

控制与决策

Control and Decision

角速度约束下的刚体飞行器鲁棒有限时间姿态镇定

俞波, 程盈盈, 金小峥, 都海波

引用本文:

俞波,程盈盈,金小峥,都海波. 角速度约束下的刚体飞行器鲁棒有限时间姿态镇定[J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3314–3320.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0897>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

异步时滞切换正系统的有限时间镇定

Finite-time stabilization for switched positive time-delay systems under asynchronous switching

控制与决策. 2022, 37(8): 2077–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0042>

具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制

Finite time prescribed performance control of quadrotor UAVs with time varying disturbances

控制与决策. 2022, 37(12): 3215–3222 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0790>

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

角速度约束下的刚体飞行器鲁棒有限时间姿态镇定

俞波^{1,2}, 程盈盈^{1,2†}, 金小峥³, 都海波^{1,2}

(1. 合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 合肥 230009; 2. 工业自动化安徽省工程技术研究中心, 合肥 230009; 3. 齐鲁工业大学 计算机科学与技术学院, 济南 250353)

摘要: 针对角速度状态受限条件下的刚体飞行器姿态镇定控制问题, 提出一种基于扰动观测器的时变状态增益有限时间姿态控制方法. 针对基于修正型罗德里格斯参数(MRPs)描述的刚体飞行器姿态控制模型, 首先, 利用齐次性理论并充分考虑到系统的模型结构特点, 设计一种带有角速度约束项的有限时间姿态控制器, 使得系统有限时间镇定; 其次, 在初始状态满足受限条件的情况下, 角速度在任意时刻都可以被约束在期望的范围内; 然后, 针对存在外部干扰的姿态环动力学系统, 提出一种带扰动估计补偿的复合有限时间姿态镇定控制器; 最后, 通过与其他两种控制方法的仿真比较, 验证了所提出控制方案的有效性和优越性.

关键词: 刚体飞行器; 姿态镇定; 有限时间控制; 状态约束; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyj.2021.0897

引用格式: 俞波, 程盈盈, 金小峥, 等. 角速度约束下的刚体飞行器鲁棒有限时间姿态镇定[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3314-3320.

Robust finite-time attitude stabilization of rigid aircraft under angular velocity constraints

YU Bo^{1,2}, CHENG Ying-ying^{1,2†}, JIN Xiao-zheng³, DU Hai-bo^{1,2}

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Engineering Technology Research Center of Industrial Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 3. College of Computer Science and Technology, Qilu University of Technology, Jinan 250353, China)

Abstract: In this paper, the attitude stabilization control problem of rigid aircrafts under angular velocity constraints is studied. A composite finite time attitude control scheme based on disturbance observers is proposed. Firstly for the attitude control system of rigid aircrafts based on the modified rodriguez parameters(MRPs), a finite-time attitude controller with an angular velocity constraint term is designed based on the homogeneous theory and making full use of the system model structure characteristics, under which the attitude can be stabilized to the equilibrium in a finite time. At the same time, the angular velocity can be constrained in the expected range at any time if the initial state satisfies the restricted condition. Then, in the presence of external disturbance, a composite finite-time attitude stabilization controller with disturbance-estimation-compensation is proposed. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed control scheme are verified by comparing with the other two control methods.

Keywords: rigid spacecraft; attitude stabilization; finite-time control; state constraint; robustness

0 引言

近几十年来,刚体飞行器系统的姿态控制作为一个经典的非线性控制问题一直受到广泛关注^[1]. 本文主要考虑姿态控制问题中的姿态镇定问题. 近年来,不少学者设计了多种非线性姿态控制策略,如最优控制^[2]、反步法^[3]. 实际情况下,外部扰动总是不可避免

的,如何提高闭环系统的抗扰动性能引起了很多学者的关注.

目前,人们将滑模控制、自适应控制、模糊控制等用来解决姿态镇定的鲁棒控制问题. 然而,以上的控制方案最多保证闭环系统指数收敛. 有限时间控制方案除了在平衡点附近具有更快的收敛速度,还具

收稿日期: 2021-05-21; 录用日期: 2021-09-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62073113, 62003122, 61673153); 安徽省自然科学基金项目(2008085UD03, 1808085MF180); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(PA2020GDKC0016).

责任编辑: 张维海.

†通讯作者. E-mail: yingying.cheng@hfut.edu.cn.

有良好的抗干扰性能,可以使姿态在有限时间内镇定到平衡点^[4-5]。但是,针对刚体飞行器姿态镇定控制的有限时间控制律设计并不容易。目前,已有许多学者试图解决这一问题,如齐次方法、加幂积分以及滑模控制。值得注意的是,在有限时间控制器的设计过程中,以上工作都没有考虑机体角速度受限的问题。在刚体飞行器姿态控制过程中,角速度需要满足一定的约束^[6]。

文献[7]基于势函数和滑模控制技术设计了一个非线性姿态控制律,保证了闭环系统在外部扰动和姿态角速度约束下的稳定性。文献[8]基于界限Lyapunov函数设计控制器解决姿态受限问题,同时使用了双曲正切函数逼近饱和函数解决输入饱和问题。与上述工作解决受限问题方法不同的是,本文不仅考虑了刚体飞行器姿态系统存在扰动时的速度受限,而且能够保证系统在有限时间内镇定。本文提出的方法主要是用相关状态时变增益代替传统有限时间姿态控制器中的常数增益。为了克服时变非线性带来的闭环系统有限时间稳定性分析难题,本文采用齐次系统理论,即让闭环系统具有负的齐次度。但是,对于强耦合非线性的刚体飞行器姿态控制系统,想要使得闭环系统具有负的齐次度并不简单,为此,本文的控制器设计过程中充分利用了系统的模型结构特征。首先,通过构造合理的Lyapunov函数,使得闭环系统全局渐近稳定;然后,通过证明系统的标称系统是齐次的且有限时间镇定,进而证明整个刚体飞行器系统局部有限时间稳定。针对刚体飞行器姿态系统存在外部扰动时的角速度约束问题,本文基于有限时间扰动观测器设计一种复合有限时间控制策略。由于本文在设计控制器时,充分考虑了系统的模型结构特性,其控制器具有以下特点:1)可以保证闭环系统有限时间镇定;2)考虑了角速度受限问题,使得角速度在系统镇定过程中不会超过期望的约束阈;3)结构简单,易于设计和调整控制参数,不依赖于模型的惯性矩阵参数信息。

1 预备知识和问题描述

为简便起见,本文记 $\text{sig}^\alpha(x) = \text{sign}(x)|x|^\alpha$,其中 $\alpha \geq 0$, $x \in \mathbf{R}$, $\text{sign}(\cdot)$ 为标准符号函数。如果 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^\text{T}$ 是一个向量,则有 $\text{sig}^\alpha(x) = [\text{sig}^\alpha(x_1), \text{sig}^\alpha(x_2), \dots, \text{sig}^\alpha(x_n)]$ 。

1.1 刚体飞行器的姿态系统模型

姿态描述参数MRPs为

$$\sigma = \eta \tan(\phi/4) \in \mathbf{R}^3, \quad -2\pi < \phi < 2\pi, \quad (1)$$

其中 η 和 ϕ 分别为欧拉轴和欧拉角。给定一个向量 $v = [v_1, v_2, v_3]^\text{T}$,符号 $(\cdot)^\times$ 代表 3×3 斜对称矩阵,具体形式为

$$v^\times = [0, -v_3, v_2; v_3, 0, -v_1; -v_2, v_1, 0]。$$

在此基础上,基于MRPs描述的刚体飞行器姿态控制系统模型可以描述为^[9]

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega, \quad J\dot{\omega} = -\omega^\times J\omega + \tau + d(t). \quad (2)$$

其中: $J = J^\text{T}$ 为正惯性矩阵; $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^\text{T}$ 为角速度向量; $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^\text{T}$ 为控制力矩向量; $d(t)$ 为未知的时变外部扰动,假设时变扰动未知并且变化率有界,即 $d_i(t), \dot{d}_i(t)(i = 1, 2, 3)$ 有界。另外, I_3 表示 3×3 的单位矩阵,矩阵 $G(\sigma)$ 定义为

$$G(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1 - \sigma^\text{T}\sigma}{2} \right) I_3 + \sigma^\times + \sigma\sigma^\text{T} \right], \quad (3)$$

其具有以下性质^[10]:

$$\sigma^\text{T}G(\sigma)\omega = \left(\frac{1 + \sigma^\text{T}\sigma}{4} \right) \sigma^\text{T}\omega,$$

$$G(\sigma)G^\text{T}(\sigma) = \left(\frac{1 + \sigma^\text{T}\sigma}{4} \right)^2 I_3. \quad (4)$$

1.2 相关定义和引理

定义1(有限时间稳定^[11]) 对于一个连续的非线性系统 $\dot{u} = u(p)$, $u(0) = 0$, $p \in \mathbf{R}^n$,其中 $u(\cdot) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是一个连续函数,如果该系统满足Lyapunov稳定和有限时间收敛的条件,则称其为有限时间稳定。

定义2(齐次系统理论^[12]) 对于向量函数 $u(\cdot) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$,如果对于任意给出的 $\varepsilon > 0$,都存在 $(g_1, \dots, g_n) \in \mathbf{R}^n$, $g_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$,使得 $u(p)$ 满足 $u_i(\varepsilon^{g_1} p_1, \dots, \varepsilon^{g_n} p_n) = \varepsilon^{\varrho + g_i} u_i(p)$, $i = 1, 2, \dots, n$,则称 ϱ 为 $u(p)$ 关于扩张 (g_1, \dots, g_n) 的齐次度,其中 $\varrho > -\min\{g_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ 。

引理1^[13] 对于系统

$$\dot{u} = u(p) + \hat{u}(p), \quad u(0) = \hat{u}(0) = 0, \quad p \in \mathbf{R}^n, \quad (5)$$

如果 $p = 0$ 是系统 $\dot{u} = u(p)$ 的渐近稳定平衡点,并且满足 $\forall p \neq 0$,有 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{u}_i(\varepsilon^{g_1} p_1, \dots, \varepsilon^{g_n} p_n)}{\varepsilon^{\varrho + g_i}} = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$,则 $p = 0$ 是系统(5)的一个局部有限时间平衡点,其中 $u(p)$ 是连续的齐次向量空间且针对扩张 (g_1, \dots, g_n) 具有齐次度 $\varrho < 0$,函数 $\hat{u}(p)$ 满足 $\hat{u}(p) = 0$ 。

1.3 控制目标

不同于现有的姿态控制算法,本文提出的控制器在存在时变外部干扰 $d_i(t) \in \mathbf{R}(i = 1, 2, 3)$ 的条件下,不仅能够使刚体飞行器在有限时间内达到姿态镇定,而且能够保证实现系统的角速度约束条件。

2 角速度受限的有限时间姿态控制器设计

2.1 不存在外部扰动

定理1 对于刚体飞行器的姿态系统模型(2),如果控制器 τ 设计为

$$\tau = -k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega), \quad (6)$$

则当初始时刻角速度 $\omega_i(0)$ 满足 $|\omega_i(0)| < M$ (M 为预定义的角速度最大限值)时,有: 1) 所有时间内, $|\omega_i(t)| < M$; 2) 有限时间内, $(\sigma, \omega) \rightarrow 0$. 其中: $\chi(\omega) = |\omega_1|^{1+\alpha_2} + |\omega_2|^{1+\alpha_2} + |\omega_3|^{1+\alpha_2}$, $k_1 > 0, k_2 > 0, 0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = 2\alpha_1/(1 + \alpha_1)$.

证明 主要分为两个过程,即系统有限时间稳定和角速度在受限范围内.

首先证系统有限时间稳定. 将控制器(6)代入系统(2),得到

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= G(\sigma)\omega, \\ J\dot{\omega} &= -\omega^\times J\omega - k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - \\ &\quad \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega). \end{aligned} \quad (7)$$

step 1: 系统渐近稳定. 选择李雅普诺夫函数

$$W = \frac{k_1}{1 + \alpha_1} \left(\sum_{j=1}^3 |\sigma_j|^{1+\alpha_1} \right) + \frac{1}{2} \omega^T J \omega, \quad (8)$$

求导得

$$\dot{W} = k_1 \omega^T G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) + \omega^T (-\omega^\times J \omega + \tau). \quad (9)$$

因为 $\omega^T \omega^\times J \omega = 0$, 所以有 $\dot{W} \leq 0$. 根据LaSalle不变集原理, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $(\sigma, \omega) \rightarrow 0$ 成立, 系统(2)渐近稳定.

step 2: 系统局部有限时间镇定. 式(7)可以重构为

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= G(0)\omega + \phi_1(\sigma, \omega), \\ J\dot{\omega} &= -k_1 G^T(0) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - k_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\omega) + \phi_2(\sigma, \omega). \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_1(\sigma, \omega) &= (G(\sigma) - G(0))\omega, \\ \phi_2(\sigma, \omega) &= -\omega^\times J\omega - k_1 (G^T(\sigma) - G^T(0)) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - \\ &\quad \left(\frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} - k_2 \right) \text{sig}^{\alpha_2}(\omega). \end{aligned}$$

首先, 考虑系统(10)的标称部分, 即

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= G(0)\omega, \\ J\dot{\omega} &= -k_1 G^T(0) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - k_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\omega). \end{aligned} \quad (11)$$

基于李雅普诺夫函数

$$V = \frac{k_1}{1 + \alpha_1} \left(\sum_{j=1}^3 |\sigma_j|^{1+\alpha_1} \right) + \frac{1}{2} \omega^T J \omega, \quad (12)$$

对其求导, 得到 $\dot{V} \leq 0$. 标称系统(11)渐近稳定得证. 通过定义2, 可以得到标称系统(11)的齐次度为 $k = (\alpha_1 - 1)/2 < 0$, 扩张系数分别是 λ_1 和 λ_2 , 其中 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = (1 + \alpha_1)/2$.

由 $G(\sigma)$ 的定义, 可知它是一个连续可微函数. 根据均值不等式, 可以得到 $G(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma) - G(0) = O(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma)$, $G^T(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma) - G^T(0) = O(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma)$. 下面证明对于所有的 $(\sigma, \omega) \neq 0$, 有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\phi_i(\varepsilon^{\lambda_1} q_v, \varepsilon^{\lambda_2} \omega)}{\varepsilon^{\lambda_i + k}} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

根据函数 $\phi_1(\sigma, \omega)$ 的定义, 有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\phi_1(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma, \varepsilon^{\lambda_2} \omega)}{\varepsilon^{\lambda_1 + k}} = O(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma) \varepsilon^{\lambda_2 - \lambda_1 - k} \omega.$$

因为 $r_2 - r_1 - k = 0$, 所以 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\phi_1(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma, \varepsilon^{\lambda_2} \omega)}{\varepsilon^{\lambda_1 + k}} = 0$. 同样的, 基于函数 $\phi_2(\sigma, \omega)$ 的定义, 有

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\phi_2(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma, \varepsilon^{\lambda_2} \omega)}{\varepsilon^{\lambda_2 + k}} &= \\ &= - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(k_1 O(\varepsilon^{\lambda_1} \sigma) \varepsilon^{\lambda_1 \alpha_1 - \lambda_2 - k} \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) + \right. \\ &\quad \left. \varepsilon^{-\lambda_2 - k} \omega^\times J \omega + \left(\frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. k_2 \right) \varepsilon^{\lambda_2 \alpha_2 - \lambda_2 - k} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega) \right). \end{aligned}$$

很显然, $\lambda_1 \alpha_1 - \lambda_2 - k = 0, \lambda_2 \alpha_2 - \lambda_2 - k = 0$, 那么

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\phi_2(\varepsilon^{\lambda_1} q_v, \varepsilon^{\lambda_2} \omega)}{\varepsilon^{r_2 + k}} = 0. \quad (14)$$

因此, 通过引理1可以证明系统(2)全局有限时间稳定.

然后证角速度在受限范围内. 在这一部分中, 将通过反证法来证明 $|\omega_i(t)| < M, i = 1, 2, 3$.

首先, 基于李雅普诺夫函数(12)的求导, 可知对于所有时间 t , 有

$$V(t) < V(0), \quad (15)$$

即系统状态总是有界的. 对于函数

$$U = \frac{1}{1 + \alpha_2} \sum_{j=1}^3 |\omega_j|^{1+\alpha_2} = \frac{1}{1 + \alpha_2} \chi(\omega), \quad (16)$$

对其求导, 再将控制器(6)代入, 得到

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1} (-\omega^\times J \omega - k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma)) - \\ &\quad \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega). \end{aligned} \quad (17)$$

因为系统状态 (σ, ω) 有界, 所以可以得到等式(17)中的前一项有界, 即存在一个常数 C_1 使得

$$|\text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1} (-\omega^\times J \omega - k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma))| \leq C_1. \quad (18)$$

对于式(17)中后一项,如果 $\chi(\omega(t)) \rightarrow M^{1+\alpha_2}$,则有

$$\frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega) \rightarrow \infty. \quad (19)$$

根据等式(18)和(19),当 $\chi(\omega(t)) \rightarrow M^{1+\alpha_2}$ 时, $\dot{U} < 0$ 成立.

下面,使用反证法证明 $\chi(\omega) = M^{1+\alpha_2}$ 是不可能成立的.

假设存在某一时间 T^* 使得 $\chi(\omega(T^*)) = M^{1+\alpha_2}$,那么在时间 T^* 之前,存在一段时间间隔 (T^{**}, T^*) 使得

$$\chi(\omega(t)) < M^{1+\alpha_2}, \dot{U}(t) \leq 0, \forall t \in (T^{**}, T^*). \quad (20)$$

简而言之,有

$$U(T^*) \leq U(T^{**}). \quad (21)$$

根据式(16),可以进一步有

$$\chi(\omega(T^*)) \leq \chi(\omega(T^{**})) < M^{1+\alpha_2} \quad (22)$$

成立.这与假设 $\chi(\omega(T^*)) = M^{1+\alpha_2}$ 相矛盾.因此假设不成立,也就是说对于任意时间 t ,都有 $\chi(\omega(t)) < M^{1+\alpha_2}$ 和 $|\omega_i(t)| < M, i = 1, 2, 3$ 成立. □

注1 如果定理1中所提出控制器(6)不包括时变的状态增益,即控制器为

$$\tau = -k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - k_2 \text{sig}^{\alpha_2}(\omega), \quad (23)$$

则所提出的控制器(FTAC)变为文献[14]中提出的有限时间控制器(FT).为了验证控制方案(FTAC)的有效性和优越性,将其与文献[14]中时不变状态增益有限时间控制器(FT)做对比仿真实验.

2.2 存在外部扰动

为了解决系统(2)中的外部时变扰动,本文采用一种扰动估计-补偿方法.

假设1 与文献[15]一样,给出以下假设:存在已知正数 L_1, L_2 ,满足

$$\begin{aligned} |d_\phi| \leq L_1, |d_\theta| \leq L_1, |d_\psi| \leq L_1; \\ |\dot{d}_\phi| \leq L_2, |\dot{d}_\theta| \leq L_2, |\dot{d}_\psi| \leq L_2. \end{aligned} \quad (24)$$

引理2 在假设1下,对于系统(2),若观测器为

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{\omega}_1}{\partial t} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + \tau + \hat{d}_\phi) + \rho_1 \text{sig}^{1/2}(\omega_1 - \hat{\omega}_1), \\ \dot{\hat{d}}_\phi = \rho_2 \text{sign}(\omega_1 - \hat{\omega}_1); \\ \frac{\partial \hat{\omega}_2}{\partial t} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + \tau + \hat{d}_\theta) + \rho_1 \text{sig}^{1/2}(\omega_2 - \hat{\omega}_2), \\ \dot{\hat{d}}_\theta = \rho_2 \text{sign}(\omega_2 - \hat{\omega}_2); \\ \frac{\partial \hat{\omega}_3}{\partial t} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + \tau + \hat{d}_\psi) + \rho_1 \text{sig}^{1/2}(\omega_3 - \hat{\omega}_3), \\ \dot{\hat{d}}_\psi = \rho_2 \text{sign}(\omega_3 - \hat{\omega}_3). \end{cases} \quad (25)$$

则状态 $\hat{d}_\Phi = (\hat{d}_\phi, \hat{d}_\theta, \hat{d}_\psi)$ 会在有限时间内收敛到 $d_\Phi = (d_\phi, d_\theta, d_\psi)$.其中

$$\begin{aligned} \rho_1 &> \sqrt{\frac{2}{\rho_2 - L_2} \frac{(\rho_2 + L_2)(1+p)}{1-p}}, \\ \rho_2 &> L_2, 0 < p < 1. \end{aligned} \quad (26)$$

证明 在不失一般性的前提下,给出关于姿态角 ϕ 的证明.扰动观测器误差定义为

$$\varsigma_1 = \omega_1 - \hat{\omega}_1, \varsigma_2 = d_\phi - \hat{d}_\phi, \quad (27)$$

联合式(2)和(24)可以得到误差动力学方程

$$\dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2 - \rho_1 \text{sig}^{1/2}(\varsigma_1), \dot{\varsigma}_2 = -\rho_2 \text{sign}(\varsigma_2) + \dot{d}_\phi. \quad (28)$$

通过假设1,可以得到 $-L_1 < \dot{d}_\phi < L_1$.因此,由文献[16]可知,系统(28)在条件(25)下是有限时间稳定的,即 \hat{d}_ϕ 可以在有限时间内稳定到 d_ϕ . □

在对外部扰动进行精确估计的基础上,本文提出一种基于扰动观测器的复合有限时间控制器来实现角速度受限条件下刚体飞行器的姿态镇定控制.

定理2 对于存在外部扰动的刚体飞行器姿态控制系统(2),如果将控制器设计为

$$\begin{aligned} \tau = -k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) - \\ \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega) - \hat{d}_\Phi, \end{aligned} \quad (29)$$

其中参数设立条件与定理1一致,则该系统可以在有限时间内稳定.

证明 因为所提出的扰动观测器(24)是有限时间稳定的,所以存在时间 T_0 使得

$$\hat{d}_\phi = d_\phi, \hat{d}_\theta = d_\theta, \hat{d}_\psi = d_\psi, \forall t \geq T_0. \quad (30)$$

因此,当 $t \geq T_0$ 时,所提出的复合控制器(29)等同于前面不存在扰动情况下提出的控制器(11).根据定理1的结果,证明是显然的.

对于 $t < T_0$ 时需要证明:1)状态有界;2)角速度受限情况.

1)状态有界.选择李雅普诺夫函数如下:

$$W = \frac{k_1}{1 + \alpha_1} \left(\sum_{j=1}^3 |\sigma_j|^{1+\alpha_1} \right) + \frac{1}{2} \omega^T J \omega, \quad (31)$$

对其求导,得

$$\begin{aligned} \dot{W} = \\ -k_2 \frac{M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \omega^T \text{sig}^{\alpha_2}(\omega) + \omega^T (d(t) - \hat{d}_\Phi). \end{aligned} \quad (32)$$

由引理2, \hat{d}_Φ 可以在有限时间稳定到 $d(t)$,所以 $d(t) - \hat{d}_\Phi$ 有界.再根据式(20)~(22)的证明,有 $M^{1+\alpha_2} > \chi(\omega)$ 成立.综上所述, $\dot{W} \leq P$ 有界, $P > 0$.对 \dot{W} 在 $[0, T_0)$ 时间内解微分方程,有 $\partial W / \partial t \leq P$,从而

$W(t) - W(0) \leq Pt$, 所以 $W(t) \leq PT_0 + W(0)$, 也就是说 W 在 $[0, T_0]$ 时间内有界. 进一步地, 状态 (σ, ω) 在 $[0, T_0]$ 时间有界.

2) 角速度受限. 与前面证明类似, 也将通过反证法来证明 $|\omega_i(t)| < M, i = 1, 2, 3$. 对于函数

$$U = \frac{1}{1 + \alpha_2} \sum_{j=1}^3 |\omega_j|^{1+\alpha_2} = \frac{1}{1 + \alpha_2} \chi(\omega), \quad (33)$$

代入控制器(29), 得到

$$\begin{aligned} \dot{U} = & \text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1}(-\omega^\times J\omega - k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) + d(t) - \\ & \hat{d}_\Phi) - \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(\omega)|} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1} \text{sig}^{\alpha_2}(\omega). \quad (34) \end{aligned}$$

因为扰动观测器有限时间内镇定, 所以 $d(t) - \hat{d}_\Phi$ 有界, 可以得到等式(34)中前面一项是有界的, 也就是说, 存在一个常数 C_1 使得

$$|\text{sig}^{\alpha_2}(\omega)^T J^{-1}(-\omega^\times J\omega - k_1 G^T(\sigma) \text{sig}^{\alpha_1}(\sigma) + d(t) - \hat{d}_\Phi)| \leq C_1. \quad (35)$$

后面的证明与式(19)~(22)的证明过程类似, 不再赘述.

综上所述, 在外部扰动存在的情况下, 如果控制器设计如式(29), 则基于有限时间扰动观测器(24), 刚体飞行器的姿态可以在有限时间镇定, 并且对于任意时刻 t , 角速度都满足受限条件. \square

注2 一般情况下, 分离原理仅适用于线性系统, 不适用非线性系统, 主要原因在于非线性系统可能产生有限时间逃逸现象^[17]. 所谓有限时间逃逸指的是在观测器系统完成收敛之前, 被控系统的状态出现了发散现象. 因此, 为了基于分离原理实现对非线性系统的有限时间控制, 一般需要证明: 1) 观测器的有限时间稳定; 2) 被控系统的有限时间稳定性; 3) 系统状态的有界性证明. 换句话说, 在观测器实现有限时间收敛之前, 需要证明整个系统状态是有界的, 即不发散. 类似的设计与证明思想可以见参考文献[13, 18-19]. 本文也是采用同样的思路, 给出了整个系统的状态有界性证明.

注3 事实上, 本文所提出的刚体飞行器姿态镇定方法同时能够应用到姿态跟踪问题. 根据参考文献[20], 设 σ_d 为期望姿态, ω_d 为期望角速度, 并设 $\omega_d, \dot{\omega}_d$ 是有界信号. $e \in \mathbf{R}^3$ 和 $v \in \mathbf{R}^3$ 表示相对姿态误差和角速度误差, 具体表达式如下:

$$e = \sigma \otimes \sigma_d^{-1}, v = \omega - R(e)\omega_d, \quad (36)$$

其中 $R(e)$ 是期望坐标系到机体坐标系的旋转矩阵. 基于MRPs表示的刚体四旋翼飞行器姿态控制误差模型可描述为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= G(e)v, \\ J\dot{v} &= -\omega^\times J\omega + \tau - JR(e)\dot{\omega}_d - Jv^\times R(e)\omega_d + d(t). \quad (37) \end{aligned}$$

将本文提出的有限时间镇定控制器进行相应变换, 得到有限时间姿态跟踪控制器

$$\begin{aligned} \tau &= -k_1 G^T(e) \text{sig}^{\alpha_1}(e) - \frac{k_2 M^{1+\alpha_2}}{|M^{1+\alpha_2} - \chi(v)|} \text{sig}^{\alpha_2}(v) - \\ & \hat{d}_\Phi + \omega^\times J\omega - v^\times Jv + JR(e)\dot{\omega}_d + Jv^\times R(e)\omega_d. \quad (38) \end{aligned}$$

与本文镇定部分证明过程一样, e, v 有限时间收敛到0, 同时整个过程中角速度误差 v 满足受限条件. 实际情况下, $R(e), \omega_d$ 有界, 根据角速度误差定义公式 $v = \omega - R(e)\omega_d$, 角速度 ω 约束在某一个范围得证.

3 仿真实例

为了验证本文理论结果的有效性和优越性, 将直接讨论扰动存在情况下的仿真实验. 刚体飞行器姿态系统初始状态设为

$$\begin{aligned} (\sigma_1(0), \sigma_2(0), \sigma_3(0), \omega_1(0), \omega_2(0), \omega_3(0))^T = \\ (0.5, -0.4, 0.9, -0.21, -0.23, -0.25)^T. \end{aligned}$$

转动惯量来源于飞行测评网站 <https://www.flyeval.com>. 刚体四旋翼的主要参数如表1所示.

表1 系统参数

符号标志	参数定义	值
m / kg	四旋翼总质量	1.3424
$g / (\text{m/s}^2)$	重力加速度	9.81
l / m	四旋翼机身半径(1/2轴距)	0.2
$J_{xx} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	x 轴的转动惯量	0.01175
$J_{yy} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	y 轴的转动惯量	0.01175
$J_{zz} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	z 轴的转动惯量	0.02229

时变外部扰动^[21-22]为

$$\begin{aligned} d_1(t) &= 0.002 \sin(t + 5), \\ d_2(t) &= 0.002 \cos(2t + 3), \\ d_3(t) &= 0.003 \sin(3t + 2). \end{aligned}$$

观测器参数: $\rho_1 = 4, \rho_2 = 2$. 角速度受限的有限时间控制器(FTAC)参数: $k_1 = 0.03, k_2 = 0.01, \alpha_1 = 0.5, M = 0.4$; 传统有限时间控制器(FT)参数: $k_1 = 0.03, k_2 = 0.01, \alpha_1 = 0.5$; 比例-微分控制器(PD)参数: $k_1 = 0.02, k_2 = 0.015$.

由图1、图2可以看出, 虽然在FT控制器作用下, 系统的收敛时间更快, 但是角速度没有得到严格的约束. 而FTAC控制器可以很好地约束角速度在受限范围内, 同时收敛速度仍在可接受范围内. 本文所提出的基于扰动估计补偿方法的角速度受限的复合有限

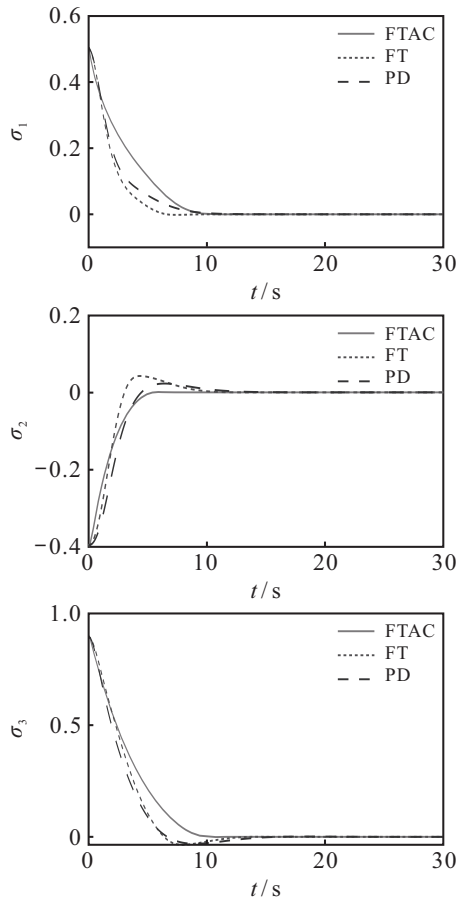


图1 存在扰动情况下基于MRPs的姿态响应曲线

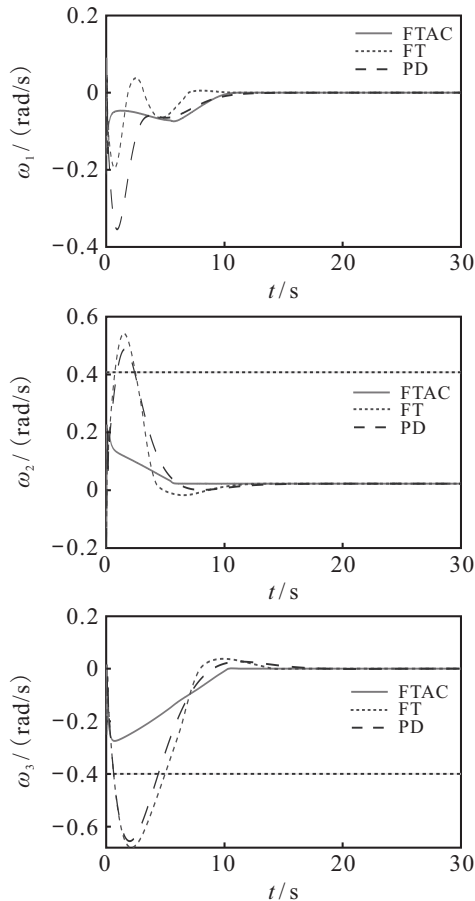


图2 存在扰动情况下角速度响应曲线

时间控制器是有效的,其主要原因是所提出的扰动观测器能够在有限时间内准确估计出外界扰动,然后直接进行补偿.图3给出了本文提出的控制器FTAC的控制力矩响应曲线.

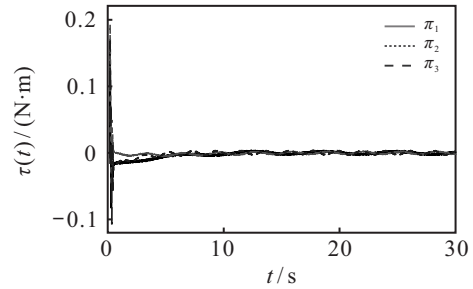


图3 存在扰动情况下FTAC的控制力矩响应曲线

4 结论

本文针对角速度受到约束的刚体飞行器姿态镇定问题,提出了一种具有外部扰动估计补偿的复合有限时间姿态镇定控制方法.首先,设计一种带角速度约束项的有限时间控制器,以保证受约束的角速度能够在有限时间内镇定.同时,状态量角速度能够在期望的受限范围内.在此基础上,继而提出了一种基于扰动估计补偿的有限时间姿态镇定控制器.刚体四旋翼飞行器的实际运用中,出于安全考虑都需要对速度有一定的限制.下一步研究将本文研究结果应用于无人机巡检和物流运输.

参考文献(References)

[1] 程盈盈, 都海波, 何怡刚. 输入饱和受限下的刚体飞行器姿态系统的有限时间镇定[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1386-1392.
(Cheng Y Y, Du H B, He Y G. Finite-time attitude stabilization of rigid spacecraft under input saturation[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1386-1392.)

[2] 张鹏飞, 郝俊红. 欠驱动航天器双飞轮-单喷气姿态最优控制原理及方法[J]. 自动化学报, 2020, 46(10): 2121-2128.
(Zhang P F, Hao J H. An optimal attitude control method of the combined double flywheel-single jet for an underactuated spacecraft[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(10): 2121-2128.)

[3] Hu Q L, Tan X. Dynamic near-optimal control allocation for spacecraft attitude control using a hybrid configuration of actuators[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(2): 1430-1443.

[4] Ding S H, Park J H, Chen C C. Second-order sliding mode controller design with output constraint[J]. Automatica, 2020, 112: 108704.

[5] Chen C C, Sun Z Y. Output feedback finite-time stabilization for high-order planar systems with an output

- constraint[J]. *Automatica*, 2020, 114: 108843.
- [6] Wie B, Lu J B. Feedback control logic for spacecraft eigenaxis rotations under slew rate and control constraints[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(6): 1372-1379.
- [7] Shen Q, Yue C F, Goh C H, et al. Rigid-body attitude stabilization with attitude and angular rate constraints[J]. *Automatica*, 2018, 90: 157-163.
- [8] 魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1361-1369.
(Wei Q T, Chen M, Wu Q X. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361-1369.)
- [9] Shuster M. A survey of attitude representations[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439-517.
- [10] Tsiotras P. Stabilization and optimality results for the attitude control problem[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1996, 19(4): 772-779.
- [11] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [12] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of homogeneous systems[C]. *Proceedings of the 1997 American Control Conference*. Albuquerque, 1997: 2513-2514.
- [13] Hong Y, Huang J, Xu Y S. On an output feedback finite-time stabilization problem[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(2): 305-309.
- [14] Su Y X, Zheng C H. Simple nonlinear proportional-derivative control for global finite-time stabilization of spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 38(1): 173-178.
- [15] Li S H, Yang J, Chen W H, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4792-4802.
- [16] Davila J, Fridman L, Levant A. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1785-1789.
- [17] Khalil H. *Nonlinear systems*[M]. The 3rd edition. NJ: Prentice Hall, Upper Saddle River, 2002: 87-123.
- [18] Li S H, Du H B, Lin X Z. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. *Automatica*, 2011, 47(8): 1706-1712.
- [19] Du H B, Wen G H, Wu D, et al. Distributed fixed-time consensus for nonlinear heterogeneous multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2020, 113: 108797.
- [20] Du H B, Li S H, Qian C J. Finite-time attitude tracking control of spacecraft with application to attitude synchronization[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(11): 2711-2717.
- [21] Zuo Z Y, Ru P K. Augmented L_1 adaptive tracking control of quad-rotor unmanned aircrafts[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(4): 3090-3101.
- [22] Zhao B, Xian B, Zhang Y, et al. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(5): 2891-2902.

作者简介

俞波(1993—), 男, 博士生, 从事非线性控制理论的研究, E-mail: yubo@mail.hfut.edu.cn;

程盈盈(1983—), 女, 助理研究员, 从事非线性控制理论的研究, E-mail: yingying.cheng@hfut.edu.cn;

金小峥(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论、机器人控制技术等研究, E-mail: jin445118@163.com;

都海波(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论、机器人控制技术等研究, E-mail: haibo.du@hfut.edn.cn.

(责任编辑: 孙艺红)