

# 基于熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 的机场消防站 选址评价模型

贺元骅<sup>1,2</sup>, 黄一览<sup>1,2</sup>, 熊升华<sup>1,2†</sup>

(1. 中国民用航空飞行学院 民机火灾科学与安全工程四川省重点实验室, 四川 广汉 618307;  
2. 中国民用航空飞行学院 民航安全工程学院, 四川 广汉 618307)

**摘要:** 针对准则权重信息完全未知的直觉模糊多准则群决策问题, 考虑经典直觉模糊熵公式及 MULTIMOORA 模型的不足, 提出新的直觉模糊熵公式以充分刻画直觉模糊数的直觉信息和模糊信息, 定义占优凸组合运算, 拓展解决多准则决策问题的 MULTIMOORA 模型以适用于解决多准则群决策问题. 在以直觉模糊数为信息输入的系统框架内, 构建机场消防站选址评价指标体系, 进而提出基于熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 的机场消防站选址评价模型. 案例分析表明了所提出方法的可行性, 为机场消防站选址评价提供了一种新思路.

**关键词:** 机场消防站选址; 直觉模糊数; 熵权法; MULTIMOORA; 占优凸组合

中图分类号: C934 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0247

引用格式: 贺元骅, 黄一览, 熊升华. 基于熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 的机场消防站选址评价模型 [J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 265-273.

## An evaluation model of airport fire station site selection based on entropy weight intuitionistic fuzzy extended MULTIMOORA

HE Yuan-hua<sup>1,2</sup>, HUANG Yi-lan<sup>1,2</sup>, XIONG Sheng-hua<sup>1,2†</sup>

(1. Civil Aircraft Fire Science and Safety Engineering Key Laboratory of Sichuan Province, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China; 2. College of Civil Aviation Safety Engineering, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China)

**Abstract:** In terms of the intuitionistic fuzzy multi-criteria group decision making problem where the weight information of criteria is completely unknown, considering the shortcomings of the classical intuitionistic fuzzy entropy formula and the MULTIMOORA model, a new intuitionistic fuzzy entropy formula is proposed to fully describe the intuitionistic and fuzzy information of intuitionistic fuzzy numbers. A dominance convex combination operation is defined, and the MULTIMOORA model is extended to solve the multi-criteria group decision problems. In a framework of complex system under intuitionistic fuzzy environment, the evaluation index system of airport fire station site selection is constructed, and then the evaluation model of airport fire station site selection based on the entropy weight intuitionistic fuzzy extended MULTIMOORA is proposed. The case analysis shows that the proposed method is reasonable and effective, which provides a new idea for the site selection evaluation of airport fire station.

**Keywords:** airport fire station site selection; intuitionistic fuzzy number; entropy weight method; MULTIMOORA; dominance convex combination

## 0 引言

据统计, 2015 年国内年旅客吞吐量超过 1 000 万的机场有 26 个, 而 2019 年已达到 39 个, 同期内运输总周转量从 851.7 亿吨千米增长至 1 292.7 亿吨千米, 旅客运输量从 4.36 亿人次增长至 6.6 亿人次. 机场流

量的增加给机场消防安全保障带来挑战. 机场消防站是在机场及其邻近地区对发生事故的飞机进行灭火和救援工作的设施, 其数量和位置被要求在最佳能见度条件和地面通畅条件下, 应答时间不超过 3 min<sup>[1]</sup>. 目前, 民航机场消防站选址主要存在以下问

收稿日期: 2021-02-06; 录用日期: 2021-09-28.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFC0810600); 国家自然科学基金项目(71801175); 中国民航飞行学院科研基金项目(J2018-12, J2020-112); 中国民用航空飞行学院大学生双创建设项目(S202010624134).

责任编辑: 刘宝碁.

†通讯作者. E-mail: xsh@my.swjtu.edu.cn.

题:既有行业标准中对机场消防站选址的具体规定偏少;《民用航空运输机场飞行区消防设施》建议机场消防站宜靠近跑道或滑行道中部,但该建议不一定能够满足机场实际消防需求;很多机场并未考虑机场消防救援路线的拥堵程度及跑道事故分布等对机场消防站选址的影响;机场消防站规划初期未能考虑实际运营风险及与其他运营部分的协调和集成。鉴于此,本文针对机场消防站选址评价问题开展相关研究。

Zadeh<sup>[2]</sup>首先提出模糊熵的概念以刻画模糊集的模糊程度,此后关于模糊熵的定义及构造得到广泛延伸和拓展。Berillo等<sup>[3]</sup>根据Luca等<sup>[4]</sup>提出的模糊集熵公理化定义,给出了直觉模糊集的熵公理化定义,但依据该公理化定义而构建的直觉模糊熵公式无法度量直觉模糊集的模糊程度。Vlachos等<sup>[5]</sup>基于直觉模糊集的交叉熵公式导出新的直觉模糊熵计算公式,并阐述了模糊熵与直觉模糊熵之间的联系。Szmids等<sup>[6]</sup>提出了改进的直觉模糊熵公理化定义,并基于直觉模糊集的几何解释构造一种熵计算公式。但是,文献[5-6]均只考虑了直觉模糊集隶属度与非隶属度的绝对偏差程度,未考虑犹豫度对直觉模糊集不确定性的影响。文献[7-8]指出,模糊信息由直觉模糊集隶属度与非隶属度的绝对偏差决定,直觉信息则由直觉模糊集的犹豫度决定,并据此给出新的直觉模糊熵公理化定义,新定义考虑了隶属度与非隶属度之间的绝对偏差一定时犹豫度对直觉模糊熵的影响,以及犹豫度一定时隶属度与非隶属度之间的绝对偏差对直觉模糊熵的影响。Hung等<sup>[9]</sup>基于概率论改进直觉模糊熵的公理化定义并推广至区间直觉模糊集。魏翠萍等<sup>[10]</sup>较为全面地梳理了各类直觉模糊集的熵公式的优缺点,提出了一个改进的直觉模糊熵计算公式。

Brauers<sup>[11]</sup>对多准则决策方法的鲁棒性进行系统研究,提出结合两种不同决策方式的多准则决策方法优于单一决策方式多准则决策方法。据此,Brauers等<sup>[12]</sup>将全乘模型引入比例分析多目标优化(MOORA)方法,进而提出全乘比例分析多目标优化(MULTIMOORA)方法。MULTIMOORA方法的运算简便、强鲁棒性<sup>[13]</sup>等特点使其一经提出便被广泛运用于经济、电子等领域<sup>[14]</sup>。尽管如此,MULTIMOORA模型主要用于解决多准则决策问题,无法直接处理多准则群决策问题。

基于上述研究,本文针对机场消防站选址评价问题,提出一种基于熵权直觉模糊拓展MULTIMOORA

的机场消防站选址评价模型,包括:构建机场消防站选址评价指标体系;定义同时考虑直觉模糊数直觉信息和模糊信息的新型直觉模糊熵公式,基于熵权法挖掘专家评价的信息熵确定准则权重;定义占优凸组合运算以完成群决策信息的集结,拓展MULTIMOORA对选址方案进行排序;通过案例分析对该决策过程进行详细说明。

## 1 预备知识

### 1.1 直觉模糊集

**定义1**<sup>[15]</sup> 设 $X$ 为非空论域, $X$ 上的直觉模糊集定义为 $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$ 。其中: $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 为元素 $x$ 对于集合 $\tilde{A}$ 的隶属度函数, $\nu_{\tilde{A}}(x)$ 为元素 $x$ 对于集合 $\tilde{A}$ 的非隶属度函数, $\mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 。对于 $\forall x \in X, 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$ 。 $\beta_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) - \nu_{\tilde{A}}(x)$ 称作集合 $\tilde{A}$ 的直觉模糊犹豫度, $0 \leq \beta_{\tilde{A}}(x) \leq 1$ 。非空论域 $X$ 上的直觉模糊集全体记作 $\text{IFS}(X)$ , $\tilde{\alpha} = (\mu, \nu)$ 为直觉模糊数(IFN)。

此外,文献[15-16]定义了直觉模糊数的运算规则和大小比较。

### 1.2 直觉模糊数集结算子

**定义2**<sup>[17]</sup> 设 $\tilde{\alpha}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 为一组直觉模糊数,称 $\text{IFWA}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n) = \omega_1 \tilde{\alpha}_1 \oplus \omega_2 \tilde{\alpha}_2 \oplus \dots \oplus \omega_n \tilde{\alpha}_n = \bigoplus_{j=1}^n \omega_j \tilde{\alpha}_j$ 为直觉模糊加权平均算子,有

$$\text{IFWA}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n) = \left( 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \mu_j)^{\omega_j}, \prod_{j=1}^n \nu_j^{\omega_j} \right). \quad (1)$$

**定义3**<sup>[16]</sup> 设 $\tilde{\alpha}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 为一组直觉模糊数,称 $\text{IFWG}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n) = \tilde{\alpha}_1^{\omega_1} \otimes \tilde{\alpha}_2^{\omega_2} \otimes \dots \otimes \tilde{\alpha}_n^{\omega_n} = \bigotimes_{j=1}^n \tilde{\alpha}_j^{\omega_j}$ 为直觉模糊加权几何算子,有

$$\text{IFWG}(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n) = \left( \prod_{j=1}^n \mu_j^{\omega_j}, 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \nu_j)^{\omega_j} \right). \quad (2)$$

### 1.3 直觉模糊熵

**定义4**<sup>[7-8,10,18]</sup> 设 $\tilde{A} = \{(\mu_{\tilde{A}}(x_i), \nu_{\tilde{A}}(x_i)) | x_i \in X\}$ 和 $\tilde{B} = \{(\mu_{\tilde{B}}(x_i), \nu_{\tilde{B}}(x_i)) | x_i \in X\}$ 为两个直觉模糊集,称函数 $E : \text{IFS}(X) \rightarrow [0, 1]$ 为直觉模糊熵,若其满足如下准则。

**准则1**  $E(\tilde{A}) = 0$ ,当且仅当 $\tilde{A}$ 为清晰集,即对于 $\forall x_i \in X$ ,有 $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = 1, \nu_{\tilde{A}}(x_i) = 0$ 或 $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = 0, \nu_{\tilde{A}}(x_i) = 1$ 。

**准则2**  $E(\tilde{A}) = 1$ ,当且仅当 $\forall x_i \in X$ ,有 $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = \nu_{\tilde{A}}(x_i)$ 。

**准则3**  $E(\tilde{A}) = E(\tilde{A}^c)$ 。

**准则4**  $E(\tilde{A}) \leq E(\tilde{B})$ ,若对于 $\forall x_i \in X$ ,有:

1) 当  $\mu_{\tilde{B}}(x_i) \geq v_{\tilde{B}}(x_i)$  时,  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) \geq \mu_{\tilde{B}}(x_i)$  且  $v_{\tilde{A}}(x_i) \leq v_{\tilde{B}}(x_i)$ ;

2) 当  $\mu_{\tilde{B}}(x_i) \leq v_{\tilde{B}}(x_i)$  时,  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) \leq \mu_{\tilde{B}}(x_i)$  且  $v_{\tilde{A}}(x_i) \geq v_{\tilde{B}}(x_i)$ .

**准则5** 对于  $\forall x_i \in X$ , 当  $|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - v_{\tilde{A}}(x_i)| = |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - v_{\tilde{B}}(x_i)|$  且  $\beta_{\tilde{A}}(x_i) < \beta_{\tilde{B}}(x_i)$  时,  $E(\tilde{A}) < E(\tilde{B})$ .

#### 1.4 占优理论

文献[12]对文献[19]提出的比例分析多目标优化(MOORA)方法进行改进,提出 MULTIMOORA 模型如下: 设具有  $m$  个备选方案和  $n$  个决策指标的多准则决策问题的决策矩阵为

$$H = (h_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & \dots & I_n \\ h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mn} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{matrix}, \quad (3)$$

其中  $h_{ij}$  为第  $i$  个备选方案在第  $j$  个决策指标下的评价价值. 当  $I_j$  为效益型指标时,  $h_{ij}$  的值越大越好; 当  $I_j$  为成本型指标时,  $h_{ij}$  的值越小越好.

MULTIMOORA 模型包含比率模型、参照点法和全乘模型3个子模型<sup>[12]</sup>, 其基本决策思路是: 先根据3个子模型分别得到方案子排序, 再对方案子排序进行综合得到最终排序. 具体决策过程见文献[2].

为得到最终排序, 需利用排名聚合工具对多模型得到的排序进行综合处理. 排名位置方法<sup>[20]</sup>基于生成每个备选方案最终排序的得分公式  $RPM(A_i)$ ; 精确顺序优先技术<sup>[20]</sup>使用 MCDM 概念获得折中的解决方案; 占优准则 (dominance theory)<sup>[21]</sup>考虑传递性准则、优势 (绝对优势和部分优势) 准则和相等 (绝对平等、部分平等以及循环推理一致) 准则. Brauers 等<sup>[12]</sup>指出, MULTIMOORA 三种模型具有同等重要性, 因此利用占优理论将上述3种模型得到的结果进行综合排序进而得到最终结果.

**定义5**<sup>[21]</sup> 设  $A(a, b, c)$  表示备选方案  $A$  在3个子模型下的子排序, 则占优准则如下:

1) 优势准则.

优势分为绝对优势和部分优势, 两者均认定为占优.

① 绝对优势指1个备选方案在所有其他备选方案中处于主导地位, 这种绝对优势在 MULTIMOORA 三个子模型排序中体现为 (1, 1, 1).

② 部分优势指1个备选方案经 MULTI-MOORA 三个子模型计算, 在2种及以上模型下的排序占优,

假设序数  $a < b < c < d$ , 有:

$A(a, a, a)$  对  $B(b, b, b)$  全部占优;

$A(a, d, a)$  对  $B(b, c, b)$  部分占优;

$A(a, a, d)$  对  $B(b, b, c)$  部分占优.

2) 传递性准则.

如果备选方案  $A$  对  $B$  占优, 又有备选方案  $B$  对  $C$  占优, 则可以得到: 备选方案  $A$  对  $C$  占优.

3) 平等准则.

平等有3种情况, 分别是绝对平等、部分平等和循环推理下的平等.

① 绝对平等指2个备选方案在3个子模型下的排序结果均对应相等, 如  $A(a, b, c)$  和  $B(a, b, c)$ , 此时两个备选方案的排序一致.

② 部分平等指2个备选方案在某个子模型下的排序结果相等, 其他两个子模型下2个备选方案各有1个占优, 例如  $A(5, b, 7)$  和  $B(6, b, 3)$ , 此时2个备选方案的排序一致.

③ 循环推理下的平等指方案排序间可能存在矛盾, 如  $A(11, 20, 14)$  对  $B(14, 16, 15)$  部分占优、 $B(14, 16, 15)$  对  $C(15, 19, 12)$  部分占优. 按照传递性准则,  $A$  对  $C$  占优; 然而按照优势准则,  $C$  对  $A$  部分占优. 这类情况下备选方案  $A, B, C$  判定为排序一致.

## 2 机场消防站选址评价指标体系

通过分析预防、准备、应对及恢复应急管理4阶段, 按照系统性、独立性和代表性原则, 结合《国家突

表1 机场消防站选址评估指标体系

指标	内容
救援时间 ( $C_1$ )	按照中国民航局《民用航空运输机场消防站管理规定》, 机场消防站执勤人员听到出动信号后应迅速出动, 消防车从接警到驶离车库时间不得超过1 min, 即机场消防车需要在2 min内到达事发地点
拥堵程度 ( $C_2$ )	在机场实际运行过程中, 越靠近航站楼, 情况越复杂 <sup>[22]</sup> , 机场消防车在航站楼附近可能无法发挥最佳效率. 当机场消防站设置在航站楼附近, 在机场消防车出警的初始路线上, 复杂的周边情况可能会影响机场消防车的行驶速度
事件发生概率 ( $C_3$ )	起飞或着陆阶段中大部分的航空事故都发生在跑道上, 或者临近跑道一定距离的范围内 <sup>[23]</sup> , 为提升机场消防站救援效率, 机场消防站应该尽可能靠近事故发生概率高的地方
运行风险率 ( $C_4$ )	尽量减少消防车辆穿过飞机活动的跑道、飞机滑行道等对机场正常运行影响较多的区域; 不干扰空中交通指挥塔的视线; 满足机场区域建筑限高要求; 对现有道路、航空燃油储存区、飞机滑行区或停放区等位置的干扰或障碍最少; 不干扰消防车辆或消防站通信设备或航空通信设施
与其他运营部分的协调 ( $C_5$ )	不阻塞消防通道或影响相邻道路、建筑、人行道和停车场等; 易于与机场安全系统例如应急医疗建立连接或实现集成等

发公共事件总体应急预案》《中国民用航空应急管理规  
定》《中华人民共和国民用航空法》《中华人民共和国  
突发事件应对法》《民用机场管理条例》和《民用  
运输机场突发事件应急救援管理规则》等资料,通过  
分析、整理、总结相关案例及研究,设置救援时间、  
拥堵程度、事件发生概率、运行风险、与其他运营部  
分的协调5个指标,如表1所示.

### 3 新型直觉模糊熵公式

#### 3.1 一种新型直觉模糊熵公式

本节首先提出一个同时考虑直觉模糊集直觉信  
息与模糊信息的直觉模糊熵公式.

**定义6** 设  $\tilde{A} = \{(x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i), \nu_{\tilde{A}}(x_i)) | x_i \in X\}$   
为论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的一个直觉模糊集,称

$$E(\tilde{A}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i))] \quad (4)$$

为直觉模糊集  $\tilde{A}$  的熵.

**定理1**  $E(\tilde{A})$  是直觉模糊熵.

**证明** 首先证明  $E(\tilde{A}) \in [0, 1]$ . 因为  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0, 1], \nu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0, 1], \mu_{\tilde{A}}(x_i) + \nu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0, 1]$ , 所以  $1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0, 1]$ . 令  $g(\alpha_i, \beta_i) = (\alpha_i - 1)^2 \ln(e + \alpha_i \beta_i)$ , 其中  $\alpha_i = |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|, \beta_i = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)$ . 对  $g(\alpha_i, \beta_i)$  求关于  $\alpha_i$  的偏导, 有

$$\begin{aligned} g_{\alpha_i}(\alpha_i, \beta_i) &= 2(\alpha_i - 1) \ln(e + \alpha_i \beta_i) + (\alpha_i - 1)^2 \frac{\beta_i}{e + \alpha_i \beta_i} = \\ &(\alpha_i - 1) \left[ 2 \ln(e + \alpha_i \beta_i) + \frac{\alpha_i \beta_i - \beta_i}{\alpha_i \beta_i + e} \right] \leq \\ &(\alpha_i - 1) \left[ 2 \ln e + \frac{\alpha_i \beta_i - \beta_i}{\alpha_i \beta_i + e} \right] = \\ &(\alpha_i - 1) \frac{2\alpha_i \beta_i + 2e + \alpha_i \beta_i - \beta_i}{\alpha_i \beta_i + e} \leq 0, \end{aligned}$$

当且仅当  $\alpha_i = 1$  时取等号, 因此  $g(\alpha_i, \beta_i)$  关于  $\alpha_i$  单  
调递减. 进而当  $|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| = 0$  时, 取到最大  
值1; 当  $|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| = 1$  时, 取到最小值0, 有  
 $E(\tilde{A}) \in [0, 1]$  成立.

下面证明  $E(\tilde{A})$  满足准则1~准则5.

准则1的充分性易证, 此略.

准则1的必要性. 若  $E(\tilde{A}) = 0$ , 则对于  $\forall x_i \in X$ , 有

$$(|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| - 1)^2 = 0, \quad (5)$$

或者

$$\ln[e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i))] = 0. \quad (6)$$

由直觉模糊数的定义可知:  $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x_i) + \nu_{\tilde{A}}(x_i) \leq 1$ , 又  $0 \leq |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| \leq 1$ , 所以  $e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)) > e$ , 式(6)不成立, 故式(5)必成立. 所以  $|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| = 0$ , 当且仅当  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = 1, \nu_{\tilde{A}}(x_i) = 0$  或者  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = 0, \nu_{\tilde{A}}(x_i) = 1$  时, 式(5)成立,  $\tilde{A}$  为清晰集.

准则2的充分性. 若对于  $\forall x_i \in X$  有  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = \nu_{\tilde{A}}(x_i)$ , 则  $E(\tilde{A}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln e = 1$ .

准则2的必要性. 若  $E(\tilde{A}) = 1$ , 则对于  $\forall x_i \in X$ , 有

$$\begin{cases} (|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| - 1)^2 = 1, \\ \ln[e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i))] = 1. \end{cases}$$

进一步整理得到

$$\begin{cases} \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i) = 0, \\ |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)) = 0. \end{cases}$$

解方程组有  $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = \nu_{\tilde{A}}(x_i)$ .

准则3.  $E(\tilde{A}) = E(\tilde{A}^c)$  显然成立.

准则4. 设  $\tilde{A}$  和  $\tilde{B}$  为论域上两个直觉模糊集, 有:

1) 当  $\mu_{\tilde{B}}(x_i) \geq \nu_{\tilde{B}}(x_i), \mu_{\tilde{A}}(x_i) \geq \mu_{\tilde{B}}(x_i)$  且  $\nu_{\tilde{A}}(x_i) \leq \nu_{\tilde{B}}(x_i)$  时, 有  $\nu_{\tilde{A}}(x_i) \leq \nu_{\tilde{B}}(x_i) \leq \mu_{\tilde{B}}(x_i) \leq \mu_{\tilde{A}}(x_i)$ , 进而有

$$|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| \geq |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|.$$

由上文可知  $g(\alpha_i, \beta_i)$  关于  $\alpha_i$  单调递减, 有

$$\begin{aligned} g(|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|, 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)) &\leq \\ g(|\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|, 1 - \mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)), \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} (|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i))] &\leq \\ (|\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i))]. \end{aligned}$$

由  $x_i$  的任意性可知  $E(\tilde{A}) \leq E(\tilde{B})$  成立.

2) 当  $\mu_{\tilde{B}}(x_i) \leq \nu_{\tilde{B}}(x_i), \mu_{\tilde{A}}(x_i) \leq \mu_{\tilde{B}}(x_i)$  且  $\nu_{\tilde{A}}(x_i) \geq \nu_{\tilde{B}}(x_i)$  时, 同理可证.

准则5. 对于  $\forall x_i \in X$ , 当  $|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| = |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|$  且  $\beta_{\tilde{A}}(x_i) < \beta_{\tilde{B}}(x_i)$  时,  $e + \beta_{\tilde{A}}(x_i) \times |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| < e + \beta_{\tilde{B}}(x_i) |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|$ , 进而有

$$\begin{aligned} (|\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i))] &< \\ (|\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i))]. \end{aligned}$$

$$\nu_{\tilde{B}}(x_i)|(1 - \mu_{\tilde{B}}(x_i) - \nu_{\tilde{B}}(x_i))].$$

由  $x_i$  的任意性可知  $E(\tilde{A}) < E(\tilde{B})$  成立.  $\square$

为表明所提出熵公式在测度直觉模糊集直觉信息与模糊信息的合理性和优越性, 选取两种经典的直觉模糊熵公式<sup>[24]</sup>

$$E_1(\tilde{A}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) - \nu_{\tilde{A}}(x_i)),$$

$$E_2(\tilde{A}) =$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - (\mu_{\tilde{A}}(x_i) + \nu_{\tilde{A}}(x_i))e^{1 - (\mu_{\tilde{A}}(x_i) + \nu_{\tilde{A}}(x_i))}),$$

与所提出的熵公式  $E$  进行对比分析.

**例1** 设  $\tilde{A}_1 = \{(x, 0.1, 0.7)\}$ ,  $\tilde{A}_2 = \{(x, 0.4, 0.4)\}$ ,  $\tilde{A}_3 = \{(x, 0.8, 0.2)\}$  为论域  $X = \{x\}$  上的3个直觉模糊集, 分别以熵公式  $E$ 、 $E_1$  和  $E_2$  计算直觉模糊集  $\tilde{A}_1$ 、 $\tilde{A}_2$  和  $\tilde{A}_3$  的熵, 结果如表2所示.

表2 3种直觉模糊熵公式计算结果对比

	$\tilde{A}_1$	$\tilde{A}_2$	$\tilde{A}_3$
$E(\tilde{A})$	0.1669	1.0000	0.1600
$E_1(\tilde{A})$	0.2000	0.2000	0.0000
$E_2(\tilde{A})$	0.0229	0.0229	0.0000

准则4和准则5表明: 犹豫度相同时, 隶属度和非隶属度的绝对偏差越小, 直觉模糊熵越大, 如  $E(\tilde{A}_1) < E(\tilde{A}_2)$ ; 同样地, 在隶属度与非隶属度的绝对偏差相同时, 犹豫度越大, 直觉模糊熵越大, 如  $E(\tilde{A}_1) > E(\tilde{A}_3)$ . 以上与实际相符. 然而, 虽然元素  $x$  隶属于  $\tilde{A}_1$  和  $\tilde{A}_2$  的犹豫度相同, 但  $x$  隶属于  $\tilde{A}_1$  的隶属度与非隶属度的绝对偏差大于  $x$  隶属于  $\tilde{A}_2$ , 因此  $\tilde{A}_1$  的不确定性应小于  $\tilde{A}_2$ . 利用熵公式得到的  $E_1(\tilde{A}_1) = E_1(\tilde{A}_2)$  和  $E_2(\tilde{A}_1) = E_2(\tilde{A}_2)$  与事实不符.

例1表明, 公式  $E_1$  和  $E_2$  无法准确捕捉直觉模糊集在犹豫度(直觉信息)相同时, 隶属度和非隶属度的绝对偏差(模糊信息)导致的直觉模糊熵差异. 本文提出的公式更为全面地考虑了直觉模糊集中包含的直觉信息和模糊信息, 在描述直觉模糊集的熵时更具合理性.

### 3.2 性质分析

隶属度和非隶属度的绝对偏差  $\alpha$ 、犹豫度  $\beta$  与隶属度  $\mu$ 、非隶属度  $\nu$  的关系如图1所示. 由图1可知, 直觉模糊集的直觉信息和模糊信息均关于  $\mu = \nu$  对称.

图2给出了定义6中直觉模糊熵  $E$  与  $\mu$ 、 $\nu$  的关系. 由图2可知,  $E$  关于平面  $\mu = \nu$  对称, 当  $\mu$  值一定时,  $E$  值首先随着  $\nu$  的增大而增大, 当  $\mu = \nu$  时,  $E$  值到极值, 随后  $E$  值随着  $\nu$  的增大而减小.

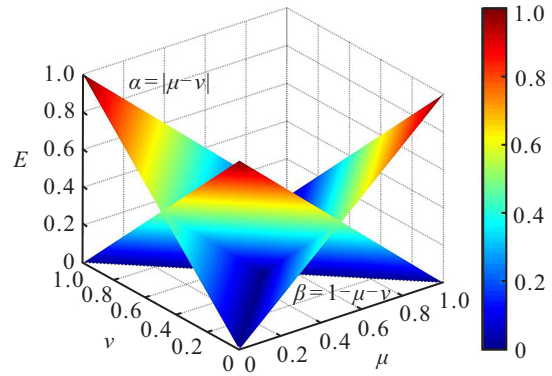


图1  $\alpha, \beta$  与  $\mu, \nu$  的关系

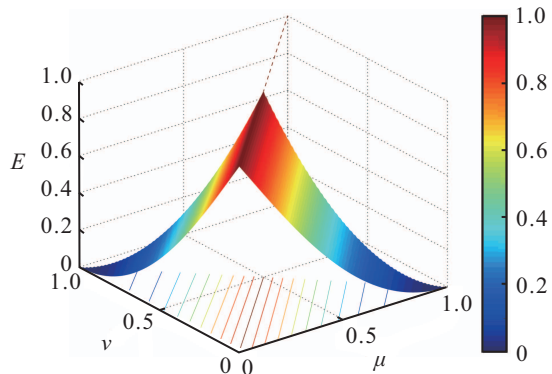


图2  $E$  与  $\mu, \nu$  的关系

图3给出了直觉模糊熵  $E$  随直觉信息和犹豫信息的变化. 由图3可知, 随着  $\alpha$  值的增大,  $E$  值呈快速下降趋势; 随着  $\beta$  的增大,  $E$  值缓慢增长. 进而可知, 直觉信息对直觉模糊熵的影响大于模糊信息.

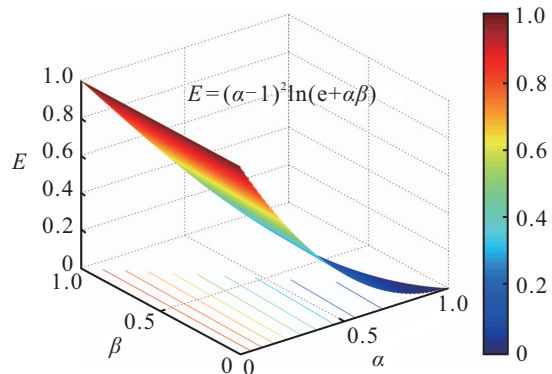


图3  $E$  与  $\alpha, \beta$  的关系

## 4 占优凸组合

### 4.1 占优凸组合运算

利用 MULTIMOORA 方法可对式(3)所示的多准则决策问题进行排序, 将多准则群决策问题视为有限个多准则决策问题进行求解再进行综合. 基于上述思想, 结合定义5及凸组合运算<sup>[25]</sup> 提出占优凸组合的概念.

**定义7** 在多准则群决策问题中, 令  $s$  ( $s$  为大于等于3的奇数) 位专家的顺序向量为  $(DM_1, DM_2, \dots,$

DM<sub>k</sub>, ..., DM<sub>s</sub>), 有

$$H = (h^1, h^2, \dots, h^k, \dots, h^s) = \begin{bmatrix} h_1^1 & h_1^2 & \dots & h_1^k & \dots & h_1^s \\ h_2^1 & h_2^2 & \dots & h_2^k & \dots & h_2^s \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_i^1 & h_i^2 & \dots & h_i^k & \dots & h_i^s \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_m^1 & h_m^2 & \dots & h_m^k & \dots & h_m^s \end{bmatrix}$$

其中:  $H$  为利用 MULTIMOORA 对各专家给出的多准则决策问题进行排序后得到排序矩阵,  $m$  为备选方案数量,  $h^k = (h_1^k, h_2^k, \dots, h_m^k)^T$  为对第  $k$  个专家给出的多准则决策问题进行排序后得到的排序值. 假设  $h = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T$  表示最终综合排序值, 称函数  $DC: H_{m \times s} \rightarrow (h_1, h_2, \dots, h_m)^T$  为占优凸组合, 其按照专家顺序“从后往前”的计算规则如下:

$$DC(H_{m \times s}) = D(h^1, h^2, DC(h^k, k = 3, 4, \dots, s)), \tag{7}$$

其中函数  $D(\cdot)$  为定义 5 中占优准则计算方法, 且  $DC(h^{s-2}, h^{s-1}, h^s) = D(h^{s-2}, h^{s-1}, h^s)$ .

**例2** 假设 5 位专家  $DM_k (k = 1, 2, \dots, 5)$  对 3 个备选方案  $A_i (i = 1, 2, 3)$  的评价排序值如表 1 所示. 当专家顺序为  $DM_1, DM_2, DM_3, DM_4, DM_5$  时, 根据占优凸组合运算得到最终综合排序值的过程为

$$DC(H_{3 \times 5}) = D(h^1, h^2, DC(h^3, h^4, h^5)) = D(h^1, h^2, D(h^3, h^4, h^5)) = D \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

即 3 个备选方案的最终综合排序为  $A_2 > A_1 > A_3$ .

表 3 针对备选方案的专家评价排序值(例2)

	DM <sub>1</sub>	DM <sub>2</sub>	DM <sub>3</sub>	DM <sub>4</sub>	DM <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>	2	2	3	3	1
A <sub>2</sub>	1	1	1	1	3
A <sub>3</sub>	3	3	2	2	2

#### 4.2 灵敏度分析

在计算占优凸组合时专家顺序的变化将改变计算过程, 进而导致最终评价结果的变化. 如在例 2 中, 当专家顺序为  $DM_3, DM_4, DM_1, DM_2, DM_5$  时, 计算过程为  $DC(H_{3 \times 5}) = D(h^3, h^4, DC(h^1, h^2, h^5)) = (3, 1, 2)^T$ .

更一般地, 当专家的顺序任意分布时, 共有  $A_5^5 = 5! = 120$  种排序方案, 其中 108 种的最终结果为  $A_2 > A_1 > A_3$ , 12 种的最终结果为  $A_2 > A_3 > A_1$ .

**例3** 假设 5 位专家  $DM_k (k = 1, 2, \dots, 5)$  对 3 个备选方案  $A_i (i = 1, 2, 3)$  的评价排序值如表 4 所示. 当

专家顺序任意分布时, 120 种排序方案下的最终排序始终为  $A_1 > A_2 > A_3$ .

表 4 针对备选方案的专家评价排序值(例3)

	DM <sub>1</sub>	DM <sub>2</sub>	DM <sub>3</sub>	DM <sub>4</sub>	DM <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>	3	1	1	1	1
A <sub>2</sub>	1	2	2	2	2
A <sub>3</sub>	2	3	3	3	3

**例4** 假设 5 位专家  $DM_k (k = 1, 2, \dots, 5)$  对 3 个备选方案  $A_i (i = 1, 2, 3)$  的评价排序值如表 5 所示. 当专家的顺序任意分布时, 120 种排序方案中, 96 种的最终结果为  $A_3 > A_2 > A_1$ , 12 种的最终结果为  $A_3 > A_1 > A_2$ , 另外 12 种的最终结果为  $A_2 > A_3 > A_1$ .

表 5 针对备选方案的专家评价排序值(例4)

	DM <sub>1</sub>	DM <sub>2</sub>	DM <sub>3</sub>	DM <sub>4</sub>	DM <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>	2	1	3	3	3
A <sub>2</sub>	3	2	2	2	1
A <sub>3</sub>	1	3	1	1	2

结果显示, 专家顺序可能影响最终排序结果, 影响因素包括: 1) 如果  $K$  位专家中  $(K - 1)$  位给出相同的排序数, 即出现绝大多数专家对所有备选方案评价一致, 该情况下凸组合中专家顺序不影响最终排序, 如例 3, 该结果符合实际情况, 凸显了占优凸组合的合理性. 2) 顺序靠后的专家评价越可能在凸组合逻辑中被湮没; 反之, 顺序越靠前, 该专家评价越可能出现在最终评价中. 如例 4, 如果按照顺序  $DC(H_{3 \times 5}) = D(h^1, h^2, DC(h^3, h^4, h^5))$  进行占优凸组合计算, 则  $DM_1$  的评价完全体现在最终结果  $A_3 > A_1 > A_2$  中, 如果按照倒序  $DC(H_{3 \times 5}) = D(h^5, h^4, DC(h^3, h^2, h^1))$  进行占优凸组合计算, 则最终结果  $A_3 > A_2 > A_1$  中  $DM_1$  关于方案  $A_1$  优于方案  $A_2$  的评价被湮没. 因此, 利用占优凸组合计算时可依据专家重要性程度调整专家顺序.

### 5 熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 模型

设  $M = \{1, 2, \dots, m\}, N = \{1, 2, \dots, n\}, S = \{1, 2, \dots, s\}$  分别代表对应  $m$  个备选方案、 $n$  个准则和  $s$  位专家的下标集合, 其中  $s$  为大于等于 3 的奇数. 令  $s$  位专家的顺序向量为  $(DM_1, DM_2, \dots, DM_k, \dots, DM_s)$ , 其中  $DM_k$  表示第  $k$  位专家,  $k \in S$ . 假定待评价方案集合为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ , 其中  $A_i$  代表第  $i$  个备选方案,  $i \in M$ ; 待评估的准则集合为  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ , 其中  $C_j$  代表第  $j$  个准则,  $j \in N$ . 专家  $DM_k (k \in S)$  以直觉模糊数  $x_{ij}^k = (\mu_{ij}^k, \nu_{ij}^k)$  刻画方案  $A_i (i \in M)$  在指标  $C_j (j \in N)$  下的评估值, 则可以构建直觉模糊决策矩阵  $X^k = [x_{ij}^k]_{m \times n}, k \in S$ . 基于

熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 的机场消防站选址评价模型的具体步骤如下。

step 1:  $s$  位专家分别以直觉模糊数给出  $m$  个选址方案在  $n$  个指标下的评价值, 由此可以确定  $s$  个直觉模糊决策矩阵  $\mathbf{X}^k = [x_{ij}^k]_{m \times n}$ , 其中  $x_{ij}^k = (\mu_{ij}^k, \nu_{ij}^k)$ ,  $i \in M, j \in N, k \in S$ .

step 2: 计算评价值的信息熵及各指标权重。

step 2.1: 根据式(4)计算直觉模糊决策矩阵中评价值对应的直觉模糊熵, 由此得到  $s$  个直觉模糊熵矩阵  $\mathbf{E}\mathbf{X}^k = [E(x_{ij}^k)]_{m \times n}$ . 其中

$$E(x_{ij}^k) = (|\mu_{\bar{A}}(x_{ij}^k) - \nu_{\bar{A}}(x_{ij}^k)| - 1)^2 \ln[e + |\mu_{\bar{A}}(x_{ij}^k) - \nu_{\bar{A}}(x_{ij}^k)|(1 - \mu_{\bar{A}}(x_{ij}^k) - \nu_{\bar{A}}(x_{ij}^k))],$$

$$i \in M, j \in N, k \in S.$$

step 2.2: 记  $E_j^k = \sum_{i \in M} E(x_{ij}^k)/m$ , 利用式(8)确定对应于评价矩阵  $\mathbf{X}^k$  的准则权重向量, 有

$$\omega_j^k = \frac{1 - E_j^k}{n - \sum_{j=1}^n E_j^k}, j \in N, k \in S. \quad (8)$$

特别地, 当  $n - \sum_{j=1}^n E_j^k = 0$  时,  $\omega_j^k = 1/n$ . 则指标权重向量为  $\mathbf{W}^k = (\omega_1^k, \omega_2^k, \dots, \omega_n^k)^T, k \in S$ .

step 3: 加权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 模型。由于表1构建的评价体系中指标均为效益型指标, 评价值均为直觉模糊数, 指标间无量纲差异, 此处无需作去量纲处理。

step 3.1: 直觉模糊比率模型根据式(1), 利用直觉模糊决策矩阵  $\mathbf{X}^k = [x_{ij}^k]_{m \times n}$  和权重向量  $\mathbf{W}^k$  计算第  $i$  个备选方案的综合比率值, 并根据直觉模糊数大小比较方式进行排序, 综合比率值越大备选方案越优。

step 3.2: 对于同一位专家, 选取各准则下的最大评价值作为参照点。改进实数环境下的 Hamming 距离<sup>[26]</sup>, 采取式(9)所示的 Tchebycheff 距离<sup>[27]</sup> 计算第  $i$  个备选方案与参照点之间的距离, 有

$$d(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) = \max_{1 \leq j \leq n} d(\tilde{\alpha}_j, \tilde{\beta}_j) = \max_{1 \leq j \leq n} \frac{\omega_j}{2} (|\mu_{\tilde{\alpha}_j} - \mu_{\tilde{\beta}_j}| + |\nu_{\tilde{\alpha}_j} - \nu_{\tilde{\beta}_j}|). \quad (9)$$

备选方案到参照点距离越小该值对应的方案越优。

step 3.3: 根据式(2), 利用直觉模糊决策矩阵  $\mathbf{X}^k = [x_{ij}^k]_{m \times n}$  和权重向量  $\mathbf{W}^k$  计算第  $i$  个备选方案的全体效用值, 并根据直觉模糊数大小比较方式进行排序, 全体效用值越大备选方案越优。

step 4: 根据定义5, 确定相应于专家  $DM_k$  的备选方案排序  $\mathbf{h}^k = (h_1^k, h_2^k, \dots, h_m^k)^T, k \in S$ .

step 5: 确定综合排序。运用式(7)占优凸组合计算规则, 集合各专家的综合排序确定最终综合排序。

## 6 案例分析

某单跑道机场为4E级民用机场, 机场年旅客吞吐量为2500万人次, 年起降架次为18.6万, 机场利用飞行区共用道面作为消防救援路线。根据现实条件, 得到3个机场消防站选址方案。邀请7位具备资深行业经验的专家  $DM_k (k = 1, \dots, 7)$  对3个机场消防站选址方案  $A_m (m = 1, 2, 3)$  展开评估, 纳入考虑的评估指标  $C_j (j = 1, 2, 3)$  分别为救援时间 ( $C_1$ )、拥堵程度 ( $C_2$ )、事故发生概率 ( $C_3$ )、运行风险 ( $C_4$ ) 和其他运营部分的协调 ( $C_5$ )。

机场消防站选址模型如下。

step 1: 各专家  $DM_k (k = 1, \dots, 7)$  提供的直觉模糊决策矩阵  $\mathbf{X}^k$  如表6所示。

表6 专家  $DM_k$  提供的直觉模糊评价决策矩阵  $\mathbf{X}^k$

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$DM_1$	$A_1$ (0.7, 0.1)	(0.6, 0.2)	(0.2, 0.5)	(0.5, 0.2)	(0.3, 0.5)
	$A_2$ (0.5, 0.3)	(0.5, 0.4)	(0.4, 0.5)	(0.7, 0.3)	(0.2, 0.7)
	$A_3$ (0.6, 0.2)	(0.4, 0.2)	(0.1, 0.7)	(0.6, 0.4)	(0.5, 0.3)
$DM_2$	$A_1$ (0.6, 0.1)	(0.5, 0.4)	(0.3, 0.6)	(0.7, 0.2)	(0.2, 0.5)
	$A_2$ (0.6, 0.3)	(0.7, 0.2)	(0.4, 0.5)	(0.5, 0.3)	(0.3, 0.7)
	$A_3$ (0.7, 0.2)	(0.6, 0.4)	(0.2, 0.7)	(0.6, 0.2)	(0.4, 0.3)
$DM_3$	$A_1$ (0.5, 0.4)	(0.5, 0.2)	(0.3, 0.5)	(0.6, 0.1)	(0.4, 0.5)
	$A_2$ (0.7, 0.2)	(0.5, 0.4)	(0.2, 0.5)	(0.8, 0.2)	(0.3, 0.6)
	$A_3$ (0.6, 0.1)	(0.7, 0.2)	(0.3, 0.7)	(0.7, 0.3)	(0.4, 0.6)
$DM_4$	$A_1$ (0.7, 0.1)	(0.6, 0.2)	(0.2, 0.5)	(0.6, 0.2)	(0.2, 0.6)
	$A_2$ (0.5, 0.3)	(0.4, 0.4)	(0.4, 0.5)	(0.5, 0.3)	(0.1, 0.8)
	$A_3$ (0.5, 0.2)	(0.5, 0.1)	(0.2, 0.7)	(0.5, 0.2)	(0.4, 0.6)
$DM_5$	$A_1$ (0.5, 0.1)	(0.7, 0.2)	(0.4, 0.6)	(0.5, 0.1)	(0.4, 0.5)
	$A_2$ (0.7, 0.2)	(0.5, 0.4)	(0.3, 0.7)	(0.7, 0.2)	(0.5, 0.3)
	$A_3$ (0.5, 0.4)	(0.7, 0.2)	(0.2, 0.7)	(0.6, 0.3)	(0.3, 0.6)
$DM_6$	$A_1$ (0.7, 0.2)	(0.6, 0.1)	(0.2, 0.5)	(0.5, 0.2)	(0.4, 0.5)
	$A_2$ (0.6, 0.3)	(0.5, 0.4)	(0.3, 0.5)	(0.8, 0.1)	(0.2, 0.4)
	$A_3$ (0.5, 0.3)	(0.5, 0.2)	(0.2, 0.6)	(0.5, 0.4)	(0.3, 0.5)
$DM_7$	$A_1$ (0.5, 0.3)	(0.8, 0.2)	(0.4, 0.5)	(0.7, 0.2)	(0.3, 0.5)
	$A_2$ (0.7, 0.3)	(0.6, 0.4)	(0.4, 0.6)	(0.6, 0.3)	(0.1, 0.7)
	$A_3$ (0.7, 0.2)	(0.7, 0.2)	(0.3, 0.7)	(0.5, 0.3)	(0.4, 0.3)

step 2: 确定准则权重向量。

step 2.1: 利用式(4)计算直觉模糊决策矩阵中评价值对应的直觉模糊熵, 例如专家  $DM_1$  的直觉模糊熵矩阵为

$$EX^1 = \begin{bmatrix} 0.167 & 0.370 & 0.506 & 0.506 & 0.649 \\ 0.649 & 0.813 & 0.813 & 0.360 & 0.255 \\ 0.370 & 0.659 & 0.167 & 0.640 & 0.649 \end{bmatrix}.$$

其余专家同理。

step 2.2: 利用式(8)计算各专家对于各准则的评价权重,分别为

$$\begin{aligned} W^1 &= (0.244, 0.156, 0.204, 0.201, 0.195)^T, \\ W^2 &= (0.256, 0.167, 0.185, 0.222, 0.170)^T, \\ W^3 &= (0.213, 0.182, 0.189, 0.282, 0.134)^T, \\ W^4 &= (0.217, 0.162, 0.185, 0.191, 0.246)^T, \\ W^5 &= (0.197, 0.213, 0.221, 0.237, 0.132)^T, \\ W^6 &= (0.230, 0.204, 0.212, 0.228, 0.126)^T, \\ W^7 &= (0.222, 0.248, 0.152, 0.204, 0.174)^T. \end{aligned}$$

step 3: 加权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 模型. 由式(1)计算3个备选方案的综合比率值;由式(9)计算3个备选方案与参照点的距离;由式(2)计算3个备选方案全体效用值. 整理可得 MULTIMOORA 模型下,各专家对机场消防站选址3个备选方案的综合排序结果如表7所示.

表7 专家DM<sub>k</sub>的MULTIMOORA模型评估排序

		比率	参照点	全乘
DM <sub>1</sub>	A <sub>1</sub>	1	1	1
	A <sub>2</sub>	3	3	3
	A <sub>3</sub>	2	2	2
DM <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	1	1	2
	A <sub>2</sub>	3	3	3
	A <sub>3</sub>	2	2	1
DM <sub>3</sub>	A <sub>1</sub>	3	3	2
	A <sub>2</sub>	2	2	3
	A <sub>3</sub>	1	1	1
DM <sub>4</sub>	A <sub>1</sub>	1	1	1
	A <sub>2</sub>	3	3	3
	A <sub>3</sub>	2	2	2
DM <sub>5</sub>	A <sub>1</sub>	1	1	1
	A <sub>2</sub>	2	3	2
	A <sub>3</sub>	3	2	3
DM <sub>6</sub>	A <sub>1</sub>	1	2	1
	A <sub>2</sub>	2	1	2
	A <sub>3</sub>	3	3	3
DM <sub>7</sub>	A <sub>1</sub>	1	2	1
	A <sub>2</sub>	3	3	3
	A <sub>3</sub>	2	1	2

step 4: 结合占优准则,确定相应于各专家的选址方案排序矩阵H如表8所示.

表8 7位专家的占优排序矩阵H

	DM <sub>1</sub>	DM <sub>2</sub>	DM <sub>3</sub>	DM <sub>4</sub>	DM <sub>5</sub>	DM <sub>6</sub>	DM <sub>7</sub>
A <sub>1</sub>	1	1	3	1	1	1	1
A <sub>2</sub>	3	3	2	3	2	2	3
A <sub>3</sub>	2	2	1	2	3	3	2

step 5: 按照定义5中的占优凸组合的规则,对各位专家的综合排序结果进行聚合得到最终排序,有

$$\begin{aligned} DC(H_{3 \times 7}) &= \\ D(h^1, h^2, DC(h^3, h^4, h^5, h^6, h^7)) &= \\ D \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

计算所有专家排序下的最终排序,其中4800种的最终结果为A<sub>1</sub> > A<sub>3</sub> > A<sub>2</sub>,240种的最终结果为A<sub>1</sub> > A<sub>2</sub> > A<sub>3</sub>. 建议采用备选方案A<sub>1</sub>.

### 7 结论

本文针对机场消防站选址模糊多准则群决策问题,提出一种基于熵权直觉模糊拓展 MULTIMOORA 的机场消防站选址评价模型的决策方法. 通过对比分析表明了经典直觉模糊熵存在无法同时捕捉直觉模糊集犹豫度和隶属度与非隶属度绝对偏差导致的直觉模糊熵差异的问题,并在此基础上提出了新的直觉模糊熵公式,使之符合决策实际. 针对 MULTIMOORA 不适用于解决多准则群决策问题,定义占优凸组合方法作为新的工具实现群决策的集结,并讨论了其性质和灵敏度. 最后,通过案例分析验证了所提出方法的可行性. 下一步将重点关注考虑专家权重信息的占优凸组合 MULTIMOORA 多准则群决策模型.

### 参考文献(References)

- [1] MH/T 7015-2007. 民用航空运输机场飞行区消防设施[S]. 2007. (MH/T7015-2007. Fire-fighting facilities of civil aviation transport airport flight area[S]. 2007.)
- [2] Zadeh L A. Probability measures of fuzzy events[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1968, 23(2): 421-427.
- [3] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 305-316.
- [4] Luca D A, Termini S. A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory[J]. Information and Control, 1972, 20(4): 301-312.
- [5] Vlachos I K, Sergiadis G D. The role of entropy in intuitionistic fuzzy contrast enhancement[C]. Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing. Berlin: Springer, 2007: 104-113.
- [6] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.
- [7] Mao J J, Yao D B, Wang C C. A novel cross-entropy and entropy measures of IFSs and their applications[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 48: 37-45.

- [8] 熊升华, 吴胜, 陈振颂, 等. 广义直觉模糊熵及其在权重确定中的应用[J]. 控制与决策, 2017, 32(5): 845-854.  
(Xiong S H, Wu S, Chen Z S, et al. Generalized intuitionistic fuzzy entropy and its application in weight determination[J]. Control and Decision, 2017, 32(5): 845-854.)
- [9] Hung W L, Yang M S. Fuzzy entropy on intuitionistic fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2006, 21(4): 443-451.
- [10] 魏翠萍, 梁霞, 张玉忠. 直觉模糊集的熵公式比较与改进[J]. 系统科学与数学, 2012, 32(11): 1437-1448.  
(Wei C P, Liang X, Zhang Y Z. A comparative analysis and improvement of entropy measure for intuitionistic fuzzy sets[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2012, 32(11): 1437-1448.)
- [11] Brauers W K M. Project management for a country with multiple objectives[J]. Czech Economic Review, 2012, 6(1): 80-101.
- [12] Brauers W K M, Zavadskas E K. Project management by multimoora as an instrument for transition economies[J]. Ukio Technologinis Ir Ekonominis Vystymas, 2010, 16(1): 5-24.
- [13] Brauers W K M, Zavadskas E K. Robustness of multimoora: A method for multi-objective optimization[J]. Informatica, 2012, 23(1): 1-25.
- [14] Baleentis T, Baleentis A. A survey on development and applications of the multi-criteria decision making method multimoora[J]. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 2014, 21(3/4): 209-222.
- [15] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [16] Xu Z S, Yager R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets[J]. International Journal of General Systems, 2006, 35(4): 417-433.
- [17] Xu Z S. Intuitionistic fuzzy aggregation operators[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1179-1187.
- [18] 熊升华, 陈振颂, 李延来. 基于 IFN 输入的复杂系统关联 MCGDM 方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(6): 1065-1077.  
(Xiong S H, Chen Z S, Li Y L. Interdependent multiple criteria group decision making method for complex systems based on arguments with intuitionistic fuzzy numbers[J]. Control and Decision, 2015, 30(6): 1065-1077.)
- [19] Brauers W K M, Zavadskas E K. Project management by multimoora as an instrument for transition economies[J]. Ukio Technologinis Ir Ekonominis Vystymas, 2010, 16(1): 5-24.
- [20] Hafezalkotob A, Hafezalkotob A, Liao H C, et al. An overview of multimoora for multi-criteria decision-making: Theory, developments, applications, and challenges[J]. Information Fusion, 2019, 51: 145-177.
- [21] Brauers W K M, Zavadskas E K. Multimoora optimization used to decide on a bank loan to buy property[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2011, 17(1): 174-188.
- [22] Sun M. Simulation of airport pavement traffic based on cellular automaton[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2009.
- [23] Chang H. Application and research on engineering material runway arresting system[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2009.
- [24] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 305-316.
- [25] Chen Z S, Chin K S, Li Y L, et al. Proportional hesitant fuzzy linguistic term set for multiple criteria group decision making[J]. Information Sciences, 2016, 357: 61-87.
- [26] 熊升华, 陈振颂, 陈勇刚, 等. 基于指标模糊分割和 MULTIMOORA 的航空公司机队可靠性识别模型[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(2): 431-438.  
(Xiong S H, Chen Z S, Chen Y G, et al. Recognition method of airline fleet reliability based on index fuzzy segmentation and MULTIMOORA[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25(2): 431-438.)
- [27] 王睿, 朱江洪, 李延来. 基于直觉模糊 MULTIMOORA 的改进 FMEA 风险评估方法[J]. 计算机集成制造系统, 2018, 24(2): 290-301.  
(Wang R, Zhu J H, Li Y L. Improved FMEA method for risk evaluation based on intuitionistic fuzzy MULTIMOORA[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(2): 290-301.)

### 作者简介

贺元骅(1965—), 男, 教授, 博士, 从事航空消防安全等研究, E-mail: heyuanhua@cafuc.edu.cn;

黄一览(1997—), 女, 硕士生, 从事机场应急管理的研究, E-mail: fufuhuangyilan@163.com;

熊升华(1988—), 男, 副教授, 博士, 从事决策理论与应用等研究, E-mail: xsh@my.swjtu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)