

电梯群控系统调度模型及其改进 ADMM 分解算法

张家瑞¹, 李海鹰^{2†}, 苗建瑞², 王莹¹, 张红亮¹

(1. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044;
2. 北京交通大学 轨道控制与安全国家重点实验室, 北京 100044)

摘要: 电梯群控系统调度问题 (EDP) 是具有非线性目标函数、较短求解时间要求的一类组合优化问题, 针对此问题, 提出一种基于时空状态网络的 EDP 问题线性化方法, 并构建对应的线性 0-1 整数规划模型. 为高效求解上述模型, 在 ADMM 分解算法框架的基础上, 为拉格朗日乘子次梯度迭代过程引入空间膨胀法 (space dilation) 应对算法迭代时间较短的问题, 为二次项乘子设计基于迭代时间的更新形式, 进而给出更加适配短时求解的改进 ADMM 分解算法. 数值实验结果表明, 在实际问题规模与 500 ms 系统响应时间要求下, 所提出的方法相较既有启发式算法具有更好的求解效果, 相较商用求解器 Gurobi-9.0.1 提供的分支定界算法具有更短的求解时间, 能够稳定高效地求解 EDP 问题.

关键词: 电梯群控系统调度问题; 整数规划; 时空状态网络; 多商品流; ADMM 分解算法; 空间膨胀

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0638

引用格式: 张家瑞, 李海鹰, 苗建瑞, 等. 电梯群控系统调度模型及其改进 ADMM 分解算法 [J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 39-48.

A dispatching model and improved ADMM decomposition algorithm for elevator group control system

ZHANG Jia-rui¹, LI Hai-ying^{2†}, MIAO Jian-rui², WANG Ying¹, ZHANG Hong-liang¹

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. State Key Laboratory of Rail Traffic Control and Safety, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The elevator dispatch problem (EDP) is a kind of combinatorial optimization problem with the nonlinear objective function and short solving time request. Therefore, we propose a linearization method of the EDP based on the time-space-state network together with the corresponding linear 0-1 integer programming model. In order to solve the model efficiently, we introduce the space dilation method into the sub-gradient iterative process of the Lagrange multiplier and an augmented multiplier update method based on iteration time to make up for the defect of short solving time. The result of a numerical experiment under 500 ms respond time shows that the proposed method has better solution quality than the existing heuristic algorithm, shorter solving time than the branch and bound algorithm provided by Gurobi-9.0.1, and can solve the EDP stably and efficiently.

Keywords: elevator dispatch problem; integer programming; time-space-state network; multi-commodity flow; ADMM decomposition; space dilation

0 引言

随着经济技术的逐步发展,我国城市高层建筑数量逐渐增加、建筑层数逐渐提高,上述情况对电梯群控系统提出了更高的要求.为此,相关企业与领域内学者进行了大量涉及电梯群控系统的研究.而电梯群控系统调度旨在根据系统参数,将乘客实际乘梯需求指派给不同的电梯,以实现减少乘客等待时间、减少电梯运行能耗等目标^[1].此类问题被称为 elevator

dispatch problem (EDP)^[2],具有目标函数非线性、求解时间受电梯群控系统响应时间限制等特点.

由于上述特性,EDP 问题既有研究普遍围绕启发式算法展开:文献 [3-4] 提出使用遗传算法 (genetic algorithm, GA) 解决 EDP 问题;文献 [5-6] 则通过改进交叉、变异策略提升遗传算法对 EDP 问题的适配性.而考虑到粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) 在某些组合优化问题中的良好表现,文献 [7-8]

收稿日期: 2021-04-14; 录用日期: 2021-09-28.

责任编辑: 龙建成.

†通讯作者. E-mail: hyl@bjtu.edu.cn.

基于数值实验,证明了粒子群及改进粒子群算法能够有效求解不同目标函数下的EDP问题.文献[9-10]研究了以禁忌搜索(tabu search, TS)为代表的局部搜索启发式算法在解决常规EDP问题时的效果,其数值实验结果表明TS难以满足群控系统的时间要求.

考虑到启发式算法无法随着计算机算力的提升而得到较好的效果改善^[11],部分学者在重构EDP问题模型后,引入基于线性规划的精确搜索方法进行求解:如文献[2]针对有预约楼层模式的电梯群控系统调度问题(elevator dispatch problem with destination control, EDPDC)构建了混合整数规划求解模型,并提出基于多边形搜索的精确求解算法;而后,文献[11-12]亦在EDPDC、EDP问题领域完善了精确搜索的相关研究.

由于精确搜索耗时较长难以应用,基于数学规划的近似方法逐渐成为求解EDP问题的方向:文献[13]将同层出现的乘梯呼叫归为一类,构建了近似模型^[11]与相应的列生成求解算法,该方法能够在群控系统响应时间内求解实际规模下的EDPDC问题.

本文围绕高楼层、多电梯、高需求密度情境下的常规EDP问题展开研究,依托时空状态网络抽象电梯运行过程与电梯运行规则,对EDP问题给出线性0-1整数规划模型描述;在交替乘子算法(alternating direction method of multiplier, ADMM)框架的基础上,为拉格朗日乘子次梯度迭代过程引入空间膨胀(space dilation)、在增广项乘子更新过程中引入基于迭代时间的乘子更新形式,给出一种更加适配短时求解的改进ADMM分解算法.数值实验的结果表明:与Gurobi-9.0.1提供的分支定界算法相比,改进ADMM分解算法求解效率更高,能够在电梯群控系统响应时间内给出高质量的解;而与既有启发式算法相比,其在500ms响应时间内求解效果更优,在一定程度上表明了该模型与算法能够高效、稳定地求解实际规模下的常规EDP问题,研究成果能够为相关学术研究、产业应用提供有力支撑.

1 问题描述

EDP问题是电梯群控系统在动态运行过程中需要实时求解的问题,即电梯群控系统根据需求预测、模式识别的结果,将未被满足的呼叫需求或需要重新指派的呼叫需求合理地分配给不同电梯,从而优化电梯群控系统给出的目标^[1].本节阐释常规EDP问题的情境、电梯运行的基本规则、以及求解过程中需要考虑的要素.

1.1 常规EDP问题情境

某建筑共有 m 层,配备一定数量可使用的电梯 $l \in L$,现介绍电梯群控系统调度问题中的各类信息要素.

电梯外部乘客可点击“上”或“下”按钮用以呼叫电梯,乘客点击按钮后,系统将获取乘客需求信息,每个需求信息有层数 $\text{floor} = [1, m]$ 、方向 $\text{direction} = \{1, -1\}$ (上行/下行)两个属性,记为如下所示的二元组(下文称此类呼叫需求为外部需求):

$$d = (\text{floor}, \text{direction}), d \in D. \quad (1)$$

在电梯内部的乘客可以点击电梯内各楼层数字按钮向系统输入其需求,每部电梯内部的已点击需求可表述为集合 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_i\}$,下文中称其为电梯 $l \in L$ 的内部需求.对于每一部电梯,其目前所在层数记为 $\text{floor} = [1, m]$ 、运行方向为 $\text{direction} = \{1, 0, -1\}$ (上行/静止/下行),则任一电梯可以用如下所示的元组表示:

$$l = (\text{floor}, \text{direction}, S = \{s_1, s_2, \dots, s_i\}), l \in L. \quad (2)$$

EDP问题即在电梯群控系统确定待优化的 $d \in D$ 与 $l \in L$ 后,将外部需求 $d \in D$ 分配给不同的电梯 $l \in L$,并且在指派中尽可能使得电梯群控系统给出的目标最优.其目标有可能是电梯外部乘客等待时间最小、能耗最低等,亦可能是多因素组合而成的综合目标.

1.2 电梯运行规则

EDP问题不同于常规指派问题之处在于电梯具有特定的运行规则,指派问题的解需要经由电梯运行规则的调整后,方可用于计算乘客等待时间、电梯运行能耗等目标函数组成项.

电梯运行规则是指:某电梯在被指派了一定数量的外部需求后,只能在完成当前运行方向前方的指派外部需求与内部需求后才能转换运行方向,且电梯运行全过程不允许跳过任何内部需求^[3].现通过图1的示例说明上述电梯运行规则,假设某建筑只有电梯 $l_1 = (4, 1, \{6, 9\})$,表征电梯目前处于4层且正在上升,电梯中的乘客需要到达6层、9层.

对于situation-1,考虑将 d_1 指派给电梯 l_1 的决策,若此决策下电梯 l_1 的运行方案为(6, 7, 9),即先服务到达6层的乘客,再服务7层需要下楼的乘客,最后服务到达9层的乘客,则电梯在完全服务所有内部需求之前,切换运行方向服务7层下楼乘客,违背电梯运行规则.在电梯运行规则下正确的运行方案为(6, 9, 7),

即先服务到达6层、到达9层的乘客,最后切换运行方向服务7层需要下楼的乘客. 同理可得 situation-2 情境的运行方案为(5, 6, 9, 7),先服务5层需要上楼的乘客,服务到达6层与到达9层的乘客,而后切换运行方向服务7层需要下楼的乘客; situation-3 所对应的运行方案为(5, 6, 9, 7, 2),在 situation-2 的运行方案基础上,最后切换运行方向服务2层需要上楼的乘客.

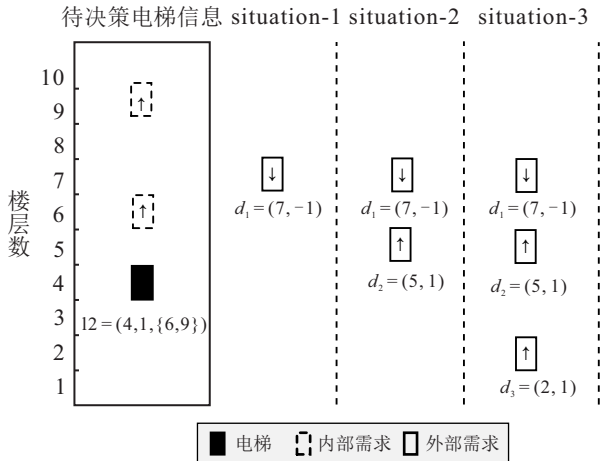


图1 电梯运行规则

1.3 EDP问题求解要素

电梯群控在进行调度决策前会对调度模型输入某些参数,如电梯分区情况、电梯能耗参数、电梯既有的内部需求、此次待决策的外部需求等. 调度模型需要能够准确吸纳群控系统输入,并按照目标函数权重准确地求解. 同时,考虑到电梯群控系统实时运作的特性,电梯群控系统调度优化模型的求解时间不应大于系统响应时间限制,本文选取电梯群控系统响应时间为500 ms.

2 时空状态网络构建

由于EDP问题目标函数的非线性特性,在应用基于数学规划的近似方法时需要重构模型,不同于既有EDP问题研究中的模型线性化方法,本文给出一种基于时空状态网络的线性化模型形式,参考文献[14]在解决城市交通问题时提出的时空状态网络构建方法,通过构建时空状态网络将电梯运行过程抽象为网络中的路径,将电梯运行规则抽象为流量在网络状态间的转换. 下面对该网络的构建进行详细阐释.

2.1 时空状态网络

网络 $network(n, a)$ 中,节点 n 的设置基于空间 $n.space$ 、时间 $n.time$ 、状态 $n.state$ 、方向 $n.direction$ 四种属性展开. 即首先对于每一楼层、每一离散时间生成4个节点,4个节点根据状态属性的in和out标签、方向属性的direction-up和direction-down标签进

行标识. 其中状态属性用以体现电梯停站相关信息,如图2中越行弧、等待弧起终点状态属性均相同,表征弧段不包含停站带来的时空变化,而停站弧、重启弧则连接具有不同状态属性的节点,分别表征电梯停站过程及停站后电梯重启过程;方向属性用于体现电梯运行方向转换相关信息,如图3中越行弧、停站弧、重启弧、等待弧的起终点具有相同的方向属性,不涉及方向转换,方向转换弧则通过链接具有不同方向属性的节点用于描述电梯的方向转换过程.

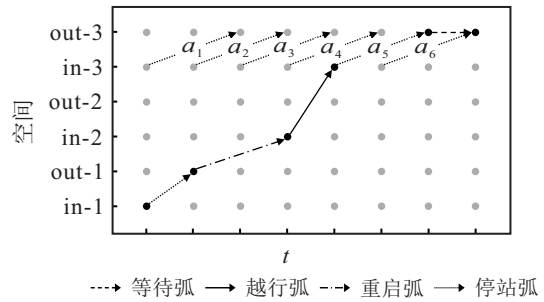


图2 上升方向网络

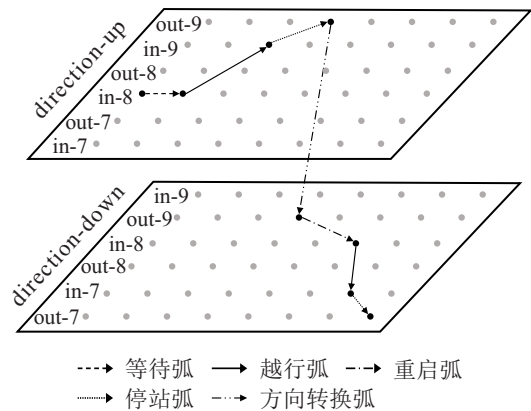


图3 时空状态网络

基于上述节点属性特征,网络 $network(n, a)$ 中越行弧表征电梯匀速运行过程中跨越楼层所带来的时空变化,停站弧表征电梯在某层停留后接取或送达乘客所带来的时空变化,等待弧表征电梯在某一层关门静止所带来的时空变化,重启弧表征电梯在停站后重新启动并跨越楼层过程所带来的时空变化,方向转换弧表征电梯运行方向的转换.

图2以上升方向网络为例,描述了电梯在1层停站后重新启动前往3层停站,并在3层静止的过程. 而下降方向网络的构成与上升方向网络类似,其中节点 n 的方向属性 $n.direction$ 均为direction-down. 完整的时空状态网络构架如图3所示,图中标识弧段描述了电梯 $l = (8, 1, \{9\})$ 在完成所有内部需求后转换运行方向,前往7层服务外部需求 $d = (7, -1)$ 的过程.

网络 $network(n, a)$ 上任意电梯 l 对应的电梯流

量所包含的信息内容如式(2)所示,根据该电梯的运行方向、目前所在楼层设置电梯流量的起点,在时间维度最末节点设置电梯流量的终点,并依据电梯群控系统的目标要素设置流量流过不同弧段的费用.由于时空状态网络中弧段的起终点时间属性可根据各项作业时间进行调整,且流平衡约束可保证电梯流量在网络中形成唯一径路,因此可通过时空状态网络中流量流动抽象电梯的运行作业;网络中运行方向的切换需通过方向转换弧完成,因此可通过时空状态网络中流量与弧段的匹配关系描述电梯运行规则.

综上,当获得电梯 $l \in L$ 对应的电梯流量在时空状态网络中所经过的等待弧、停站弧、越行弧、重启弧、方向转换弧后,即可获知电梯 l 在各楼层的等待、停止、匀速通过、停止后重新启动、转换运行方向等作业,进而形成该电梯的调度计划.

2.2 时空状态网络对于目标要素的表示

时空状态网络需描述电梯群控系统相关研究中常见的目标函数要素,如电梯能耗、外部需求等待时间、电梯分区等要素.

在描述电梯能耗的情境下,可依据能耗情况为重启弧、越行弧设置相应的弧段费用,表征电梯加速启动、匀速运行过程的能耗.在描述外部需求等待时间的情境下,可为同一外部需求所属的所有等待弧按照时间递增的形式设置弧段费用,如对图2中外部需求 $d = (3, 1)$ 而言,弧 a_1 至 a_6 的费用随时间推移递增,当电梯流量通过其中的某一条弧时,该外部需求的等待时间即以弧段费用的形式加入目标函数.若考虑电梯群控系统实时运行过程中某一外部需求的既有等待时间,只需将既有等待时间加载在该外部需求对应的所有弧段上即可.对于电梯分区的情境,可禁止分区电梯在时空状态网络弧段流经其分区外的弧段,进而准确表示电梯分区情境.

3 数学模型构建

3.1 模型假设

本文在构建模型时作以下假设.

假设1 电梯群控系统能够在优化开始前输入待指派外部需求、电梯运行状态以及电梯内部需求信息.

假设2 电梯加减速过程消耗的时间能够由常数表征.

假设3 电梯在每一层的停站时间由群控系统需求预测、模式识别环节给出,能够由常数表征.

假设4 电梯群控系统能够识别满载电梯,且不在求解过程中考虑满载电梯的调度优化.

3.2 符号含义

基于上述时空状态网络构建线性0-1整数规划模型,模型中符号表征的含义如表1所示.

表1 建立模型所用变量

序号	变量名称
$a \in A$	时空状态网络中的弧段
$n \in N$	时空状态网络中的节点
$l \in L$	时空状态网络中的电梯流量
$d \in D$	待指派的外部需求
A_n^+	节点 n 的入弧集合
A_n^-	节点 n 的出弧集合
c_a	弧段 $a \in A$ 的费用
$set_d \in Set$	set_d 为时空状态网络中外部需求 $d \in D$ 在对应方向、对应楼层的所有停站弧集合,以图2为例,设外部需求 $d' = (3, 1)$,则 $set_{d'} = \{a_1, a_2, \dots, a_6\}$,模型对所有 $d \in D$ 均按照以上规则形成集合 $set_d \subset Set$
i_n^l	电梯流量与节点的关系判断参数,若电梯流量 $l \in L$ 的起点为 n ,则 $i_n^l = -1$;若电梯流量 $l \in L$ 的终点为 n ,则 $i_n^l = 1$,否则 $i_n^l = 0$
x_a^l	决策变量,若电梯流量 $l \in L$ 流过弧段 $a \in A$,则 $x_a^l = 1$,否则 $x_a^l = 0$

3.3 模型公式表示

该模型为0-1整数多商品流模型,模型的目标函数及约束条件为

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{a \in A} x_a^l \cdot c_a. \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \sum_{l \in L} \sum_{a \in set_d} x_a^l = 1, \forall set_d \subset Set; \quad (4)$$

$$\sum_{a \in A_n^+} x_a^l - \sum_{a \in A_n^-} x_a^l = i_n^l, \forall n \in N, \forall l \in L; \quad (5)$$

$$x_a^l \in \{0, 1\}, \forall a \in A, \forall l \in L. \quad (6)$$

式(3)表征网络中电梯流量流过的弧段费用最小,根据弧段费用参数设置的不同,目标函数可以表征外部需求等待时间最小、电梯运行能耗最小等多种电梯群控系统调度目标.式(4)表征决策周期内的外部需求被电梯流量经过一次.式(5)为流量平衡约束,保证电梯流量在时空状态网络中的流量平衡,使得流量信息能够表征实际运行路径.式(6)为变量取值约束,表征网络中电梯流量为0-1流量.

4 改进ADMM分解算法设计

ADMM分解算法,由Boyd等人在前人研究的基础上整合而成^[15],算法主要基于拉格朗日松弛将非凸原问题转化为凸对偶问题,基于二次增广项增加目标函数的凸性,通过增广问题迭代逐次逼近最优解.文献[16]的研究拓展了该方法在时空状态网络中的应用.而考虑到实际规模下EDP问题求解时间要求较短且时空状态网络规模相对较大,本文将空间

膨胀方法(space dilation)^[17]引入ADMM分解算法框架,同时提出一种基于求解时间的增广项乘子更新形式,提升ADMM分解算法对于EDP问题的适配性。

4.1 模型分解

首先通过拉格朗日乘子 λ_{set_d} 对约束(4)进行拉格朗日松弛,再添加增广项乘子 ρ ,得到拉格朗日增广问题.模型目前仅包含约束(5)和(6),增广拉格朗日问题的公式描述如下:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{l \in L} \sum_{a \in A} x_a^l + \sum_{\text{set}_d \in \text{Set}} \lambda_{\text{set}_d} \left(\sum_{l \in L} \sum_{a \in \text{set}_d} -1 \right) + \\ & 0.5\rho \sum_{\text{set}_d \in \text{Set}} \left(\sum_{l \in L} \sum_{a \in \text{set}_d} -1 \right). \\ \text{s.t.} & \sum_{a \in A_n^+} x_a^l - \sum_{a \in A_n^-} x_a^l = i_n^l, \forall n \in N, \forall l \in L; \\ & x_a^l = 0, 1, \forall a \in A, \forall l \in L. \end{aligned} \quad (7)$$

该模型中每一个电梯流量 $l \in L$ 对应着独立的约束组。

式(7)所示的优化问题目标函数中涉及多个电梯流量 $l \in L$ 的二次项,使得优化问题无法依照电梯流量进行解耦.参考文献[16]提出的二次项线性化方法:考虑模型中决策变量 x_a^l 为0-1变量,则某一电梯流量对某一外部需求 $d \in D$ 所对应的弧段 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \text{set}_d$ 进行选择时,有且只可能流经其中一个弧段,基于此即可完成对式(7)所示模型的分解。

解耦后的子问题模型如下所示:即对于当前参与迭代的电梯流量 $l^* \in L$ 而言,只需求解该电梯流量在特定拉格朗日乘子、特定增广项乘子下的最短路径问题:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{a \in A} \sum_{a \in A} x_a^{l^*} c_a^{l^*}. \\ \text{s.t.} & \sum_{a \in A_n^+} x_a^{l^*} - \sum_{a \in A_n^-} x_a^{l^*} = i_n^{l^*}, \forall n \in N; \\ & x_a^{l^*} = 0, 1, \forall a \in A. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$c_a^{l^*} = \begin{cases} c_a + \lambda_{\text{set}_d} + \rho(\mu_a^{l^*} - 0.5), \\ \text{set}_d \subset \text{Set} \text{ and } a \in \text{set}_d; \\ c_a^{l^*} = c_a, \text{ otherwise;} \end{cases} \quad (9)$$

$$\mu_a^{l^*} = \sum_{l \in L \cap l \neq l^*} \sum_{a \in \text{set}_d} x_a^l, \forall \text{set}_d \in \text{Set}. \quad (10)$$

综上,完成基于时空状态网的EDP问题0-1多商品流模型的ADMM分解,原问题被拆分为如式(8)所示的最短路径子问题,子问题数量等同于群控系统中该次决策可调度的电梯数量。

4.2 乘子更新方法设计

次梯度迭代中, λ_{set_d} 随迭代次数 iter 的更新形式如下:

$$\lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}+1} = \lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}} + \frac{a^0}{(\text{iter} + 1) \left(\sum_{l \in L} \sum_{a \in \text{Set}_d} x_a^l - 1 \right)}. \quad (11)$$

引入线性空间膨胀参数 $\omega_{\text{set}_d}^{\text{iter}}$ 、 $\sigma_{\text{set}_d}^{\text{iter}}$ 及膨胀系数 γ ,设计空间膨胀参数更新规则,进而修改拉格朗日乘子迭代更新规则如下:

$$\lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}+1} = \begin{cases} \lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}} + p^{\text{iter}} \omega_{\text{set}_d}^{\text{iter}}, & p^{\text{iter}} > 0; \\ \lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}} + p^{\text{iter}} \sigma_{\text{set}_d}^{\text{iter}}, & p^{\text{iter}} < 0; \\ \lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}} + p^{\text{iter}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$p^{\text{iter}} = \frac{a^0}{(\text{iter} + 1) \left(\sum_{l \in L} \sum_{a \in \text{Set}_d} x_a^l - 1 \right)}. \quad (13)$$

$$\omega_{\text{set}_d}^{\text{iter}+1} = \begin{cases} \omega_{\text{set}_d}^{\text{iter}} \gamma, & p^{\text{iter}} > 0; \\ \omega_{\text{set}_d}^0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (14)$$

$$\sigma_{\text{set}_d}^{\text{iter}+1} = \begin{cases} \sigma_{\text{set}_d}^{\text{iter}} \gamma, & p^{\text{iter}} < 0; \\ \sigma_{\text{set}_d}^0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (15)$$

对于增广项乘子 ρ ,其意义可以理解为在迭代后期减少模型对称性对求解带来的影响,即随着迭代次数增加,需要使拉格朗日增广问题所得到的近似解尽可能不违反约束.考虑到电梯群控系统响应时间的要求,设 ρ 随迭代时间 itertime 、迭代次数 iter 的更新规则如下:

$$\rho^{\text{iter}+1} = \begin{cases} \rho^{\text{iter}} + 1, & \text{itertime} > 250 \text{ ms}; \\ \rho^0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

4.3 算法流程设计

基于4.1节中对0-1整数规划模型的分解及4.2节中对乘子更新方法,现设计改进ADMM分解算法迭代流程如下。

step 1: 初始化. 设定迭代次数 $\text{iter} = 1$,迭代步长 $\alpha^0 = 1$,拉格朗日乘子 $\lambda_{\text{set}_d}^0 = 0$,增广项乘子 $\rho^0 = 1$,设置最优上界 $\text{UB}^* = +\infty$,最优下界 $\text{LB}^* = -\infty$ 。

step 2: 求解拉格朗日增广问题。

step 2.1: 对于电梯流量 $l \in L$,根据式(8)所示的拉格朗日增广问题,逐个完成子问题最短路径搜索^[18],并记录解为 X^{temp} 。

step 2.2: 对于电梯流量 $l \in L$,根据式(12)逐个更新拉格朗日乘子 $\lambda_{\text{set}_d}^{\text{iter}}$,根据式(16)更新增广项乘子 ρ 。

step 3: 求解可行解,更新上界. 考虑到拉格朗日增广问题的解 X^{temp} 并不一定可行,因此通过贪婪规则进行可行化,若某外部需求 $d \in D$ 被两个或两个以上的电梯服务,则将其指派给第1部服务该外部需求的电梯;若某外部需求 $d \in D$ 未被任何电梯服务,则检查该外部需求分配给各个电梯流量 $l \in L$ 的效益,选取目标增量最小的进行匹配. 进而获得此次迭代的可行解 $X_{\text{UB}}^{\text{iter}}$,存储该可行解并计算该次迭代的上界 UB^{iter} ,令 $\text{UB}^* = \min\{\text{UB}^{\text{iter}}, \text{UB}^*\}$.

step 4: 求问题下界. 由于拉格朗日增广问题无法获取原问题下界^[13],需计算如式(17)所示拉格朗日对偶问题的目标函数作为原问题下界. 式(17)所示的优化问题可依据 $l \in L$ 解耦为多个最短路子问题^[16],记录解为 $X_{\text{LB}}^{\text{iter}}$,计算拉格朗日对偶问题目标函

数值为 LB^{iter} ,令 $\text{LB}^* = \max\{\text{LB}^{\text{iter}}, \text{LB}^*\}$.

$$\begin{aligned} \min & \sum_{l \in L} \sum_{a \in A} x_a^l + \sum_{\text{set}_d \in \text{Set}} \lambda_{\text{set}_d} \left(\sum_{l \in L} \sum_{a \in \text{set}_d} -1 \right). \\ \text{s.t.} & \sum_{a \in A_n^+} x_a^l - \sum_{a \in A_n^-} x_a^l = i_n^l, \forall n \in N, \forall l \in L; \\ & x_a^l = 0, 1, \forall a \in A, \forall l \in L. \end{aligned} \quad (17)$$

step 5: 终止条件检验. 若迭代时间超过 500 ms,则算法终止;否则,转至 step 2.

5 数值实验

5.1 数值实验设计

基于不同的楼层数 m 、电梯数量 $|L|$ 、外部需求数量 $|D|$ 、电梯内部需求数量 $|S|$ 生成数值实验数据,实验数据编号与规模见表 2,数值实验数据中电梯外部需求层数、内部需求层数均由计算机随机生成.

表 2 数值实验数据编号与规模

实验数据规模	网络规模 ($ N , A $)	实验数据编号
$m: 20, L : 4, D : 8, S : 1-3$	(4 800, 22 890)	test-a ₁ , test-a ₂ , test-a ₃ , test-a ₄
$m: 20, L : 8, D : 15, S : 2-4$	(4 800, 22 890)	test-b ₁ , test-b ₂ , test-b ₃ , test-b ₄
$m: 20, L : 6, D : 10, S : 1-5$	(4 800, 22 890)	test-c ₁ , test-c ₂ , test-c ₃ , test-c ₄
$m: 20, L : 6, D : 15, S : 1-5$	(4 800, 22 890)	test-d ₁ , test-d ₂ , test-d ₃ , test-d ₄
$m: 25, L : 8, D : 20, S : 1-5$	(6 000, 28 790)	test-e ₁ , test-e ₂ , test-e ₃ , test-e ₄
$m: 30, L : 8, D : 25, S : 1-5$	(7 200, 34 690)	test-f ₁ , test-f ₂ , test-f ₃ , test-f ₄

考虑到 EDP 问题目标函数的多样性,数值实验将以 3 种较为常见的目标函数分析各算法的表现,目标函数编号及其含义见表 3. 目标函数 obj-2 中,外部需求的等待时间每超过 40 个时间单位,则添加 10 个时间单位的惩罚项;目标 obj-3 中,对电梯每次停站重启添加 20 个单位时间的惩罚项,对于电梯楼层之间的运行能耗添加 1 个单位时间的惩罚项.

表 3 目标函数编号与含义

目标函数编号	含义
obj-1	外部需求总候梯时间最短
obj-2	添加长候梯时间惩罚项的总候梯时间最短
obj-3	添加电梯能耗惩罚项的总候梯时间最短

在运行参数方面,数值实验中设电梯在每层停站时间均为 5 个单位时间,停站后重新启动且经过一楼层消耗 3 个单位时间,电梯匀速经过每一楼层消耗 1 个单位时间.

5.2 数值实验结果及分析

为充分比较本文提出的模型与算法在求解效率方面的优势,数值实验将比较改进 ADMM 分解算法与遗传算法(GA)、混合禁忌搜索的遗传算法(GATS)以及商用求解器 Gurobi-9.0.1 在求解 EDP 问题上的效果. 其中遗传算法编码及参数选取参考文献[5],而搜索混合局部搜索算法编码及参数选取参考文

献[19]. 求解器 Gurobi-9.0.1 设置 $\text{MIPFocus} = 1$ 、 $\text{Method} = -1$. 改进 ADMM 算法设置 $\rho^0 = 1$ 、 $\alpha^0 = 1$ 、 $\gamma = 0.1$. 数值实验采用 CPU 为 R7-4800 U、内存 16 G 的移动计算机进行,所有求解方法的终止条件均为迭代时间或求解时间超过 500 ms.

5.2.1 算法迭代过程比较分析

以 obj-2 目标为例,比较 GA、GATS 以及改进 ADMM 分解算法的迭代过程. 算例 test-a 系列均为小规模 EDP 问题,可以描述一般城市建筑物低峰情况下电梯群控系统所面对的情境,各算法的迭代情况见图 4.

对于小规模非复杂算例而言,GA 的响应时间更快,100 ms 内即能获得效果较好的优化方案;相比之下,GATS 由于每次迭代都需要根据禁忌表进行邻域搜索,其单次迭代时间相对较长,一定程度上影响了其全局搜索能力,在系统响应时间内其求解能力弱于 GA,这与文献[9-10]在数值实验中得到的结论类似.

需要注意,改进 ADMM 算法需要初始化时空状态网络,因此图 4 中改进 ADMM 分解算法的迭代曲线在最初一段时间呈空白,但其仍能保证在 200 ms 内获取更优的解. 对于实际的应用场景而言,该初始化过程只在电梯启动时执行一次即可,不会因为反复初始化时空状态网络而导致求解效率低下.

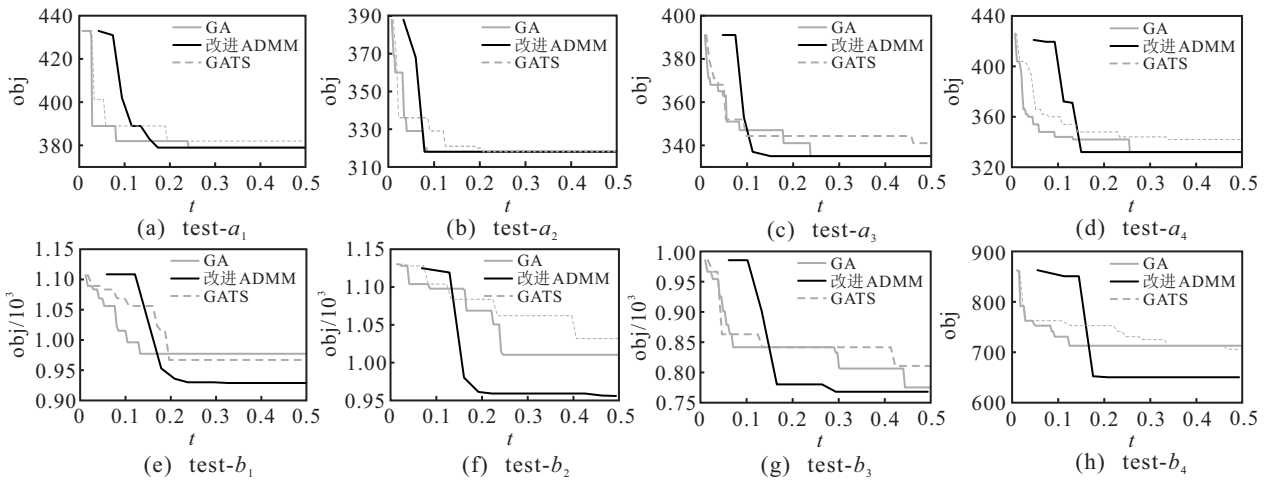


图4 算法迭代对比

Test-b系列为较大规模算例,能够刻画常规建筑中电梯数量较多、运输繁忙情况下电梯群控系统面对的情境.由图4可以看出,本文提出的改进ADMM分解算法在较大规模算例下的优势更加明显,虽然GA具有更快的启动速度,但随着算例规模的加大,其全局搜索难度更大,尤其在test-b₁、test-b₂、test-b₄算例中,GA明显陷入局部最优,难以进一步优化;而GATS由于邻域搜索过程过多地占用了求解资源,影响了全局搜索能力,相比于GA存在明显的滞后性,导致其算法表现不佳.虽然算例test-b₃中遗传算法具有相对较好的表现,但其获得较优解的耗时较长,接近450 ms,且该解与改进ADMM分解算法所获得的解仍有差距.对比小规模算例可以发现,遗传算法在较大规模算例中的寻优效率、寻优稳定性明显下降.

5.2.2 算法求解效果比较分析

为了进一步检验本文提出的模型与算法的效果,现比较上述各种算法在不同目标函数情境下的表现.为便于比较所求解的质量,本文将各算法获得解的目标值 $obj_{algorithm}$ 与Gurobi-9.0.1得出的最优解值 obj_{best} 作比较,定义下式所示的最优对偶间隙:

$$Gap = \frac{(obj_{algorithm} - obj_{best})}{obj_{algorithm}} \quad (18)$$

该值越小,表征解的质量越好.同时记录各算法在迭代中获得最高质量解的时间time-b,考虑到算法随机性,数值实验中的GA、GATS均求解50次取平均,数值实验结果见表4.

由表4可见,GA在面对较小规模问题时表现较好,而随着算例规模、算例复杂性的增加,其遗传编码染色体变长,个体适应性函数计算时间变长,导致求解效果逐渐变差.不同目标函数明显影响到寻优稳定性,该情况在部分算例(如test-c₂、test-c₃、test-

e₂、test-f₁)中较为明显.但遗传算法在迭代过程中获得最高质量解的时间相对较短且较稳定,这样的情况与文献[5]的描述相切合.

GATS的计算资源较多地应用于局部搜索,导致了全局搜索效率较低.在数值实验中,邻域搜索并未对GA的求解过程提供较好的改善,仅有少数算例在特定目标函数下通过邻域搜索过程获得了相较GA更优的解(如test-c₁(obj-1)、test-c₂(obj-2, obj-3)、test-c₄(obj-3)、test-d₄(obj-3)、test-e₂(obj-2)等),而在大多数算例中,TS的邻域搜索环节对求解资源的占用过大,弱化了系统响应时间内GA的全局搜索能力.

由于时空状态网络的规模较大,0-1整数规划模型的变量数量、约束数量较多.对于test-c系列算例,其平均约束数量达到38412个、平均变量数量达到77323个.虽然模型结构相对稀疏,但此规模下的整数规划难以在500 ms内精确求解.由表4可见,商用求解器Gurobi-9.0.1给出的分支定界算法寻找优化解所消耗的时间已经远超电梯群控系统的响应时间.而改进ADMM分解算法对此类问题有较好的适配性,即使对于大规模算例(如test-f₁、test-f₂、test-f₃、test-f₄),依然能够保持10%以下的最优对偶间隙.由于在时空状态网络中,目标函数惩罚项被抽象为弧段费用,对各电梯流量的迭代过程影响较小,对于同一算例的不同目标函数而言,其求解效果更稳定.在迭代时间方面,当决策周期确定、楼层数确定、电梯数量确定的情况下,时空状态网络规模固定,理论上网络中最短路径求解时间不变,即单次迭代时间不会随着待指派外部需求数量增加而延长.虽然随着算例规模的增大,迭代过程中获得最高质量解的时间具有延后趋势,但对于实际生产中可能出现的大规模EDP

表4 数值实验结果

目标	算例	GA		GATS		改进 ADMM		Gurobi-9.0.1	
		time-b/ms	Gap/%	time-b/ms	Gap/%	time-b/ms	Gap/%	obj _{best} /ms	time-b/s
obj-1	test-c ₁	142.1	2.45	432.9	2.01	96.5	0.00	477	10.24
	test-c ₂	242.6	1.55	393.7	3.47	177.3	0.00	680	7.79
	test-c ₃	193.3	3.99	326.9	4.91	189.3	0.00	811	10.13
	test-c ₄	128.3	5.79	413.4	5.85	151.7	2.06	903	8.45
	test-d ₁	248.0	7.09	316.5	8.61	229.6	0.00	562	18.89
	test-d ₂	246.9	8.53	382.2	9.32	205.5	2.23	877	11.29
	test-d ₃	168.8	6.32	258.4	8.07	197.3	1.48	797	10.29
	test-d ₄	188.2	5.75	438.9	7.31	213.9	0.64	771	21.97
	test-e ₁	203.4	9.08	348.0	10.45	389.1	2.94	793	32.15
	test-e ₂	264.3	5.59	390.2	5.41	276.3	1.77	890	20.10
	test-e ₃	291.1	9.82	334.9	11.50	322.8	1.12	793	30.06
	test-e ₄	286.3	12.06	403.4	13.00	359.2	1.13	878	35.74
	test-f ₁	271.0	13.40	470.4	14.85	327.6	4.27	963	109.51
	test-f ₂	306.4	14.41	481.7	15.40	459.2	4.16	1313	98.35
	test-f ₃	315.8	18.22	368.9	19.39	469.5	5.47	1245	121.65
	test-f ₄	306.0	17.84	426.6	19.43	336.9	5.31	1426	98.25
obj-2	test-c ₁	142.4	3.58	406.0	5.14	136.4	0.00	477	9.97
	test-c ₂	211.0	8.17	395.2	2.09	128.1	0.00	680	7.21
	test-c ₃	125.0	5.35	344.8	6.27	195.9	0.00	811	12.06
	test-c ₄	137.7	9.58	332.9	3.64	182.7	1.01	979	8.66
	test-d ₁	187.3	10.41	446.5	11.93	234.6	0.50	592	21.21
	test-d ₂	224.6	7.56	294.6	8.35	181.8	0.00	957	12.36
	test-d ₃	216.7	8.85	481.3	10.60	230.3	1.02	876	11.72
	test-d ₄	253.5	11.87	308.9	8.43	256.2	0.00	821	22.05
	test-e ₁	299.8	12.13	405.6	13.50	269.1	0.00	830	34.54
	test-e ₂	205.4	8.46	357.4	7.28	399.1	0.52	955	20.12
	test-e ₃	316.9	8.22	378.3	9.90	257.9	1.89	832	31.63
	test-e ₄	222.3	13.98	361.8	14.92	316.2	0.96	929	29.59
	test-f ₁	311.7	22.31	421.4	23.76	395.3	4.17	1035	78.13
	test-f ₂	282.8	13.92	320.8	14.91	452.4	4.06	1395	151.94
	test-f ₃	352.2	19.25	424.0	20.42	421.4	5.61	1295	173.33
	test-f ₄	261.6	13.00	473.2	14.59	371.1	5.74	1495	136.91
obj-3	test-c ₁	195.7	3.22	305.1	4.78	171.9	2.20	666	12.19
	test-c ₂	159.0	5.13	328.8	4.05	185.2	1.34	881	8.02
	test-c ₃	143.4	8.54	465.4	9.46	107.9	0.00	1014	9.90
	test-c ₄	162.9	6.11	394.4	4.17	102.9	1.76	1173	9.18
	test-d ₁	214.3	8.83	344.3	10.35	223.5	0.76	786	20.01
	test-d ₂	229.7	9.72	330.0	10.51	196.7	3.44	1152	12.38
	test-d ₃	245.7	8.49	340.1	10.24	266.8	0.00	1060	11.67
	test-d ₄	154.8	10.63	384.3	7.19	272.2	1.16	1025	22.13
	test-e ₁	198.1	9.92	295.6	11.29	373.5	0.23	883	36.77
	test-e ₂	239.4	11.83	369.7	12.65	355.9	2.57	1215	21.19
	test-e ₃	264.3	10.73	429.8	12.41	380.0	0.99	1203	35.70
	test-e ₄	207.8	8.51	304.9	9.45	329.4	0.25	1205	40.50
	test-f ₁	255.1	14.41	350.5	15.86	386.6	2.64	1290	99.83
	test-f ₂	279.8	19.86	467.3	20.85	413.6	4.77	1716	167.83
	test-f ₃	305.5	14.22	459.4	15.39	425.3	7.52	1648	188.21
	test-f ₄	253.3	17.93	424.2	19.52	424.9	6.22	1853	143.79

问题情境,如 test-f 系列算例,本文的改进 ADMM 分解算法仍能在 500 ms 的电梯群控系统响应时间内高效、稳定地求解。

5.2.3 算法灵敏性分析

结合既有时空状态网络下拉格朗日松弛算法框架研究的经验,参数选取的情况往往会对算法效果产生不同程度的影响^[20]。考虑到初次迭代无法使用上一次迭代的次梯度信息,参数初值 $\omega_{\text{set}_d}^0$ 、 $\sigma_{\text{set}_d}^0$ 应取 1,

初值 $\lambda_{\text{set}_d}^0$ 应取 0,因此灵敏性分析环节将围绕拉格朗日乘子迭代初始步长 α^0 、增广拉格朗日乘子初值 ρ^0 、空间膨胀参数 γ 展开。本文基于不同参数设置,求解大规模算例 test-f₁、test-f₂、test-f₃、test-f₄ 在 obj-1 下的目标值,并记录 500 ms 内算例最优解的平均最优对偶间隙 Gap_ave,绘制如图 5 所示的灵敏性分析图。

由图 5 可见,当空间膨胀参数 γ 取值过大时,算法

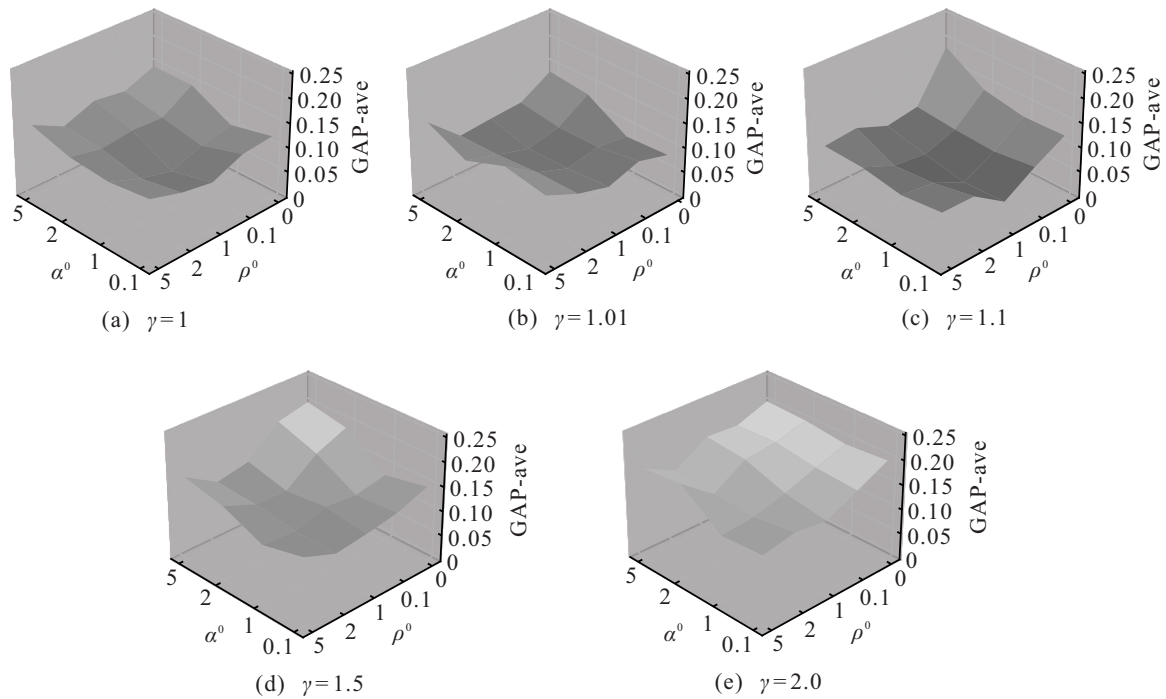


图5 灵敏性测试结果

收敛速度较慢,导致500ms内最优对偶间隙较大,该情况与既有研究得出的结论相符合^[17];而当空间膨胀参数取值过小时,算法的效果与常规ADMM分解算法类似.而横向对比不同空间膨胀参数选取的结果可以发现,合适的空间膨胀参数 γ 能够对ADMM分解框架效果产生有效扰动,合适的扰动能够使得算法生成更高质量的解.

而从各参数的组合关系来看,同一空间膨胀参数下算法的最优表现一般分布在拉格朗日乘子迭代初始步长及增广拉格朗日乘子初值的特定区域范围;空间膨胀参数与增广拉格朗日乘子初值存在一定对抗关系,该情况在 $\gamma = 1.5$ 、 $\gamma = 2$ 的情况下较为明显,即增大 ρ^0 取值能够一定程度抑制 γ 取值过大带来的不合理扰动.

6 结论

综上所述,本文围绕电梯群控系统调度问题,通过时空状态网络抽象电梯运行过程以及电梯运行规则,基于网络构建了线性0-1整数规划模型.考虑到电梯群控系统响应时间的要求,在ADMM分解算法的框架下给出了拉格朗日乘子的次梯度-空间膨胀迭代方法以及基于时间的增广项乘子更新方法.为了证明改进ADMM分解算法的有效性,通过数值实验对比了其与遗传算法、混合禁忌搜索的遗传算法、商用求解器Gurobi-9.0.1的求解效果.实验结果表明,在500ms电梯群控系统响应时间内,改进ADMM分解算法相较于商用求解器Gurobi-9.0.1,能够在响应时

间内给出较好的优化解;相较于既有研究中以遗传算法为代表的启发式算法,能够在大规模、复杂情境下给出更好的优化解.

在后续研究方面,考虑到本文所设计的算法涉及较多的参数选择,未来研究中可以基于目标期望的动态步长等理论方法进一步减少参数设置,或根据实际工程应用场景设计自动调参方法.此外,在电梯群控系统响应时间设置方面,数值实验中选用了较为宽松的500ms,而某些工程机对其响应时间的要求更加严格,为此仍需对算法进行再优化.

参考文献(References)

- [1] 杨祯山, 邵诚. 电梯群控技术的现状与发展方向[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1321-1331.
(Yang Z S, Shao C. On the present situation and developing trends of elevator group supervisory control technologies[J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1321-1331.)
- [2] Ruokokoski M, Ehtamo H, Pardalos P M. Elevator dispatching problem: A mixed integer linear programming formulation and polyhedral results[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2015, 29(4): 750-780.
- [3] Miravete A. Genetics and intense vertical traffic[J]. Elevator World, 1999, 47(7): 118-120.
- [4] Yoneda K, Tobita T, Onuki A, et al. Multi-objective elevator supervisory-control system with individual floor-situation control[J]. Elevator World, 1999, 47(5):

- 92-95.
- [5] Cortés P, Larrañeta J, Onieva L. Genetic algorithm for controllers in elevator groups: Analysis and simulation during lunchpeak traffic[J]. *Applied Soft Computing*, 2004, 4(2): 159-174.
- [6] Beamurgia M, Basagoiti R, Rodríguez I, et al. A modified genetic algorithm applied to the elevator dispatching problem[J]. *Soft Computing*, 2016, 20(9): 3595-3609.
- [7] Li Z H, Tan H Z, Zhang Y N. Particle swarm optimization applied to vertical traffic scheduling in buildings[C]. *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*. Berlin: Springer, 2007: 831-838.
- [8] Wang C Z, Hu M, Chen H W. Energy saving of elevator group under up-peak flow based on geese-PSO[C]. *The 7th International Conference on Cloud Computing and Big Data (CCBD)*. Macao: IEEE, 2016: 209-213.
- [9] Bolat B, Cortés P. Genetic and tabu search approaches for optimizing the hall call-Car allocation problem in elevator group systems[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(2): 1792-1800.
- [10] Bolat B, Cortés P. PSO and tabu search approaches for the car allocation problem in multi-car elevator systems[C]. *The 16th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology" TMT 2012*. Dubai, 2012: 479-482.
- [11] Ruokokoski M, Sorsa J, Siikonen M L, et al. Assignment formulation for the elevator dispatching problem with destination control and its performance analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 252(2): 397-406.
- [12] Xu J Y, Feng T K. Single elevator scheduling problem with complete information: An exact model using mixed integer linear programming[C]. *2016 American Control Conference (ACC)*. Boston, 2016: 2894-2899.
- [13] Hiller B, Klug T, Tuchscherer A. An exact reoptimization algorithm for the scheduling of elevator groups[J]. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 2014, 26(4): 585-608.
- [14] Zhou X S, Mahmassani H S. A structural state space model for real-time traffic origin-destination demand estimation and prediction in a day-to-day learning framework[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2007, 41(8): 823-840.
- [15] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternation direction method of multipliers[J]. *Foundations & Trends in Machine Learning*, 2010, 3(1): 1-122.
- [16] Yao Y, Zhu X N, Dong H Y, et al. ADMM-based problem decomposition scheme for vehicle routing problem with time windows[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2019, 129: 156-174.
- [17] Shor N Z. *Minimization Methods for non-differentiable functions*[M]. Springer Berlin Heidelberg, 1985: 15-22.
- [18] 李新毅. 铁路快运班列开行方案与车底周转一体化优化研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.
(Li X Y. Research on integrated optimization of railway express freight train service plan and rolling stock circulation[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019.)
- [19] Xiao J, Pachel J, Lin B L, et al. Solving the block-to-train assignment problem using the heuristic approach based on the genetic algorithm and tabu search[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, 108: 148-171.
- [20] Zhang Y X, Peng Q Y, Yao Y, et al. Solving cyclic train timetabling problem through model reformulation: Extended time-space network construct and alternating direction method of multipliers methods[J]. *Transportation Research—Part B: Methodological*, 2019, 128: 344-379.

作者简介

张家瑞 (1996—), 男, 博士生, 从事交通运输规划与管理的研究, E-mail: 21114045@bjtu.edu.com;

李海鹰 (1966—), 女, 教授, 博士生导师, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: hyl@bjtu.edu.cn;

苗建瑞 (1974—), 男, 副教授, 博士, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: jrmiao@bjtu.edu.cn;

王莹 (1982—), 女, 副教授, 博士生导师, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: wangy@bjtu.edu.cn;

张红亮 (1981—), 男, 副教授, 博士, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: hlzhang@bjtu.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)