

一种交互演化改进鲸鱼算法及其收敛性分析

刘景森^{1,2}, 郑智远², 李煜^{3†}

(1. 河南大学 河南省智能网络理论与关键技术国际联合实验室, 河南 开封 475004; 2. 河南大学 软件学院, 河南 开封 475004; 3. 河南大学 管理科学与工程研究所, 河南 开封 475004)

摘要: 针对鲸鱼算法求解稳定性不强、收敛速度有时较慢、易陷入局部极值等缺点, 提出一种具有轮盘赌选择和二次插值择优机制的双种群交互演化鲸鱼算法. 首先, 在搜索觅食阶段引入轮盘赌选择机制, 可有效避免劣质解被多次选取的问题, 保证算法的收敛性能; 在算法进化结构和求解过程中用两种不同演化机制的种群以及它们之间不断的信息交互, 可有效地平衡和调节算法的全局搜索与局部搜索能力; 在双种群个体演化更新后、信息交互前, 利用二次插值策略更新鲸鱼个体的位置, 增加种群的多样性, 而之后的择优选取新位置可提高算法的收敛速度. 然后, 给出算法流程并用概率测度法对算法的收敛性进行证明. 最后, 通过 6 种代表性算法对 CEC2017 测试函数集套件中不同特征函数在多个维度上进行仿真实验, 结果表明改进算法的收敛速度、寻优精度和求解稳定性均有明显提高, 具有很好的收敛性能.

关键词: 鲸鱼优化算法; 轮盘赌; 交互演化; 收敛性分析; 寻优精度; 收敛曲线

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0807

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 刘景森, 郑智远, 李煜. 一种交互演化改进鲸鱼算法及其收敛性分析[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 75-83.

An interactive evolutionary improved whale algorithm and its convergence analysis

LIU Jing-sen^{1,2}, ZHENG Zhi-yuan², LI Yu^{3†}

(1. Henan International Joint Laboratory of Theories and Key Technologies on Intelligence Networks, Henan University, Kaifeng 475004, China; 2. College of Software, Henan University, Kaifeng 475004, China; 3. Institute of Management Science and Engineering, Henan University, Kaifeng 475004, China)

Abstract: Aiming at the disadvantages of the whale algorithm, such as poor stability, slow convergence speed and easy to fall into local extremum, a two-population interactive evolutionary whale algorithm with roulette selection and the quadratic interpolation mechanism is proposed. The roulette selection mechanism is introduced in the searching and foraging stage, which effectively avoids the problem that the poor solution is selected several times and ensures the convergence performance of the algorithm. In the evolutionary structure and solution process of the algorithm, the population of two different evolutionary mechanisms and the continuous information interaction between them are used to balance and adjust the global search and local search ability of the algorithm effectively. The quadratic interpolation strategy is used to update the position of the whale individuals after the evolution update of the two populations and before the information exchange, which increases the diversity of the population, and then the optimal selection of new positions improves the convergence rate of the algorithm. Then the algorithm flow is given and the convergence of the algorithm is proved using the probability measure method. Finally, six representative algorithms are used to simulate different characteristic functions in the CEC2017 test function suite in multiple dimensions. The results show that the improved algorithm has better convergence speed, optimization precision and solution stability, and has good convergence performance.

Keywords: whale optimization algorithm; roulette; interactive evolution; convergence analysis; optimization accuracy; convergence curve

收稿日期: 2021-05-10; 录用日期: 2021-10-09.

基金项目: 河南省重点研发与推广专项项目(182102310886).

责任编辑: 冯俊娥.

†通讯作者. E-mail: leey@henu.edu.cn.

0 引言

随着人类社会和工程技术的发展,科学计算的规模和复杂性也与日俱增,传统的优化计算方法已无法在合理时间内找出所需解,难以满足日益增长的求解需求.近年来,基于仿生学的启发式智能优化算法不断地提出和发展,其求解高效、操作简单等特点得到了众多学者的研究和青睐.如受鸟群飞行觅食过程启发提出的粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)^[1],受蝙蝠飞行时利用声纳寻找猎物、躲避障碍物启发提出的蝙蝠算法(bat algorithm, BA)^[2],受自然界中花朵授粉过程启发提出的花朵授粉算法(flower pollination algorithm, FPA)^[3],受狼群狩猎行为启发提出的灰狼优化算法(grey wolf optimizer, GWO)^[4],受樽海鞘群体行为启发提出的樽海鞘群算法(salp swarm algorithm, SSA)^[5]等等.这些仿生算法的提出为解决复杂问题提供了良好的解决思路,并被广泛应用于多个领域.

鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm, WOA)^[6]是受座头鲸特殊捕食行为启发提出的一种新型启发式搜索算法.该算法寻优精度高、收敛速度快、机制优越且几乎不涉及参数设置,成为近两年进化计算领域重要的研究和改进算法之一,已被成功应用于电力系统最优潮流问题^[7]、光伏发电功率预测^[8]、云资源调度^[9]、选址与路径规划^[10]、工业设计^[11]等问题的求解之中.

鲸鱼优化算法虽然具有操作模型简单、参数设置少、寻优能力强、通用性好等优势,但也存在着求解不太稳定、容易陷入局部最优的问题.为此,诸多学者针对鲸鱼优化算法的不足做出了相应改进.文献[12]提出一种利用非线性随机变化和惯性权值策略更新参数 A 和 C 的鲸鱼优化算法,提高了算法的收敛性和稳定性;文献[13]提出一种基于余弦控制因子和多项式变异的鲸鱼优化算法,提高了函数极值优化的寻优精度和稳定性;文献[14]提出一种具有混沌机制的拟对抗鲸鱼优化算法,提高了算法的收敛速度,平衡了算法的搜索和开发能力;文献[15]提出了一种根据个体适应度进行分组选择的鲸鱼优化算法,提升了算法的全局搜索能力;文献[16]提出一种基于云模型和标准正态分布的鲸鱼优化算法,提高了算法的勘探能力和开发能力;文献[17]提出融入莱维飞行和混沌局部搜索的改进鲸鱼优化算法;文献[18]提出一种引用高斯突变和趋同因子的改进鲸鱼算法,增强了算法搜索能力和稳定性,收敛速度和收敛精度也有明显提高.这些改进在各自应用领域的寻优性能得

到了提升,但鲸鱼算法的性能仍然有进一步提升的空间.本文提出一种基于轮盘赌和二次插值机制的双种群交互演化鲸鱼算法(double population interactive evolutionary whale algorithm based on roulette and quadratic interpolation mechanism, DRQWOA).在随机游走觅食策略中引入轮盘赌选择机制,可加快算法收敛速度,增强求解稳定性;在迭代结构和过程中采用双种群机制,通过两种不同进化机制种群之间不断地信息交互,从而有效地平衡算法的全局搜索与局部搜索能力;在双种群个体更新后用二次插值策略更新鲸鱼个体的位置,可增强种群的多样性,提升算法摆脱局部最优区域的能力,而之后的择优选取机制可进一步提高算法的收敛性.随后利用概率测度分析方法验证本文改进算法DRQWOA的收敛性.而对多个不同寻优特征的测试函数进行多维度和多算法对比测试,寻优结果表明DRQWOA算法的寻优精度、收敛速度和求解稳定性均有明显提升,相较于其他代表性对比算法,收敛性能具有显著优势.

1 基本鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法(WOA)模拟座头鲸的捕猎行为将算法分为随机搜索觅食、收缩包围猎物和螺旋气泡网捕食3种不同阶段,具体流程如下.

step 1: 初始化各项参数,种群数量 N ,空间维度 D ,迭代总次数 Max_iter ,设置最优鲸鱼的位置与适应度初值,初始化鲸鱼种群 $x_i, i = 1, 2, \dots, N$.

step 2: 进入迭代,对各个个体进行边界条件处理,然后计算每个个体的适应度值并由此更新最优鲸鱼的位置及最优适应度值,由下式计算系数向量 A 和 C ,产生均匀分布决策随机数 p :

$$a = 2 - \left(\frac{2t}{\text{Max_iter}} \right), \quad (1)$$

$$A = 2ar - a, \quad (2)$$

$$C = 2r. \quad (3)$$

其中: a 的值随着迭代次数的增加从2减少到0, r 为 $[0,1]$ 上的随机向量.

step 3: 当 $p < 0.5$ 且 $|A| \geq 1$ 时,执行鲸鱼算法中的随机搜索觅食策略,此策略是鲸鱼随机寻找食物的过程,当前鲸鱼个体随机选取种群内另一鲸鱼个体作为目标并向其位置靠拢.此时随机游走的探测范围较广,有利于算法的全局搜索,此机制的数学模型为

$$D = |CX_{\text{rand}} - X(t)|, \quad (4)$$

$$X(t+1) = X_{\text{rand}} - AD. \quad (5)$$

其中: t 是当前迭代次数, X_{rand} 是当前种群中随机选

择的一个目标个体的位置向量, $\mathbf{X}(t)$ 和 $\mathbf{X}(t+1)$ 分别是当前鲸鱼个体在 $t, t+1$ 代的位置向量.

step 4: 当 $p < 0.5$ 且 $|\mathbf{A}| < 1$ 时, 执行鲸鱼算法中的收缩包围策略, 此策略是鲸鱼围捕猎物的过程, 此时把当前全局最优鲸鱼位置当作目标猎物的位置, 鲸鱼以当前全局最优鲸鱼的位置为基础进行位置更新, 对应于算法的局部搜索阶段, 此机制的数学模型为

$$\mathbf{D} = |\mathbf{C}\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}(t)|, \quad (6)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{A}\mathbf{D}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{X}_{best} 是当前全局最优鲸鱼个体的位置.

step 5: 当 $p \geq 0.5$ 时, 进行鲸鱼算法中的螺旋气泡网捕食策略, 首先由下式计算当前鲸鱼与当前全局最优鲸鱼之间的距离

$$\mathbf{D}' = |\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}(t)|, \quad (8)$$

然后在两者之间建立一个螺旋方程, 用来模拟座头鲸螺旋捕食的行为, 其数学模型为

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{D}'e^{bl} \cos(2\pi l) + \mathbf{X}_{\text{best}}. \quad (9)$$

其中: b 是用于定义对数螺旋形状的常数, 通常设置为 1; l 为 $[-1, 1]$ 之间的均匀分布随机数.

step 6: 判断是否符合结束条件, 若符合结束条件, 则输出当前全局最优解的位置及其适应度值; 若不符合结束条件, 则转回 step 2 进行下一轮迭代.

2 改进后的鲸鱼优化算法

2.1 在搜索觅食阶段引入轮盘赌选择机制

在基本鲸鱼算法中, 搜索觅食阶段是鲸鱼随机寻找食物的过程, 当前鲸鱼个体随机选取另一鲸鱼个体作为目标并向其位置靠拢. 在一轮迭代中, 完全随机地选取个体存在着劣解可能被多次重复选取的问题, 并且不能保证算法的收敛性. 在此引入轮盘赌机制, 轮盘赌选择法是一种基于比例的选择, 利用各个个体适应度占所有个体适应度之和的比例决定其被选中的可能性, 因此适应度更优的鲸鱼个体被选中的几率更大. 具体选择步骤如下.

1) 计算种群中每个个体的适应度值 f_i , 找出最大的适应度值 f_{max} 和最小的适应度值 f_{min} , 进行归一化处理得到第 i 个个体的新适应度值 fit_i .

2) 计算 N 个个体经过归一化处理后的适应度值的总和 sum_p .

3) 计算每个个体被选中的概率 $p_i = \text{fit}_i / \text{sum}_p$.

4) 计算个体的累积概率 $\text{cum}_p = \text{cumsum}(p_i)$.

5) 产生 $[0, 1]$ 之间均匀分布随机数 r , 与累积概率进行比较, 若 $\text{cum}_p - p_{i-1} < r < \text{cum}_p$, 则本次选择个

体 i 作为目标鲸鱼.

2.2 双种群交互演化机制

基本鲸鱼优化算法平衡全局搜索和局部搜索的能力有所不足, 虽然求解能力突出, 但有时不够稳定, 易陷入局部极值. 为了更好发挥鲸鱼算法的寻优机制, 提升优化性能, 本文采用双种群机制, 通过两种不同进化机制种群之间不断地信息交互, 从而有效地平衡和调节算法的全局搜索与局部搜索能力. 本文算法中包含种群 S1 和种群 S2, 采用混沌序列初始化替代原始算法的随机初始化方式. 混沌运动的优点在于对初值极度敏感, 可在一定范围内按照一定的自身规律, 不断地对所有的状态进行遍历. 因此, 本文用 Chebyshev 映射产生混沌序列对种群 S1 中个体的位置进行初始化, 用 Logistic 映射产生混沌序列对种群 S2 中个体的位置进行初始化.

种群 S1 采用上述引入轮盘赌选择机制的改进鲸鱼优化算法, 种群 S2 的进化机制则使用基本鲸鱼优化算法. 双种群进行交互演化的具体策略如下:

- 1) 分别产生两个规模都为 N 的种群 S1 和 S2.
- 2) 种群 S1 用 Chebyshev 映射初始化鲸鱼种群

$$X_{t+1} = \cos(a \arccos X_t). \quad (10)$$

其中: 取 $a = 4$, X_0 为 $[-1, 1]$ 上的随机数.

种群 S2 用 Logistic 映射初始化鲸鱼种群

$$X'_{t+1} = \mu X'_t (1 - X'_t). \quad (11)$$

其中: 取 $\mu = 4$, $X'_0 = 0.5$.

3) 种群 S1 依照改进后的鲸鱼算法进行迭代, 种群 S2 采用基本鲸鱼算法进行迭代.

4) 当两个种群经过以上不同演化机制和下述的二次差值策略最终更新完毕后, 将种群 S1 中适应度较差的 $N/3$ 个鲸鱼个体用 S2 中的随机个体进行比较替换, 若 S2 中的对应随机个体适应度值优于 S1 中要被替换的较差个体, 则替换成功; 否则保留原值无需替换.

5) 比较 S1 和 S2 中最优个体的适应度值, 如果 S2 中的最优个体更优, 则用该最优个体替换掉 S1 中的最优个体, 然后进入下次迭代, 两个种群继续进行新一轮的交互演化.

6) 迭代结束后输出 S1 中的最优个体.

2.3 加入二次插值策略

在基本 WOA 算法中, α 的值随着迭代次数的增加从 2 减少到 0, 使得算法迭代后期 $|\mathbf{A}|$ 的值小于 1, 随机搜索觅食行为将不再执行, 导致种群多样性有所不

足. 因此, 本文引入二次插值策略提高算法搜索的活跃性, 增强算法的开发能力.

二次插值的基本思想是在搜索区域中不断地用3个已知点去拟合一条二次曲线, 用二次曲线近似目标函数的形状, 并逐步用二次曲线的极值点来逼近目标函数的极值点.

假设有3个维度为 D 的已知点 $X_\alpha = (X_\alpha^1, X_\alpha^2, \dots, X_\alpha^D)$ 、 $X_\beta = (X_\beta^1, X_\beta^2, \dots, X_\beta^D)$ 和 $X_\gamma = (X_\gamma^1, X_\gamma^2, \dots, X_\gamma^D)$, 3个点的适应度值分别为 $f(X_\alpha)$ 、 $f(X_\beta)$ 和 $f(X_\gamma)$, 用这3个已知点拟合的二次曲线的极值点为 $\tilde{X} = (\tilde{X}^1, \tilde{X}^2, \dots, \tilde{X}^D)$, 则

$$\begin{aligned} \varphi &= \\ & [(X_\gamma^j)^2 - (X_\beta^j)^2]f(X_\alpha) + [(X_\alpha^j)^2 - (X_\gamma^j)^2]f(X_\beta) + \\ & [(X_\beta^j)^2 - (X_\alpha^j)^2]f(X_\gamma), \\ \phi &= 2[(X_\gamma^j - X_\beta^j)f(X_\alpha) + (X_\alpha^j - X_\gamma^j)f(X_\beta) + \\ & (X_\beta^j - X_\alpha^j)f(X_\gamma)], \\ \tilde{X}^j &= \frac{\varphi}{\phi}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 X_α^j 、 X_β^j 和 X_γ^j 分别表示已知点 X_α 、 X_β 和 X_γ 在第 j 维上的分量.

在双种群个体演化更新后、信息交互前, 将种群S1和种群S2合并后按照适应度值由好到坏进行排序, 得到种群规模为 $2N$ 的新种群ZP, 依次选择新种群ZP中相邻的3个个体 Z_i 、 Z_{i+1} 、 Z_{i+2} ($i = 1, 2, \dots, 2N - 2$)进行二次插值, 得到新个体 \tilde{X}_i , 对原个体 X_i 和 \tilde{X}_i 进行择优选择, 即

$$X_i = \begin{cases} X_i, & f(X_i) \leq f(\tilde{X}_i); \\ \tilde{X}_i, & f(X_i) > f(\tilde{X}_i). \end{cases} \quad (13)$$

当经过二次插值后得到的个体在最优解附近时, 二次插值增强了算法的寻优能力. 当经过二次插值后得到的个体远离最优解时, 二次插值增加了种群的多样性, 扩大了解的搜索范围. 因此, 对种群中的个体进行二次插值可以提高算法的收敛速度和寻优精度.

2.4 改进算法伪代码

算法1 DRQWOA算法.

初始化各参数 N , D , Max_iter , 适应度函数 $f(x)$.

用Chebyshev混沌初始化鲸鱼种群S1的位置 x_i , $i = 1, 2, \dots, N$, 用Logistic混沌初始化鲸鱼种群S2的位置 x'_i , $i = 1, 2, \dots, N$.

$t = 1$

while($t \leq \text{Max_iter}$)

 检查种群S1和种群S2的位置是否越界.

 计算种群S1和种群S2中各个个体的适应度值并依此求出每个种群的最优鲸鱼位置.

 对种群S1按适应度大小从小到大进行排序, 并计算种群S1中每个鲸鱼的累积概率.

 for $i = 1 : N$

 由式(1)~(3)更新系数向量 A 和 C 的值.

 if $p < 0.5$

 if $|A| \geq 1$

 由式(4)和(5)在种群S1中以轮盘赌机制选择一条鲸鱼位置作为基础解, 在种群S2中以随机鲸鱼位置为基础解, 各自进行随机游走觅食.

 else

 由式(6)和(7)在种群S1和种群S2中以各自当前最优解为基础解进行收缩包围猎物.

 end if

 else

 由式(8)和(9)在种群S1和种群S2中以各自种群的当前最优解为基础解各自进行螺旋捕食.

 end if

 end for

 计算S1和S2两个种群中个体的适应度值.

 将种群S1和种群S2合并后按照适应度值由好到坏进行排序, 得到新种群ZP.

 依次选择新种群ZP中相邻的3个个体由式(12)进行二次插值, 得到新个体 \tilde{X}_i .

 for $i = 1 : 2N - 2$

 if $i \leq N$ and $f(X_i) > f(\tilde{X}_i)$

$X_i = \tilde{X}_i$

 else if $i > N$ and $f(X'_{i-N}) > f(\tilde{X}_i)$

$X'_{i-N} = \tilde{X}_i$

 end if

 end for

 计算种群S1和种群S2中个体的适应度值并找出种群S1中最优个体 X_{best} 和种群S2中最优个体 X'_{best} .

 按个体适应度值对种群S1进行排序.

 for $i = N : \frac{2}{3}N$

 在种群S2中选择一个随机个体 X'_{rand} .

 if $f(X'_{\text{rand}}) < f(X_i)$

$X_i = X'_{\text{rand}}$

 end if

 end for

 if $f(X_{\text{best}}) > f(X'_{\text{best}})$

$X_{\text{best}} = X'_{\text{best}}$

end if
end while

输出S1中的最优个体作为最终结果.

2.5 改进算法的收敛性分析

DRQWOA是一种随机算法,可使用概率测度法对DRQWOA进行全局收敛性证明.根据全局收敛性准则及定理^[19],要证明算法为全局收敛性算法,则算法需要满足以下两个条件.

条件1 $f(D(z, \xi)) \leq f(z)$,并且如果 $\xi \in S$,则

$$f(D(z, \xi)) \leq f(\xi).$$

其中: f 为最小化问题的目标函数; D 为算法; z 为解空间 R^N 的子集 S 的一个点,能够使得函数的值最小化或在 S 上产生可接受的函数值的下确界; ξ 为在算法 D 迭代搜索中曾经搜索到的解.

条件2 对于 S 中的任意Borel子集 A ,若其概率测度 $V[A] > 0$,则有

$$\prod_{k=0}^{\infty} (1 - \mu_k(A)) = 0.$$

其中: $\mu_k(A) = P(x^k \in A | x^0, x^1, \dots, x^{k-1})$ 为算法 D 第 k 次迭代的结果在集合 A 上的概率测度.此假设的意义在于,对于 S 中任意满足 $V[A] > 0$ 的子集 A ,算法经过无穷多次迭代后,不可能错过解空间 S 的任意Borel子集 A ,即满足条件的算法连续无穷次搜索不到近似全局最优点的概率为0.

引理1(随机优化算法全局收敛定理)^[19] 若函数 f 可测,搜索空间 S 是 R^n 上的可测子集,随机优化算法满足条件1和条件2, $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ 为算法迭代过程中产生的数列,则有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P[x^k \in R] = 1.$$

其中: R 是全局最优点集合, $P[x^k \in R]$ 是算法第 k 代的结果落在 R 里的概率.

定理1 DRQWOA满足条件1.

证明 由第2节描述可知,轮盘赌机制不参与最优位置的更新,故可根据DRQWOA中的描述将 D 定义为

$$D(G_t, X_{i,t}) = \begin{cases} G_t, & f(g(X_{i,t})) \geq f(G_t); \\ g(X_{i,t}), & f(g(X_{i,t})) < f(G_t); \end{cases}$$

和

$$D(G_t, X_{i,t}) = \begin{cases} G_t, & f(h(X_{i,t})) \geq f(G_t); \\ h(X_{i,t}), & f(h(X_{i,t})) < f(G_t). \end{cases}$$

其中:函数 g 对应二次插值操作; $g(X_{i,t})$ 表示鲸鱼个

体 i 经过二次插值操作后的第 t 次更新后的位置;函数 h 对应双种群交互演化机制中的信息交流; $h(X_{i,t})$ 表示鲸鱼个体 i 经过信息交流后的第 t 次更新后的位置; G_t 为当前的全局最优解的位置.按照本文算法的上述定义,可知 G_t 所对应的适应度值是单调不增的,且逐渐向解空间的下确界收敛. □

定理2 DRQWOA满足条件2.

证明 为了满足条件2,种群大小为 N 的鲸鱼群的样本空间必须包含 S ,即

$$S \subseteq \bigcup_{i=1}^N M_{i,t},$$

其中 $M_{i,t}$ 为第 t 代个体 i 的样本空间的支撑集.

对于DRQWOA算法中的二次插值更新位置机制,有

$$\begin{aligned} \mu &= [(X_{\gamma,t})^2 - (X_{\beta,t})^2]f(X_{\alpha,t}) + [(X_{\alpha,t})^2 - (X_{\gamma,t})^2]f(X_{\beta,t}) + [(X_{\beta,t})^2 - (X_{\alpha,t})^2]f(X_{\gamma,t}), \\ \nu &= 2[X_{\gamma,t} - X_{\beta,t}]f(X_{\alpha,t}) + 2[X_{\alpha,t} - X_{\gamma,t}]f(X_{\beta,t}) + 2[X_{\beta,t} - X_{\alpha,t}]f(X_{\gamma,t}), \\ g(X_{i,t}) &= \frac{\mu}{\nu}. \end{aligned}$$

其中: $X_{i,t}, X_{\alpha,t}, X_{\beta,t}$ 和 $X_{\gamma,t}$ 分别为 R^N 第 t 代个体 i, α, β 和 γ 的样本空间, $g(X_{i,t})$ 为 R^N 中不同于 $X_{i,t}$ 的样本空间,可知当经过二次插值机制后,由 $X_{i,t}$ 到达 $g(X_{i,t})$ 的概率大于0,因此随着迭代次数的增加每个 $g(X_{i,t})$ 的闭包 $V[g(X_{i,t})]$ 和其并集 $\bigcup_{i=1}^N g(X_{i,t})$ 的闭包 $V[\bigcup_{i=1}^N g(X_{i,t})]$ 都在逐渐变大,故而存在一个整数 t_1 ,当 $t > t_1$ 时,有

$$S \subseteq \bigcup_{i=1}^N g(X_{i,t}).$$

对于DRQWOA算法中经过双种群交互演化机制的鲸鱼,设其支撑集的并集为 δ ,随着迭代次数的增加, $V[\delta]$ 也在逐渐变大.因此,对于DRQWOA算法,存在正整数 t' ,当 $t > t'$ 时,有

$$\delta \cup \left(\bigcup_{i=1}^N g(X_{i,t}) \right) \supseteq S.$$

令 S 的Borel子集 $D = \delta \cup \left(\bigcup_{i=1}^N g(X_{i,t}) \right)$,则有

$$\begin{aligned} V[D] > 0, \mu_i(D) &= \sum_{i=1}^N \mu_{i,t}(D) = 1, \text{即} \\ \prod_{t=0}^{\infty} (1 - \mu_t[D]) &= 0. \end{aligned}$$

由引理1可知, DRQWOA具有全局收敛性. \square

3 仿真实验

为了全面验证本文改进算法DRQWOA的整体性能,选取了具有挑战性的CEC2017测试函数集套件^[20],将DRQWOA算法与基本鲸鱼算法(WOA)^[6]、基于余弦控制因子和多项式变异的鲸鱼优化算法(CPWOA)^[13]、A whale optimization algorithm with chaos mechanism based on quasi-opposition (OBCWOA)^[14]、A-C parametric whale optimization algorithm(ACWOA)^[12]、樽海鞘算法(SSA)^[5]共6种性能优越的代表性算法进行多维度函数极值优化对比实验.

CEC2017测试函数分为4类,其中 $f_1(x) \sim f_3(x)$ 为多维单峰函数, $f_4(x) \sim f_{10}(x)$ 为多维多峰函数, $f_{11}(x) \sim f_{20}(x)$ 为混合函数, $f_{21}(x) \sim f_{30}(x)$ 为组合函数.这30个函数中都加入了旋转和偏移,改变了最优解的位置,使得函数变得更加复杂,更难求出全局最优解.

为了保证实验的客观性、公正性和可信性,各算法均采用相同的软、硬件平台,测试平台为Matlab R2018b,运行环境为Windows10操作系统.6种算法的种群规模、空间维度和最大迭代次数都保持一致,即 $N = 30, \dim = 10/50/100, N_{iter} = 1000$.在算法参数设置方面,5个鲸鱼类算法的对数螺旋形状常数 b 都设置为1,与基本鲸鱼算法相同;樽海鞘群算法无需另设参数.

3.1 寻优精度分析

本文对CEC2017测试集中30个函数都进行了测试和分析,因篇幅限制下面只讨论按序给出的单峰测试函数 $f_1(x)$,多峰测试函数 $f_4(x)$ 和 $f_5(x)$,混合测试函数 $f_{11}(x) \sim f_{13}(x)$,组合测试函数 $f_{27}(x) \sim f_{30}(x)$,其他函数的测试结果与之类似,不再一一赘述.

表1统计了6种算法分别在10维、50维和100维时,对于不同测试函数各自独立运行50次得到的最佳解、平均值和方差.由表1中6种算法在单峰函数 $f_1(x)$ 上的寻优结果可以看出,DRQWOA在3个维度下的平均值和方差都是6种算法中最好的,最佳解在50维条件下仅稍逊于SSA,但在10维和100维下均优于其他5种算法.

由多峰函数 $f_4(x)$ 、 $f_5(x)$ 上的寻优结果可以看出,DRQWOA在函数 $f_4(x)$ 和 $f_5(x)$ 上的平均值10维条件下与SSA相同且优于其他4种算法,在50维和100维条件下均为6种算法中最优. DRQWOA在函数 $f_4(x)$ 和 $f_5(x)$ 上的最佳解50维和100维条件下均为6

种算法中最优. DRQWOA的方差在函数 $f_4(x)$ 上,在50维和100维条件下均为6种算法中最优;对于函数 $f_5(x)$,在10维条件下为6种算法中最优.

由混合函数 $f_{11}(x) \sim f_{13}(x)$ 上的寻优结果可以看出,在3个维度下,DRQWOA的最佳解、平均值和方差在函数 $f_{11}(x) \sim f_{13}(x)$ 上均为6种算法中最优.

由组合函数 $f_{27}(x) \sim f_{30}(x)$ 上的寻优结果可以看出,DRQWOA的平均值在3个维度下的函数 $f_{27}(x)$ 和 $f_{30}(x)$ 上均为6种算法中最优;对于函数 $f_{28}(x)$ 和 $f_{29}(x)$,在50维和100维条件下均为6种算法中最优. DRQWOA的最佳解在3个维度下的函数 $f_{27}(x)$ 和 $f_{30}(x)$ 上均为6种算法中最优;对于函数 $f_{28}(x)$,在100维条件下均为6种算法中最优;对于函数 $f_{29}(x)$,在50维和100维条件下均为6种算法中最优. DRQWOA的方差在3个维度下的函数 $f_{27}(x)$ 、 $f_{28}(x)$ 和 $f_{30}(x)$ 上均为6种算法中最优;对于函数 $f_{29}(x)$,在50维和100维条件下为6种算法中最优.

以上仿真结果表明,在10维、50维和100维条件下,DRQWOA算法表现出较好的求解性能,在CEC复杂函数上的整体寻优结果明显优于其他5种代表性对比算法.

3.2 收敛曲线分析

一个算法的性能优劣,可以通过收敛曲线直观展示出来,收敛曲线显示了算法陷入局部极值的次数和收敛速度.

图1~图10列出了DRQWOA、WOA、CPWOA、OBCWOA、ACWOA、SSA共6种算法在100维情况下,对于上述 $f_1(x)$ 、 $f_4(x)$ 、 $f_5(x)$ 、 $f_{11}(x) \sim f_{13}(x)$ 和 $f_{27}(x) \sim f_{30}(x)$ 等10个函数的收敛曲线对比图. CEC2017中其他函数的收敛曲线对比结果与上述函数类似,不再冗赘列出.可以看出,在图1~图7、图9和图10中,DRQWOA的收敛速度在整个迭代过程中都快于其他5种算法,收敛精度也是这6种算法中最好的.在图8中,DRQWOA的收敛速度在迭代初期稍慢于ACWOA,快于其他4种算法,在20代之后超过了ACWOA,直至迭代结束始终快于其他5种算法,收敛精度也是这6种算法中最好的.由以上分析可知,DRQWOA的寻优精度和收敛速度明显优于其他5种算法,且收敛曲线较为光滑,高维求解稳定性更好.

综上所述,本文提出的DRQWOA算法不管是在低维还是在高维条件下都具有较好的进化寻优性能,其求解精度、收敛速度和稳定性均优于WOA、CPWOA、OBCWOA、ACWOA和SSA等代表性对比算法,有着比较明显的求解优势.

表1 性能比较

函数	算法	d = 10			d = 50			d = 100		
		最佳解	平均值	方差	最佳解	平均值	方差	最佳解	平均值	方差
$f_1(x)$	DRQWOA	1.00e+02	2.10e+03	6.98e+06	2.22e+02	4.67e+03	2.65e+07	3.80e+05	2.02e+06	3.56e+12
	WOA	4.40e+05	5.57e+06	3.29e+13	3.91e+09	8.46e+09	6.84e+18	4.72e+10	6.37e+10	5.85e+19
	CPWOA	7.25e+05	1.82e+07	7.46e+14	4.59e+09	8.97e+09	4.00e+18	5.22e+10	7.06e+10	6.01e+19
	OBCWOA	1.49e+07	1.32e+08	9.72e+15	2.15e+10	3.44e+10	4.54e+19	1.25e+11	1.50e+11	1.41e+20
	ACWOA	1.00e+08	7.51e+08	3.16e+17	2.11e+10	3.07e+10	2.87e+19	9.89e+10	1.24e+11	1.58e+20
	SSA	1.02e+02	2.94e+03	1.16e+07	1.01e+02	6.70e+03	5.11e+07	2.03e+07	6.79e+07	3.08e+15
$f_4(x)$	DRQWOA	4.00e+02	4.07e+02	2.18e+02	4.87e+02	6.21e+02	3.12e+03	7.94e+02	9.74e+02	8.56e+03
	WOA	4.02e+02	4.33e+02	1.47e+03	1.42e+03	2.56e+03	4.76e+05	7.42e+03	1.17e+04	5.07e+06
	CPWOA	4.04e+02	4.49e+02	2.76e+03	1.75e+03	2.99e+03	7.64e+05	9.82e+03	1.37e+04	6.20e+06
	OBCWOA	4.05e+02	4.83e+02	5.85e+03	4.79e+03	9.16e+03	4.37e+06	2.83e+04	3.70e+04	3.01e+07
	ACWOA	4.13e+02	4.64e+02	2.00e+03	3.50e+03	6.92e+03	4.10e+06	1.86e+04	2.65e+04	1.51e+07
	SSA	4.00e+02	4.07e+02	9.65e+01	5.28e+02	6.43e+02	3.91e+03	8.33e+02	1.03e+03	9.56e+03
$f_5(x)$	DRQWOA	5.09e+02	5.25e+02	7.22e+01	7.17e+02	8.38e+02	2.67e+03	1.17e+03	1.32e+03	6.54e+03
	WOA	5.19e+02	5.58e+02	4.36e+02	9.66e+02	1.09e+03	1.02e+04	1.66e+03	1.88e+03	1.62e+04
	CPWOA	5.23e+02	5.63e+02	3.74e+02	9.26e+02	1.05e+03	3.42e+03	1.68e+03	1.91e+03	1.65e+04
	OBCWOA	5.14e+02	5.62e+02	5.40e+02	1.01e+03	1.11e+03	2.06e+03	1.81e+03	1.97e+03	5.52e+03
	ACWOA	5.36e+02	5.66e+02	2.13e+02	1.02e+03	1.07e+03	1.20e+03	1.61e+03	1.85e+03	9.52e+03
	SSA	5.05e+02	5.25e+02	1.64e+02	7.46e+02	8.56e+02	4.04e+03	1.26e+03	1.40e+03	7.98e+03
$f_{11}(x)$	DRQWOA	1.10e+03	1.12e+03	1.25e+02	1.25e+03	1.36e+03	3.02e+03	2.65e+03	6.24e+03	1.03e+07
	WOA	1.11e+03	1.22e+03	8.93e+03	2.14e+03	5.02e+03	1.47e+06	1.02e+05	2.41e+05	9.74e+09
	CPWOA	1.13e+03	1.23e+03	7.57e+03	3.00e+03	5.10e+03	1.27e+06	1.54e+05	2.49e+05	6.14e+09
	OBCWOA	1.14e+03	1.29e+03	1.80e+04	4.98e+03	8.13e+03	3.14e+06	1.52e+05	2.87e+05	5.46e+09
	ACWOA	1.15e+03	1.22e+03	2.69e+03	5.99e+03	9.37e+03	3.35e+06	1.19e+05	1.61e+05	5.68e+08
	SSA	1.11e+03	1.17e+03	4.38e+03	1.45e+03	1.73e+03	2.86e+04	2.37e+04	5.44e+04	3.40e+08
$f_{12}(x)$	DRQWOA	3.30e+03	2.55e+04	5.11e+08	2.05e+06	1.16e+07	4.10e+13	9.91e+06	7.68e+07	3.04e+15
	WOA	1.02e+04	4.85e+06	2.16e+13	4.37e+08	1.81e+09	6.73e+17	7.62e+09	1.30e+10	1.29e+19
	CPWOA	2.17e+04	3.90e+06	2.59e+13	7.93e+08	1.75e+09	3.19e+17	8.43e+09	1.49e+10	1.74e+19
	OBCWOA	9.20e+04	5.71e+06	2.84e+13	3.23e+09	8.12e+09	1.15e+19	3.68e+10	5.48e+10	1.35e+20
	ACWOA	6.70e+05	7.35e+06	1.76e+13	4.15e+09	1.06e+10	1.54e+19	2.82e+10	4.62e+10	9.60e+19
	SSA	1.62e+04	2.28e+06	6.04e+12	1.91e+07	1.18e+08	5.26e+15	2.10e+08	6.97e+08	1.36e+17
$f_{13}(x)$	DRQWOA	1.31e+03	3.03e+03	8.78e+06	2.39e+03	9.32e+03	6.83e+07	6.24e+03	1.21e+04	4.16e+07
	WOA	2.31e+03	1.59e+04	1.22e+08	1.64e+07	1.63e+08	2.33e+16	2.79e+08	7.85e+08	3.25e+17
	CPWOA	1.84e+03	1.81e+04	2.34e+08	2.76e+07	1.41e+08	1.04e+16	2.96e+08	6.97e+08	7.14e+16
	OBCWOA	1.73e+03	1.59e+04	1.84e+08	2.01e+08	1.05e+09	3.88e+17	4.41e+09	7.03e+09	3.58e+18
	ACWOA	8.44e+03	1.36e+05	4.61e+10	6.75e+08	2.63e+09	1.83e+18	2.53e+09	6.15e+09	3.42e+18
	SSA	1.84e+03	1.79e+04	1.66e+08	3.47e+04	1.73e+05	1.41e+10	4.02e+04	1.34e+05	4.15e+10
$f_{27}(x)$	DRQWOA	3.08e+03	3.10e+03	1.60e+02	3.38e+03	3.61e+03	1.45e+04	3.55e+03	3.88e+03	3.45e+04
	WOA	3.10e+03	3.14e+03	1.48e+03	3.98e+03	4.67e+03	2.97e+05	4.59e+03	5.85e+03	8.09e+05
	CPWOA	3.10e+03	3.11e+03	6.22e+02	3.78e+03	4.54e+03	2.37e+05	4.44e+03	5.98e+03	8.91e+05
	OBCWOA	3.10e+03	3.13e+03	9.23e+02	3.71e+03	5.19e+03	7.05e+05	5.83e+03	8.12e+03	2.52e+06
	ACWOA	3.11e+03	3.17e+03	1.66e+03	4.64e+03	5.42e+03	2.35e+05	5.85e+03	7.43e+03	9.51e+05
	SSA	3.09e+03	3.11e+03	4.72e+02	3.43e+03	3.65e+03	1.66e+04	3.74e+03	4.06e+03	4.27e+04
$f_{28}(x)$	DRQWOA	3.10e+03	3.38e+03	9.72e+03	3.32e+03	3.37e+03	1.26e+03	3.57e+03	3.69e+03	5.11e+03
	WOA	3.17e+03	3.40e+03	1.60e+04	4.11e+03	5.21e+03	2.56e+05	9.20e+03	1.11e+04	9.09e+05
	CPWOA	3.15e+03	3.40e+03	3.57e+04	4.38e+03	5.35e+03	5.14e+05	1.02e+04	1.24e+04	1.37e+06
	OBCWOA	3.18e+03	3.45e+03	1.65e+04	6.24e+03	7.50e+03	3.32e+05	1.66e+04	1.96e+04	2.60e+06
	ACWOA	3.19e+03	3.54e+03	1.55e+04	4.77e+03	6.44e+03	2.94e+05	1.15e+04	1.27e+04	5.71e+05
	SSA	3.10e+03	3.27e+03	1.95e+04	3.28e+03	3.39e+03	3.46e+03	3.66e+03	4.08e+03	1.24e+05
$f_{29}(x)$	DRQWOA	3.16e+03	3.28e+03	8.44e+03	3.87e+03	4.79e+03	1.52e+05	6.58e+03	7.79e+03	3.80e+05
	WOA	3.18e+03	3.36e+03	1.13e+04	6.57e+03	8.74e+03	1.68e+06	1.36e+04	1.75e+04	6.42e+06
	CPWOA	3.24e+03	3.36e+03	9.63e+03	6.84e+03	8.89e+03	1.72e+06	1.34e+04	1.91e+04	1.12e+07
	OBCWOA	3.21e+03	3.36e+03	8.68e+03	7.14e+03	1.19e+04	6.50e+06	1.88e+04	2.76e+04	4.59e+07
	ACWOA	3.24e+03	3.36e+03	6.49e+03	7.12e+03	9.63e+03	5.73e+06	1.45e+04	2.12e+04	1.73e+07
	SSA	3.14e+03	3.22e+03	3.70e+03	4.52e+03	5.80e+03	4.90e+05	8.23e+03	1.02e+04	7.30e+05
$f_{30}(x)$	DRQWOA	3.88e+03	1.01e+05	1.12e+11	7.24e+05	1.28e+06	1.28e+11	6.89e+04	3.24e+05	4.03e+10
	WOA	1.33e+04	1.57e+06	2.89e+12	8.06e+07	2.45e+08	8.99e+15	4.36e+08	1.47e+09	4.69e+17
	CPWOA	9.22e+03	8.63e+05	1.03e+12	6.89e+07	2.74e+08	2.00e+16	6.32e+08	1.66e+09	4.00e+17
	OBCWOA	8.41e+03	1.19e+06	1.49e+12	1.19e+08	3.90e+08	1.79e+16	1.34e+09	5.38e+09	4.22e+18
	ACWOA	9.34e+04	5.59e+05	5.13e+11	2.73e+08	6.68e+08	6.42e+16	2.50e+09	6.89e+09	7.40e+18
	SSA	4.55e+03	3.95e+05	5.53e+11	4.01e+07	1.19e+08	1.27e+15	5.82e+07	2.16e+08	9.90e+15

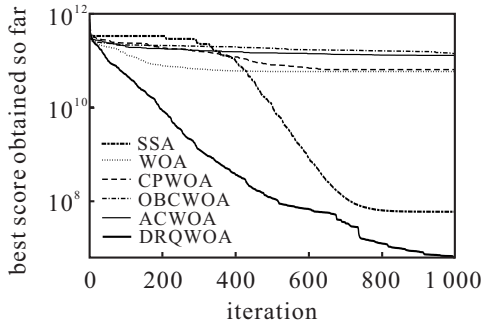


图1 $f_1(x)$ 函数的收敛曲线

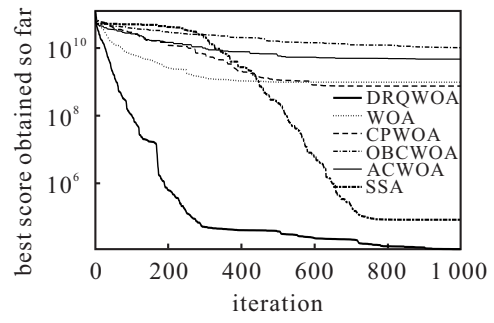


图6 $f_{13}(x)$ 函数的收敛曲线

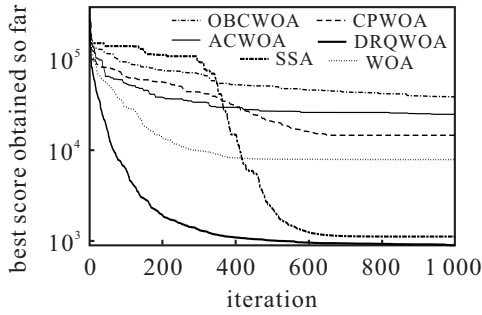


图2 $f_4(x)$ 函数的收敛曲线

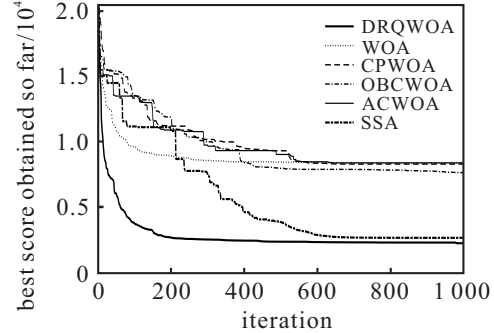


图7 $f_{27}(x)$ 函数的收敛曲线

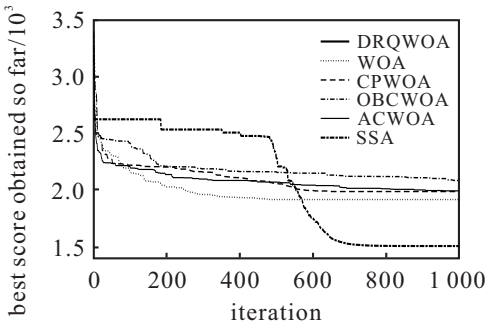


图3 $f_5(x)$ 函数的收敛曲线

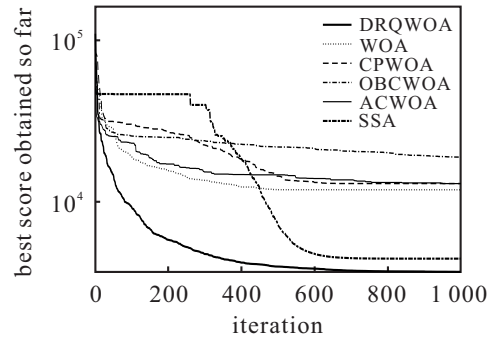


图8 $f_{28}(x)$ 函数的收敛曲线

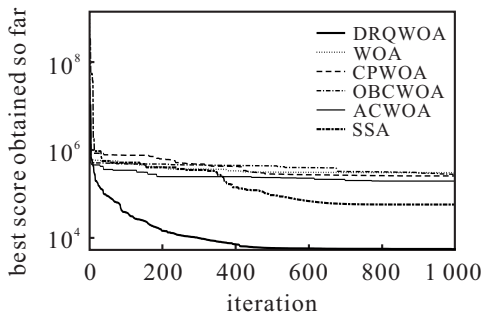


图4 $f_{11}(x)$ 函数的收敛曲线

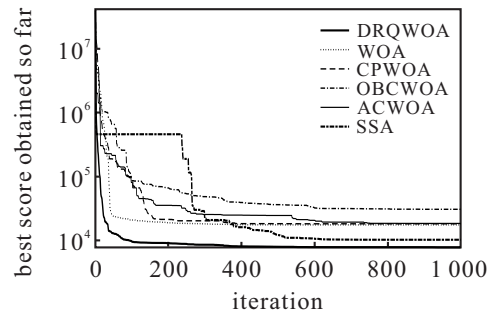


图9 $f_{29}(x)$ 函数的收敛曲线

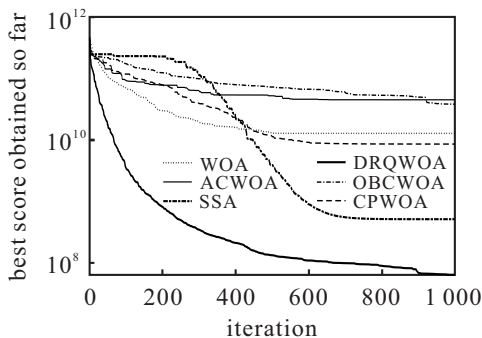


图5 $f_{12}(x)$ 函数的收敛曲线

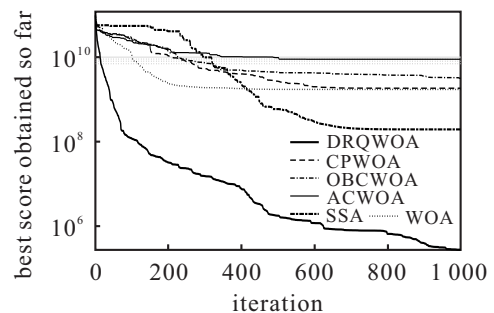


图10 $f_{30}(x)$ 函数的收敛曲线

4 结论

本文针对鲸鱼优化算法求解稳定性不高、易陷入局部极值等不足进行改进,提出了一种引入轮盘赌选择机制和二次插值策略的双种群交互演化鲸鱼算法,有效避免了劣质解被多次选取的问题,更好平衡和调节了算法的全局搜索与局部搜索能力,提高了算法的收敛性能和寻优精度,理论分析证明DRQWOA具有收敛性.实验结果表明DRQWOA在求解函数优化问题时的优势非常明显,不仅提高了算法的收敛精度和收敛速度,而且还增强了算法在高维条件下的稳定性.随着对鲸鱼算法的研究和应用更加深入,将本文改进算法进一步完善,更合理地应用于一些工程问题中,进而得到更好的求解性能是下一步研究的方向和重点.

参考文献(References)

- [1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. Proceedings of International Conference on Neural Networks. Perth, 1995: 1942-1948.
- [2] Yang X S. Bat algorithm for multi-objective optimisation[EB/OL]. 2012, arXiv: 1203.6571.
- [3] Yang X S. Flower pollination algorithm for global optimization[C]. International Conference on Unconventional Computation and Natural Computation. Berlin, 2012: 240-249.
- [4] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46-61.
- [5] Mirjalili S, Gandomi A H, Mirjalili S Z, et al. Salp swarm algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems[J]. Advances in Engineering Software, 2017, 114(6): 163-191.
- [6] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95(5): 51-67.
- [7] Zhao X L, Chen G G, Qin Q L. Research on novel whale algorithm for multi-objective optimal power flow problem[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1754(1): 012192.
- [8] Liu Y W, Feng H, Li H Y, et al. An improved whale algorithm for support vector machine prediction of photovoltaic power generation[J]. Symmetry, 2021, 13(2): 212.
- [9] MS S, PM J P, Alappatt V. Profit maximization based task scheduling in hybrid clouds using whale optimization technique[J]. Information Security Journal: A Global Perspective, 2020, 29(4): 155-168.
- [10] Prakash D B, Lakshminarayana C. Optimal siting of capacitors in radial distribution network using whale optimization algorithm[J]. Alexandria Engineering Journal, 2017, 56(4): 499-509.
- [11] Oliva D, Abd El Aziz M, Ella Hassanien A. Parameter estimation of photovoltaic cells using an improved chaotic whale optimization algorithm[J]. Applied Energy, 2017, 200: 141-154.
- [12] Elhosseini M A, Haikal A Y, Badawy M, et al. Biped robot stability based on an A-C parametric whale optimization algorithm[J]. Journal of Computational Science, 2019, 31: 17-32.
- [13] 黄清宝, 李俊兴, 宋春宁, 等. 基于余弦控制因子和多项式变异的鲸鱼优化算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(3): 559-568.
(Huang Q B, Li J X, Song C N, et al. Whale optimization algorithm based on cosine control factor and polynomial mutation[J]. Control and Decision, 2020, 35(3): 559-568.)
- [14] Chen H, Li W D, Yang X. A whale optimization algorithm with chaos mechanism based on quasi-opposition for global optimization problems[J]. Expert Systems with Applications, 2020, 158: 113612.
- [15] Hemasian-Etefagh F, Safi-Esfahani F. Group-based whale optimization algorithm[J]. Soft Computing, 2020, 24(5): 3647-3673.
- [16] Guo W Y, Liu T, Dai F, et al. Skewed normal cloud modified whale optimization algorithm for degree reduction of S- curves[J]. Applied Intelligence, 2021, 51(11): 8377-8398.
- [17] Chen H L, Xu Y T, Wang M J, et al. A balanced whale optimization algorithm for constrained engineering design problems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 71: 45-59.
- [18] Ning G Y, Cao D Q. Improved whale optimization algorithm for solving constrained optimization problems[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2021, 2021: 1-13.
- [19] Solis F J, Wets R J B. Minimization by random search techniques[J]. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 19-30.
- [20] Wu G, Mallipeddi R, Suganthan P N. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2017 competition on constrained real-parameter optimization[R]. San Sebastian: IEEE, 2017: 1-16.

作者简介

刘景森(1968—),男,教授,博士,从事智能算法、优化控制等研究, E-mail: ljs@henu.edu.cn;

郑智远(1995—),男,硕士生,从事智能算法的研究, E-mail: zzyhenu@163.com;

李煜(1969—),女,教授,博士,从事智能算法、电子商务等研究, E-mail: leey@henu.edu.cn.

(责任编辑:孙艺红)