

控制与决策

Control and Decision

具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制

呼忠权, 华长春, 张柳柳

引用本文:

呼忠权, 华长春, 张柳柳. 具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3215–3222.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0790>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制](#)

Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints
控制与决策. 2022, 37(2): 361–369 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint
控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制](#)

Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault
控制与决策. 2021, 36(9): 2103–2112 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0083>

[基于深度学习的四旋翼无人机地面效应补偿降落控制设计](#)

Robust landing controller design for quadrotor unmanned aerial vehicle ground effects compensation via deep learning
控制与决策. 2021, 36(11): 2637–2646 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0184>

[输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制](#)

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation
控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制

呼忠权, 华长春[†], 张柳柳

(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对外界扰动、模型不确定性以及输出误差约束情况下的四旋翼无人机轨迹跟踪问题, 提出有限时间预定性能控制策略. 首先, 将无人机动力学模型解耦为姿态子系统和位置子系统; 其次, 引入误差转换函数和性能约束函数, 通过合理设计快速终端滑模面, 实现转换误差有限时间收敛, 从而实现原系统输出误差约束控制; 进一步, 通过稳定性分析可以得出所设计的控制器能够保证系统有限时间稳定, 并且具有良好的暂稳态性能; 最后, 通过实例仿真验证所设计方法的有效性.

关键词: 四旋翼飞行器; 输出误差约束; 有限时间; 预定性能; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0790

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 呼忠权, 华长春, 张柳柳. 具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3215-3222.

Finite time prescribed performance control of quadrotor UAVs with time varying disturbances

HU Zhong-quan, HUA Chang-chun[†], ZHANG Liu-liu

(School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: This paper investigates the finite time prescribed performance control strategy for the trajectory tracking problem of quadrotor UAVs with time-vary disturbance, model uncertainty and constrain of the output error. Firstly, the UAVs dynamic model is decoupled into an attitude subsystem and a position subsystem. Then, the finite time convergence of the conversion error is realized, and the output error of the original system is limited by introducing the error conversion function, performance constraint function and designing the fast terminal sliding surface reasonably. Furthermore, the stability analysis shows that the designed controller can guarantee the finite time stability of the system, and make the system have good transient stability performance. Finally, a simulation example shows the effectiveness of the proposed methods.

Keywords: quadrotor UAVs; output error constrained; finite time; prescribed performance; sliding mode control

0 引言

四旋翼无人机(quadrotor unmanned aerial vehicles, QUAVs)具有垂直起降、结构简单、操控性强等特点, 因此在救援、监视、巡查、测绘等领域有着广泛的应用前景, 吸引了工业界和学术界的广泛关注. 然而, 四旋翼是一个典型的欠驱动、强耦合非线性系统, 在飞行过程中容易受到外界干扰, 以及本身模型参数的不确定性等因素影响, 使其飞行控制系统设计面临较大的挑战性. 因此, 针对无人机飞行控制问题, 国内外学者展开了众多研究.

近年来, 针对 QUAVs 的精确跟踪控制问题, 文献

[1] 针对四旋翼无人机 $SO(3)$ 的姿态控制, 提出了一种滑模变结构控制方法, 提升了系统的动态性能. 文献 [2] 针对四旋翼无人机的精确跟踪控制问题, 提出了一种基于非线性制导算法的控制策略. 文献 [3] 针对四旋翼无人机的控制, 提出了一种与模型无关的高阶差分反馈控制策略. 以上文献都是针对无扰动和不确定项的无人机控制问题展开研究.

针对 QUAVs 存在外界扰动和模型不确定性的问题, 文献 [4] 提出了基于非奇异快速终端滑模的扩张状态观测器和跟踪微分器的控制策略, 使得跟踪误差有限时间收敛. 文献 [5] 针对具有模型不确定性和外

收稿日期: 2021-05-06; 录用日期: 2021-09-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61825304); 河北省创新群体项目(F2020203013).

责任编辑: 周彬.

[†]通讯作者. E-mail: cch@ysu.edu.cn.

界扰动的四旋翼无人机设计了基于有限时间观测器的鲁棒跟踪控制方法. 文献[6]针对存在外界干扰情况下四旋翼无人机的位置与姿态跟踪问题,提出了自适应反步控制策略,并证明和验证了控制方法的有效性. 文献[7]研究了具有外部干扰、不确定性和输入饱和的四旋翼无人机控制问题,设计了全阶状态观测器与干扰观测器,并提出新的二阶滑模面,实现了较好的控制效果,控制器较为复杂. 文献[8]针对传感器失效时四旋翼无人机,设计了滑模控制器实现有限时间轨迹跟踪控制. 文献[9]针对四旋翼无人机在角速率不可测和未知干扰下,提出了一种基于多变量有限时间观测器的自适应增益滑模控制方案. 以上文献针对存在扰动和不确定项的无人机控制问题展开相关研究,并应用了有限时间控制方法.

为了能够使系统的稳态性能和暂态性能同时满足预先设定的性能^[10]指标,文献[11]提出了预定性能控制方法,用于约束系统的暂稳态性能. 针对有输出误差约束时无人机控制问题,文献[12]针对有外界干扰时四旋翼无人机姿态控制问题,采用了预定性能控制方法,但是并未对位置系统进行预定性能控制. 文献[13]针对具有未知时变载荷和阵风干扰的情况,将预定性能控制引入平动子系统,但未应用到姿态子系统中. 文献[14]针对具有执行器故障的四旋翼无人机,分别对位置和姿态设计了自适应预定性能控制器,但不能使系统有限时间收敛.

根据上述分析,目前针对无人机控制的研究,将有限时间控制和预定性能控制相结合的文章很少,本文将二者结合,并同时应用于姿态控制和位置控制中,通过合理设计控制器对外界扰动和模型不确定性进行补偿. 通过仿真对比验证了所提出控制方法的有效性和合理性. 本文的创新点有以下两个方面:

1) 针对存在外界扰动和系统不确定项时无人机的控制问题,设计了一种快速终端滑模面,提高了系统的收敛速度,使系统跟踪误差有限时间收敛到零.

2) 将预定性能控制与有限时间控制相结合,并同时应用于位置控制和姿态控制中,改善了系统暂稳态效果和稳态效果,使系统运行更平滑.

1 问题描述

QUAVs由结构对称的4个机臂组成,每个机臂上固定有一个直流无刷电机,相邻两个电机的转向相反,用于抵消螺旋桨旋转造成的陀螺效应. 在建模的过程中,忽略了一些气动效应,并作了一些合理的假设.

假设1 机体是一个刚体,重心和几何中心完全

重合,机体完全对称,机体模型参数均为正常数.

为便于描述QUAVs的数学模型,建立惯性坐标系($O_e X_e Y_e Z_e$)和机体坐标系($O_b X_b Y_b Z_b$)如图1所示,QUAVs的数学模型如下所示:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) - \frac{k_x \dot{x}}{m} + f_x + d_x(t); \\ \ddot{y} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi) - \frac{k_y \dot{y}}{m} + f_y + d_y(t); \\ \ddot{z} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi\cos\theta) - g - \frac{k_z \dot{z}}{m} + f_z + d_z(t); \\ \ddot{\phi} = \frac{l}{I_{xx}}u_2 + \frac{lk_\phi}{I_{xx}}\dot{\phi} + f_\phi + d_\phi(t); \\ \ddot{\theta} = \frac{l}{I_{yy}}u_3 + \frac{lk_\theta}{I_{yy}}\dot{\theta} + f_\theta + d_\theta(t); \\ \ddot{\psi} = \frac{l}{I_{zz}}u_4 + \frac{lk_\psi}{I_{zz}}\dot{\psi} + f_\psi + d_\psi(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $[x, y, z]$ 表示机体的位置状态, $[\phi, \theta, \psi]$ 表示姿态状态, m 表示机体的质量, l 表示螺旋桨中心到重心的距离, g 表示重力加速度, I_{xx} 、 I_{yy} 、 I_{zz} 分别表示机体绕 X 、 Y 、 Z 轴的转动惯量, k_i 表示空气阻力系数, u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 表示控制输入, f_i 和 d_i ($i \in \{x, y, z, \phi, \theta, \psi\}$)分别表示对应的不确定项和外界干扰.

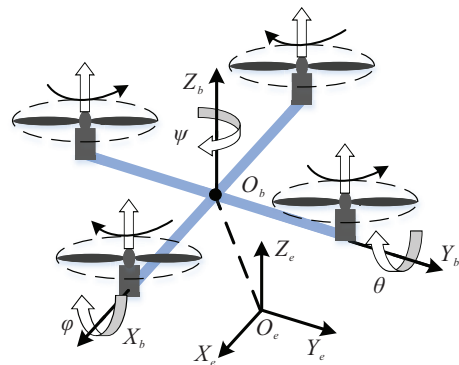


图1 四旋翼无人机结构与坐标系示意图

QUAVs的期望位置和期望角度表示为 x_d 、 y_d 、 z_d 、 ϕ_d 、 θ_d 、 ψ_d , 系统误差变量表示为

$$[e_{1x}, e_{1y}, e_{1z}]^T = [x - x_d, y - y_d, z - z_d]^T, \quad (2)$$

$$[e_{1\phi}, e_{1\theta}, e_{1\psi}]^T = [\phi - \phi_d, \theta - \theta_d, \psi - \psi_d]^T. \quad (3)$$

重新定义系统状态变量为

$$[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T, \quad (4)$$

$$[x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T. \quad (5)$$

注1 由QUAVs的数学模型可以看出,被控对象具有4个控制输入和6个输出,是一个具有高度耦合和欠驱动的非线性系统. 为了降低控制器设计难度,

本文采用双闭环控制思想,将QUAVs的模型转换为姿态子系统和位置子系统两部分,并引入3个虚拟控制输入 u_x 、 u_y 和 u_z ,分别设计相应的控制律.变换后的姿态子系统和位置子系统分别表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1x_2 + b_1u_2 + f_\phi + d_\phi, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2x_4 + b_2u_3 + f_\theta + d_\theta, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = a_3x_6 + b_3u_4 + f_\psi + d_\psi; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8, \\ \dot{x}_8 = a_4x_8 + \frac{u_x}{m} + f_x + d_x, \\ \dot{x}_9 = x_{10}, \\ \dot{x}_{10} = a_5x_{10} + \frac{u_y}{m} + f_y + d_y, \\ \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = a_6x_{12} + \frac{u_z}{m} - g + f_z + d_z. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $g, a_1 \sim a_6$ 和 $b_1 \sim b_3$ 均为常数,其余为时变量.
 $a_1 = lk_\phi/I_{xx}, a_2 = lk_\theta/I_{yy}, a_3 = lk_\psi/I_{zz}, a_4 = k_x/m, a_5 = k_y/m, a_6 = k_z/m, b_1 = l/I_{xx}, b_2 = l/I_{yy}, b_3 = l/I_{zz}$. u_x, u_y 和 u_z 如下所示:

$$\begin{cases} u_x = u_1(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi), \\ u_y = u_1(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi), \\ u_z = u_1(\cos\phi \cos\theta). \end{cases} \quad (8)$$

为便于后续内容进行控制器设计与相关证明,给出以下假设和引理.

假设2 在系统(1)中,假设 f_i 和 d_i 均有界,即 $|f_i| \leq D_{im1}, |d_i| \leq D_{im2}$,并且 D_{im1} 和 D_{im2} 已知.

引理1^[15-16] 假设存在正定且连续函数 $V(x)$,满足不等式 $\dot{V}(x) + \beta V(x)^{\frac{p}{q}} \leq 0$,其中 $\beta > 0, p$ 和 q 为正奇数,且 $p < q$,系统初始状态为 x_0 ,则状态 x 将在有限时间 t_{s1} 内收敛到平衡点,即

$$t_{s1} \leq \frac{q}{\beta(q-p)} V(x_0)^{\frac{q-p}{q}}. \quad (9)$$

引理2^[16] 假设存在正定且连续函数 $V(x)$,满足不等式 $\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V(x)^{\frac{p}{q}} \leq 0$,其中 α 和 β 均大于零, p 和 q 为正奇数,且 $p < q$,系统初始状态为 x_0 ,则状态 x 将在有限时间 t_{s2} 内收敛到平衡点,即

$$t_{s2} \leq \frac{q}{\alpha(q-p)} \ln \frac{\alpha V(x_0)^{\frac{q-p}{q}} + \beta}{\beta}. \quad (10)$$

2 有限时间预定性能控制器设计

分别针对姿态子系统和位置子系统进行控制器设计.通过合理设计滑模面,使转换误差有限时间收敛.QUAVs双闭环模型控制结构如图2所示.

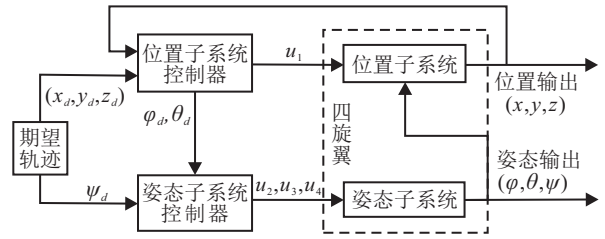


图2 控制系统结构框图

2.1 预定性能控制

预定性能控制器(prescribed performance controller, PPC)通过合理地选取光滑递减的正函数作为性能函数,可使系统状态变量满足预先设定的暂稳态性能,并且可使跟踪误差逐渐减小并且一直处于预先设定的边界内.其中性能函数

$$p_i(t) = (p_{i0} - p_{i\infty})e^{-Lt} + p_{i\infty}, \quad (11)$$

$p_{i0} = p_i(0) > 0, p_{i\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} p_i(t) > 0, L$ 为正常数.本节中 $i \in \{x, y, z, \phi, \theta, \psi\}$. L 决定了误差的收敛速度.

2.2 误差变换

当 $-\delta_i p_i(t) < e_{1i}(t) < \bar{\delta}_i p_i(t)$,并且满足初始条件 $-\delta_i p_i(0) < e_{1i}(0) < \bar{\delta}_i p_i(0)$ 时,进行如下状态变换:

$$e_{1i}(t) = p_i(t)S_i(\epsilon_i). \quad (12)$$

其中: e_{1i} 为系统跟踪误差, δ_i 和 $\bar{\delta}_i$ 为正常数, $S_i(\epsilon_i)$ 为误差转换函数.

$$S_i(\epsilon_i) = \frac{\bar{\delta}_i e^{\epsilon_i} - \delta_i e^{-\epsilon_i}}{e^{\epsilon_i} + e^{-\epsilon_i}},$$

则 $S_i(\epsilon_i)$ 的反函数可表示为

$$\epsilon_i = S_i^{-1}(\epsilon_i) = \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda_i + \bar{\delta}_i}{\bar{\delta}_i - \lambda_i}, \quad (13)$$

其中 $\lambda_i = \frac{e_{1i}(t)}{p_i(t)}$. ϵ_i 的导数

$$\dot{\epsilon}_i = r_i \left(\dot{e}_{1i} - \frac{e_{1i} \dot{p}_i}{p_i} \right), \quad (14)$$

其中 $r_i = \frac{1}{2p_i} \left(\frac{1}{\lambda_i + \bar{\delta}_i} + \frac{1}{\bar{\delta}_i - \lambda_i} \right)$.

对 r_i 求导得

$$\begin{aligned} \dot{r}_i &= \frac{-\dot{\lambda}_i}{2p_i} \frac{2\lambda_i \bar{\delta}_i + 2\lambda_i \bar{\delta}_i + \bar{\delta}_i^2 - \bar{\delta}_i^2}{(\lambda_i + \bar{\delta}_i)^2 (\bar{\delta}_i - \lambda_i)^2} + \\ &\frac{-\dot{p}_i}{2p_i^2} \frac{\bar{\delta}_i + \lambda_i}{(\lambda_i + \bar{\delta}_i)(\bar{\delta}_i - \lambda_i)}. \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$-\dot{p}_i = -L(p_{i0} - p_{i\infty})e^{-Lt},$$

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\dot{e}_{1i}(t) - p_i(t)}{p_i^2(t)},$$

$$\lim_{\epsilon_i \rightarrow +\infty} p_i(t)S_i(\epsilon_i) = \bar{\delta}_i p_i(t),$$

$$\lim_{\epsilon_i \rightarrow -\infty} p_i(t)S_i(\epsilon_i) = -\underline{\delta}_i p_i(t),$$

$\bar{\delta}_i p_i(t)$ 和 $-\underline{\delta}_i p_i(t)$ 分别对应 e_{1i} 的上、下界。

注2 通过误差变换, 将 $e_{1i}(t)$ 的预定性能控制问题转换为 ϵ_i 的稳定性控制问题. 只要确保 ϵ_i 有界, 且 $p_{i0} > e_{1i}(0)$, 最终 $e_{1i}(t)$ 将在预设性能内。

2.3 姿态子系统控制器设计

针对系统(6), 可以将其看作是由横滚子系统、俯仰子系统和偏航子系统3部分组成. 控制器设计过程主要包含: 1) 选取性能函数和误差转换函数, 合理设计滑模面; 2) 设计控制律 u .

以横滚子系统控制器设计为例, 横滚子系统表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_2 + b_1 u_2 + f_\phi + d_\phi. \end{cases} \quad (16)$$

选取性能函数

$$p_\phi(t) = (p_{\phi 0} - p_{\phi \infty})e^{-Lt} + p_{\phi \infty}; \quad (17)$$

根据式(13)选取误差转换函数

$$\epsilon_\phi = \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda_\phi + \underline{\delta}_\phi}{\bar{\delta}_\phi - \lambda_\phi}, \quad \lambda_\phi = \frac{e_{1\phi}(t)}{p_\phi(t)}; \quad (18)$$

选取快速终端滑模面

$$s_\phi = \dot{\epsilon}_\phi + \alpha_\phi \epsilon_\phi + \beta_\phi \epsilon_\phi^{\frac{m_1}{n_1}}. \quad (19)$$

其中: α_ϕ 和 β_ϕ 为正常数; m_1 和 n_1 为正奇数, 且 $m_1 < n_1$.

对式(19)求导得

$$\begin{aligned} \dot{s}_\phi &= \ddot{\epsilon}_\phi + \alpha_\phi \dot{\epsilon}_\phi + \beta_\phi \frac{m_1}{n_1} \epsilon_\phi^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_\phi = \\ &T_\phi + r_\phi(b_1 u_2 + f_\phi + d_\phi). \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} T_\phi &= \left(\frac{\dot{r}_\phi}{r_\phi} + \alpha_\phi \right) \dot{\epsilon}_\phi + \beta_\phi \frac{m_1}{n_1} \epsilon_\phi^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_\phi + r_\phi a_1 x_2 + \\ &r_\phi \left(-\ddot{\phi}_d - \frac{\dot{e}_{1\phi} \dot{p}_\phi}{p_\phi} - \frac{e_{1\phi} \ddot{p}_\phi}{p_\phi} + \frac{e_{1\phi} \dot{p}_\phi^2}{p_\phi^2} \right), \\ r_\phi &= \frac{1}{2p_\phi} \left(\frac{1}{\lambda_\phi + \underline{\delta}_\phi} + \frac{1}{\bar{\delta}_\phi - \lambda_\phi} \right). \end{aligned}$$

则设计控制律

$$u_2 = \frac{-T_\phi - \sigma_\phi s_\phi^{\frac{m_2}{n_2}} - |r_\phi| \eta_\phi \text{sign}(s_\phi)}{r_\phi b_1}. \quad (21)$$

其中: σ_ϕ 和 η_ϕ 为给定的正常数, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数。

将控制律(21)代入式(20)得

$$\dot{s}_\phi = -\sigma_\phi s_\phi^{\frac{m_2}{n_2}} - |r_\phi| \eta_\phi \text{sign}(s_\phi) + r_\phi(f_\phi + d_\phi). \quad (22)$$

进行系统稳定性分析, 选取李雅普诺夫函数

$$V_\phi = \frac{1}{2} s_\phi^2. \quad (23)$$

对式(23)求导得

$$\dot{V}_\phi = s_\phi \dot{s}_\phi =$$

$$\begin{aligned} & -\sigma_\phi s_\phi^{\frac{m_2+n_2}{n_2}} - |r_\phi| |s_\phi| \eta_\phi + r_\phi s_\phi (f_\phi + d_\phi) \leq \\ & -\sigma_\phi s_\phi^{\frac{m_2+n_2}{n_2}} - |r_\phi| |s_\phi| (\eta_\phi - D_{\phi m_1} - D_{\phi m_2}) \leq \\ & -2\sigma_\phi V_\phi^{\frac{m_2+n_2}{2n_2}} \leq 0. \end{aligned}$$

取 $\eta_\phi \geq D_{\phi m_1} + D_{\phi m_2}$, 由引理1可知, s_ϕ 将在有限时间内收敛到0, 收敛时间为

$$t_{\phi 1} \leq \frac{n_2}{\sigma_\phi(n_2 - m_2)} V(0)^{\frac{n_2 - m_2}{2n_2}}. \quad (24)$$

当 $s_\phi = 0$ 时, 即 $\dot{\epsilon}_\phi + \alpha_\phi \epsilon_\phi + \beta_\phi \epsilon_\phi^{\frac{m_1}{n_1}} = 0$, 选取李雅普诺夫函数

$$V_{\phi 1} = \frac{1}{2} \epsilon_\phi^2. \quad (25)$$

对式(25)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\phi 1} &= \epsilon_\phi \dot{\epsilon}_\phi = \dot{\epsilon}_\phi - \alpha_\phi \epsilon_\phi^2 - \beta_\phi \epsilon_\phi^{\frac{m_1+n_1}{n_1}} = \\ & -2\alpha_\phi V_{\phi 1} - 2\beta_\phi V_{\phi 1}^{\frac{m_1+n_1}{2n_1}} \leq 0. \end{aligned}$$

由引理2可知, ϵ_ϕ 在有限时间内收敛到平衡点, 因此 ϵ_ϕ 是有界的, 收敛时间为

$$t_{\phi 2} \leq \frac{n_1}{\alpha_\phi(n_1 - m_1)} \ln \frac{\alpha_\phi V_{\phi 1}(0)^{\frac{n_1-m_1}{2n_1}} + \beta_\phi}{\beta_\phi}. \quad (26)$$

同理, 针对俯仰子系统和偏航子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2 x_4 + b_2 u_3 + f_\theta + d_\theta; \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = a_3 x_6 + b_3 u_4 + f_\psi + d_\psi \end{cases} \quad (28)$$

设计控制律 u_3 和 u_4 , 可使两个姿态子系统跟踪误差有限时间预定性能收敛。

根据式(13)选取误差变换函数, 并设计滑模面和控制律, 有

$$s_\theta = \dot{\epsilon}_\theta + \alpha_\theta \epsilon_\theta + \beta_\theta \epsilon_\theta^{\frac{m_1}{n_1}},$$

$$s_\psi = \dot{\epsilon}_\psi + \alpha_\psi \epsilon_\psi + \beta_\psi \epsilon_\psi^{\frac{m_1}{n_1}},$$

$$u_3 = \frac{-T_\theta - \sigma_\theta s_\theta^{\frac{m_2}{n_2}} - |r_\theta| \eta_\theta \text{sign}(s_\theta)}{r_\theta b_2},$$

$$u_4 = \frac{-T_\psi - \sigma_\psi s_\psi^{\frac{m_2}{n_2}} - |r_\psi| \eta_\psi \text{sign}(s_\psi)}{r_\psi b_3}.$$

其中: $\alpha_\theta, \alpha_\psi, \beta_\theta, \beta_\psi, \sigma_\theta, \sigma_\psi, \eta_\theta$ 和 η_ψ 为正常数; T_θ 和 T_ψ 如下所示:

$$\begin{aligned} T_\theta &= \left(\frac{\dot{r}_\theta}{r_\theta} + \alpha_\theta \right) \dot{\epsilon}_\theta + \beta_\theta \frac{m_1}{n_1} \epsilon_\theta^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_\theta + r_\theta a_2 x_4 + \\ &r_\theta \left(-\ddot{\theta}_d - \frac{\dot{e}_{1\theta} \dot{p}_\theta}{p_\theta} - \frac{e_{1\theta} \ddot{p}_\theta}{p_\theta} + \frac{e_{1\theta} \dot{p}_\theta^2}{p_\theta^2} \right), \end{aligned}$$

$$T_\psi = \left(\frac{\dot{r}_\psi}{r_\psi} + \alpha_\psi \right) \dot{\epsilon}_\psi + \beta_\psi \frac{m_1}{n_1} \epsilon_\psi^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_\psi + r_\psi a_3 x_6 + r_\psi \left(-\ddot{\psi}_d - \frac{\dot{\epsilon}_{1\psi} \dot{p}_\psi}{p_\psi} - \frac{e_{1\psi} \ddot{p}_\psi}{p_\psi} + \frac{e_{1\psi} \dot{p}_\psi^2}{p_\psi^2} \right).$$

注3 本节中,关键点和难点在于控制律中符号函数这一项的选取,该项直接决定了系统能否抵消不确定项和外界扰动的影响以及系统能否有限时间收敛.

2.4 位置子系统控制器设计

针对系统(7),可以将其看作是由位置X子系统和位置Y子系统和高度Z子系统组成.

根据姿态子系统控制器设计过程,选取误差变换函数,并设计滑模面和控制律 u_x 、 u_y 和 u_z ,可使3个位置子系统跟踪误差有限时间预定性能收敛.

$$s_j = \dot{\epsilon}_j + \alpha_j \epsilon_j + \beta_j \epsilon_j^{\frac{m_1}{n_1}},$$

$$u_j = \frac{-T_j - \sigma_j s_j^{\frac{m_2}{n_2}} - |r_j| \eta_j \text{sign}(s_j)}{r_j} m,$$

其中 $j \in \{x, y, z\}$. T_j 如下所示:

$$T_x = \left(\frac{\dot{r}_x}{r_x} + \alpha_x \right) \dot{\epsilon}_x + \beta_x \frac{m_1}{n_1} \epsilon_x^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_x + r_x a_4 x_8 + r_x \left(-\ddot{x}_d - \frac{\dot{\epsilon}_{1x} \dot{p}_x}{p_x} - \frac{e_{1x} \ddot{p}_x}{p_x} + \frac{e_{1x} \dot{p}_x^2}{p_x^2} \right),$$

$$T_y = \left(\frac{\dot{r}_y}{r_y} + \alpha_y \right) \dot{\epsilon}_y + \beta_y \frac{m_1}{n_1} \epsilon_y^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_y + r_y a_5 x_{10} + r_y \left(-\ddot{y}_d - \frac{\dot{\epsilon}_{1y} \dot{p}_y}{p_y} - \frac{e_{1y} \ddot{p}_y}{p_y} + \frac{e_{1y} \dot{p}_y^2}{p_y^2} \right),$$

$$T_z = \left(\frac{\dot{r}_z}{r_z} + \alpha_z \right) \dot{\epsilon}_z + \beta_z \frac{m_1}{n_1} \epsilon_z^{\frac{m_1-n_1}{n_1}} \dot{\epsilon}_z + r_z (a_6 x_{12} - g) + r_z \left(-\ddot{z}_d - \frac{\dot{\epsilon}_{1z} \dot{p}_z}{p_z} - \frac{e_{1z} \ddot{p}_z}{p_z} + \frac{e_{1z} \dot{p}_z^2}{p_z^2} \right).$$

本文中期望横滚角 ϕ_d 和期望俯仰角 θ_d 通过控制律 u_x 、 u_y 、 u_z 和 ψ_d 计算得到,其中 ψ_d 为给定目标信号.

$$\begin{cases} u_x = u_1 (\cos \phi_d \sin \theta_d \cos \psi_d + \sin \phi_d \sin \psi_d), \\ u_y = u_1 (\cos \phi_d \sin \theta_d \sin \psi_d - \sin \phi_d \cos \psi_d), \\ u_z = u_1 (\cos \phi_d \cos \theta_d). \end{cases} \quad (29)$$

求解式(29)得到

$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}, \\ \theta_d = \arctan \left(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{u_z} \right), \\ \phi_d = \arcsin \left(\frac{u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d}{u_1} \right). \end{cases} \quad (30)$$

注4 区别于已有的只针对位置环或者角度环的预定性能控制,本章节在控制器设计过程中,同时对位置环和角度环进行了预定性能控制,并引入了有

限时间控制方法,通过合理设计控制律,可使整个系统的控制效果更加快速、平滑.

3 仿真验证

为了能够直观展现上述控制器的有效性,本节进行仿真验证. 仿真过程中,在条件和参数相同的情况下,对比了双环预定性能控制(PPC)、无预定性能控制(NPPC)、位置环预定性能控制(位置PPC)和普通滑模控制(SMC)等4种控制方法的效果.

QUAVs的模型参数来自于Qball2四旋翼无人机,如图3所示. 具体模型参数和控制器参数如表1和表2所示.表2中: $i \in \{x, y, z, \phi, \theta, \psi\}$, $j \in \{x, y, z\}$, $k \in \{\phi, \theta, \psi\}$.



图3 Qball2无人机

表1 四旋翼无人机参数

参数	数值	参数	数值
m/kg	1.79	$k_x/(\text{N}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.01
$g/(\text{m}/\text{s}^2)$	9.8	$k_y/(\text{N}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.01
$I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.03	$k_z/(\text{N}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.01
$I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.03	$k_\phi/(\text{N}/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.012
$I_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.04	$k_\theta/(\text{N}/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.012
l/m	0.2	$k_\psi/(\text{N}/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.012

表2 控制器参数

参数	数值	参数	数值	参数	数值	参数	数值
m_1	3	η_j	0.3	p_{j0}	2	$p_{j\infty}$	0.01
n_1	5	η_k	0.1	p_{k0}	1	$p_{k\infty}$	0.01
m_2	9	$\underline{\delta}_j$	2	$\bar{\delta}_j$	2	L_1	8
n_2	11	$\underline{\delta}_2$	2	$\bar{\delta}_k$	2	j	2
α_j	3	β_j	1	σ_j	1		
α_k	60	β_k	20	σ_k	5		

系统的初始条件设定为

$$[x(0), y(0), z(0)]^T = [2, 1, 0]^T,$$

$$[\phi(0), \theta(0), \psi(0)]^T = [0, 0, 0]^T.$$

期望轨迹设定为 $x_d(t) = 2 \sin(0.5t)$, $y_d(t) = 2 \cos(0.5t)$, $z_d(t) = 2 + 0.1t$, $\psi_d(t) = \pi/3$. 外界扰动设定为 $d_i(t) = 0.1 \sin t$, 其中 $i \in \{x, y, z, \phi, \theta, \psi\}$.

仿真时只考虑位置环中的不确定项, 设定为

$$f_x(t) = \frac{0.2 \cos(0.25\pi t)}{m},$$

$$f_y(t) = \frac{-0.2 \cos(0.25\pi t)}{m}$$

$$f_z(t) = \frac{0.2 \cos(0.25\pi t) \cos(0.25\pi t)}{m}$$

仿真结果如图4~图14所示. 由图4~图10可以看出, 双环PPC的控制器能够使机体运行轨迹快速跟踪上期望轨迹, 并且暂稳态效果更好, 曲线平滑、超调小、没有抖动, 在2s左右即可跟踪期望轨迹; NPPC的控制器和SMC的控制器, 暂稳态效果差, 在跟踪过程中, 预期角度与跟踪轨迹的波动较明显; 对于位置PPC的控制, 位置跟踪速度较快, 但是角度波动较大.

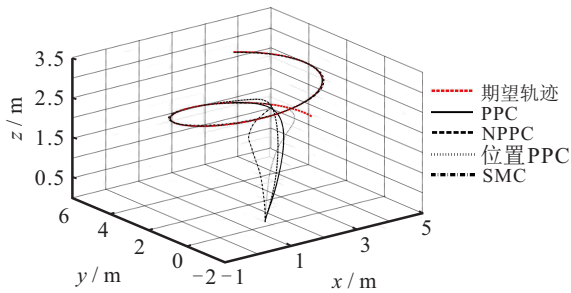


图4 轨迹跟踪效果对比

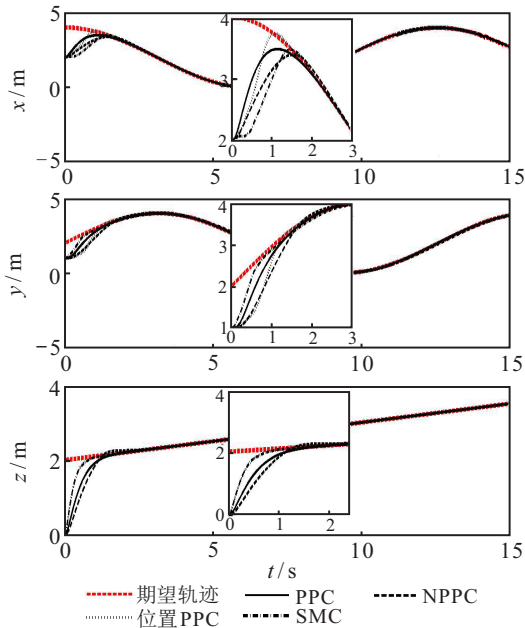


图5 位置跟踪曲线

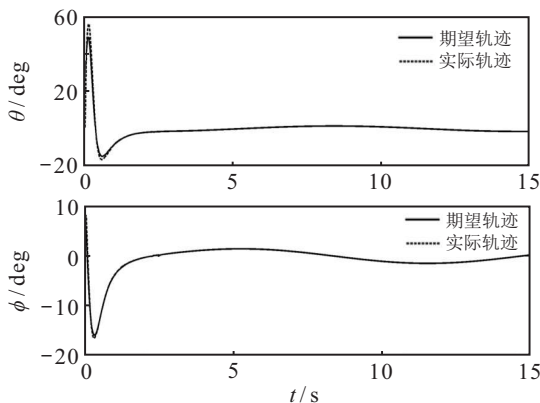


图6 横滚角和俯仰角跟踪曲线(PPC)

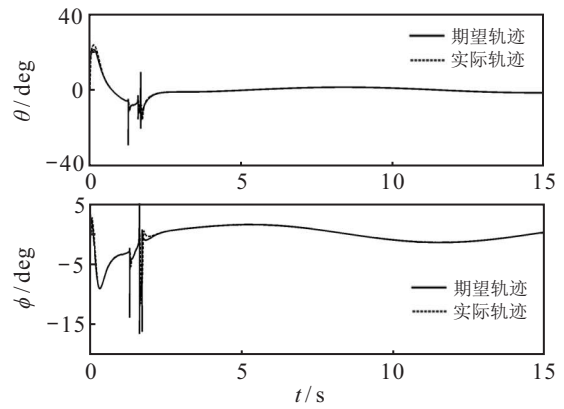


图7 横滚角和俯仰角跟踪曲线(NPPC)

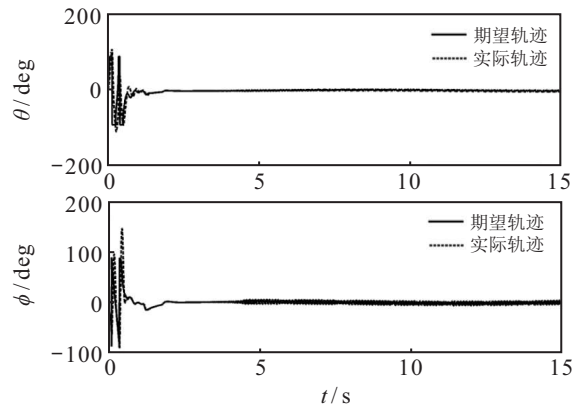


图8 横滚角和俯仰角跟踪曲线(位置PPC)

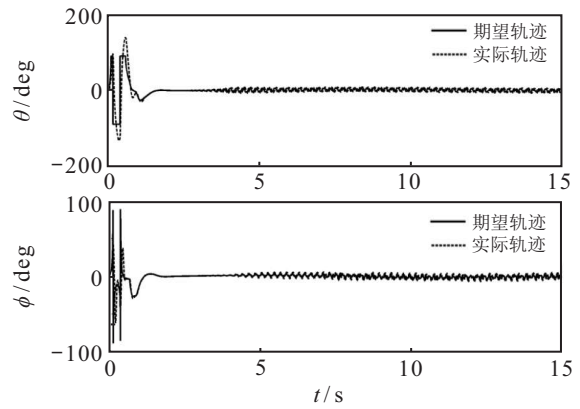


图9 横滚角和俯仰角跟踪曲线(SMC)

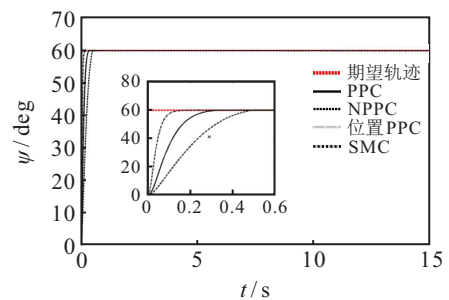


图10 偏航角跟踪曲线

图11和图12中的虚线为预设误差边界, 可以看出, 不带预定性能控制的跟踪误差波动较大, 收敛速度较慢, 而带有双环PPC的跟踪误差能够在预先设定的范围内快速收敛, 验证了改进算法的有效性和可行

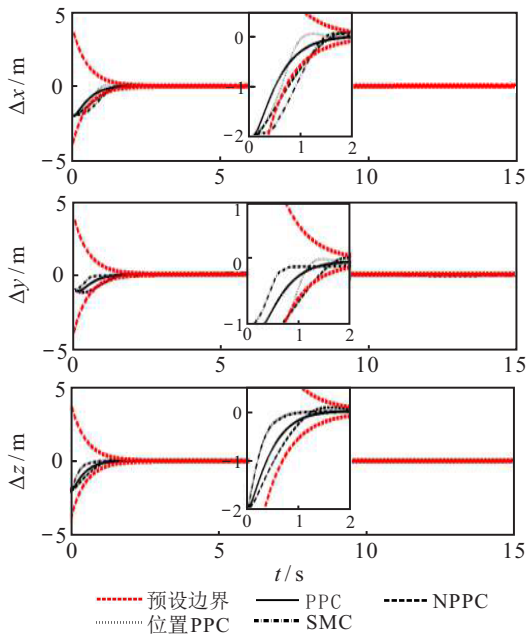


图 11 位置误差收敛曲线

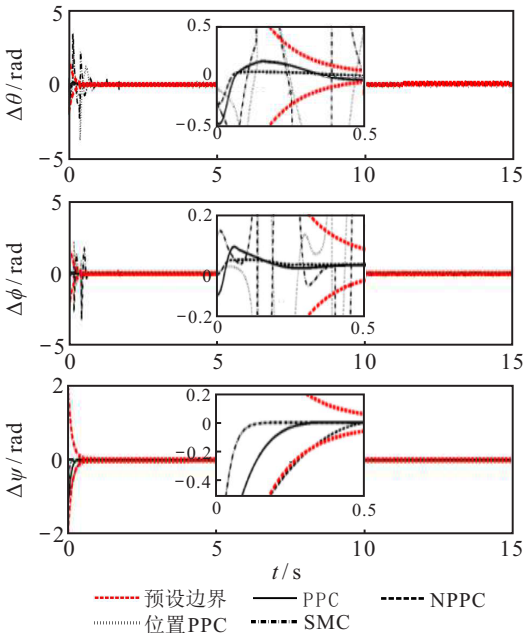


图 12 角度误差收敛曲线

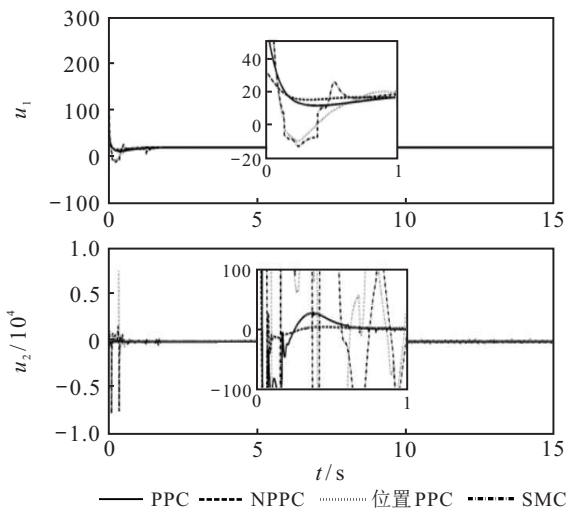


图 13 控制输入对比曲线1

性.由图 13 和图 14 可以看出,带有双环 PPC 的控制器,控制输入波动最小,更为平滑.在实际应用中能够减小执行器的频繁调整,延长设备的使用寿命.

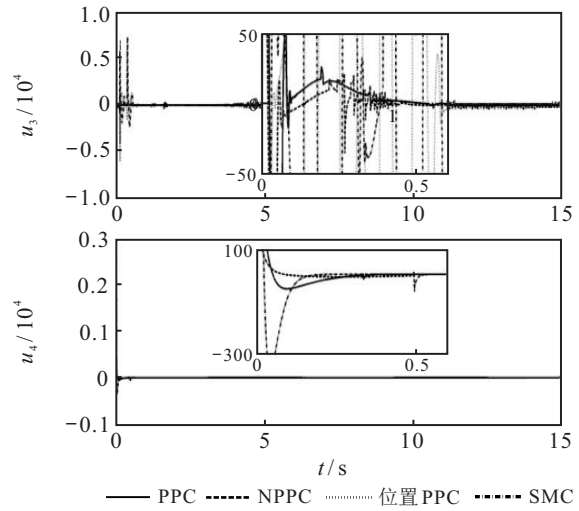


图 14 控制输入对比曲线2

4 结论

本文提出了一种有限时间预定性能控制方法,实现了对存在外界扰动、模型不确定性和输出误差约束的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制.该控制方法通过引入性能函数,使系统跟踪误差一直保持在预设边界内,改善了系统的动态跟踪精度,并通过引入有限时间控制方法使系统收敛速度更快.通过数值仿真验证,该控制方法的稳态和瞬态控制效果明显优于不考虑预定性能的控制方法.下一步工作是对本文的控制方法进行实验验证.

参考文献(References)

[1] 刘锦涛, 吴文海, 李静, 等. 四旋翼无人机 SO(3)滑模变结构姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1057-1064.
(Liu J T, Wu W H, Li J, et al. Sliding mode variable structure attitude controller design of quadrotor UAVs on SO(3)[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1057-1064.)

[2] 陈运剑, 帅超, 刘剑刚. 四旋翼航迹跟踪控制与仿真[J]. 控制工程, 2021, DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.20200246.
(Chen Y J, Shuai C, Liu J G. Tracking control and simulation of quadrotor[J]. 2021, DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.20200246.)

[3] Qi G Y, Ma S L, Guo X T, et al. High-order differential feedback control for quadrotor UAV: Theory and experimentation[J]. Electronics, 2020, 9(12): 1-19.

[4] Hua C C, Wang K, Chen J N, et al. Tracking differentiator and extended state observer-based nonsingular fast

- terminal sliding mode attitude control for a quadrotor[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(1): 343-354.
- [5] Ríos H, Falcón R, González O A, et al. Continuous sliding-mode control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(2): 1264-1272.
- [6] 张政, 王芳, 郭颖, 等. 四旋翼无人机的自适应反步跟踪控制[J]. *控制工程*, 2020, 27(3): 469-475.
(Zhang Z, Wang F, Guo Y, et al. Adaptive backstepping tracking control for quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. *Control Engineering of China*, 2020, 27(3): 469-475.)
- [7] Meng R, Chen S Z, Hua C C, et al. Disturbance observer-based output feedback control for uncertain QUAVs with input saturation[J]. *Neurocomputing*, 2020, 413: 96-106.
- [8] Mofid O, Mobayen S, Wong W K. Adaptive terminal sliding mode control for attitude and position tracking control of quadrotor UAVs in the existence of external disturbance[J]. *IEEE Access*, 2020, 9: 3428-3440.
- [9] Zhang C F, Zhang G S, Dong Q. Multi-variable finite-time observer-based adaptive-gain sliding mode control for fixed-wing UAV[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2021, 15(2): 223-247.
- [10] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532-538.
- [11] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Prescribed performance adaptive control of SISO feedback linearizable systems with disturbances[C]. *The 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Ajaccio, 2008: 1035-1040.
- [12] 常绍平, 师五喜, 郭建川. 基于预定性能的四旋翼飞行器姿态控制[J]. *计算机仿真*, 2017, 34(7): 73-78.
(Chang S P, Shi W X, Guo J C. Attitude control for quadrotor UAV with prescribed performance[J]. *Computer Simulation*, 2017, 34(7): 73-78.)
- [13] Hua C C, Chen J N, Guan X P. Adaptive prescribed performance control of QUAVs with unknown time-varying payload and wind gust disturbance[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(14): 6323-6338.
- [14] 赵广磊, 高儒帅, 陈健楠. 具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2103-2112.
(Zhao G L, Gao R S, Chen J N. Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(9): 2103-2112.)
- [15] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of homogeneous systems[C]. *Proceedings of the 1997 American Control Conference*. Albuquerque, 1997: 2513-2514.
- [16] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.

作者简介

呼忠权(1987—), 男, 博士生, 从事四旋翼飞行器的研究, E-mail: hu_zhongquan@ysu.edu.cn;

华长春(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性动力系统的控制及应用、网络化控制系统的分析与综合等研究, E-mail: cch@ysu.edu.cn;

张柳柳(1989—), 女, 副教授, 从事非线性系统控制、网络化关联系统控制等研究, E-mail: liuliuyusu@163.com.

(责任编辑: 孙艺红)