

# 基于辅助输入信号和冗余执行器的主动故障诊断

吕雪燕<sup>1</sup>, 王晶<sup>2†</sup>, 周靖林<sup>1</sup>

(1. 北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029; 2. 北方工业大学 电气与控制工程学院, 北京 100144)

**摘要:** 针对具有模型不确定项的系统, 提出一种辅助信号结合冗余执行器的主动故障检测方法来检测微小故障. 首先, 以提升故障灵敏度和抗干扰鲁棒性为指标, 构建最优观测器得到残差信号; 其次, 引入辅助输入信号来增大故障系统的残差, 同时构建冗余执行器来避免辅助输入信号对无故障系统的影响; 然后, 给出随模型不确定项变化的自适应阈值构建方法降低故障检测的保守性. 所提出的主动故障检测方法对无故障系统不造成影响, 当故障发生时残差迅速变化且高于阈值以实现快速检测. 最后通过仿真对比验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 微小故障; 辅助输入信号; 主动故障检测; 冗余执行器; 自适应阈值; 互质分解

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0354

引用格式: 吕雪燕, 王晶, 周靖林. 基于辅助输入信号和冗余执行器的主动故障诊断[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 93-102.

## Active fault diagnosis based on auxiliary signals and redundant actuators

LV Xue-yan<sup>1</sup>, WANG Jing<sup>2†</sup>, ZHOU Jing-lin<sup>1</sup>

(1. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;

2. College of Electrical and Control Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

**Abstract:** For the system with model uncertainty, an active fault detection method based on auxiliary signals and redundant actuators is proposed to detect micro faults. Firstly, the optimal observer is constructed to obtain the residual signal by improving the fault sensitivity and anti-interference robustness. Then, an auxiliary input signal is introduced to increase the residual error of the fault system. At the same time, a redundant actuator is constructed to avoid the influence of the auxiliary input signal on the fault free system. In addition, an adaptive threshold construction method is proposed to reduce the conservatism of fault detection. When the fault occurs, the residual changes rapidly and is higher than the threshold value to achieve fast detection. Finally, the simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** micro fault; auxiliary signal; active fault diagnosis; redundant actuator; adaptive threshold; coprime factorization

## 0 引言

故障诊断是现代工业过程的一个重要问题, 某些故障对系统监控变量的幅值或特征影响较小, 不易检测, 此类故障通常被称为微小故障. 微小故障可能发展成为影响工业生产的重大故障, 对其快速、准确地诊断具有重要意义. 目前故障诊断主要有两种方法: 主动故障诊断和被动故障诊断<sup>[1]</sup>.

在被动故障诊断框架下, 诊断人员观察系统的输入和输出, 并判别是否发生故障<sup>[2]</sup>. 被动故障诊断常见的研究方法主要有基于模型的状态估计和参数估计<sup>[3-7]</sup>. 基于被诊断系统的数学模型构造不同类型的观测器, 并基于观测器计算得到的输出误差或者残差

进行分析, 判断故障的发生. 微小故障多隐藏在正常操作中, 被动框架仅利用系统输入输出数据, 限制了对微小故障的检测能力<sup>[3-4]</sup>. 主动故障诊断设计一辅助信号, 周期性地或在关键时刻激励系统来增强故障特征, 从而提高故障检测能力, 因此主动故障诊断方式更有利于微小故障的检测<sup>[8]</sup>. 1988年 Zhang 等<sup>[9]</sup>首次提出“主动”故障诊断框架, 是否有辅助信号输入至系统中是主动故障诊断和被动故障诊断的主要区别.

近几十年来, 基于辅助信号的主动故障诊断已经有大量研究. 文献[10]提出一种基于多胞形不变集的主动故障诊断方法, 在线设计辅助输入序列来增

收稿日期: 2021-03-02; 录用日期: 2021-09-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973023); 北京市自然科学基金项目(4202052).

†通讯作者. E-mail: jwang@ncut.edu.cn.

大无故障和故障的多胞形的分离趋势. 文献[11]提出两层优化框架下的渐近主动故障诊断方法,通过两层优化方法得到最优辅助输入来增大无故障和故障多胞形分离趋势. 这两种方法<sup>[10-11]</sup>需要足够长的时间才能实现多胞形完全分离,存在不能及时检测出故障的可能. 文献[12]提出了一种基于椭球体集合的主动故障诊断方法,在线设计最优辅助输入信号并结合移动窗技术实现无故障和故障椭球体的分离. 文献[13]针对模型不确定项的系统在线设计一个最优辅助信号来分离无故障和故障多胞形,引入全对称卡尔曼滤波器来降低对多胞形估计的保守性. 文献[14]设计最优辅助信号,在分离正常和故障系统集合的同时最小化辅助信号对系统的影响. 这些基于分离集合的方法<sup>[10-14]</sup>具有一定的保守性. 文献[15]在闭环系统框架下进行主动故障诊断,基于二次优化目标得到一个正弦形式的最优辅助信号. 文献[16]以辅助输入对故障系统残差影响最大化以及对无故障系统输出影响最小化为目标,设计最优正弦信号进行主动故障诊断. 仅采用有限正弦辅助信号进行激励的主动故障诊断方式可能不能实现很好的故障诊断效果. 文献[17-18]提出将正弦辅助信号与统计检测相结合的方法进行主动故障诊断,只有当故障的先验知识已知才能实现有效的故障检测.

目前,设计辅助输入方式很多,辅助信号的种类也多种多样. 常规的设计方法是在每一时刻优化目标函数得到每一时刻需要的辅助信号,对于长时间运行的系统,这种方法具有一定局限性. 本文简化了辅助输入信号的设计思想,采用固定的单位阶跃信号作为辅助信号,但仅采用阶跃信号不能实现有效的故障诊断,因此提出了结合辅助信号分配器和冗余执行器来实现有效的主动故障诊断.

本文主要贡献如下: 1) 设计基于互质分解的最优残差生成器,最大化残差对故障的敏感度,同时提高检测系统对干扰的鲁棒性; 2) 采用单位阶跃信号为辅助输入,设计辅助信号分配器与冗余执行器相结合的主动故障诊断架构,保证无故障系统不受辅助信号的影响,而对于故障系统,辅助信号的引入增大了残差,提高了故障检测能力; 3) 设计随模型不确定项变化的自适应阈值来降低错误报警率.

**注1**  $R^m, R^p, R^n, R^{nc}$  分别代表  $m$  维,  $p$  维,  $n$  维,  $nc$  维欧氏空间;  $\text{diag}\{\cdot\}$  为相应的对角矩阵;  $RH_\infty$  表示稳定传递函数矩阵集合;  $\max(\cdot), \min(\cdot)$  分别表示最大值和最小值;  $\|\cdot\|_{\text{rms}}$  表示均方根值,  $\|\cdot\|_\infty$  表示  $H_\infty$  范数,  $\|\cdot\|_-$  表示  $H_-$  指标;  $\bar{\sigma}(\cdot), \underline{\sigma}(\cdot)$  分别为最

大奇异值和最小奇异值;  $L^{-1}$  表示拉普拉斯逆变换.

## 1 系统及问题描述

### 1.1 系统描述

考虑如下存在模型不确定项和执行器故障的被控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta_A)x(t) + B_f u_c(t) + B_f d(t), \\ y(t) = (C + \Delta_C)x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $u_c \in R^m, y \in R^p, x \in R^n, d \in R^m$  分别是控制输入、测量输出、状态和外部输入干扰向量;  $B_f = B_1(I + \theta), \theta = \text{diag}\{\theta_1, \dots, \theta_m\}$  为参数故障权重矩阵,  $\theta = 0$  时,无故障发生;  $A, B_f, B_1, C$  分别为相应维数的系统矩阵;  $\Delta_A$  和  $\Delta_C$  为模型不确定项参数,  $\Delta_A = 0, \Delta_C = 0$  时,称为标称系统.

### 1.2 微小故障描述

微小故障幅值较小,故障特征弱,在系统存在干扰和不确定项的情况下,发生微小故障系统的残差很难超过基于扰动边界的阈值. 为了准确地实现微小故障检测,首先从定量角度给出微小故障的定义,给出与故障和扰动有关的标量来衡量微小故障大小. 具体如下:

$$\gamma = \inf_{d \neq 0} \frac{\|(B_f - B_1)u_c\|_{\text{rms}}}{\|B_f d\|_{\text{rms}}}. \quad (2)$$

其中:  $\gamma$  为故障标量,  $\underline{\gamma}$  和  $\bar{\gamma}$  分别为微小故障标量的最小值和最大值. 对于故障系统,存在  $\underline{\gamma}$  和  $\bar{\gamma}$  使得:

- 1) 可忽略故障,  $0 \leq \gamma < \underline{\gamma}$ ;
- 2) 微小故障,  $\underline{\gamma} \leq \gamma \leq \bar{\gamma}$ ;
- 3) 大故障,  $\bar{\gamma} < \gamma \leq +\infty$ .

本文研究  $\underline{\gamma} \leq \gamma \leq \bar{\gamma}$  范围内的故障检测问题.

### 1.3 基于残差生成器的闭环故障检测

标称被控对象  $G_{yu}$  和基于观测器增益的稳定控制器  $K$  可以用互质分解形式给出<sup>[19]</sup>,即

$$\begin{cases} G_{yu} = NM^{-1} = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \\ K = UV^{-1} = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}. \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $N, M, \tilde{N}, \tilde{M}, U, V, \tilde{U}, \tilde{V} \in RH_\infty$ , 且满足

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & U \\ N & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V} & -\tilde{U} \\ -\tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{V} & -\tilde{U} \\ -\tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & U \\ N & V \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$M = \begin{bmatrix} A_F & B_1 \\ F & I \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} A_F & B_1 \\ C_F & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} A_L & -L \\ C & I \end{bmatrix}, \tilde{N} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C & 0 \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} A_F & L \\ C_F & I \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} A_F & -L \\ F & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{V} = \begin{bmatrix} A_L & -B_L \\ F & I \end{bmatrix}, \tilde{U} = \begin{bmatrix} A_L & -L \\ F & 0 \end{bmatrix}.$$

$A_F = A + B_1F$  和  $A_L = A - LC$  是赫尔维茨矩阵,  $B_L = B_1, C_F = C$ .

构建基于互质分解残差生成器的闭环故障检测系统,如图1所示.

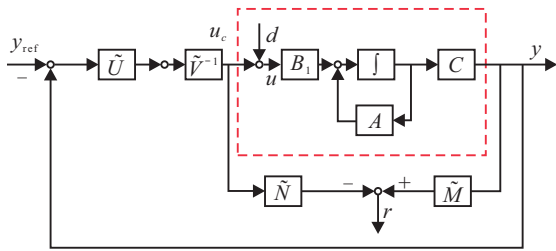


图1 基于残差生成器的闭环故障检测

模型确定的无故障系统输出和残差分别为

$$y_0 = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}u, \quad (5)$$

$$r_0 = \tilde{M}y_0 - \tilde{N}u_c = \tilde{N}d. \quad (6)$$

当无故障系统存在模型不确定项时,输出和残差分别为

$$y_{\Delta 0} = (\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}})u, \quad (7)$$

$$r_{\Delta 0} = (\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}})d + \Delta_{\tilde{N}}u_c - \Delta_{\tilde{M}}y. \quad (8)$$

若存在模型不确定项的系统发生故障时,其输出和残差分别为

$$y_{\Delta f} = (\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N}_f + \Delta_{\tilde{N}})u, \quad (9)$$

$$r_{\Delta f} = \tilde{N}_f d + (\tilde{N}_f - \tilde{N})u_c + \Delta_{\tilde{N}}(u_c + d) - \Delta_{\tilde{M}}y. \quad (10)$$

在模型确定的情况下式(10)退化为<sup>[20]</sup>

$$r_f = \tilde{N}_f d + (\tilde{N}_f - \tilde{N})u_c. \quad (11)$$

其中:  $\tilde{N}_f = \tilde{N}(I + \theta)$ ,  $\Delta_{\tilde{M}}$  和  $\Delta_{\tilde{N}}$  分别为被控对象互

质分解因子的不确定项.

实际系统通常会存在干扰和模型不确定项. 基于扰动边界的阈值法很难检测出与干扰差别不大的微小故障发生. 为了提高对微小故障的检测能力, 本文引入辅助信号进行主动故障检测. 如何使辅助信号对闭环系统影响最小化, 同时实现较好的故障检测是主动故障检测设计的重要课题. 为此, 本文提出一种辅助信号结合冗余执行器进行主动故障检测的新策略. 这种新策略包含基于观测器的残差生成器、冗余执行器、辅助信号分配器和自适应阈值4部分的设计. 首先基于  $H_{\infty}$ - $H_2$  准则函数得到最优的残差生成器, 然后在单位阶跃辅助输入信号作用下, 结合冗余执行器和辅助信号分配器来实现辅助信号对无故障闭环系统影响的最小化以及对故障闭环系统影响的最大化. 最后采用自适应阈值来降低错误报警率.

## 2 基于辅助信号和冗余执行器的主动故障检测

### 2.1 整体设计思想

如1.3节所述, 基于有限范围内的最优观测器增益可以得到控制器的互质分解表达和最优的残差生成器. 由于微小故障幅值或特征较小, 基于最优观测器生成的残差仍然较小, 难以判别微小故障发生. 因此, 本文引入辅助信号来增大故障时的残差信号. 然而, 无论基于何种方法设计的辅助信号都会不可避免地对系统性能造成一定影响. 针对这一局限性, 本文加入冗余执行器的设计思想, 为了与冗余执行器相匹配, 辅助信号不能直接引入系统中, 需要设计一个最优辅助信号分配器将辅助信号引入系统中. 基于冗余执行器和辅助信号分配器协作的主动故障检测方式更有利于微小故障的检测.

图2给出了基于辅助输入信号与冗余执行器的微小故障检测整体结构. 辅助信号  $\eta$  用来增大故障系

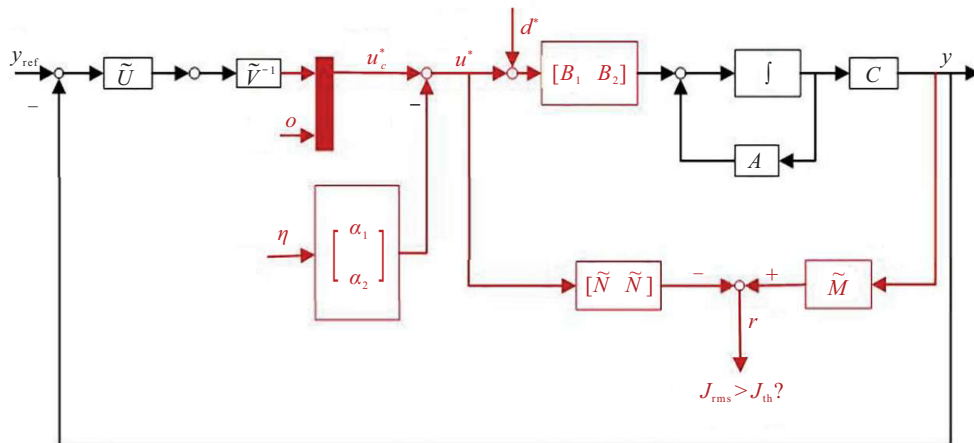


图2 基于辅助输入信号与冗余执行器的微小故障检测

统的残差;冗余控制输入矩阵  $B_2$  使得辅助信号对无故障系统不造成影响;与冗余执行器匹配的辅助信号分配器将辅助信号引入故障系统中;最后利用互质分解技术建立基于观测器的残差生成器,得到用于故障检测的残差信号  $r$ .

## 2.2 最优观测器增益设计

本文的故障检测系统由基于观测器的残差生成器、残差评价函数和阈值决策逻辑单元组成. 首先设计一个最优观测器,最大化残差对系统故障的灵敏度,同时尽可能提高系统对干扰的鲁棒性. 目标函数为

$$J_1 = \min_L \frac{c_1 \|P_{rd}(0)\|_\infty}{(1 - c_1) \|P_{ru}(\theta)\|_-}, \quad c_1 \text{ 为权重};$$

$$\text{s.t. } (A - LC) \text{ 是渐近稳定的.} \quad (12)$$

其中:  $P_{rd}$  为干扰到残差的闭环传递函数,  $\|P_{rd}(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \phi} \bar{\sigma}(P_{rd}(j\omega))$  为  $H_\infty$  范数;  $P_{ru}$  为控制输入到残差的闭环传递函数, 而  $\|P_{ru}(s)\|_- = \inf_{\omega \in \phi} \underline{\sigma}(P_{ru}(j\omega))$  为传递函数矩阵  $P_{ru}(j\omega)$  的最小增益, 即  $H_-$  指标<sup>[21]</sup>;  $\phi$  表示频率范围.

考虑到模型不确定项大小未知,难以直接应用,本文基于标称系统设计最优观测器增益,目标函数修改为

$$J_1 = \min_L \frac{c_1 \|\tilde{N}\|_\infty}{(1 - c_1) \|\tilde{N}_f - \tilde{N}\|_-};$$

$$\text{s.t. } (A - LC) \text{ 是渐近稳定的.} \quad (13)$$

在选定的频率范围和权重下,求解目标函数  $J_1$  获得较理想的观测器增益  $L$  以及基于观测器的控制器和残差生成器. 最优观测器是基于标称系统设计的,难以高质量地保障存在模型不确定项系统的故障检测. 为此,引入辅助信号并结合辅助信号分配器和冗余执行器来提高故障检测能力.

## 2.3 辅助信号和辅助信号分配器设计

图2给出了主动故障检测系统架构,引入冗余执行器,对应冗余控制输入矩阵为  $B_2$ . 此时被控对象的输入矩阵增广为  $B_f^* = [B_f \ B_2]$ , 其中  $B_f$  和  $B_2$  均为  $n \times m$  维. 若  $\theta = 0$ , 则被控对象的输入矩阵为  $B^* = [B_1 \ B_2]$ , 对应的控制变量和干扰分别增广为  $u_c^* = \begin{bmatrix} u_c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$ ,  $d^* = \begin{bmatrix} d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$  是一个  $m \times 1$  的矩阵向量. 对应的增广系统的状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta_A)x(t) + [B_f \ B_2]u_c^* + [B_f \ B_2]d^*(t), \\ y(t) = (C + \Delta_C)x(t). \end{cases} \quad (14)$$

为简化设计,辅助信号  $\eta$  采用在所有频率范围具有相同权重的单位阶跃信号,利用设计的辅助分配器将单位阶跃信号引入系统中. 当没有执行器故障时,总控制信号  $u^*$  中由辅助信号通过辅助信号分配器引入的信号被抵消,即  $B^*\alpha = 0$ ; 当执行器故障发生时,由辅助信号通过辅助信号分配器引入的信号增大了系统残差变化. 为此,设计辅助信号分配器  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2]^T$ , 且满足  $\alpha_1 = -\alpha_2$ , 均为  $m \times 1$  维的滤波器. 设计合理的滤波器可以得到任何需要的信号.

引入辅助信号分配器后,被控对象输入为  $u^* = \begin{bmatrix} u_c - \alpha_1 \eta \\ -\alpha_2 \eta \end{bmatrix}$ . 此时增广系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta_A)x(t) + [B_f \ B_2]u^* + [B_f \ B_2]d^*(t), \\ y(t) = (C + \Delta_C)x(t). \end{cases} \quad (15)$$

对应的残差生成器为

$$r = \tilde{M}y - (\tilde{N}\tilde{N})u^*. \quad (16)$$

为了最大化辅助信号分配器输出信号对残差生成的影响,同时保证残差响应的快速性,提出最优辅助信号分配器设计的目标函数为

$$J_2 = \max \|L^{-1}(P_{r\eta}(\theta)\eta)\|_{\text{rms}};$$

$$\text{s.t. } \left| \frac{\text{Im}(\lambda_{\min})}{\text{Re}(\lambda_{\min})} \right| - 1 < 0, \quad \lambda_{\min} = \min(\lambda(P_{r\eta}(\theta))). \quad (17)$$

其中:  $P_{r\eta}$  为辅助输入到残差之间的传递函数,  $\lambda(P_{r\eta})$  为传递函数  $P_{r\eta}$  的极点,  $\lambda_{\min}$  为最小极点,  $\text{Re}(\lambda)$  和  $\text{Im}(\lambda)$  分别对应为实部和虚部.

代入具体的  $P_{r\eta}(\theta)$  和  $\eta$ ,  $J_2$  指标改写为

$$J_2 = \max \|L^{-1}((\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta))\|_{\text{rms}};$$

$$\text{s.t. } \left| \frac{\text{Im}(\lambda_{\min})}{\text{Re}(\lambda_{\min})} \right| - 1 < 0,$$

$$\lambda_{\min} = \min(\lambda((\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1))). \quad (18)$$

**定理1** 对于给定系统(1)和稳定控制器,当冗余执行器对应输入矩阵分量  $B_2$  与标称系统输入矩阵  $B_1$  相同时,通过辅助信号分配器引入系统的辅助信号不会对正常系统的输出和残差造成影响;而对故障系统而言,辅助输入信号会使得对应输出和残差发生改变,且残差变化更加明显,有利于微小故障检测.

**证明** 在冗余执行器  $B_2 = B_1$ , 辅助信号分配器分量  $\alpha_2 = -\alpha_1$  条件下,分别给出无故障系统和故障系统的输出与残差分量.

1) 无故障系统的输出与残差分析.

① 针对确定模型,有

$$\begin{aligned}
y_0 &= \\
C(sI - A)^{-1}[B_1(-\alpha_1\eta + u_c + d) + B_2(-\alpha_2\eta)] &= \\
C(sI - A)^{-1}B_1(u_c + d) &= \\
\tilde{M}^{-1}\tilde{N}(u_c + d), & \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_0 &= \tilde{M}y_0 - (\tilde{N}\tilde{N}) \begin{bmatrix} -\alpha_1\eta + u_c \\ -\alpha_2\eta \end{bmatrix} = \\
\tilde{M}\tilde{M}^{-1}\tilde{N}(u_c + d) - \tilde{N}(u_c - \alpha_1\eta - \alpha_2\eta) &= \tilde{N}d. & \quad (20)
\end{aligned}$$

② 针对不确定模型,有

$$\begin{aligned}
y_{\Delta 0} &= (C + \Delta_C)(sI - (A + \Delta_A))^{-1}[B_1(-\alpha_1\eta + \\
&u_c + d) + B_2(-\alpha_2\eta)] = \\
(C + \Delta_C)(sI - (A + \Delta_A))^{-1}B_1(u_c + d) &= \\
(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}})(u_c + d), & \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{\Delta 0} &= \tilde{M}y_{\Delta 0} - (\tilde{N}\tilde{N}) \begin{bmatrix} -\alpha_1\eta + u_c \\ -\alpha_2\eta \end{bmatrix} = \\
\tilde{M}(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}})(u_c + d) - & \\
\tilde{N}(u_c - \alpha_1\eta - \alpha_2\eta) &= \\
(\tilde{N} + \Delta_{\tilde{N}})d + \Delta_{\tilde{N}}u_c - \Delta_{\tilde{M}}y. & \quad (22)
\end{aligned}$$

在图2所示的主动故障检测系统下获得的无故障系统残差(20)与图1标准检测系统下的无辅助信号残差(6)完全相同,没有辅助信号的作用;对于存在模型不确定项的无故障系统,主动故障检测系统下的残差(22)与标准检测系统的残差(8)相同,没有辅助信号的作用.可以看出,借助辅助信号分配器引入到系统中的主动激励辅助信号 $\eta$ 不会对正常系统的输出和残差造成影响.

2) 有故障发生时系统的输出与残差分析.

① 针对确定模型,有

$$\begin{aligned}
y_f &= \\
C(sI - A)^{-1}[B_f(-\alpha_1\eta + u_c + d) + B_2(-\alpha_2\eta)] &= \\
C(sI - A)^{-1}[(B_f - B_1)(-\alpha_1\eta) + B_f(u_c + d)] &= \\
\tilde{M}^{-1}(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta) + \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_f(u_c + d), & \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_f &= \tilde{M}y_f - (\tilde{N}\tilde{N}) \begin{bmatrix} -\alpha_1\eta + u_c \\ -\alpha_2\eta \end{bmatrix} = \\
\tilde{M}(\tilde{M}^{-1}(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta) + \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_f(u_c + d)) - & \\
\tilde{N}(u_c - \alpha_1\eta - \alpha_2\eta) &= \\
(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta + u_c) + \tilde{N}_fd. & \quad (24)
\end{aligned}$$

② 针对不确定模型,有

$$y_{\Delta f} = (C + \Delta_C)(sI - (A + \Delta_A))^{-1}[B_f(-\alpha_1\eta +$$

$$\begin{aligned}
&u_c + d) + B_2(-\alpha_2\eta)] = \\
(C + \Delta_C)(sI - (A + \Delta_A))^{-1}[(B_f - & \\
B_1)(-\alpha_1\eta) + B_f(u_c + d)] = & \\
(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta) + & \\
(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N}_f + \Delta_{\tilde{N}})(u_c + d), & \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{\Delta f} &= \\
\tilde{M}y_{\Delta f} - (\tilde{N}\tilde{N}) \begin{bmatrix} -\alpha_1\eta + u_c \\ -\alpha_2\eta \end{bmatrix} &= \\
(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})((\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta) + & \\
(\tilde{M} + \Delta_{\tilde{M}})^{-1}(\tilde{N}_f + \Delta_{\tilde{N}})(u_c + d)) - \Delta_{\tilde{M}}y - \tilde{N}u_c &= \\
(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta + u_c) + \tilde{N}_fd + \Delta_{\tilde{N}}(u_c + d) - \Delta_{\tilde{M}}y. & \quad (26)
\end{aligned}$$

模型确定的系统在故障发生情况下的残差变量(24)与无辅助输入下的标准残差(11)相比增加了辅助输入信号激励 $(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta)$ ;存在模型不确定项系统发生故障时的残差(26)与无辅助输入信号的残差(10)相比,增加了辅助输入信号激励项 $(\tilde{N}_f - \tilde{N})(-\alpha_1\eta)$ .因此可以看出,在故障情况下通过设计合理的辅助信号可以使得残差变化更加明显,有利于微小故障检测.  $\square$

## 2.4 残差评价和自适应阈值设计

为了区分故障与未知输入(过程干扰和模型不确定项)对残差的影响,本文提出一种基于移动时间窗 $T$ 的残差均方根指标,即

$$J_{\text{rms}} = \|r\|_{\text{rms}} = \left( \frac{1}{T} \int_t^{t+T} r^T(\tau)r(\tau)d\tau \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

残差指标 $J_{\text{rms}}$ (27)的阈值选择直接影响了微小故障的检测结果.为了准确检测出故障,降低错误报警率,本文采用自适应阈值,这种阈值根据模型不确定项进行自适应调节,并且在正常操作情况下自适应跟踪残差<sup>[22-23]</sup>.

假设 $\|\Delta_{\tilde{N}} - \Delta_{\tilde{M}}\|_{\infty} \leq \delta_{\Delta}$ ,  $\|\Delta_{\tilde{N}}\|_{\infty} \leq \delta_{\Delta d}$ ,  $\|d\|_{\text{rms}} \leq \delta_d$ ,其中 $\delta_{\Delta}$ 、 $\delta_{\Delta d}$ 、 $\delta_d$ 是与模型不确定项和干扰上界有关的标量.自适应阈值设计如下:

$$\begin{aligned}
J_{\text{th}} &= \\
\delta_{\Delta} \sqrt{(\|u_c\|_{\text{rms}})^2 + (\|y\|_{\text{rms}})^2} + (\|\tilde{N}\|_{\infty} + \delta_{\Delta d})\delta_d. & \quad (28)
\end{aligned}$$

由式(28)可以看出自适应阈值由两部分组成:常量部分和依赖于被控对象输入和输出的变量部分.改变被控对象输入意味着重新定义阈值.当存在模型不确定项的系统发生故障时, $\|y\|_{\text{rms}}$ 和 $\|u_c\|_{\text{rms}}$ 会发生变化,阈值 $J_{\text{th}}$ 也随之变化.在模型确定时, $\Delta_A =$

0,  $\Delta_C = 0$ , 自适应阈值(28)转化为固定阈值, 即

$$J_{th} = \|\tilde{N}\|_{\infty} \max(\|d\|_{rms}). \quad (29)$$

故障检测逻辑如下:

$$\begin{cases} J_{rms} > J_{th}, \text{报警;} \\ J_{rms} \leq J_{th}, \text{不报警.} \end{cases} \quad (30)$$

### 3 案例分析及仿真验证

考虑如下系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & -1 + \Delta_{A12} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 + \theta \\ 0 \end{bmatrix} u_c(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t), \\ y(t) = [0 \quad 1 + \Delta_{C12}]x(t). \end{cases} \quad (31)$$

其中:  $\Delta_A = \begin{bmatrix} 0 & \Delta_{A12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Delta_C = [0 \quad \Delta_{C12}]$ . 矩阵分量  $\Delta_{A12} \in (-0.02, 0)$ ,  $\Delta_{C12} \in (0, 0.02)$ . 外部输入干扰  $d(t) = 0.02te^{-t}$ ; 故障发生时间  $t \in [5s, 10s]$ . 考虑微小故障范围  $\underline{\gamma} = 15$  和  $\bar{\gamma} = 100$ , 则对应的执行器微小故障权重变化为  $\theta \in [0.02, 0.1638]$ .

#### 3.1 最优观测器增益 $L$ 计算

选取权重  $c_1 = 0.1$ , 增益分量  $l_1 \in [-99.9985, 99.9985]$ ,  $l_2 \in [-78.6050, 78.6050]$ . 以微小故障权重  $\theta = 0.1$  为基准, 根据优化指标(13)设计最优观测器增益  $L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 99.9985 \\ 78.6050 \end{bmatrix}$ .

在正常和故障情况下, 被控对象互质分解因子分别为

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 80.605s + 258.2085}, \\ \tilde{N} &= \frac{1}{s^2 + 80.605s + 258.2085}, \\ \tilde{M}_f &= \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 80.605s + 258.2085}, \\ \tilde{N}_f &= \frac{1 + \theta}{s^2 + 80.605s + 258.2085}. \end{aligned} \quad (32)$$

标称系统在无故障时干扰到残差的传递函数  $P_{rd}(0)$  和故障时控制输入到残差的传递函数  $P_{ru}(\theta)$  分别为

$$P_{rd}(0) = \frac{1}{s^2 + 80.605s + 258.2085}, \quad (33)$$

$$P_{ru}(\theta) = \frac{\theta}{s^2 + 80.605s + 258.2085}. \quad (34)$$

基于最优观测器(13)的控制器为

$$K = \frac{10s + 19}{2s^2 + 7s + 17}. \quad (35)$$

#### 3.2 辅助信号分配器计算

故障系统辅助输入到残差的传递函数为

$$P_{rn}(\theta) = \frac{-\alpha_1\theta}{s^2 + 80.605s + 258.2085}. \quad (36)$$

这里辅助信号分配器分量  $\alpha_1, \alpha_2$  设计为二阶传递函数形式,  $\alpha_1 = -\alpha_2 = \frac{a_1s + a_2}{s^2 + a_3s + a_4}$ . 其中  $a_1, a_2, a_3, a_4$  为设计参数. 时间窗  $T = 0.2$ , 优化目标函数  $J_2$  得到辅助信号分配器为

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-99.9946s - 99.9970}{s^2 + 0.4489s + 0.1001} \\ \frac{99.9946s + 99.9970}{s^2 + 0.4489s + 0.1001} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

冗余执行器下, 被控对象冗余输入矩阵为

$$B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

#### 3.3 主动故障检测仿真结果分析

##### 3.3.1 模型确定情况下的主动故障检测

考虑标称系统  $\Delta_A = 0, \Delta_C = 0$ . 正常系统 ( $\theta = 0$ ) 和  $t = 5s$  时刻发生故障的系统 ( $\theta = 0.10, 0.16$ ) 在有辅助信号作用下系统残差对比、残差差值累积和、输出对比以及输出差值的累积和见图3~图6, 这里的差值是指有辅助信号系统和无辅助信号系统的差值. 可以看出, 当系统正常时, 有无辅助信号的系统残差近似相同, 输出亦然, 说明辅助输入信号对正常系统没有影响. 当系统故障时, 引入辅助信号的系统残差明显高于无辅助信号的系统残差, 且有辅助信号的系统输出也发生较大变化. 因此可以说明, 本文方法对正常运行系统不造成影响, 有利于系统微小故障在线检测.

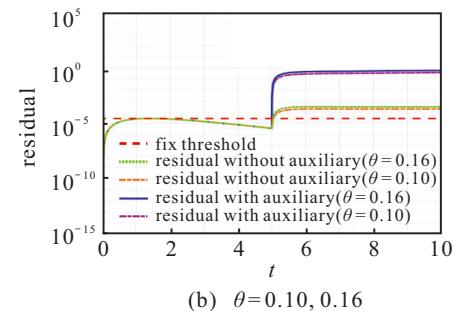
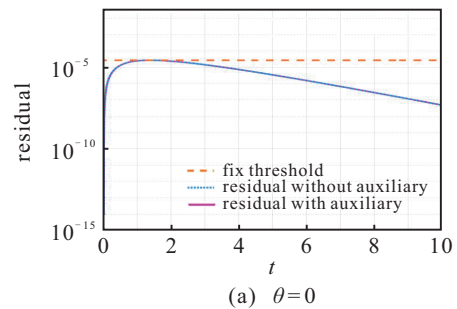


图3 无辅助输入信号时标称系统残差

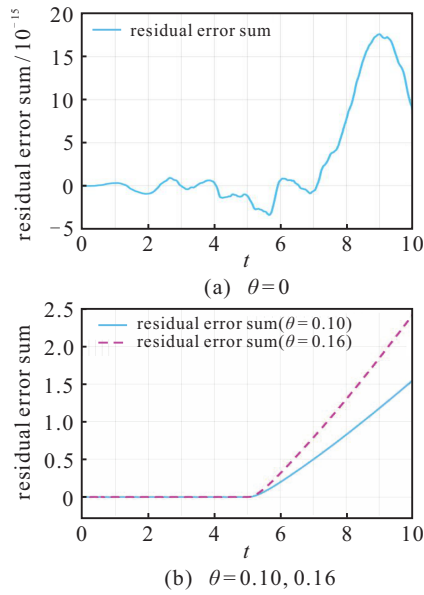


图4 有、无辅助信号时标称系统残差之间差值累积和

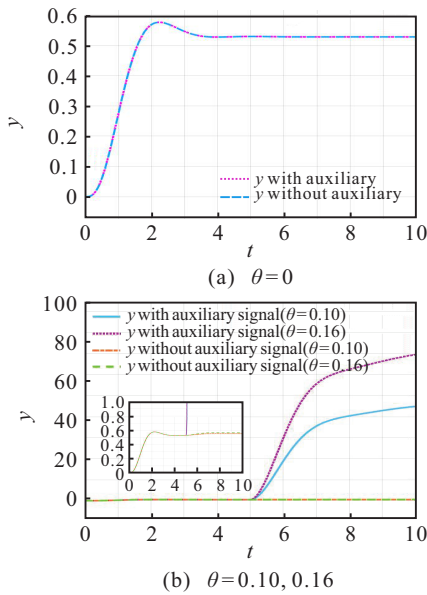


图5 有、无辅助输入信号时标系统输出

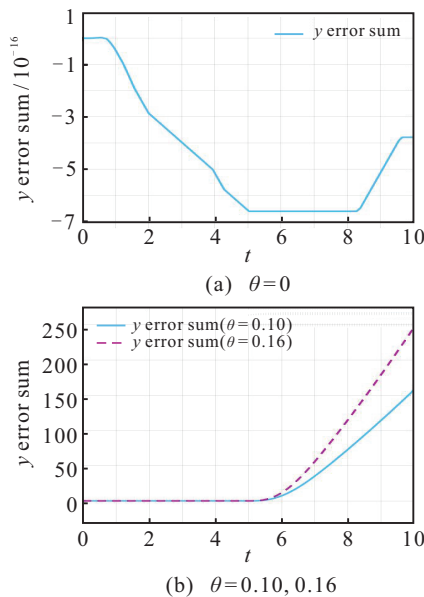


图6 有、无辅助信号时标称系统输出之差值累积和

考虑微小故障的变化范围,图7和表1分别给出了模型确定情况下 $\theta$ 从0.02到0.16系列变化时的残差和报警时间.可以看出:故障 $\theta$ 越小,对应的报警时间越长,检测难度越大;加入辅助信号后,相较于无辅助信号激励情况,故障报警时间明显减小.

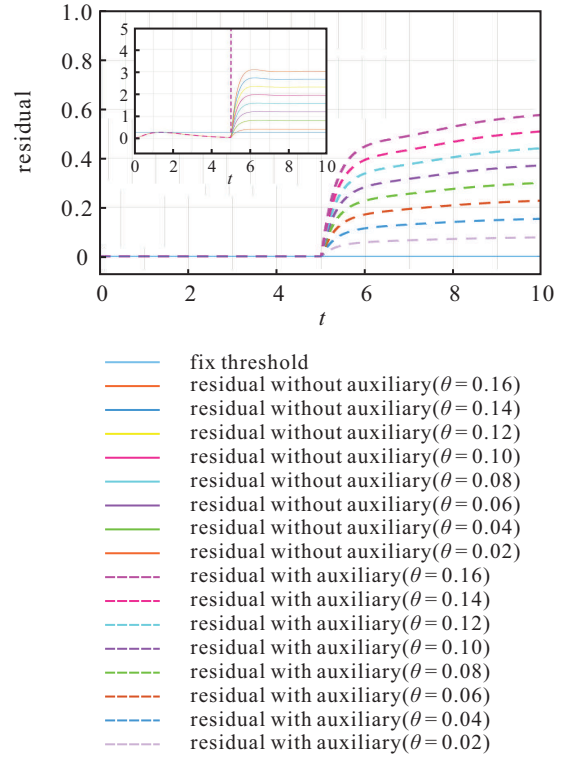


图7 有、无辅助输入信号时标称系统输出对比

表1 模型确定的系统故障报警时间

故障	报警时间	
	无辅助信号故障系统/s	有辅助信号故障系统/s
$\theta = 0.02$	5.387 1	5.007 3
$\theta = 0.04$	5.209 7	5.005 5
$\theta = 0.06$	5.158 6	5.004 7
$\theta = 0.08$	5.131 2	5.004 1
$\theta = 0.10$	5.113 8	5.003 8
$\theta = 0.12$	5.101 6	5.003 5
$\theta = 0.14$	5.092 5	5.003 3
$\theta = 0.16$	5.085 4	5.003 2

### 3.3.2 带有模型不确定情况下的主动故障检测

此时  $\Delta_A = \begin{bmatrix} 0 & -0.02 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Delta_C = [0 \ 0.02]$  的系统在

正常( $\theta = 0$ )和故障( $\theta = 0.10, 0.16$ )时,有无辅助信号系统的残差对比图和系统输出对比图如图8~图10所示.可以看出:当系统正常时有无辅助信号的系统输出相同,残差相同且一直小于自适应阈值.当系统故障时引入辅助信号系统残差变化明显大于无辅助信号系统残差变化,且有辅助信号系统输出也发生较大变化.由于自适应阈值依赖于在线实时系统的输入输出变化,故障系统的辅助信号输入造成自适应阈值发生变化,但故障时残差的变化仍高于自适应阈

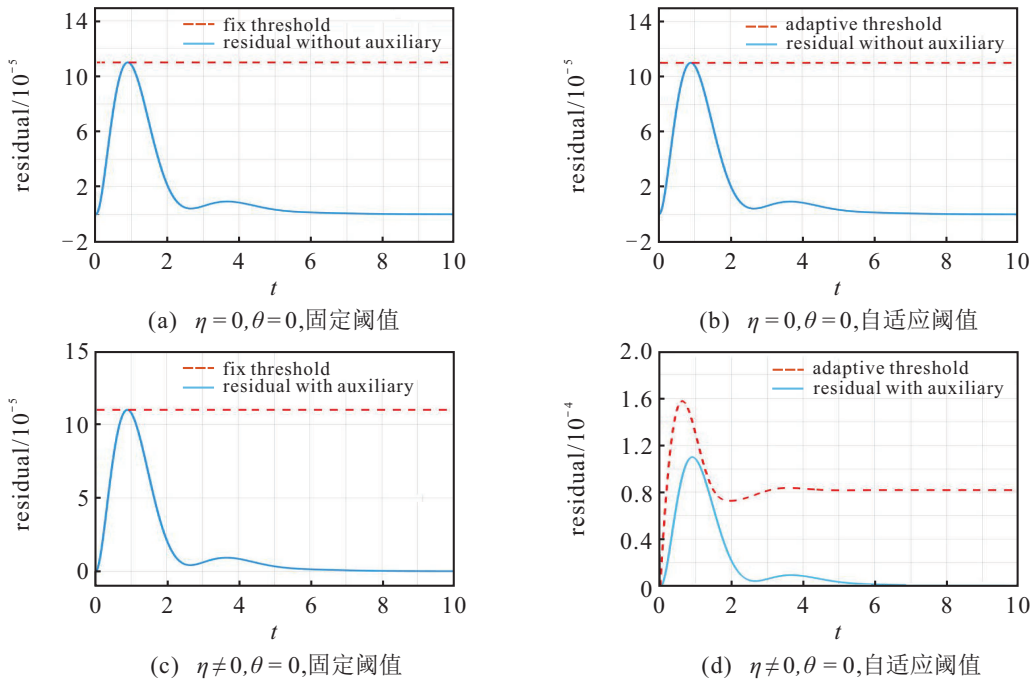


图8 有、无辅助输入信号时存在模型不确定的无故障系统残差与阈值

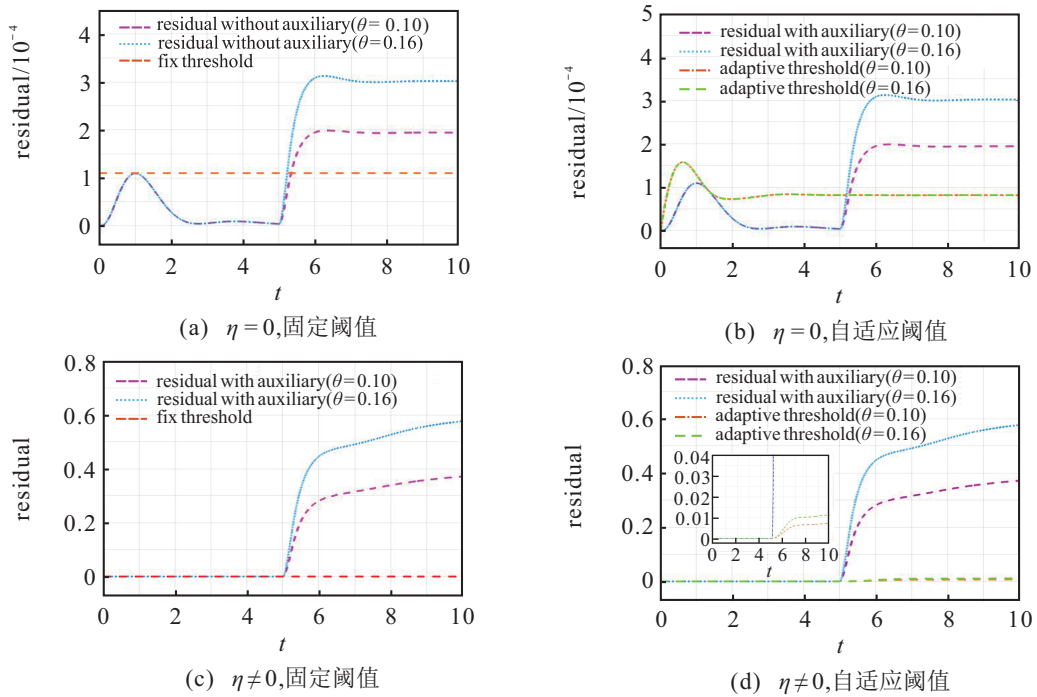


图9 有、无辅助输入信号时存在模型不确定的故障系统残差与阈值

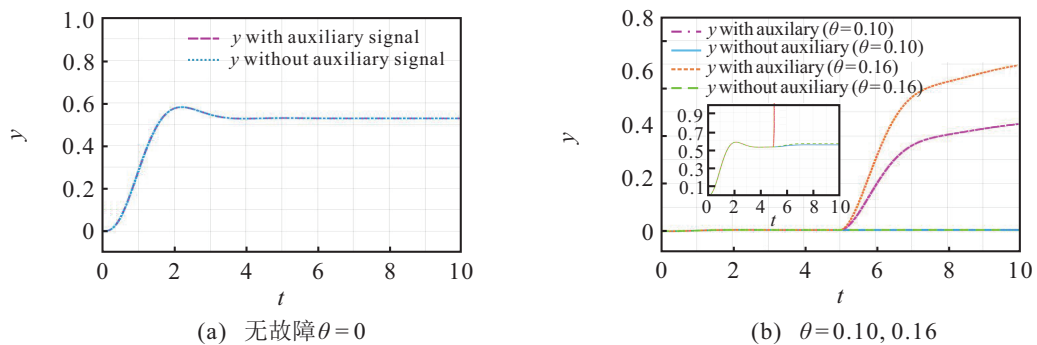


图10 有、无辅助输入信号时系统输出

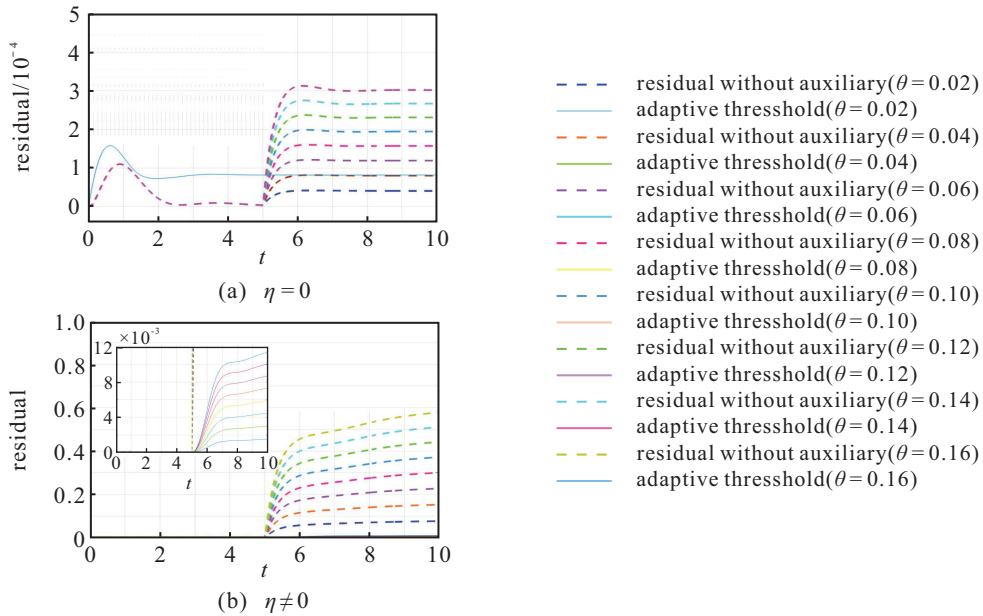


图 11 有、无辅助输入信号时存在模型不确定的故障系统残差

值的变化. 可以说明: 本文方法对存在模型不确定项的正常系统不造成影响, 有利于系统微小故障在线检测.

类似地, 考虑微小故障  $\theta$  从 0.02 到 0.16 变化时对系统残差和报警时间的影响, 如图 11 和表 2 所示. 可以看出, 由于模型不确定项的存在进一步使得系统的微小故障难以检测, 无辅助信号激励时,  $\theta = 0.04$  以下的微小故障无法检测出. 引入辅助信号后的系统都能检测出这些微小故障并及时报警. 此外, 由表 2 可知, 有辅助信号的故障检测系统明显早于无辅助信号检测系统的报警时间, 采用自适应阈值时的报警时间也明显早于采用传统固定阈值时的报警时间. 因此说明对于存在模型不确定项系统, 本文方法有利于提高微小故障检测的快速性和准确性.

表 2 存在模型不确定系统故障报警时间

故障	无辅助信号故障系统		有辅助信号故障系统	
	固定阈值	自适应阈值	固定阈值	自适应阈值
$\theta = 0.02$	无	无	5.0134	5.0035
$\theta = 0.04$	无	无	5.009	5.0025
$\theta = 0.06$	5.7374	5.207	5.0083	5.0018
$\theta = 0.08$	5.43	5.207	5.0074	5.0018
$\theta = 0.10$	5.2319	5.1565	5.0018	5.0016
$\theta = 0.12$	5.2804	5.1272	5.0062	5.0014
$\theta = 0.14$	5.247	5.107	5.0058	5.0013
$\theta = 0.16$	5.2231	5.0942	5.0055	5.0012

### 4 结论

本文针对执行器发生微小故障的线性时不变系统, 提出一种基于辅助信号和冗余执行器的微小故障主动检测方法, 并设计了最优观测器、辅助信号分配

器和冗余执行器, 在以单位阶跃信号为辅助输入的主动故障检测架构下将生成的残差与自适应阈值进行比较, 进而决策故障是否发生. 该方法利用标称模型进行设计, 即使在建模不准确或存在不确定项的情况下仍然有效, 可以快速检测出故障, 降低漏检率.

值得说明的是: 1) 观测器增益根据已知的故障参数进行最优设计, 虽然对于其他幅值或类型的故障并不是最优的, 但并不影响最终的微小故障检测精度, 说明了本文方法对故障类型和检测器参数有较好的鲁棒性. 2) 不同系统所能检测的执行器微小故障范围是不同的, 本文根据控制和扰动通道的变化标量比值定量给出了微小故障的度量, 对不同系统可检测的执行器故障范围具有一定的指导作用. 3) 观测器和辅助信号分配器在一定程度上增加了设计成本, 因此在实现对微小故障快速有效检测的同时减少系统成本开销仍需进一步的研究.

### 参考文献(References)

[1] Scott J R, Campbell S L. Auxiliary signal design for failure detection in high index differential-algebraic equations[C]. The 53rd IEEE Conference on Decision and Control. Los Angeles, 2014: 6413-6418.

[2] 何潇, 郭亚琦, 张召, 等. 动态系统的主动故障诊断技术[J]. 自动化学报, 2020, 46(8): 1557-1570. (He X, Guo Y Q, Zhang Z, et al. Active fault diagnosis for dynamic systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(8): 1557-1570.)

[3] Han W X, Wang Z H, Shen Y, et al. Fault detection for linear discrete-time descriptor systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(15): 2156-2163.

- [4] Liu G J, Cao Y Y, Chang X H. Fault detection observer design for fuzzy systems with local nonlinear models via fuzzy Lyapunov function[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2017, 15(5): 2233-2242.
- [5] Wang Z H, Lim C C, Shi P, et al.  $H_2/L_\infty$  fault detection observer design for linear parameter-varying systems[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 15271-15276.
- [6] Zhou M, Wang Z H, Shen Y, et al. Fault detection observer design in finite-frequency domain for Lipschitz non-linear systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(14): 2361-2369.
- [7] Wang Z H, Tang W T, Zhang Q H, et al. Zonotopic state estimation and fault detection for systems with time-invariant uncertainties[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, 51(24): 494-499.
- [8] Wang J, Zhang J J, Qu B, et al. Unified architecture of active fault detection and partial active fault-tolerant control for incipient faults[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(7): 1688-1700.
- [9] Zhang X J, Zarrop M B. Auxiliary signals for improving on-line fault detection[C]. 1988 International Conference on Control. Oxford, 1988: 414-419.
- [10] Yang S L, Xu F, Wang X Q, et al. A novel online active fault diagnosis method based on invariant sets[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, 5(2): 457-462.
- [11] Xu F. Observer-based asymptotic active fault diagnosis: A two-layer optimization framework[J]. *Automatica*, 2021, 128: 109558.
- [12] Wang J, Wang J D, Zhou M. On-line auxiliary input signal design for active fault detection and isolation based on set-membership and moving window techniques[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(11): 2796-2806.
- [13] Wang J, Shi Y R, Zhou M, et al. Active fault detection based on set-membership approach for uncertain discrete-time systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(14): 5322-5340.
- [14] Campbell S L, Nikoukhah R. Auxiliary signal design for failure detection[M]. Princeton: Princeton University Press, 2004: 122-173.
- [15] Esna Ashari A, Nikoukhah R, Campbell S L. Active robust fault detection in closed-loop systems: Quadratic optimization approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(10): 2532-2544.
- [16] Niemann H, Poulsen N K. Active fault detection in MIMO systems[C]. 2014 American Control Conference. Portland, 2014: 1975-1980.
- [17] Sekunda A K, Niemann H H, Poulsen N K. Detector design for active fault diagnosis in closed-loop systems[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2018, 32(5): 647-664.
- [18] Sekunda A, Niemann H, Poulsen N K, et al. Parametric fault diagnosis of an active gas bearing[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(1): 69-84.
- [19] Tay T T, Mareels I, Moore J B. High performance control[M]. Boston: Birkhäuser Boston, 1998.
- [20] Frank P M, Ding X C. Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model-based fault diagnosis[J]. *Automatica*, 1994, 30(5): 789-804.
- [21] Ding S X, Jeansch T, Frank P M, et al. A unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2000, 14(7): 725-745.
- [22] Ding S X. Application of factorization and gap metric techniques to fault detection and isolation, Part I: A factorization technique based FDI framework[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, 48(21): 113-118.
- [23] Ding S X. Application of factorization and gap metric techniques to fault detection and isolation, Part II: A factorization technique based FDI framework[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, 48(21): 119-124.

### 作者简介

吕雪燕(1997—),女,硕士生,从事基于模型的主动故障诊断的研究, E-mail: lvxueyan@mail.buct.edu.cn;

王晶(1972—),女,教授,博士,从事数据驱动的复杂过程建模优化控制、故障诊断等研究, E-mail: jwang@ncut.edu.cn;

周靖林(1976—),男,教授,博士,从事随机分布控制及其应用、复杂系统建模优化与仿真等研究, E-mail: jinglinzhou@mail.buct.edu.cn.

(责任编辑:孙艺红)