mathcal{X} + \Phi \zeta_{\text{HJB}}) \leq - (2\mathcal{K}_2 \ell - \eta) \|\mathcal{X}\|^2 + \frac{1}{\eta} \|\mathcal{K}_2 \Phi \zeta_{\text{HJB}}\|^2. \quad (36)$$

由式(34)~(36),可求得 \dot{V} 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq & - \left[\bar{h} - \frac{1}{2\eta} - \frac{1}{2\eta} \Gamma_2 \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \phi_M \right] \|\tilde{w}\|^2 - \\ & \left[\mathcal{K}_1 \lambda_{\min}(Q) - \Gamma_2 (2A_b + B_b \eta + \eta) + \right. \\ & \left. \frac{\eta}{2} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 (1 + \phi_M) \right] \|X\|^2 - \\ & \left(2\mathcal{K}_2 \ell - \frac{3\eta}{2} \right) \|\mathcal{X}\|^2 + \frac{\Gamma_2}{\eta} \varpi_b^2 + \\ & \frac{1}{2\eta} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \varepsilon_M^2 + \frac{1}{\eta} \|\mathcal{K}_2 \Phi \zeta_{\text{HJB}}\|^2 \leq \\ & - \alpha_1 \|\tilde{w}\|^2 - \alpha_2 \|X\|^2 - \alpha_3 \|\mathcal{X}\|^2 + \beta. \quad (37) \end{aligned}$$

其中当设计参数 $\eta, \mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ 选择较大时, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 β 均为正常数^[26],且满足

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \bar{h} - \frac{1}{2\eta} - \frac{1}{2\eta} \Gamma_2 \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \phi_M, \\ \alpha_2 &= \mathcal{K}_1 \lambda_{\min}(Q) - \Gamma_2 (2A_b + B_b \eta + \eta) + \\ & \quad \frac{\eta}{2} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 (1 + \phi_M), \\ \alpha_3 &= 2\mathcal{K}_2 \ell - \frac{3\eta}{2}, \\ \beta &= \frac{\Gamma_2}{\eta} \varpi_b^2 + \frac{1}{2\eta} \lambda_{\max}(R^{-1}) B_b^2 \varepsilon_M^2 + \frac{\|\mathcal{K}_2 \Phi \zeta_{\text{HJB}}\|^2}{\eta}. \quad (38) \end{aligned}$$

由Lyapunov稳定性定理可知,系统状态 X 与评价神经网络权值估计误差 \tilde{w} 一致最终有界,且将收敛到零点附近邻域内.

最后,根据式(20)定义的最优控制律 U^* 与式(22)给出的近似最优控制策略 \hat{U} 之间的关系,可得

$$\begin{aligned} \hat{U} - U^* = & - \frac{1}{2} R^{-1} B^T \nabla \phi^T \tilde{w} + \frac{1}{2} R^{-1} B^T (\nabla \phi^T w + \nabla \varepsilon) = \\ & \frac{1}{2} R^{-1} B^T \nabla \phi^T \tilde{w} + \frac{1}{2} R^{-1} B^T \nabla \varepsilon. \quad (39) \end{aligned}$$

考虑式(39)及评价神经网络权值误差 \tilde{w} 收敛性和逼近误差 $\nabla \varepsilon$ 的有界性,当 $t \rightarrow \infty$ 时,可知

$$\begin{aligned} \limsup_{t \rightarrow \infty} \|\hat{U} - U^*\| \leq & \frac{1}{2} \|R^{-1} B^T\| (\phi_M + \|\tilde{w}\| + \varepsilon_M) \leq e_u, \quad (40) \end{aligned}$$

即可证明所得控制律的收敛性. □

3 仿真验证

为验证本文所提出的主动悬架系统最优控制方法的正确性和有效性,本小节将开展对比仿真研

究. 主动悬架系统的参数^[7]选取如下: $m_s = 600 \text{ kg}$, $m_u = 60 \text{ kg}$, $k_s = 18\,000 \text{ N/m}$, $k_{sn} = 1\,000 \text{ N/m}$, $b_s = 2\,500 \text{ Ns/m}$, $k_t = 200\,000 \text{ N/m}$, $b_t = 1\,000 \text{ N/m}$. 本文采用专用汽车系统仿真软件Carsim中所提供的标准粗糙路面和包块路面模拟实际车辆行驶过程中路面颠簸状况,曲线如图2所示.

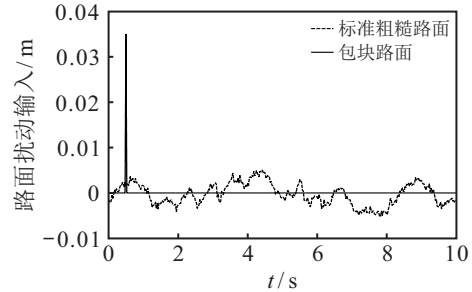


图2 路面干扰

仿真中系统初始值选取 $X(0) = [0.1, 0.01, 0.05, 0.02]^T$,评价神经网络权值初始值 $w(0) = 0$,激励向量选取 $\phi = [x_1^2, x_1 x_2, x_1 x_3, x_1 x_4, x_2^2, x_2 x_3, x_2 x_4, x_3^2, x_3 x_4, x_4^2]^T$. 针对标准粗糙路面,本文所提出控制方法中滤波参数选取 $\kappa = 0.01, \ell = 20$;性能指标中的折扣因子选取 $\gamma = 0.05$,权重矩阵选取 $R = 0.000\,05, Q = 10 \text{ diag}[I]_{4 \times 4}, M = 15$;自适应学习增益为 $\Gamma_1 = 45 \text{ diag}[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 0.1]$. 此外,将本文所提出方法与单一目标设计的线性反馈控制方法进行对比. 首先简要给出线性反馈控制器设计步骤:首先,采用本文所设计的未知非线性动态估计器(12)重构系统未知非线性动态 $\hat{\Sigma}$;然后,设计线性反馈控制器 $U = -B^+(KX + \hat{\Sigma})$, K 为反馈控制增益, $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ 为 B 的广义逆矩阵. 线性反馈控制方法中,滤波参数选取 $\kappa = 0.01$,反馈控制增益选取为 $K = \text{diag}[0, 0, 220, 100]$. 针对包块路面,本文所提出控制方法中滤波参数选取 $\kappa = 0.01, \ell = 10$;性能指标中折扣因子选取 $\gamma = 0$;权重矩阵选取 $R = 0.000\,1, Q = 10 \text{ diag}[I]_{4 \times 4}, M = 10$;自适应学习增益 $\Gamma_1 = 20 \text{ diag}[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20]$. 线性反馈控制方法中,滤波参数选取 $\kappa = 0.01$,反馈控制增益选取为 $K = \text{diag}[0, 0, 200, 80]$. 此处需要指出,相比于标准粗糙路面,包块路面采用较小的权重矩阵数值及自适应学习增益以获得更好的控制效果.

图3~图5为仿真对比结果. 图3为本文所提出的最优控制方法与线性反馈控制方法在主动悬架行程空间、加速度及控制输入之间的对比. 由图3可以看出,两种控制方法在两种路面条件下均可获得较小的悬架行程空间,但相比于线性反馈控制方法,本文

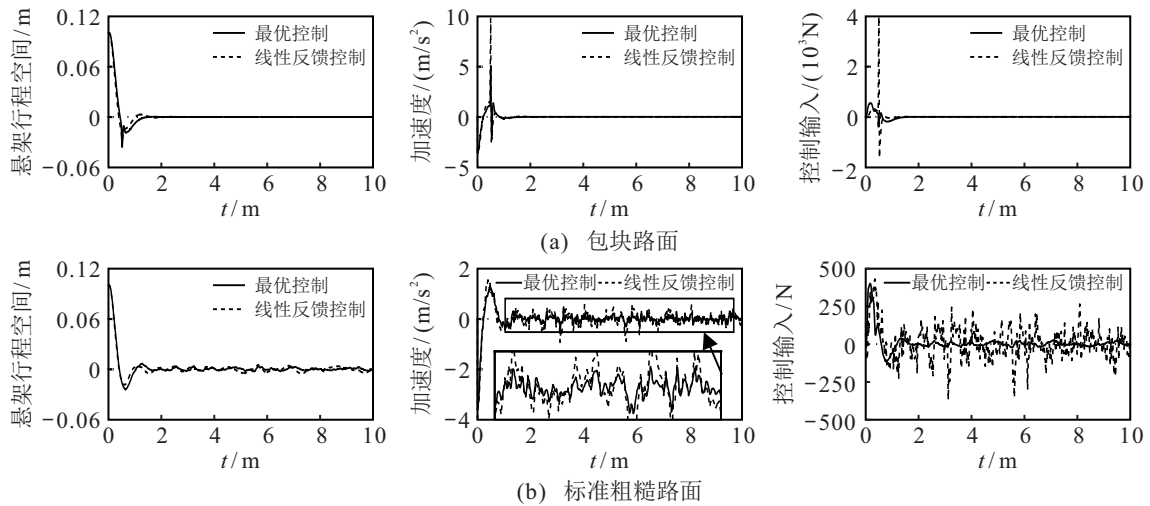


图3 悬架系统控制性能指标对比结果

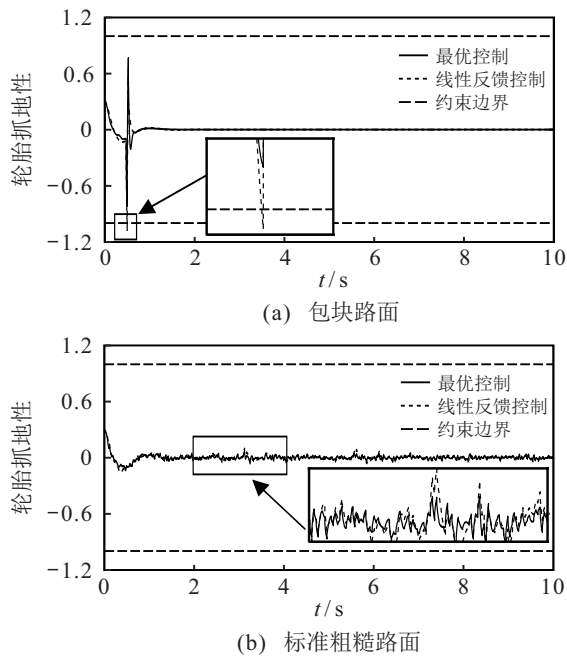


图4 轮胎抓地性对比结果

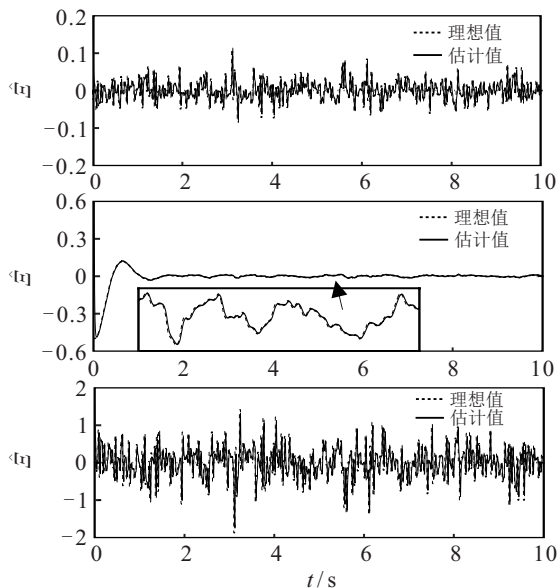


图5 未知动态估计器估计结果

所提出的方法可以保证车辆具有较小的加速度值和输入能耗. 图4给出了车辆在两种控制方法作用下轮胎抓地性的对比结果. 可以看出,在标准粗糙路面下,两种控制方法均可以严格保证轮胎抓地性能(3),但在包块路面下,线性反馈控制方法作用下的轮胎抓地性超过了其约束边界. 由图3和图4的仿真结果可以看出,本文所提出的主动悬架最优控制策略,可有效提升主动悬架系统综合性能. 图5给出了本文所提出的未知动态估计器对系统未知非线性动态 Ξ 的估计结果. 可以看出,该未知动态估计器可以实现对系统未知非线性动态快速、准确地估计,并补偿到最优控制器中,从而提升主动悬架最优控制系统的鲁棒性.

为进一步验证本文所提出基于单评价网络最优控制方法的有效性,开展了与基于“执行-评价”双网络结构的自适应最优控制方法^[27]的对比仿真. 图6和图7给出了标准粗糙路面下的对比仿真结果. 图6为当系统存在量测噪声扰动情况下,所提出控制方法与文献^[27]中方法的控制效果. 可以看出,在系统存在量测噪声时,相比于传统双网结构的自适应最优控制方法,本文所提出的单网结构自适应最优控制方法依然可以保证主动悬架系统具有更小的悬架行程空间、加速度、控制输入以及轮胎动载荷. 图7给出了两种方法的“评价”神经网络权值收敛结果. 可以看出,传统方法虽能保“评价”神经网络权值有界,但其很难收敛. 而本文所提出自适应方法能够保证“评价”神经网络权值更快且更平滑地收敛,进而确保更好地控制系统性能. 这一结果进一步表明了本文所提出的单网结构自适应最优控制方法以及基于参数估计误差的学习律,能保证系统的稳定性并有效提升主动悬架系统综合性能.

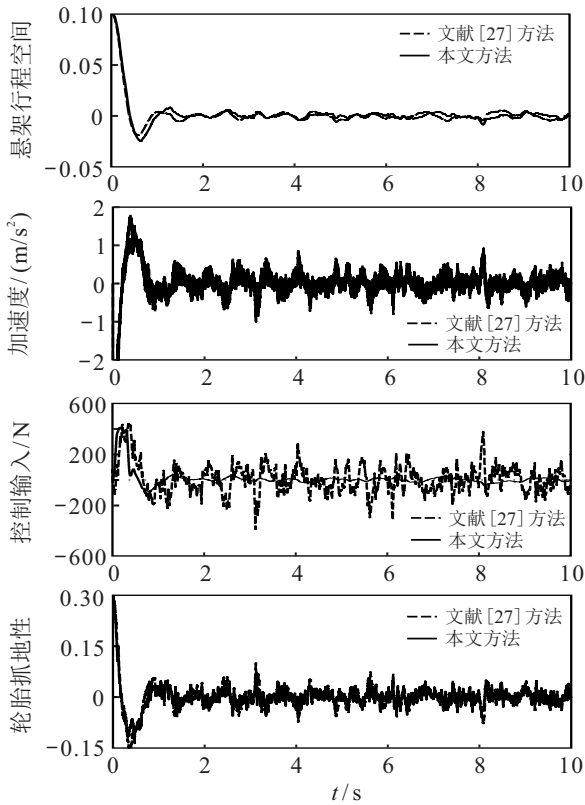


图6 含量测噪声的悬架系统控制性能指标对比结果

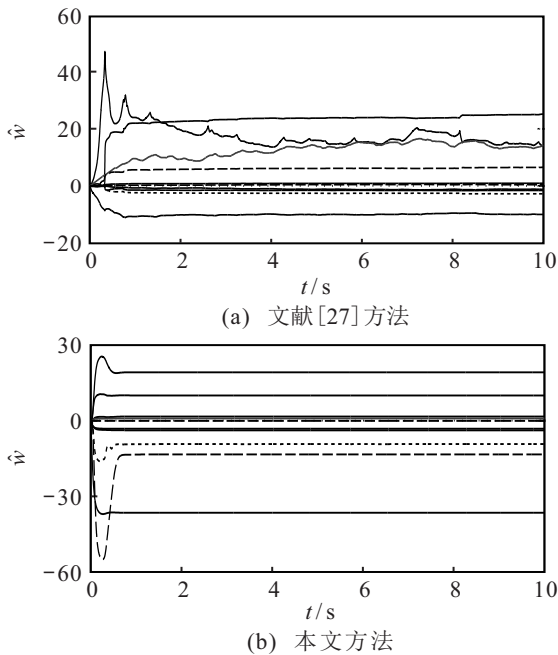


图7 “评价”神经网络权值收敛对比结果

4 结论

本文针对含有多性能指标要求的非线性主动悬架系统,提出了一类新的自适应最优控制策略.首先,利用系统输入输出信号构建了一类结构简单且调节参数少的未知非线性动态估计器,在线估计系统未知动态.其次,构建了包含乘驾舒适度、悬架行程空间及输入能耗的最优性能指标,并引入神经网络在线逼近最优性能指标函数,得到新的哈密顿函数.最后,

通过设计一类新的基于参数估计误差信息的自适应律,在线更新神经网络权值并计算最优控制.基于李雅普诺夫定理证明了闭环系统稳定性和收敛性,并通过对比仿真验证了本文所提出方法的正确性和有效性.

参考文献(References)

- [1] Sun W C, Gao H J, Kaynak O. Finite frequency H_∞ control for vehicle active suspension systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(2): 416-422.
- [2] Chen H, Guo K H. Constrained H_∞ control of active suspensions: An LMI approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(3): 412-421.
- [3] Yagiz N, Hacioglu Y. Backstepping control of a vehicle with active suspensions[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(12): 1457-1467.
- [4] Sun W C, Gao H J, Kaynak O. Adaptive backstepping control for active suspension systems with hard constraints[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(3): 1072-1079.
- [5] Li H Y, Yu J Y, Hilton C, et al. Adaptive sliding-mode control for nonlinear active suspension vehicle systems using T-S fuzzy approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(8): 3328-3338.
- [6] Rath J J, Defoort M, Karimi H R, et al. Output feedback active suspension control with higher order terminal sliding mode[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(2): 1392-1403.
- [7] Na J, Huang Y B, Wu X, et al. Adaptive finite-time fuzzy control of nonlinear active suspension systems with input delay[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(6): 2639-2650.
- [8] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [9] Guan Y, Saif M. A novel approach to the design of unknown input observers[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, 36(5): 632-635.
- [10] Koch G, Kloiber T. Driving state adaptive control of an active vehicle suspension system[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(1): 44-57.
- [11] Gao H J, Sun W C, Shi P. Robust sampled-data H_∞ control for vehicle active suspension systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(1): 238-245.
- [12] 陈虹, 马苗苗, 孙鹏远. 主动悬架 H_2 /广义 H_2 输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 790-794.

- (Chen H, Ma M M, Sun P Y. H_2 /generalized H_2 output feedback control for active suspensions[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(5): 790-794.)
- [13] 庞辉, 王延, 刘凡. 考虑参数不确定性的主动悬架 H_2/H_∞ 保性能控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(3): 470-478.
(Pang H, Wang Y, Liu F. H_2/H_∞ guaranteed cost control for active suspensions considering parameter uncertainty[J]. Control and Decision, 2019, 34(3): 470-478.)
- [14] Hrovat D. A class of active LQG optimal actuators[J]. Automatica, 1982, 18(1): 117-119.
- [15] Krtolica R, Hrovat D. Optimal active suspension control based on a half-car model: An analytical solution[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(4): 528-532.
- [16] Brezas P, Smith M C. Linear quadratic optimal and risk-sensitive control for vehicle active suspensions[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(2): 543-556.
- [17] Na J, Yang J, Wang S B, et al. Unknown dynamics estimator-based output-feedback control for nonlinear pure-feedback systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(6): 3832-3843.
- [18] Na J, Herrmann G. Online adaptive approximate optimal tracking control with simplified dual approximation structure for continuous-time unknown nonlinear systems[J]. CAA Journal of Automatica Sinica, 2014, 1(4): 412-422.
- [19] Lewis F L, Vrabie D L, Syrmos V L. Optimal control[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2012: 513-517.
- [20] Abu-Khalaf M, Lewis F L. Nearly optimal control laws for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach[J]. Automatica, 2005, 41(5): 779-791.
- [21] Heydari A, Balakrishnan S N. Finite-horizon control-constrained nonlinear optimal control using single network adaptive critics[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2013, 24(1): 145-157.
- [22] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 387-394.
(Chen Q, Ding K X, Nan Y R. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 387-394.)
- [23] Modares H, Lewis F L, Jiang Z P. H_∞ tracking control of completely unknown continuous-time systems via off-policy reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(10): 2550-2562.
- [24] Modares H, Lewis F L. Optimal tracking control of nonlinear partially-unknown constrained-input systems using integral reinforcement learning[J]. Automatica, 2014, 50(7): 1780-1792.
- [25] Na J, Herrmann G, Zhang K Q. Improving transient performance of adaptive control via a modified reference model and novel adaptation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(8): 1351-1372.
- [26] Na J, Zhao J, Gao G B, et al. Output-feedback robust control of uncertain systems via online data-driven learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(6): 2650-2662.
- [27] Zhang H G, Cui L L, Zhang X, et al. Data-driven robust approximate optimal tracking control for unknown general nonlinear systems using adaptive dynamic programming method[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(12): 2226-2236.

作者简介

黄英博(1991—), 男, 讲师, 博士, 从事自适应控制、瞬态性能提升的研究, E-mail: Yingbo_Huang@126.com;

吕永峰(1989—), 男, 讲师, 博士, 从事近似动态规划、数据驱动建模与控制的研究, E-mail: lvyilian1989@foxmail.com;

赵刚(1970—), 男, 高级工程师, 从事机电系统建模及控制的研究, E-mail: 296456928@qq.com;

那靖(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、参数估计等研究, E-mail: najing25@163.com;

赵军(1993—), 男, 博士, 从事输出反馈控制、最优控制的研究, E-mail: skdzhaojun@sdust.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)