

基于分布鲁棒优化的城市轨道交通网络末班车衔接研究

卢亚菡^{1,2}, 杨凯^{2†}, 杨立兴^{1,2}, 夏东阳^{2,3}, 王朵^{1,2}

(1. 北京交通大学 轨道交通控制与安全国家重点实验室, 北京 100044; 2. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044; 3. 北京交通大学 综合交通运输大数据应用技术交通运输行业重点实验室, 北京 100044)

摘要: 随着我国城市轨道交通网络规模快速扩张, 线路间协调配合的高度复杂性给城市轨道交通的运营组织与管理带来极大挑战. 针对客流需求及其分布双重不确定条件下的城市轨道交通网络末班车衔接优化问题, 提出一种分布鲁棒机会约束规划模型, 即在给定容忍度下最小化最坏条件下的换乘失败客流量. 通过分析分布鲁棒优化模型与其对应鲁棒优化模型之间的联系, 证明该模型为鲁棒优化模型的推广形式. 基于有限的期望和方差信息构造高斯分布非精确集, 采用对偶理论将原模型转化为可利用 CPLEX 求解的混合整数二阶锥规划形式, 并通过数值实验验证所构建模型的有效性. 算例结果表明: 分布鲁棒模型对于小规模网络可利用 CPLEX 快速求得精确解; 相比鲁棒模型可有效避免产生过于保守的优化结果; 相比随机模型可有效降低极端情况下换乘失败客流量, 具有较强的鲁棒性.

关键词: 城市轨道交通; 末班车衔接规划; 网络化运营; 客流需求不确定性; 分布鲁棒优化

中图分类号: U231+92

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1143

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 卢亚菡, 杨凯, 杨立兴, 等. 基于分布鲁棒优化的城市轨道交通网络末班车衔接研究[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 248-256.

Distributionally robust optimization for the last-train connection planning problem in urban rail transit networks

LU Ya-han^{1,2}, YANG Kai^{2†}, YANG Li-xing^{1,2}, XIA Dong-yang^{2,3}, WANG Duo^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Rail Traffic Control and Safety, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 3. Key Laboratory of Transport Industry of Big Data Application Technologies for Comprehensive Transport of Ministry of Transport, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: With the rapid development and expansion of the urban rail transit network in China, the coordination between different lines brings great challenges to the operation due to its high complexity. In order to minimize the unsuccessful transfer-passenger flows of last-train under the worse case with the given level of tolerance, a distributionally robust chance-constrained programming model is proposed for the last-train connection planning problem in urban rail transit networks under uncertain transfer-passenger demand. In particular, the probability distribution of uncertain parameters is only partially known. By analyzing the relationship between the distributionally robust optimization model and the corresponding robust optimization model, it is proved that the former is an extension of the latter. Furthermore, the original model can be reformulated into a second-order mixed-integer conic programming form under the Gaussian perturbations ambiguity set based on the limited information of expectation and variance, which can be solved by CPLEX. The results of numerical examples indicate that the proposed model can be solved to optimality quickly by CPLEX on a small network, and can effectively avoid over-conservative solutions compared to the robust optimization model and reduce unsuccessful transfer-passenger flows in the extreme situation compared with the stochastic programming model, which exhibits more robust performance.

Keywords: urban rail transit; last-train connection planning; network operation; uncertain passenger demand; distributionally robust optimization

收稿日期: 2021-06-30; 录用日期: 2021-09-28.

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(71825004); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2020JBM031); 北京交通大学基本科研业务费研究生创新项目(2021YJS203); 轨道交通控制与安全国家重点实验室(北京交通大学)开放课题项目(RCS2019K002).

责任编辑: 郭戈.

†通讯作者. E-mail: kaiyang@bjtu.edu.cn.

0 引言

城市轨道交通是为解决人们对于长距离、便捷、高效、环保出行的诉求,顺时代潮流应运而生的一种公共交通方式。截至2020年底,全国(不含港澳台)共有45个城市开通运营城市轨道交通线路244条,其中拥有4条及以上运营线路,且换乘站3座及以上的城市22个。此外,正在实施获批建设规划线路超7000 km,多地进入网络化运营阶段^[1]。在快速发展过程中,我国的城市轨道交通虽然取得了显著成绩,但同时也给运营带来了巨大挑战。比如,城市轨道交通网络规模迅猛发展,地铁服务线路数量不断增加,使得线与线之间的协调、衔接越来越复杂,尤其在末班车时段。由于末班车是乘客通过经济便捷的城市公共交通到达目的地的最后机会,如果运营组织不合理,则会导致乘客深夜进站后,在理论上存在无法赶上自己所需换乘的末班车,最终无法成功抵达目的地的可能性。这不仅浪费乘客时间,还会带来金钱的损失,并降低乘客对城市轨道交通的满意度,不利于城市轨道交通的长远发展。鉴于此,对末班车时刻表进行协调优化以保证换乘衔接的成功性,具有重要的现实意义和社会价值。

近年来,国内外学者逐步认识到末班车的重要性,开始着眼于对确定客流需求条件下的城市轨道交通末班车衔接优化问题进行研究。宁丽巧等^[2]以总乘客换乘等待时间最小为目标,通过调整发车间隔、停站时间及区间运行时间,构建了末班车时段时刻表协同优化模型,并利用CPLEX进行求解;Kang等^[3]针对末班车衔接问题,提出了非线性混合整数线性规划模型,并设计启发式算法进行求解;陈垚等^[4]基于末班车双向衔接的重要性,提出缩减区间运行时间和非换乘站停站时间,同时延长在换乘站的停站时间的策略,以实现最大化换乘成功的乘客数量的目标;Kang等^[5]以最小化末班车时段乘客的换乘时间为目标,构建了一种混合整数规划模型以优化列车在各站的到发时间;徐文恺等^[6]针对随机延误情景,以最大化换乘成功的乘客数量和最小化调整时刻表与计划时刻表偏离程度为双目标,构建了网络末班车时刻表调整模型,并使用CPLEX软件求解得到Pareto最优解;吴建军等^[7]以北京轨道交通网络为例,提出了一种末班车衔接矩阵的表示方法,并建立了末班车换乘衔接性的评价指标体系;Kang等^[8]考虑轨道交通末班车与公交的衔接问题,以最大化成功服务的乘客数量为目标,构建了混合整数规划模型并设计了启发式算法进行求解;温芳等^[9]考虑关键OD可达对数之和与各列

车收车延迟惩罚,构建了城市轨道交通末班车时刻表优化模型,并采用遗传算法进行求解;袁振洲等^[10]考虑乘客换乘走行时间差异,以全网乘客的换乘感知费用总和最小为目标,建立末班车时段多趟列车的时刻表衔接优化模型;吴家文等^[11]以最大化换乘成功的乘客数量为目标,建立末班车衔接优化模型,并设计了线路分层递进衔接优化算法进行求解;Chen等^[12]将停站时间和区间运行时间作为决策变量,建立了以换乘成功客流量最大为目标的末班车时刻表优化模型;Zhou等^[13]考虑末班车时段列车运行图与乘客的路径选择协同优化问题,提出3种简化轨道交通网络的方法,进一步构建了一个混合整数规划模型并利用CPLEX软件进行求解;Guo等^[14]以北京轨道交通网络为例,提出了一种改进的非支配方法以获得末班车最优调度方案;Yang等^[15]将末班车协同优化问题转化为时空网络设计问题,基于不同的可达性测度分别建立线性规划模型,并设计了基于拉格朗日松弛的启发式算法进行求解。

然而,上述成果仅仅面向确定性客流需求。由于城市轨道交通客流具有显著的随机分布特征,在编制列车时刻表时,若仅考虑确定性客流需求将难以适应实际运营情况,且极大可能造成运力资源的浪费。因此,为处理不确定客流需求,学者们提出了随机规划、鲁棒优化和分布鲁棒优化3种方法。Yang等^[16]采用场景集的表示方法对客流的随机性进行刻画,并根据均值-方差准则构建以“换乘成功的乘客数量最大化”和“列车运行时间最小化”为目标的城轨末班车衔接随机规划模型;Yang等^[17]针对客流不确定条件下的城市轨道交通末班车时刻表优化问题,提出两个基于可靠性准则的非期望效用函数,在此基础上构建了最大-最小化可靠性优化模型和百分位可靠性优化模型,并设计禁忌搜索算法进行求解。然而,随机规划需要提前已知不确定性客流需求的所有分布信息,这在实际操作中几乎无法实现;另一方面,鲁棒优化是针对最差的情况进行优化,其结果过于保守。为克服上述问题,学者们提出一种分布鲁棒优化方法,该方法通过历史数据构建随机变量的不确定集合,在充分利用统计分布信息的同时避免了保守性过高的问题,因此近年来发展迅猛。针对碳排放分布信息未知时的不确定 p 枢纽中位问题,殷方浩^[18]通过假定不确定碳排放的真实分布属于一个非精确集,以最小化交易成本为目标构建了分布鲁棒优化模型;考虑不确定需求下的救灾管理问题,Wang等^[19]基于均值-CVaR准则建立了两阶段分布鲁棒优化模型,以同时优化设施

选址、库存预定位和交付决策;针对车辆路径规划问题,Zhang等^[20]使用基于 Wasserstein 距离的不确定集来描述接近经验分布的模糊分布,并以极小化服务完成风险指数为目标,提出了一种分布鲁棒优化模型.

目前,在面向客流需求不确定的城轨网络末班车衔接问题中,采用分布鲁棒优化方法的研究较少. Yang等^[21]以最大化换乘成功的乘客数量为目标,提出一种基于随机变量均值、支撑集信息已知的非精确集的分布鲁棒优化模型,但该非精确集结构相对简单,逼近效果有待提升. 鉴于此,本文在既有研究的基础上,考虑换乘客流需求的不确定性,将其划分为“名义上的客流需求”与“额外的波动性客流需求”之和,以极小化换乘失败的乘客数量为目标,针对客流需求及其分布双重不确定条件下城轨网络末班车衔接问题,构建一种基于分布鲁棒优化方法的机会约束规划模型. 具体地,通过对网络中各线路末班车的始发时间、区间运行时间和停站时间进行协同优化,编制末班车运营时刻表. 由于该模型属于半无限规划问题,无法直接利用 CPLEX 进行求解,本文利用高斯分布非精确集对该模型进行转化和逼近,进而推导出

该模型的计算可处理形式.

1 问题描述

1.1 城市轨道交通网络末班车衔接优化问题

考虑一个包含若干条线路的城市轨道交通网络,因为本文聚焦于不同线路的末班车在换乘站的衔接情况,所以着重研究列车及乘客在换乘站的行为. 对列车而言,城轨网络末班车衔接优化问题本质上是在各换乘站上,对不同线路的列车之间到发时序的优化问题;对乘客而言,该问题关系到其能否换乘成功. 为了在提高换乘成功乘客数量的同时提升衔接方案的工程实用性,在优化城轨网络末班车时刻表时需要考虑各种不确定因素的影响,主要包括客流需求的不确定性和列车运营过程中的不确定性. 由于城轨客流在不同的运营日期具有显著的随机性,在需求不确定条件下研究城市轨道交通网络末班车衔接优化问题更具有应用价值.

1.2 变量定义

为建模需要,表1给出了模型相关参数和变量的符号及定义.

表1 参数与变量

符号	定义
L	城市轨道交通线路集合
H	城市轨道交通换乘车站集合
l, l'	城市轨道交通线路标识
h_i	城市轨道交通换乘车站标识
$P_{l h_i}$	在车站 h_i 由线路 l 末班车换乘至线路 l' 末班车的总客流需求
$\bar{P}_{l h_i}$	在车站 h_i 由线路 l 末班车换乘至线路 l' 末班车名义上的客流需求
$\hat{P}_{l h_i}$	在车站 h_i 由线路 l 末班车换乘至线路 l' 末班车的波动性客流需求
$t_{l h_i}^z$	乘客在车站 h_i 由线路 l 末班车换出, 走行至线路 l' 的时间
$t_{l h_i}^w$	乘客在车站 h_i 由线路 l 末班车换出, 抵达线路 l' 站台后, 等待该末班车离站的时间
$\underline{t}_{l h_i}^r$	线路 l 末班车在车站 h_i 至 h_{i+1} 的最小区间运行时间
$\bar{t}_{l h_i}^r$	线路 l 末班车在车站 h_i 至 h_{i+1} 的最大区间运行时间
$\underline{t}_{l h_i}^s$	线路 l 末班车在车站 h_i 的最小停站时间
$\bar{t}_{l h_i}^s$	线路 l 末班车在车站 h_i 的最大停站时间
\underline{t}_{l0}^d	线路 l 末班车的最早始发时间
\bar{t}_{l0}^d	线路 l 末班车的最晚始发时间
T	城轨网络末班车的总运营时间
$t_{l h_i}^a$	决策变量, 线路 l 末班车在车站 h_i 的到达时间
$t_{l h_i}^d$	决策变量, 线路 l 末班车在车站 h_i 的出发时间
t_{l0}^d	决策变量, 线路 l 末班车的始发时间
$t_{l h_i}^r$	决策变量, 线路 l 末班车在车站 h_i 至 h_{i+1} 的区间运行时间
$t_{l h_i}^s$	决策变量, 线路 l 末班车在车站 h_i 的停站时间
$X_{l h_i}$	0-1 决策变量, 若乘客在车站 h_i 换乘成功, 则 $X_{l h_i} = 0$, 否则为 1
Z	整数决策变量, 辅助变量

1.3 问题假设

1) 假设不同乘客的换乘走行时间相等. 由于末班车乘客人数较少, 不会因为换乘通道拥堵而延长走行时间. 此外, 末班车时段的乘客大多为中青年人, 异质性较小, 走行时间波动性较小.

2) 假设末班车运能充足, 可以服务所有客流需求. 由于末班车运行时段特殊性和乘客的出行特点, 该时段客流需求一般远远达不到运能.

2 模型构建

2.1 约束条件

为了在降低换乘失败率的同时保证列车运营安全, 模型需满足一系列约束条件, 具体表述如下:

1) 列车运行约束

$$t_{lh_i}^a = t_{l0}^d + \sum_{v=1}^{i-1} t_{lv_i}^r + \sum_{v=1}^{i-1} t_{lv_i}^s, \forall l \in L, h_i \in H; \quad (1)$$

$$t_{l'h_i}^d = t_{l'0}^d + \sum_{v=1}^{i-1} t_{l'v_i}^r + \sum_{v=1}^i t_{l'v_i}^s, \forall l \in L, h_i \in H; \quad (2)$$

$$t_{lh_i}^r \leq t_{lh_i}^r \leq \bar{t}_{lh_i}^r, \forall l \in L, h_i \in H; \quad (3)$$

$$t_{l0}^d \leq t_{l0}^d \leq \bar{t}_{l0}^d, \forall l \in L, h_i \in H; \quad (4)$$

$$t_{lh_i}^s \leq t_{lh_i}^s \leq \bar{t}_{lh_i}^s, \forall l \in L, h_i \in H; \quad (5)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{h_i \in H} (t_{lh_i}^r + t_{lh_i}^s) \leq T. \quad (6)$$

上述约束中: 式(1)和(2)利用始发时间、区间运行时间和停站时间, 对列车在各车站的到发时间进行追踪; 式(3)和(4)为列车运行安全约束, 受区段长度、坡度、限速、城轨交通运营时限等因素的影响, 始发时间、区间运行时间均应在一定范围之内; 式(5)为停

站时间约束, 延长停站时间可以提高换乘的成功性, 减小停站时间可以缩减运营时间, 从而减小在车乘客的旅行时间; 式(6)为总运营时间约束, 考虑到城轨列车的夜间检修要求, 应避免过晚结束运营.

2) 乘客换乘约束

乘客换乘行为有两种结果: 换乘成功或者失败. 如图1所示, 换出列车*l*进站, 换乘乘客下车, 通过一段时间的走行抵达换入列车*l'*所在站台. 此时, 若列车*l'*已到站, 则乘客直接上车, 即等待时间 $t_{ll'h_i}^w = 0$; 若列车*l'*还未到站, 则等待其到站后再上车, 最后乘客随列车*l'*一同离站, 即等待时间 $t_{ll'h_i}^w > 0$. 综上所述, 乘客若换乘成功, 则必存在 $t_{ll'h_i}^w \geq 0$. 鉴于此, 可通过判断等待时间是否大于等于0来获知换乘成功的乘客总数量, 其中换乘等待时间为换出列车的离站时间、换入列车的到站时间及换乘走行时间的差值, 即

$$t_{ll'h_i}^w = t_{l'h_i}^d - t_{lh_i}^a - t_{ll'h_i}^z, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H. \quad (7)$$

进一步, 引入0-1决策变量 $X_{ll'h_i}$ 表示换乘结果, $X_{ll'h_i} = 0$ 表示换乘成功, $X_{ll'h_i} = 1$ 表示换乘失败, 即

$$-M \cdot X_{ll'h_i} \leq t_{ll'h_i}^w < M \cdot (1 - X_{ll'h_i}), \quad \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H. \quad (8)$$

$$X_{ll'h_i} \in \{0, 1\}, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H. \quad (9)$$

其中*M*为一个充分大的正数.

此外, 所有与列车运行相关的变量均应为非负值, 即

$$t_{lh_i}^a \geq 0, t_{lh_i}^d \geq 0, t_{lh_i}^r \geq 0, t_{lh_i}^s \geq 0, \quad \forall l \in L, h_i \in H. \quad (10)$$

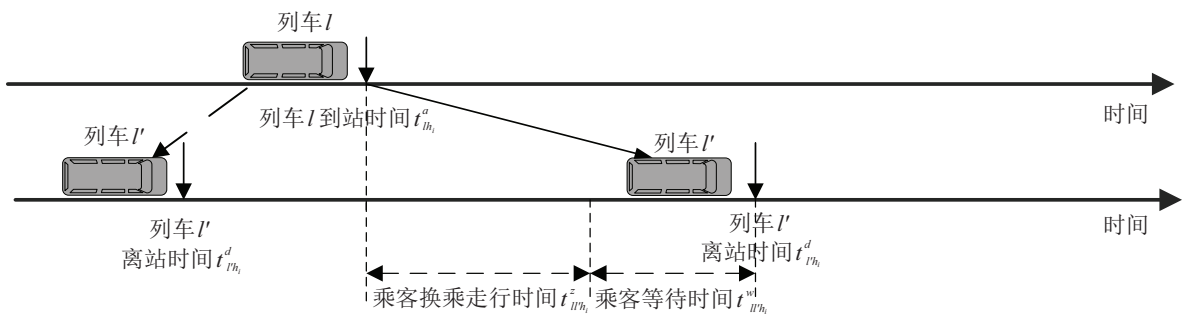


图1 末班车衔接示意图

2.2 模型目标

模型优化目标为最小化末班车换乘失败的乘客数量. 通过引入非精确机会约束计算该目标, 以实现在给定任意容忍度*ε*的条件下均可进行相应优化的目的, 即

$$\min Z.$$

$$\inf_{P \in \mathcal{P}} \text{Prob}_{\theta_{ll'h_i} \sim P} \left\{ \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (X_{ll'h_i} P_{ll'h_i}) \leq Z \right\} \geq 1 - \varepsilon; \quad (11)$$

$$P_{l'h_i} = \bar{P}_{l'h_i} + \theta_{l'h_i} \hat{P}_{l'h_i}, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H. \quad (12)$$

其中 $\theta_{l'h_i}$ 为已知部分概率分布信息的不确定变量, 换乘客流需求的不确定性通过该变量来体现. 综上所述, 不确定客流需求条件下, 城轨网络末班车衔接问题的分布鲁棒模型(记作DRO模型)如下所示:

$$\begin{aligned} \min & Z; \\ \text{s.t.} & \text{约束条件(1) ~ (12)}. \end{aligned} \quad (13)$$

由于所提出的DRO模型(13)带有非精确机会约束(11), 难以利用优化求解器直接对其进行计算. 下面设计一个高斯分布下的非精确集, 将该约束转化为计算上可处理的安全凸逼近形式.

值得注意的是, 当容忍度 $\varepsilon = 0$ 时, 非精确机会约束(11)退化为如下形式:

$$\inf_{P \in \mathcal{P}} \text{Prob}_{\theta_{l'h_i} \sim P} \left\{ \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (X_{l'l'h_i} P_{l'h_i}) \leq Z \right\} = 1. \quad (14)$$

此时, DRO模型(13)退化为与之对应的鲁棒优化模型(记作RO模型).

3 模型求解

为方便求解, 设计一种高斯分布族下的非精确集 \mathcal{P} , 该非精确集可将上述DRO模型转化为计算可处理的安全凸逼近形式, 且其参数在工程上可根据历史数据获得. 特别地, 与Zhang等^[20]采用的非精确集相比, 本文所构建的集合 \mathcal{P} 更加全面地引入了不确定变量的概率分布信息, 在理论上拥有更精确的逼近效果.

3.1 高斯分布非确定集

假设不确定变量 $\theta_{l'h_i}$ 的真实分布 P 服从于高斯分布, 即 $P \sim N(\mu, \sigma)$. 在实际运营中, 最常见的情况是仅仅知道该分布中均值的取值范围与方差的上界, 这种部分分布信息已知的条件下可以得到如下高斯分布非精确集(Gaussian):

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = \{P : E_P[\theta_{l'h_i}] = [\mu_{l'h_i}^-, \mu_{l'h_i}^+], \\ \sigma_{l'h_i} \leq v_{l'h_i}, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H\}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\mu_{l'h_i}^\pm$ 和 $v_{l'h_i}$ 为根据历史数据得到的参数.

3.2 非精确机会约束的计算可处理形式

当 $\theta_{l'h_i}$ 的真实分布 P 服从于高斯分布时, 对于 $\forall l \in L, l' \in L, h_i \in H$ 而言, $\theta_{l'h_i}$ 是彼此独立且分布信息部分已知的高斯随机变量. 在此条件下, 非精确机会约束(11)可以进行一系列等价转换, 如下所示:

$$\bar{Q}_{l'h_i} = X_{l'l'h_i} \bar{P}_{l'h_i}, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H; \quad (16)$$

$$\hat{Q}_{l'h_i} = X_{l'l'h_i} \hat{P}_{l'h_i}, \forall l \in L, l' \in L, h_i \in H; \quad (17)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} \bar{Q}_{l'h_i} +$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} \max[\mu_{l'h_i}^- \hat{Q}_{l'h_i}, \mu_{l'h_i}^+ \hat{Q}_{l'h_i}] + \Phi^{-1}(1 - \varepsilon) \sqrt{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\sigma_{l'h_i}^2 \cdot \hat{Q}_{l'h_i}^2)} \leq Z. \quad (18)$$

其中 $\Phi^{-1}(1 - \varepsilon)$ 为标准正态分布的反函数, $1 - \varepsilon$ 为置信水平, 当置信水平大于等于 $1/2$ 时才具有现实意义, 因此本文对 ε 的取值作出 $\varepsilon \leq 1/2$ 的限制.

上述约束中, 为更加清晰地进行表述, 式(16)和(17)分别引入辅助变量 $\bar{Q}_{l'h_i}$ 和 $\hat{Q}_{l'h_i}$; 对于给定参数 $\mu_{l'h_i}^\pm, v_{l'h_i}$ 和容忍水平 ε , 式(18)为非精确机会约束(11)的等价形式, 证明过程如下:

首先, 基于标准正态分布, 将约束(11)标准化为

$$\begin{aligned} \inf_{P \in \mathcal{P}} \text{Prob}_{\theta_{l'h_i} \sim P} \left\{ \frac{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} [\hat{Q}_{l'h_i} (\theta_{l'h_i} - \mu_{l'h_i})]}{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i}^2 v_{l'h_i}^2)} \leq \right. \\ \left. Z - \bar{Q}_{l'h_i} - \frac{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i} \mu_{l'h_i})}{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i}^2 v_{l'h_i}^2)} \right\} \geq 1 - \varepsilon. \end{aligned} \quad (19)$$

进一步, 根据标准正态分布的分布函数的性质得到

$$\Phi \left(\frac{Z - \bar{Q}_{l'h_i} - \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i} \mu_{l'h_i})}{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i}^2 v_{l'h_i}^2)} \right) \geq 1 - \varepsilon. \quad (20)$$

当 $\varepsilon \leq 1/2$ 时, 存在 $\Phi^{-1}(1 - \varepsilon) \geq 0$, 因此约束(20)可等价转化为

$$\frac{Z - \bar{Q}_{l'h_i} - \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i} \mu_{l'h_i})}{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i}^2 v_{l'h_i}^2)} \geq \Phi^{-1}(1 - \varepsilon). \quad (21)$$

即

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{l'h_i} + \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i} \cdot \mu_{l'h_i}) + \\ \Phi^{-1}(1 - \varepsilon) \cdot \sqrt{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (v_{l'h_i}^2 \cdot \hat{Q}_{l'h_i}^2)} \leq Z. \end{aligned} \quad (22)$$

进一步, 由于 $\mu_{l'h_i} \in [\mu_{l'h_i}^-, \mu_{l'h_i}^+], v_{l'h_i}^2 \leq \sigma_{l'h_i}^2$, 可以得到

$$\max \left\{ \bar{Q}_{l'h_i} + \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\hat{Q}_{l'h_i} \cdot \mu_{l'h_i}) + \right.$$

$$\begin{aligned} & \Phi^{-1}(1 - \varepsilon) \sqrt{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (v_{ll'h_i}^2 \cdot \widehat{Q}_{ll'h_i}^2)} \leq Z \Rightarrow \\ & \overline{Q}_{ll'h_i} + \sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} \max[\widehat{Q}_{ll'h_i} \mu_{ll'h_i}^-, \widehat{Q}_{ll'h_i} \mu_{ll'h_i}^+] + \\ & \Phi^{-1}(1 - \varepsilon) \sqrt{\sum_{l \in L} \sum_{l' \in L} \sum_{h_i \in H} (\sigma_{ll'h_i}^2 \widehat{Q}_{ll'h_i}^2)} \leq Z. \quad (23) \end{aligned}$$

当约束(11)被式(18)替代时,记该等价模型(18)为“Gaussian-DRO”模型,通过求解该模型即可得到DRO模型的最优解。

4 算例分析

4.1 基础数据

选取一个包含3条双向线路(视作6条单向线路)和5个换乘车站的轨道交通网络作为研究对象,如图2所示。表2为名义上的换乘客流需求,额外的波动客流需求为确定性需求的0.10倍。实际换乘客流量不易获得,故在进行数值实验时采用随机生成的客流数据,若在实际组织运营时采用该模型,可利用AFC系统采集的实际刷卡数据进行反推获得。为保证运营安全,允许始发时刻在初始值前后10 min内波动,区间运行时间在初始值的80% ~ 120%范围内浮动。设置最短停站时间为0.3 min,最长停站时间

为1.5 min,换乘行走时间为1.5 min;从运营成本角度出发,设置总运营时间最长不得超过60 min。对于其他参数,考虑到实际运营情况,作出如下假设:对于 $\forall l, l' \in L, h_i \in H, \mu_{ll'h_i}^-$ 和 $\mu_{ll'h_i}^+$ 为 $[-1, 1]$ 区间内的随机数, $\sigma_{ll'h_i}$ 为 $[0, 0.1]$ 区间内的随机数,标准正态分布反函数 $\Phi^{-1}(1 - \varepsilon)$ 的数值可以通过查询标准正态分布表得到(<http://www.ztable.net>)。所有实验在CPU为Intel(R) Core(TM) i5-10550U CPU @ 3.10 GHz的Windows 10操作系统上,使用Matlab 2014a调用CPLEX12.6软件编程进行求解,最优解可在1 min内求得。

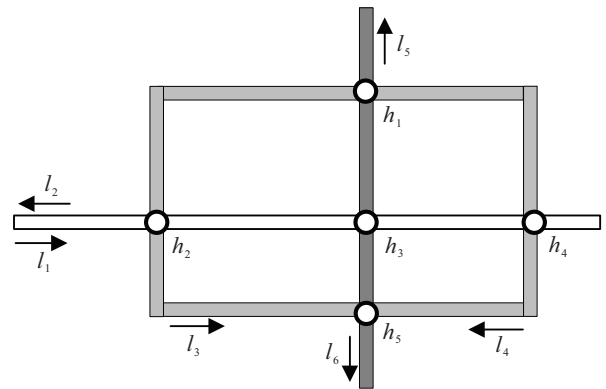


图2 轨道交通网络示意图

表2 名义上的换乘客流需求

换乘车站	区间	客流需求	区间	客流需求	区间	客流需求	区间	客流需求
h ₁	h ₃ → h ₅	54	h ₃ → h ₆	23	h ₄ → h ₅	59	h ₄ → h ₆	62
	h ₅ → h ₃	68	h ₆ → h ₃	7	h ₅ → h ₄	40	h ₆ → h ₄	20
h ₂	h ₁ → h ₃	83	h ₁ → h ₄	13	h ₂ → h ₃	75	h ₂ → h ₄	48
	h ₃ → h ₁	90	h ₄ → h ₁	40	h ₃ → h ₂	7	h ₄ → h ₂	9
h ₃	h ₁ → h ₅	87	h ₁ → h ₄	13	h ₂ → h ₃	75	h ₂ → h ₄	48
	h ₅ → h ₁	79	h ₆ → h ₁	36	h ₅ → h ₂	7	h ₆ → h ₂	23
h ₄	h ₁ → h ₃	72	h ₁ → h ₄	39	h ₂ → h ₃	82	h ₂ → h ₄	16
	h ₃ → h ₁	24	h ₄ → h ₁	12	h ₃ → h ₂	13	h ₄ → h ₂	79
h ₅	h ₃ → h ₅	52	h ₃ → h ₆	50	h ₄ → h ₅	13	h ₄ → h ₆	77
	h ₅ → h ₃	56	h ₆ → h ₃	46	h ₅ → h ₄	31	h ₆ → h ₄	36

4.2 结果分析

首先,给定 $\varepsilon = 0.3300$,则 $\Phi^{-1}(1 - \varepsilon) = 0.44$ 。在此设定下,求解得到 Gaussian-DRO 模型的最优值为270。特别地,利用 Yang 等^[21]提出的方法(记作 Bounded-DRO 模型),并在上述给定的参数下求解得到该模型的最优值为467,与所提出 Gaussian-DRO 模型相比,换乘失败人数增加了72.96%。为清晰对比优化效果,表3和表4对运算结果进行了总结展

示。表3为优化前后列车停站时间的对比情况(优化前/Gaussian-DRO 模型优化结果/Bounded-DRO 模型优化结果),表4为优化前后始发时间的对比情况。表中,设定22:00为相对零点,则始发时间为与22:00的相对时间,如0代表的时间点为22:00,其他数值以此类推。可以看出,所有停站时间均被调整,此外,在 Gaussian-DRO 模型优化结果中,线路 l_3 和 l_5 末班车的始发时间调整量最大;Bounded-DRO 模型所得结果中,线路 l_3 和 l_4 始发时间调整最大。

表3 优化前后列车停站时间对比

换乘车站	列车	停站时间	列车	停站时间	列车	停站时间	列车	停站时间
h_1	l_3	0.5/ 0.500 0 /0.500	l_4	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_5	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_6	0.5/ 1.000 /1.000
h_2	l_1	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_2	0.5/ 0.500 0 /1.500	l_3	0.5/ 0.300 0 /0.300	l_4	0.5/ 1.500 0 /1.500
h_3	l_1	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_2	0.5/ 1.000 0 /0.300	l_5	0.5/ 0.316 7 /0.575	l_6	0.5/ 1.400 0 /1.500
h_4	l_1	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_2	0.5/ 0.300 0 /1.500	l_3	0.5/ 0.300 0 /0.300	l_4	0.5/ 1.500 0 /0.650
h_5	l_3	0.5/ 0.766 7 /1.050	l_4	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_5	0.5/ 1.500 0 /1.500	l_6	0.5/ 0.300 0 /0.300

表4 优化前后列车始发时间对比

	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
始发时间	0/ 4.05 /-2.60	0/ -2.35 /-10.00	0/ 10.00 /3.45	0/ -0.10 /-6.75	0/ 5.867 7 /-0.40	0/ 0.90 /-5.75

将所提出分布鲁棒优化模型(Gaussian-DRO)与鲁棒优化模型(RO)的最优值进行对比,结果如图3所示.可以看到,在不同的容忍水平下,Gaussian-DRO模型比RO模型得到的换乘失败人数更少,即与RO模型相比,Gaussian-DRO模型成功地实现了更大的换乘客流量.这主要是因为Gaussian-DRO模型通过引入部分客流需求概率分布信息,可以避免得到过于保守的解,这一优势在实际运营中有较大的应用价值.此外,由图3中还可以看出,Gaussian-DRO模型的最优值随着容忍水平的增加而降低.因此,城市轨道交通运营部门可根据其风险偏好和系统服务要求选择恰当的容忍度参数,以获得最优的网络末班车衔接方案.

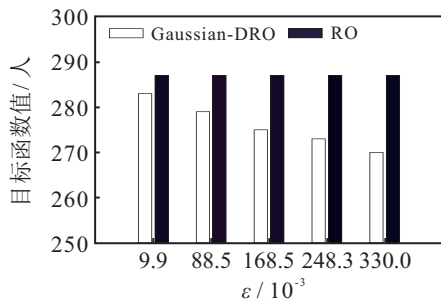


图3 Gaussian-DRO模型和RO模型最优值对比

为进一步探究分布鲁棒优化方法的优越性,在给定的“极端情况”下,对分布鲁棒优化模型(Gaussian-DRO)与随机优化模型(SO)的性能进行比较.其中,使用随机优化方法时,不必考虑变量分布的不确定性,即该模型需要提前给定不确定变量的精确概率分布.基于此,本文定义“极端情况”为:将Gaussian-DRO与SO模型中容忍度和均值参数设置为相同数值,并将SO模型中的方差设置为给定的方差上界,而Gaussian-DRO模型中方差为不超过给定上界的随机数.本组实验中,在参数取值方面设置容忍度 $\epsilon = 0.3300$,方差上界 $v_{ll'h_i} = \{0, 0.02, 0.04, 0.06\}$.通过CPLEX对Gaussian-DRO模型和SO模型进行求解,得

到在不同方差上界下的最优值(分别记作 DRO^* 和 SO^*),并根据下式计算最优值的差异:

$$Dif = \frac{DRO^* - SO^*}{SO^*} \times 100\% \quad (24)$$

当Dif为负值时,表示 DRO^* 小于 SO^* ,即Gaussian-DRO模型优化效果好于SO模型,结果如表5所示.由表5可见,当方差上界为0时,两个模型的优化结果相同,这是因为均值已确定且方差为0,此时概率分布信息全部已知,Gaussian-DRO模型退化为SO模型;当方差上界大于0时,均为负值,即从极端情况下最优解的质量看,Gaussian-DRO模型具有较强的鲁棒性.

表5 Gaussian-DRO模型与SO模型最优值的对比

$v_{ll'h_i}$	DRO	SO	Dif / %
0	287	287	0
0.02	277	287	-3.48
0.04	270	278	-2.88
0.06	270	278	-2.88

为验证所提出方法在实际运营中的适用性和有效性,以北京轨道交通网络为例进行实证分析.由于本文聚焦于不同线路间的换乘问题,对北京轨道交通网络进行简化,只保留主要换乘车站和运营线路,共包含12条线路(24个方向)、45座换乘站和81个运行区段,如图4所示.该组实验的求解终止条件为:1)Gap低于5%时即可结束运算;2)若上述条件未满足,则在计算时间达到360min后终止实验.设置容忍度的取值范围为 $\epsilon = \{0.0099, 0.1685, 0.3300\}$,获得计算结果如表6所示.可以看出,由于北京轨道交通网络规模较大,所有实验在360min内均无法求得Gap在5%以下的近似最优解,因此,为快速获得高质量的解,需要进一步设计高效的启发式算法.此外,随着容忍度变化,优化后的换乘失败人数比优化前平均降低33.41%,验证了分布鲁棒模型的工程可用性.

- [4] 陈焱, 柏赞, 冯旭杰, 等. 基于换乘站停站时间延长的城市轨道交通末班车时刻表优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(6): 228-234.
(Chen Y, Bai Y, Feng X J, et al. Last train timetable synchronization optimization on urban rail networks with dwell time extension[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2017, 17(6): 228-234.)
- [5] Kang L J, Meng Q. Two-phase decomposition method for the last train departure time choice in subway networks[J]. Transportation Research—Part B: Methodological, 2017, 104: 568-582.
- [6] 徐文恺, 赵鹏, 宁丽巧, 等. 基于随机延误情景的城轨网络末班车时刻表调整模型[J]. 铁道学报, 2018, 40(8): 28-33.
(Xu W K, Zhao P, Ning L Q, et al. A timetable rescheduling model based on random delay scenarios for last trains in an urban rail transit network[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(8): 28-33.)
- [7] 吴建军, 尹浩东, 郭欣, 等. 基于复杂网络的城市轨道交通末班车衔接研究[J]. 电子科技大学学报: 社科版, 2018, 20(5): 48-53.
(Wu J J, Yin H D, Guo X, et al. Coordination of the last train in urban rail transit based on complex network[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China: Social Sciences Edition, 2018, 20(5): 48-53.)
- [8] Kang L J, Zhu X N, Sun H J, et al. Last train timetabling optimization and bus bridging service management in urban railway transit networks[J]. Omega, 2019, 84: 31-44.
- [9] 温芳, 柏赞, 李宁海, 等. 考虑线网可达性的城市轨道交通末班车时刻表优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(6): 1569-1576.
(Wen F, Bai Y, Li N H, et al. Timetable synchronization of last trains in urban rail systems to maximize network accessibility[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(6): 1569-1576.)
- [10] 袁振洲, 魏来, 吴玥琳, 等. 基于差异化换乘感知的轨道交通末班车衔接优化[J]. 北京交通大学学报, 2020, 44(1): 12-19.
(Yuan Z Z, Wei L, Wu Y L, et al. Connecting optimization of last train in rail transit based on differential transfer perception[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2020, 44(1): 12-19.)
- [11] 吴家文, 史丰收, 叶红霞, 等. 基于线路层次的城市轨道交通网络末班车衔接优化研究[J]. 城市轨道交通研究, 2020, 23(5): 82-85.
(Wu J W, Shi F S, Ye H X, et al. Optimization of last train connection in urban rail transit network operation based on passenger flow volume[J]. Urban Mass Transit, 2020, 23(5): 82-85.)
- [12] Chen Y, Mao B H, Bai Y, et al. Timetable synchronization of last trains for urban rail networks with maximum accessibility[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2019, 99: 110-129.
- [13] Zhou Y, Wang Y, Yang H, et al. Last train scheduling for maximizing passenger destination reachability in urban rail transit networks[J]. Transportation Research—Part B: Methodological, 2019, 129: 79-95.
- [14] Guo X, Wu J J, Sun H J, et al. Scheduling synchronization in urban rail transit networks: Trade-offs between transfer passenger and last train operation[J]. Transportation Research—Part A: Policy and Practice, 2020, 138: 463-490.
- [15] Yang L X, Di Z, Dessouky M M, et al. Collaborative optimization of last-train timetables with accessibility: A space-time network design based approach[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2020, 114: 572-597.
- [16] Yang S, Yang K, Gao Z Y, et al. Last-train timetabling under transfer demand uncertainty: Mean-variance model and heuristic solution[J]. Journal of Advanced Transportation, 2017, 2017: 5095021.
- [17] Yang S, Yang K, Yang L X, et al. MILP formulations and a TS algorithm for reliable last train timetabling with uncertain transfer flows[J]. Journal of the Operational Research Society, 2018, 69(8): 1318-1334.
- [18] 殷方浩. 基于鲁棒优化方法的 p 枢纽中位问题的研究[D]. 保定: 河北大学, 2019.
(Yin F H. The study on p -hub Median problem by robust optimization method[D]. Baoding: Hebei University, 2019.)
- [19] Wang W Q, Yang K, Yang L X, et al. Two-stage distributionally robust programming based on worst-case mean-CVaR criterion and application to disaster relief management[J]. Transportation Research—Part E: Logistics and Transportation Review, 2021, 149: 102332.
- [20] Zhang Y, Zhang Z Z, Lim A, et al. Robust data-driven vehicle routing with time windows[J]. Operations Research, 2021, 69(2): 469-485.
- [21] Yang K, Lu Y H, Yang L X, et al. Distributionally robust last-train coordination planning problem with dwell time adjustment strategy[J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 91: 1154-1174.

作者简介

卢亚菡(1997—), 女, 博士生, 从事城市轨道交通列车运行组织优化的研究, E-mail: 20114015@bjtu.edu.cn;

杨凯(1986—), 男, 副教授, 博士, 从事交通系统科学与工程等研究, E-mail: kaiyang@bjtu.edu.cn;

杨立兴(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: lxyang@bjtu.edu.cn;

夏东阳(1997—), 男, 博士生, 从事列车运行组织优化的研究, E-mail: 20114020@bjtu.edu.cn;

王朵(1997—), 女, 博士生, 从事应急设施选址的分布鲁棒优化方法的研究, E-mail: 19114010@bjtu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)