

控制与决策

Control and Decision

不完备数据的鲁棒多视角图学习及其聚类应用

李鹭, 陈嘉佳, 于晓洋, 陈德运, 张英涛, 孙广路

引用本文:

李鹭, 陈嘉佳, 于晓洋, 陈德运, 张英涛, 孙广路. 不完备数据的鲁棒多视角图学习及其聚类应用[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3251–3258.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0827>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

融合块对角约束的鲁棒低秩多核聚类

Low-rank robust multiple kernel clustering with block diagonal constraints

控制与决策. 2022, 37(11): 2977–2983 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0566>

基于多尺度残差注意网络的轻量级行人属性识别算法

Lightweight pedestrian attribute recognition algorithm based on multi-scale residual attention network

控制与决策. 2022, 37(10): 2487–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0411>

基于CiteSpace的故障预测知识结构与热点迁徙研究

Knowledge structure and hotspots migration of prognostics based on CiteSpace

控制与决策. 2022, 37(4): 815–828 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1393>

基于共享隐空间的多视角SVM

Multi view SVM based on common hidden space

控制与决策. 2021, 36(3): 534–542 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0829>

面向复杂网络的异常检测研究进展

Research progress of anomaly detection for complex networks

控制与决策. 2021, 36(6): 1293–1310 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0055>

不完备数据的鲁棒多视角图学习及其聚类应用

李 鸢^{1,2†}, 陈嘉佳¹, 于晓洋², 陈德运¹, 张英涛³, 孙广路¹

(1. 哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨理工大学 仪器科学与技术博士后流动站, 哈尔滨 150080; 3. 哈尔滨工业大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 现有多视角图学习方法主要建立在数据具有较好完备性的前提假设下, 没有充分地考虑由于特征缺失引起的不完备数据的学习问题. 针对此问题, 提出一种不完备数据的多视角图学习方法. 一方面, 从局部视角内将数据重建和图学习放入同一框架, 通过不完备数据补偿, 实现从重建数据中学习视角专属的近邻关系, 弥补特征缺失对数据分布的影响. 另一方面, 为了保持近邻图的二维结构, 引入张量分析, 从全局角度构造基于多视角的融合图学习约束, 捕获缺失数据下视角间图结构的高阶潜在关联性. 框架交替的优化数据重建、视角专属图学习和融合张量图结构学习, 使其在迭代中相互促进, 有效提高模型对不完备多视角数据的学习能力. 将所提出的方法应用于两类不完备数据的多视角聚类实验, 其结果表明所提出方法在多项性能指标和鲁棒性方面均优于当前主流的多视角聚类方法.

关键词: 谱聚类; 多视角学习; 相似性图学习; 低秩表示; 张量分析; 不完备数据

中图分类号: TP391 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0827

引用格式: 李鸢, 陈嘉佳, 于晓洋, 等. 不完备数据的鲁棒多视角图学习及其聚类应用[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3251-3258.

Robust multiview graph learning with applications to clustering for incomplete data

LI Ao^{1,2†}, CHEN Jia-jia¹, YU Xiao-yang², CHEN De-yun¹, ZHANG Ying-tao³, SUN Guang-lu¹

(1. School of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. Postdoctoral Station of School of Measurement and Communication Engineering, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 3. School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The existing multiview graph learning methods are mainly based on the premise that the data has good completeness, and do not fully consider the learning problem of incomplete data due to lack of features. Facing this problem, this paper proposes a multiview graph learning method of incomplete data. On one hand, data reconstruction and graph learning are put into the same framework from a local perspective. The view-specific neighbor relations can be learned from reconstruction data by incomplete data compensation, remedying the influence on data distribution due to feature missing. On the other hand, in order to maintain the two-dimensional structure of the nearest neighbor graph, tensor analysis is introduced to construct the fusion graph learning constraints based on multiple perspectives from a global perspective, and the capture the high-order potential relevance of graph structure between perspectives under missing data. This framework alternately optimizes data reconstruction, perspective specific graph learning and fusion tensor graph structure learning, so as to promote each other in iteration and effectively improve the learning ability of the model for incomplete multi perspective data. The proposed graph learning method is applied to two kinds of incomplete data spectral clustering experiments. The experimental results demonstrate that the proposed method outperforms the existing mainstream multiview clustering methods on both of evaluations and robustness.

Keywords: spectral clustering; multi-view learning; similarity graph learning; low-rank representation; tensor analysis; incomplete data

收稿日期: 2021-05-12; 录用日期: 2021-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62071157); 黑龙江省青年创新人才计划项目(UNPYSCT-2018203); 黑龙江省自然科学基金优秀青年基金项目(YQ2019F011); 黑龙江省高等学校基本科研业务专项基金项目(LGYC 2018JQ013); 哈尔滨市应用技术研究与开发项目(2017RALX006).

责任编辑: 周彬.

†通讯作者. E-mail: dargonboy@126.com.

0 引言

随着信息技术的发展,数据呈现爆炸式的增长,人们可以轻易地从互联网上获取大量的数据,这些数据通常以多样化的方式呈现.例如:一张人脸可以从不同的角度进行拍摄,一段新闻播报可以由文字和语音组成,一张图像可以由不同的特征描述等,人们称其为多视角数据.多视角数据能够从不同的角度描述相同的对象,蕴含数据在多个层面的多重信息,以便更全面地对数据进行充分地表达.多视角聚类是多视角数据处理中的一类典型应用,其通过利用数据在不同视角的潜在关联关系,将上述的多重信息融合,以获得更精确的聚类结果.

基于图模型的多视角聚类方法的主要目的是通过融合不同视角线索寻求一个描述样本间统一近邻关系的相似性图,然后将该相似图矩阵送入谱聚类算法获得相应的聚类结果.考虑到为每个视图分配合理权重的重要性,文献[1]通过重新定义谱学习模型来构建一个可以自动学习每个图最佳权重的新框架,无需引入附加参数.为了减少聚类中的后处理过程,文献[2]将拉普拉斯秩约束图近似地作为视角数据来构建图的质心,使得聚类标签可以自然地分配给每个数据点.为了更好地探索数据间的相关性,文献[3]提出了一种广义图的多视角聚类方法,该方法以相互促进和自适应的方式来学习统一的图矩阵,增强模型的准确性.文献[4]提出一种多视角谱聚类模型,该模型同时执行图融合和谱聚类,使得融合图近似于每个视图的原始图,又保持显式的簇结构.文献[5]提出了一种新的面向图的一致性多视角稀疏聚类框架,用于更好地融合多视角图的一致性信息.进一步地,文献[6]通过低秩约束模型来挖掘多视角数据内部的一致性和差异性,并引入香农熵理论自动地调整不同视角的权重.文献[7]通过对隐式子空间表示施加低秩和稀疏约束来探索多视角之间的互补信息.

尽管上述多视角图学习方法在一般聚类问题中展示出了良好的效果,但应用时仍存在一定的局限性.这些图学习方法均是基于数据完备性的前提下而提出的,没有充分考虑在不完备情况下的模型构建问题.根据对现有文献的调研,对于多视角数据的不完备性主要体现在两个方面:1)视角不完备^[8-10];2)视角数据的特征不完备^[11-12].针对第1类视角不完备情况,已有相关非完备多视角聚类研究解决此类数据的聚类问题^[13-14],其主要思想是对不完备数据仅利用其存在的部分视角信息进行模型学习,而忽略其不存在的视角,这种视角忽略的做法显然

是一种以牺牲数据在某视角下的信息而使得现有模型能够继续使用的妥协策略.区别于第1类情况,第2类视角特征不完备问题中,尽管客观因素(如传感器部分点阵损坏、信道干扰等)导致数据出现特征元素的缺失现象,但仍有可能通过视角内(局部)及视角间(全局)的数据关联关系,对不完备数据特征实施重建补偿,恢复不完备数据的分布结构,进一步提升模型的学习能力和鲁棒性.本文研究主要关注第2类数据特征不完备下的多视角图学习问题.

为了解决数据特征不完备的问题,文献[15]借助数据分解来弥补因特征缺失而引起的图学习不可靠问题.文献[16]提出一种基于Markov链的张量学习模型,通过学习多视角Markov概率转移矩阵的低秩张量结构来提高图学习的鲁棒性.为了完善视角中的不完备数据,文献[17]又提出基于鲁棒子空间分割的多核聚类方法.进一步地,文献[12]提出一种联合学习和低秩近似的框架,该框架用一组低秩矩阵逼近不完备数据,通过线性变换学习其公共表示.

本文以特征缺失的不完备数据为研究对象,研究面向该类数据的多视角图学习模型及其聚类应用,其主要贡献包括如下几个方面:

1) 设计一个基于数据补偿的视角专属图学习模型,通过引入低秩约束利用局部视角内数据相关性进行数据重建,实现缺失补偿.同时,将数据重建模型嵌入相似性学习,提出一个统一的学习模型,共同学习重建数据和近邻图,提高对不完备数据的适应能力.

2) 提出一种基于数据重建的多视角图学习方法,该方法引入张量低秩约束从全局角度建模1)中各视角专属近邻图间的高阶相关性,并将局部数据重建、视角专属相似性学习及其潜在张量结构学习放入统一框架中进行联合优化.

3) 提出一种交替优化的数值方案对所提出方法的目标函数进行数值求解,并将其方法应用于3个数据集在两种缺失类型下的多视角聚类实验来验证本文方法的有效性.

1 相关工作

本文主要探究不完备数据的鲁棒多视角图学习方法,考虑将数据重建补偿、视角专属近邻图学习及其视角间张量高阶关联性建模等融入同一优化目标.因此,下面将介绍本文方法所涉及的一些基础性相关工作及其分析.

1.1 基于自适应的近邻图学习

对任意的数据矩阵 X 聚类的主要目的是无监督地将具有强相似性的数据点划分在相同的组,使得

弱相似性的数据点彼此远离. 由于局部保留投影方法可以在降维的同时保持样本对之间的亲疏关系, 受此方法的启发, 文献[18]提出自适应近邻图学习算法, 并在基于图模型的聚类问题中得到了广泛的应用. 假设 s_{ij} 表示两个样本 s_i 和 s_j 的相似性概率, 则样本对间的自适应近邻图矩阵 S 的第 i 行元素 S_i 可由下式确定:

$$\min_{S_i} \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2} \|x_i - x_j\|_2^2 s_{ij} + \gamma s_{ij}^2 \right);$$

$$\text{s.t. } S_i \mathbf{1} = \mathbf{1}, 0 \leq s_i \leq 1. \quad (1)$$

其中: $\|\cdot\|_2$ 表示 l_2 范数, γ 表示权衡参数. 文献[12]指出, 利用式(1)可以获得与每对实例的距离呈反比关系的相似性度量 s_{ij} , 即 $\|x_i - x_j\|_2$ 越小, s_{ij} 越高, 反之亦然. 此外, 通过定义拉普拉斯矩阵 L , 可将式(1)改写为

$$\min_S \text{Tr}(X L X^T) + \gamma \|S\|_F^2;$$

$$\text{s.t. } S \mathbf{1} = \mathbf{1}, 0 \leq S_{ij} \leq 1. \quad (2)$$

其中: $L = D - (S + S^T/2)$, D 是一个对角矩阵, 满足 $D_{ii} = 0.5 \left(\sum S_{i*} + \sum S_{*i} \right)$. 通过求解式(2), 可以从数据中自适应地学习近邻图来表示数据对间的近邻关系.

由式(2)的形式可知, 由于与样本对距离 $\|x_i - x_j\|_2$ 的反比关系, 相似性概率 s_{ij} 对数据分布结构有较强的依赖关系. 若样本对 x_i 、 x_j 为不完备数据, 则由于缺失引起的数据分布改变会极大地影响相似性图的学习性能. 因此, 如何从不完备数据中获取补偿的重建数据用于相似性学习是本文的目标之一.

1.2 低秩张量分析方法

张量可以看作是一种特殊的多通道数组形式, 因为本文采用三阶张量, 所以将对三阶张量及其低秩分析方法进行简要阐述. 设 $\mathcal{X} \in \mathcal{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 为三阶张量, 则有3种不同的展开方式, 分别称为模式 $-i$ ($\sum_{i=1,2,3}$). 对于 $\forall i$, 模式 $-i$ 的形式可定义为

$$\mathcal{X}_{(i)} = \text{unfold}_{(i)}(\mathcal{X}), \mathcal{X}_{(i)} \in \mathcal{R}^{n_i \times n_2 n_3}. \quad (3)$$

式(2)可看作是以 \mathcal{X} 的第 i 维为基准对张量进行的展开. 基于此, 可定义如下三阶张量的核范数低秩约束形式^[19]:

$$\min \text{rank}(\mathcal{X}) \approx \|\mathcal{X}\|_{\otimes} = \sum_i \tau_i \|\mathcal{X}_{(i)}\|_*. \quad (4)$$

其中: $\|\cdot\|_{\otimes}$ 为张量核范数, $\|\cdot\|_*$ 为用于二阶张量的矩阵核范数. 由式(4)可以看出, 张量的核范数实际上是沿各维度得到的展开模式 i 矩阵的核范数之和. 因

此, 张量低秩约束能够捕获张量从不同维度观测下的联合低秩特性, 更好地探究张量中潜在的高阶关联性. 同时, 二维核范数的凸线性组合也能够有效保障张量核范数的凸特性.

由于挖掘各视角下近邻图 S 的相关性是本文的另一个主要目标, 鉴于张量分析的优势, 考虑采用张量低秩分析从全局角度探究视角间图相似矩阵间的潜在高阶关联性, 以达到融合不同视角信息的目的.

2 本文方法描述及其数值算法

2.1 嵌入数据补偿的视角专属近邻图学习

借鉴矩阵补全理论^[20-21], 样本的缺失元素可从近邻中重建而来. 对于聚类问题, 相同类簇的样本在同一视角内会自然地形成近邻数据关系, 为缺失特征的补偿提供了可能. 低秩表示是学习隐藏在数据中的相关性结构的一种典型表示模型, 在数据恢复问题中表现出了优异的性能. 因此, 引入低秩表示, 本文首先考虑从局部角度将视角内的不完备数据实施低秩数据重建. 其次, 为了弥补缺失数据条件下式(2)中距离项 $\|x_i - x_j\|_2$ 对相似性概率学习的影响, 考虑从补偿的重建数据中学习视角专属近邻图, 提高对不完备数据的适应能力. 基于上述分析, 对于视角 v , 本文将低秩重建嵌入自适应图学习模型, 提出如下基于重建数据的视角专属图学习模型:

$$\min_{D^v, E^v, S^v} (\beta \text{Tr}(D^v L^v (D^v)^T) + \gamma \|S^v\|_F^2 +$$

$$D^v \|_* + \alpha \|E^v\|_1);$$

$$\text{s.t. } X^v = D^v + E^v, S^v \mathbf{1} = \mathbf{1},$$

$$0 \leq S_{ij}^v \leq 1, v = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

其中: $X^v \in \mathcal{R}^{d_v \times n}$ 表示第 v 个视角的数据矩阵, D^v 、 E^v 分别表示重建数据和残差矩阵, d_v 表示样本维度, n 表示样本总数, α 、 β 表示正则化参数, $\|\cdot\|_*$ 和 $\|\cdot\|_1$ 分别表示矩阵核范数和 l_1 范数.

通过式(5), 可以让局部视角内的数据重建与相似性学习相互促进. 区别于式(2)中使用缺失数据, 式(5)中的第1项利用重建数据实现视角专属近邻图的学习, 提高对不完备数据的适应能力. 值得注意的是, 上述局部视角内的重建和图学习不是两个分开的独立过程, 而是集成于同一模型内, 这将同时有利于两者的交替学习.

2.2 张量低秩约束下的多视角图学习模型

在2.1节获得每个视角由重建数据学到的专属相似性图的基础上, 期望能够将多视角信息融合, 从全局角度建模视角间的关联信息, 进一步改善模型对于不完备数据的鲁棒性. 本文考虑引入1.2节中张

量分析方法学习视角间图矩阵的潜在高阶关联性,利用视角间的互补性从全局角度提高图学习的鲁棒性.因此,采用如下基于张量低秩的多视角图学习模型:

$$\min_{\mathcal{T}} \|\mathcal{T}\|_{\otimes} + \frac{\delta}{2} \|\mathcal{S} - \mathcal{T}\|_F^2. \quad (6)$$

其中: $\mathcal{S} = [S^1; S^2; \dots; S^m]$ 为由各视角相似图矩阵 $S^v (v = 1, 2, \dots, m)$ 堆叠成的三阶张量, m 为视角总数; $\mathcal{T} \in R^{n \times n \times m}$ 为张量 \mathcal{S} 的潜在低秩结构; δ 为正则化常数; $\|\cdot\|_F$ 为张量的 Frobinus 范数, 满足 $\|\mathcal{T}\|_F = \sqrt{\sum_{ijv} |\mathcal{T}_{ijv}|^2}$.

由于张量 \mathcal{S} 的潜在高阶关联张量 \mathcal{T} 具有低秩特性, 同时, 视角图结构 S^v 是一个二维矩阵, 式(6)中的张量秩最小化问题能够在融合过程中有效地保持不同视角 S^v 矩阵的二维结构, 从二维角度出发覆盖更全面的视角互补性信息.

2.3 基于数据补偿的鲁棒多视角图学习方法

为了联合 2.1 节中重建数据下的视角相似性图学习和 2.2 节中多视角潜在张量关联图学习的优势作用, 将上述的两个模型放入统一的优化框架, 提出本文基于重建数据的鲁棒多视角图学习方法的目标函数:

$$\begin{aligned} \min_{D, E, S, \mathcal{T}} \sum_{v=1}^m \left(\|D^v\|_* + \alpha \|E^v\|_1 + \gamma \|S^v\|_F^2 + \right. \\ \left. \beta \text{Tr}(D^v L^v (D^v)^T) + \frac{\delta}{2} \|\mathcal{S} - \mathcal{T}\|_F^2 \right) + \|\mathcal{T}\|_{\otimes}; \\ \text{s.t. } X^v = D^v + E^v, S^v \mathbf{1} = \mathbf{1}, \\ 0 \leq S_{ij}^v \leq 1, v = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)目标函数的表达式可以看出, S^v 将同时从低秩张量图结构 \mathcal{T} 和重建数据 D^v 中学习而来, 即视角专属图的学习过程不仅考虑了视角内重建数据的近邻关系, 还在视角间综合了其他视角中的相似性图结构. 同时, 这种来自于多视角融合的潜在信息也通过 S^v 传递到 D^v 的重建过程, 获得更好的局部重建数据, 恢复视角数据的真实分布结构. 通过交替地优化重建数据、视角专属图和潜在张量融合图结构, 使它们在迭代过程中相互促进, 获得目标函数的联合最优解.

2.4 目标函数求解

本小节将设计一种有效的数值算法来求解式(7)中的目标函数. 由于式(7)中变量间耦合关系而造成的非凸性, 使得同时求解所有变量具有一定难度. 因此, 本文采用交替优化策略, 将目标函数拆分成若干具有单变量的子问题, 并交替求解这些子问题来获得式(7)中目标函数的近似解.

为了便于求解, 引入辅助变量 Z 来解耦式(7)中核范数(第1项)与迹约束中的重建数据变量 D^v ; 对式(7)采用非精确增广拉格朗日乘法, 可得到如下的无约束拉格朗日函数形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(D, E, S, \mathcal{T}, Z, Y_1, Y_2) = \\ \sum_{v=1}^m \left(\|D^v\|_* + \alpha \|E^v\|_1 + \gamma \|S^v\|_F^2 + \|\mathcal{T}\|_{\otimes} + \right. \\ \left. \beta \text{Tr}(Z^v L^v (Z^v)^T) + \frac{\mu}{2} \|D^v + E^v - X^v + \frac{Y_1^v}{\mu}\|_F^2 + \right. \\ \left. \frac{\mu}{2} \|D^v - Z^v + \frac{Y_2^v}{\mu}\|_F^2 + \frac{\delta}{2} \|\mathcal{S} - \mathcal{T}\|_F^2 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

进而利用式(8)将目标函数拆分成如下的子优化问题.

D^v -子问题: 令 $W = (X^v + Z^v - E^v - (Y_1^v + Y_2^v)/\mu)/2$, 利用下式更新 D^v :

$$\min_{D^v} \|D^v\|_* + \mu \|D^v - W\|_F^2. \quad (9)$$

式(9)是典型的低秩分解问题, 存在闭式解 $D^v = U \text{diag}((\sigma - (1/2\mu))_+) V^T$, 其中 $U \text{diag}(\sigma) V^T$ 是 W 的奇异值分解.

E^v -子问题: 固定其他变量, 对残差矩阵 E^v 进行如下更新:

$$\min_{E^v} \alpha \|E^v\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| E^v - \left(X^v - D^v - \frac{Y_1^v}{\mu} \right) \right\|_F^2. \quad (10)$$

式(10)为典型的 l_1 范数问题, 可利用 $[E_{ij}^v(\bar{E}^v)]_{ij} = \max\{|e_{ij}^v| - \alpha, 0\} \text{sign}(\bar{e}_{ij}^v)$ 获得式(10)的闭式解, 其中 $\bar{E}^v = X^v - D^v - Y_1^v/\mu$.

S^v -子问题: 去除无关变量, 可通过下述逐列的优化方式获得视角图矩阵 S^v :

$$\begin{aligned} \min_{s_i} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\beta}{2} \|Z_i^v - Z_j^v\|_2^2 s_{ij} + \gamma s_{ij}^2 + (\mathcal{T}_{ij}^v - s_{ij})^2 \right); \\ \text{s.t. } s_i^T \mathbf{1} = 1, 0 \leq s_{ij} \leq 1. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: Z_i^v 表示 Z^v 的第 i 列, \mathcal{T}_{ij}^v 表示三维张量 \mathcal{T} 第 v 个切片中 ij 位置的像素点. 定义 $f_{ij} = \|Z_i^v - Z_j^v\|_2^2 - \frac{4}{\beta} \mathcal{T}_{ij}^v (f_i \in R^{n \times 1})$, 在 Karush-Kuhn-Tucker 条件下, 可通过下式对 S^v 进行求解:

$$\begin{cases} s_{ij} = \frac{f_{i,k+1} - f_{ij}}{k}, j \leq k; \\ kf_{i,k+1} - \sum_{r=1}^k f_{ir} \\ \gamma_i = \frac{\beta}{4} \left(kf_{i,k+1} - \sum_{j=1}^k f_{ij} \right); \\ \eta = \frac{2}{k} + \frac{\beta}{2k\gamma_i} \sum_{j=1}^k f_{ij}. \end{cases} \quad (12)$$

Z^v -子问题: 固定其余变量, 令 Z^v 导数为 0, 可得

如下所示的闭式解:

$$Z^v = (\mu D^v + Y_2^v)(2\beta L^v + \mu I)^{-1}. \quad (13)$$

\mathcal{T} -子问题: 固定其他变量, 最小化下式:

$$\mathcal{T}^* = \arg \min_{\mathcal{T}} \frac{\delta}{2} \|\mathcal{S} - \mathcal{T}\|_F^2 + \|\mathcal{T}\|_{\otimes}. \quad (14)$$

对于式(14), 可采用如下基于 t -SVD^[22] 的张量 tubal-shrinkage 算子求解:

$$\mathcal{T}^* = C_{v\tau}(\mathcal{S}) = UC_{v\tau}(\mathcal{O})\mathcal{V}^T. \quad (15)$$

其中: $\mathcal{S} = U\mathcal{O}\mathcal{V}^T$ 表示张量 t -SVD 分解, 且 $C_{v\tau}(\mathcal{O}) = \mathcal{O}\mathcal{J}$. $\mathcal{J} \in R^{n \times n \times v}$ 是一个对角张量, 其在傅里叶域 f 中的对角元素为 $\mathcal{J}_f(i, i, j) = \left(1 - \frac{v\tau}{\mathcal{O}_f^{(j)}(i, i)}\right)_+$.

综上所述, 将不完备数据的鲁棒多视角图学习模型目标函数的求解步骤总结如下:

- step 1: 输入多视角数据 $\{X^v\}_{v=1}^m$, 并初始化 $E^v = 0, Z^v = 0, S^v = 0, Y_1^v = Y_2^v = 0$;
- step 2: repeat;
- step 3: 通过式(9)对 D^v 进行求解;
- step 4: 根据式(10)求解出 E^v 的闭式解;
- step 5: 使用式(12)更新 S^v ;
- step 6: 通过式(13)更新 Z^v ;
- step 7: 使用公式 $Y_1^v = Y_1^v + \mu(X^v - D^v - E^v), Y_2^v = Y_2^v + \mu(D^v - Z^v)$ 对 Y_1, Y_2 进行更新;
- step 8: until convergence;
- step 9: 根据式(15)求解出 \mathcal{T} , 并输出张量图结构 \mathcal{T} .

利用上述步骤得到最优低秩张量图结构 \mathcal{T} 后, 采用 $G = \frac{1}{m} \sum_{v=1}^m (|\mathcal{T}^{(v)}| + |\mathcal{T}^{(v)T}|)$ 来计算多视角的融合图矩阵 G ($\mathcal{T}^{(v)}$ 表示 \mathcal{T} 沿视角方向的第 v 个切片), 并将其送入谱聚类算法^[23] 中计算聚类结果.

3 实验结果及分析

为了验证所提出的多视角图学习模型的有效性, 本文将在3个公开数据集上进行聚类任务的对比实验. 下面将对数据集、对比方法、实验设置与结果等进行详细阐述.

3.1 数据集

验证实验选用3个公开数据, 分别是 ORL 面部数据、COIL 20 多角度拍摄物体数据和 UCI 数字手写数据集, 各数据集的具体情况如表1所示.

表1 实验数据集描述

数据集	类型	样本数	视角数	类簇数
COIL 20	物体	360	4	20
UCI	数字	500	3	10
ORL	人脸	400	3	40

3.2 对比实验设置及结果展示

在实验中, 为了充分验证所提出方法的有效性, 本文将在上述3个数据集上与7种先进的图学习方法进行对比. 这7种方法分别为: 经典的基于高斯距离核的 k -最近邻图构造方法 (GCG), 文献[15]中的鲁棒图聚类方法 (RGC), 文献[1]中的无参自加权多图学习方法 (AMGL), 文献[2]中的自权重多视角图学习方法 (SwMC), 文献[4]中多图融合的多视角聚类方法 (GFSC), 文献[3]中基于图的多视角聚类方法 (GMC) 以及文献[16]中基于张量子空间学习的多视角聚类方法 (ETLMSC). 其中, GCG 和 RGC 是基于单视角的方法, 其余5种是基于多视角的方法. 为了保证对比实验的公平性, 在基于单视角的方法中, 将对数据中所有视角学到的图进行实验, 并以最优结果作为聚类实验结果. 在基于多视角的方法中, 将依照相应文献中的方法来获取聚类结果. 聚类实验在每个数据集上重复测试5次, 取5次的均值作为聚类评价指标结果. 实验中采用两种经典的聚类评价指标 (准确度 (ACC) 和纯度 (PUR)) 对模型性能进行评估.

在实验中将采取两种不同类型的缺失数据来生成不完备数据, 分别为随机缺失和连续缺失. 随机缺失是指在确定的缺失率下, 随机地将样本中的部分元素置0; 连续缺失是指在确定的缺失率下, 选取样本中一系列连续的元素将其置0. 实验将通过调整归一化数据的缺失率来验证模型性能, 缺失率以0.1为间隔从0.1变化到0.5.

两种指标在连续缺失下的实验结果如图1~图3所示.

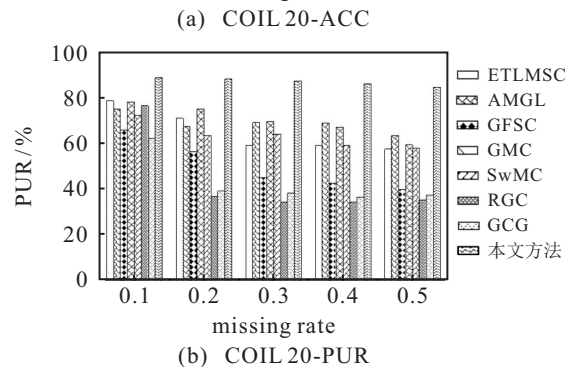
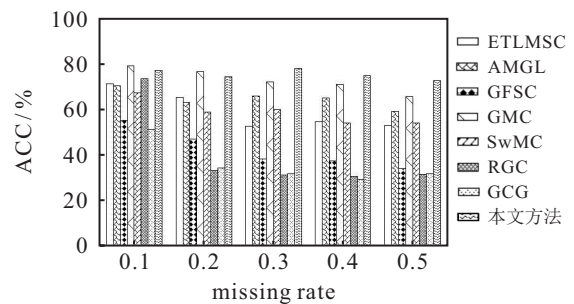
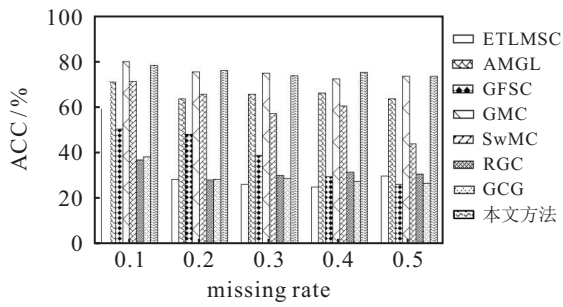
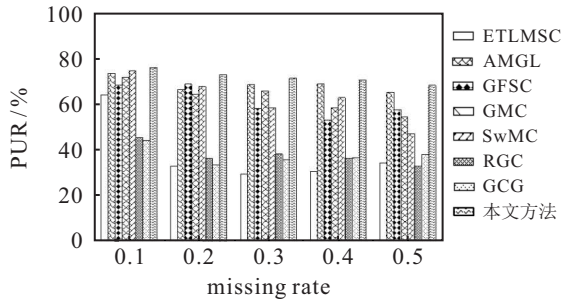


图1 COIL 20数据集在连续缺失下的聚类结果

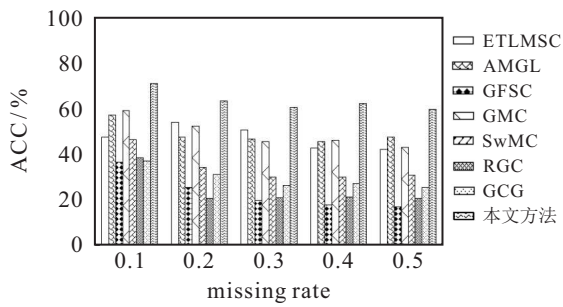


(a) UCI-ACC

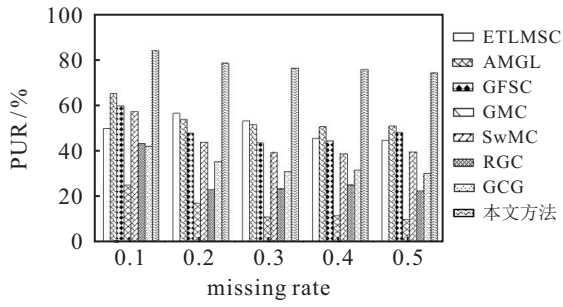


(b) UCI-PUR

图2 UCI数据集在连续缺失下的聚类结果



(a) ORL-ACC



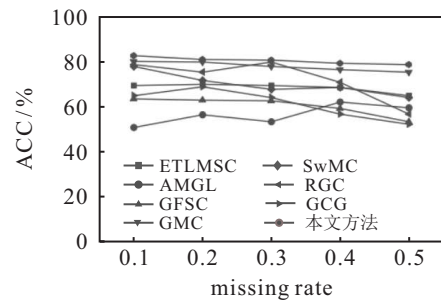
(b) ORL-PUR

图3 ORL数据集在连续缺失下的聚类结果

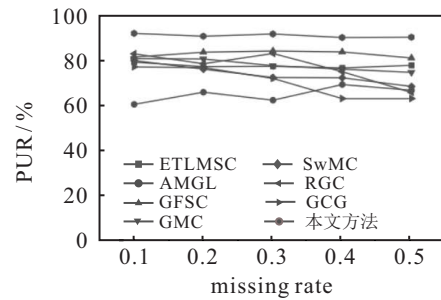
由实验结果可看出,随着缺失率的不断上升,本文提出的方法在两种指标上几乎都优于其他对比方法.在COIL 20和UCI数据集上,GMC和本文方法是最优的两种方法.虽然GMC方法在缺失率为0.1和0.2时ACC指标比本文方法略高,但可以明显地看出,随着缺失率的增加,本文所提出方法的精确度逐渐高于GMC方法.以不同缺失率上的指标均值考量聚类性能的平均水平,本文方法在两个数据集上的精确度分别比GMC方法高出2.5%和1%,说明了本文方法的相对优越性.对于PUR指标,本文方法也有绝对的优势,在UCI数据集上缺失率为0.1时,SwMC、AMGL

和GMC方法与本文所提出方法几乎持平,但随着缺失率的上升,本文方法相比其他方法下降速率更平缓,有效说明了本文模型对不完备数据的鲁棒性.

在随机缺失对比实验中,随着缺失率的不断上升,本文方法在不同数据集的各项指标上也都取得了几乎最优的指标值(如图4~图6所示).以不同缺失率下的指标均值考量在ORL、COIL 20和UCI三个数据集上聚类性能的平均水平,在ACC指标值中,本文方法依次高于次优方法2.98%,8.16%,7.06%;在PUR指标中,本文仅在UCI上略低于GFSC方法,其他数据集上均优于对比方法.综合上述实验结果,验证了本文所提出方法的有效性.

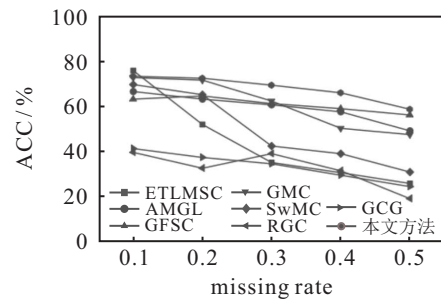


(a) COIL 20-ACC

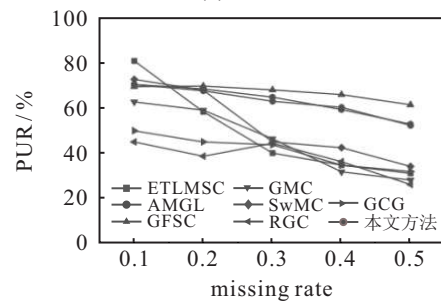


(b) COIL 20-PUR

图4 COIL 20数据集在随机缺失下的聚类结果



(a) UCI-ACC



(b) UCI-PUR

图5 UCI数据集在随机缺失下的聚类结果

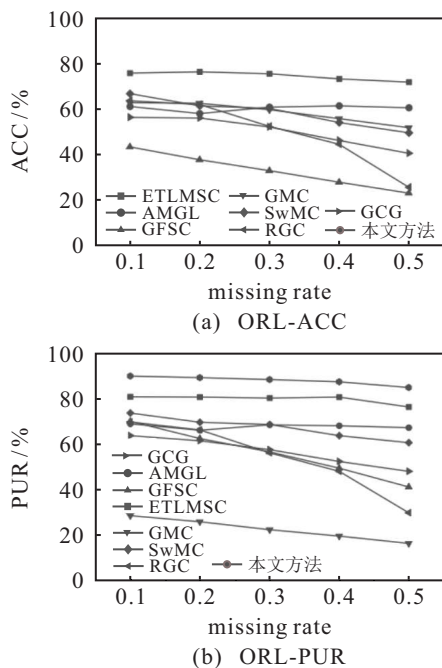


图 6 ORL数据集在随机缺失下的聚类结果

此外,为了验证本文方法在视角数据缺失率不均衡条件下的性能,选取ORL数据集进行一组额外的聚类实验.每次实验随机选取3个视角中的1个将缺

失率设为0.5,其余2个为0.1,指标结果取5次均值.单视角对比方法的指标结果取3个视角在上述不平衡缺失下的均值,实验结果如表2所示.可以看出,本文方法相比于其他对比方法在不同的聚类评价指标中均呈现一定的优势,说明了本文方法对不平衡缺失率也具有较好的适应能力.

3.3 参数与收敛性分析

在对比方法中,GCG方法的高斯核函数尺度参数选用的是所有样本点对距离的平均值,其他对比方法的参数均按照其文献中的描述进行最优设置.本文模型中共包括5个参数($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu$),参照文献[18]中的低秩分解做法,设置 $\alpha = 1/\sqrt{(\max(d, n))}$,而 γ 在迭代过程根据式(12)计算.对于剩下的3个未知参数,按照[0.1, 1, 10, 20, 30, 40, 50]的参数变化范围进行调整,并选取最优聚类性能的参数组合进行经验设定.为了验证参数敏感度,本文还给出了参数关于评价指标变化的关系曲线.本文展示随机缺失率为0.1时,UCI数据集上参数 μ 和 β 关于ACC指标的二维变化分布图.固定 $\delta = 20$,将 μ 和 β 在前述指定变化范围内进行测试,指标变化情况如图7所示.

表 2 ORL数据集随机不平衡缺失下的聚类结果

	ETLMSC	AMGL	GFSC	GMC	SwMC	RGC	GCG	本文方法
ACC	74.15	61.80	24.42	61.35	60.60	30.92	43.25	74.85
PUR	78.85	69.50	60.83	28.55	69.20	35.92	55.75	86.11

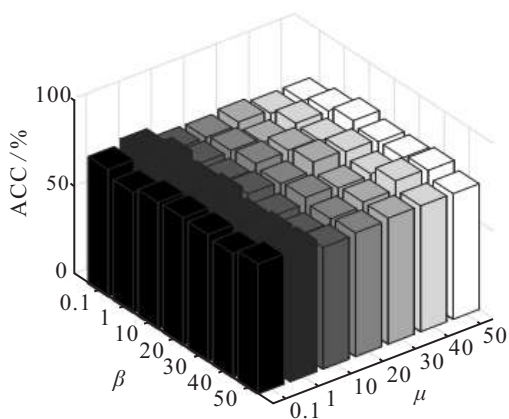


图 7 不同参数关于ACC指标的变化分布

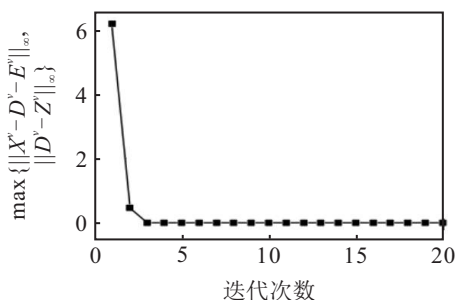


图 8 ORL数据集下的收敛曲线

由图7可看出,两个参数关于聚类指标的变化并不敏感,呈现出一定的稳定性,具有较好的实用价值.

为了验证本文所提出方法的收敛性,以 $\max\{||X^v - D^v - E^v||_\infty, ||D^v - Z^v||_\infty\}$ 为每次迭代收敛的标准.本文给出了在缺失率为0.1时,连续缺失实验下ORL数据集的收敛曲线图.如图8所示,本文算法可以在迭代中逐渐达到收敛.

4 结 论

针对不完备数据的多视角图学习问题,本文提出了一种鲁棒多视角图学习方法.该方法利用低秩重建弥补不完备数据对视角专属图学习的影响.为了探究视角间的潜在关联结构,利用张量低秩约束来建模视角间的高阶相关性.将提出的图学习模型应用于3个公开数据集上的多视角聚类实验结果表明,本文方法相比现有的先进图学习方法在多个聚类客观评价指标上均展示出更好的有效性和鲁棒性.在本文方法的基础上,后续还可探究对于第1类视角不完备数据情况(即视角样本完全缺失)的补偿策略,并将其与多视角学习相结合,解决相应数据的聚类问题.

参考文献(References)

- [1] Nie F P, Li J, Li X L. Parameter-free auto-weighted multiple graph learning: A framework for multiview clustering and semi-supervised classification[C]. Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York, 2016: 1881-1887.
- [2] Nie F P, Li J, Li X L. Self-weighted multiview clustering with multiple graphs[C]. Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Melbourne, 2017: 2564-2570.
- [3] Wang H, Yang Y, Liu B. GMC: Graph-based multi-view clustering[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2020, 32(6): 1116-1129.
- [4] Kang Z, Shi G X, Huang S D, et al. Multi-graph fusion for multi-view spectral clustering[J]. Knowledge-Based Systems, 2020, 189: 105102.
- [5] 刘瑜童, 滕少华, 张巍. 图的多视角一致性稀疏聚类[J]. 计算机应用研究, 2021, 38(8): 2315-2320. (Liu Y T, Teng S H, Zhang W. Multiview consistency sparse clustering for graph[J]. Application Research of Computers, 2021, 38(8): 2315-2320.)
- [6] 张嘉旭, 王骏, 张春香, 等. 基于低秩约束的熵加权多视角模糊聚类算法[J/OL]. 自动化学报, DOI: 10.16383/j.aas.c190350. (Zhang J X, Wang J, Zhang C X, et al. Entropy-weighting multi-view fuzzy c-means with low rank constraint[J/OL]. Acta Automatica Sinica, DOI: 10.16383/j.aas.c190350.)
- [7] 张茁涵, 曹容玮, 李晨, 等. 隐式低秩稀疏表示的多视角子空间聚类[J]. 模式识别与人工智能, 2020, 33(4): 344-352. (Zhang Z H, Cao R W, Li C, et al. Latent low-rank sparse multi-view subspace clustering[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2020, 33(4): 344-352.)
- [8] Li S Y, Jiang Y, Zhou Z H. Partial multi-view clustering[C]. American Association for Artificial Intelligence. Quebec, 2014: 1968-1974.
- [9] Wen J, Zhang Z, Xu Y, et al. Incomplete multi-view clustering via graph regularized matrix factorization[C]. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing, 2019: 593-608.
- [10] Liu X W, Li M M, Tang C, et al. Efficient and effective regularized incomplete multi-view clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2021, 43(8): 2634-2646.
- [11] 武森, 冯小东, 单志广. 基于不完备数据聚类的缺失数据填补方法[J]. 计算机学报, 2012, 35(8): 1726-1738. (Wu S, Feng X D, Shan Z G. Missing data imputation approach based on incomplete data clustering[J]. Chinese Journal of Computers, 2012, 35(8): 1726-1738.)
- [12] Tao H, Hou C P, Yi D Y, et al. Joint embedding learning and low-rank approximation: A framework for incomplete multiview learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1690-1703.
- [13] Yang Y, Zhan D C, Sheng X R, et al. Semi-supervised multi-modal learning with incomplete modalities[C]. Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Stockholm, 2018: 2998-3004.
- [14] Guo J, Ye J H. Anchors bring ease: An embarrassingly simple approach to partial multi-view clustering[C]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. Honolulu, 2019: 118-125.
- [15] Kang Z, Pan H Q, Hoi S C H, et al. Robust graph learning from noisy data[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(5): 1833-1843.
- [16] Wu J L, Lin Z C, Zha H B. Essential tensor learning for multi-view spectral clustering[J]. IEEE Transactions on Image Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2019, 28(12): 5910-5922.
- [17] Zhou S H, Zhu E, Liu X W, et al. Subspace segmentation-based robust multiple kernel clustering[J]. Information Fusion, 2020, 53: 145-154.
- [18] Nie F P, Wang X Q, Huang H. Clustering and projected clustering with adaptive neighbors[C]. Proceedings of the 20th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York, 2014: 977-986.
- [19] Liu J, Musialski P, Wonka P, et al. Tensor completion for estimating missing values in visual data[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1): 208-220.
- [20] Candès E J, Li X D, Ma Y, et al. Robust principal component analysis?[J]. Journal of the ACM, 2011, 58(3): 1-37.
- [21] Berger P, Hannak G, Matz G. Efficient graph learning from noisy and incomplete data[J]. IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks, 2020, 6: 105-119.
- [22] Hu W R, Tao D C, Zhang W S, et al. The twist tensor nuclear norm for video completion[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(12): 2961-2973.
- [23] Wen J, Xu Y, Liu H. Incomplete multiview spectral clustering with adaptive graph learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(4): 1418-1429.

作者简介

李鹭(1986—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事机器学习、模式识别等研究, E-mail: dargonboy@126.com;

陈嘉佳(1997—), 女, 硕士生, 从事计算机视觉、模式识别的研究, E-mail: 544953065@qq.com;

于晓洋(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事三维视觉检测、图像处理等研究, E-mail: yuxiaoyang@hrbust.edu.cn;

陈德运(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事探测与成像、图像处理等研究, E-mail: chendeyun@hrbust.edu.cn;

张英涛(1975—), 女, 副教授, 博士, 从事人工智能与信息处理等研究, E-mail: yingtao@hit.edu.cn;

孙广路(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器学习、网络安全等研究, E-mail: sunguanglu@hrbust.edu.cn.