

双线性状态空间系统的状态观测器设计

张 霄^{1,2†}, 丁 锋^{1,2}

(1. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122;
2. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对受过程噪声和量测噪声干扰的双线性状态空间系统, 研究其状态估计算法. 借助双线性系统的特殊结构, 将其等价表示为线性时变模型, 推导基于 Kalman 滤波的状态估计算法. 针对线性时变模型中存在的未知变量, 基于辅助模型辨识思想, 通过构造一个辅助模型, 将未知变量用该模型的输出代替, 提出基于辅助模型的双线性系统状态估计算法. 构造双线性状态观测器, 引入 delta 算子极小化状态估计误差协方差矩阵, 从而得到最优状态估计增益, 并提出基于 delta 算子的双线性系统状态估计算法. 所提出的算法能够避免线性化过程带来的估计精度差的问题, 提高双线性系统的状态估计精度. 通过仿真实验验证了所提出算法的有效性, 并对比分析了不同噪声情况下所提出算法的估计效果.

关键词: 双线性状态空间系统; 状态估计; 卡尔曼滤波; 辅助模型; 状态观测器; delta 算子

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0732

引用格式: 张霄, 丁锋. 双线性状态空间系统的状态观测器设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 274-280.

State observers for bilinear state-space systems

ZHANG Xiao^{1,2†}, DING Feng^{1,2}

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: This paper studies state estimation algorithms for a bilinear state-space system disturbed by process noise and measurement noise. Because of the special structure of bilinear systems, this paper transforms the considered system into its equivalent linear parameter-varying model and presents the Kalman filter based state estimation algorithm. For the unknown term existing in the linear parameter varying model, we construct an auxiliary model and use its output to take the place of the unknown term, and present the auxiliary model-based state estimation algorithm. Finally, this paper constructs a bilinear state observer and computes the optimal state estimation gain by introducing the delta operator to minimize the covariance matrix of the state estimation error, and derives the delta operator-based state estimation algorithm. The proposed algorithms avoid the poor estimation accuracy caused by the linearization model and improve the state estimation accuracy of bilinear systems. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithms and the state estimation accuracy under different noise conditions.

Keywords: bilinear state-space system; state estimation; Kalman filter; auxiliary model; state observer; delta operator

0 引言

非线性现象广泛存在于实际工业过程. 最常用的处理方式是将非线性过程线性化处理, 近似为线性模型, 而这种近似化模型会失去非线性特性, 近似过程中产生的误差会影响模型的精度以及控制效果. 一般情况下, 当实际对象具有强非线性特性时, 对其进行线性化近似处理, 会造成很大误差, 因此对非线性系统的研究非常必要. 目前, 对非线性系统的研

究主要集中在某些特定结构的模型, 如模块化非线性系统、Volterra 级数和双线性系统^[1-3]等. 与其他非线性系统相比, 双线性系统在结构上更加容易理解^[4-7], 因此在控制、辨识和状态估计领域得到了广泛研究^[8-11].

状态滤波器是一种重要的状态估计工具^[12-14], 20 世纪 50 年代, 统计学思想和线性系统理论首次被推广到线性滤波与预测中, 得到了在最小均方准

收稿日期: 2021-04-26; 录用日期: 2021-11-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873111).

责任编辑: 孙宗耀.

†通讯作者. E-mail: xzhang@jiangnan.edu.cn.

差阵. 基于 Kalman 滤波思想, 得到 LPV 模型 (3) 和 (4) 的状态滤波算法为

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t|t) = \hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) + \boldsymbol{K}(t)[y(t) - \boldsymbol{c}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) - \boldsymbol{d}u(t)], \quad (5)$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \frac{\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T}{\boldsymbol{c}\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T + R_v}, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{P}(t|t) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]\boldsymbol{P}(t|t-1)[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]^T + \boldsymbol{K}(t)R_v\boldsymbol{K}^T(t), \quad (7)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) = \boldsymbol{G}(t)\hat{\boldsymbol{x}}(t-1|t-1) + \boldsymbol{f}u(t-1), \quad (8)$$

$$\boldsymbol{P}(t|t-1) = \boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{P}(t-1|t-1)\boldsymbol{G}^T(t) + \boldsymbol{R}_w. \quad (9)$$

定义状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 在 t 时刻的估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}(t) := \hat{\boldsymbol{x}}(t|t)$, 协方差矩阵 $\boldsymbol{P}(t) := \boldsymbol{P}(t|t)$. 通过消去式 (5)~(9) 的中间变量 $\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1)$ 和 $\boldsymbol{P}(t|t-1)$, 可得如下状态估计算法:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{G}(t)\hat{\boldsymbol{x}}(t-1) + \boldsymbol{f}u(t-1) + \boldsymbol{K}(t)\{y(t) - \boldsymbol{c}[\boldsymbol{G}(t)\hat{\boldsymbol{x}}(t-1) + \boldsymbol{f}u(t-1)] - \boldsymbol{d}u(t)\}, \quad (10)$$

$$\boldsymbol{K}(t) = [\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{P}(t-1)\boldsymbol{G}^T(t) + \boldsymbol{R}_w]\boldsymbol{c}^T\{\boldsymbol{c}[\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{P}(t-1)\boldsymbol{G}^T(t) + \boldsymbol{R}_w]\boldsymbol{c}^T + R_v\}^{-1}, \quad (11)$$

$$\boldsymbol{P}(t) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}][\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{P}(t-1)\boldsymbol{G}^T(t) + \boldsymbol{R}_w]\times [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]^T + \boldsymbol{K}(t)R_v\boldsymbol{K}^T(t). \quad (12)$$

图 3 给出了基于 Kalman 滤波的状态估计方法, 其中

$$\begin{aligned} e(t) &:= y(t) - \hat{y}(t) = \\ &y(t) - \boldsymbol{c}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) - \boldsymbol{d}u(t) = \\ &y(t) - \boldsymbol{c}[\boldsymbol{G}(t)\hat{\boldsymbol{x}}(t-1) + \boldsymbol{f}u(t-1)] - \boldsymbol{d}u(t) \end{aligned}$$

为输出误差, 通过该误差和增益向量 $\boldsymbol{K}(t)$ 可修正系统的状态估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}(t)$, 使状态估计值追踪上系统的真实状态.

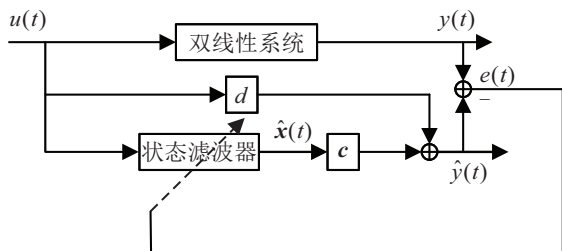


图 3 基于 Kalman 滤波的状态估计方法

2 基于辅助模型的双线性系统状态估计

上一节通过将双线性状态空间系统等价变换为 LPV 模型, 讨论了基于 Kalman 滤波的双线性系统状态估计方法. 由于双线性系统结构的特殊性, 它也可以等价表示为另一类 LPV 模型, 即输入变量系数为

时变的情况. 将双线性项 $\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(t)u(t)$ 与输入项的系数 $\boldsymbol{f}u(t)$ 合并, 可将双线性系统等价为另一类输入变量系数时变的 LPV 模型, 有

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{M}(t)u(t) + \boldsymbol{w}(t), \quad (13)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{d}u(t) + v(t), \quad (14)$$

其中输入系数矩阵为时变参数 $\boldsymbol{M}(t) := \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{f}$. 该类 LPV 模型结构如图 4 所示.

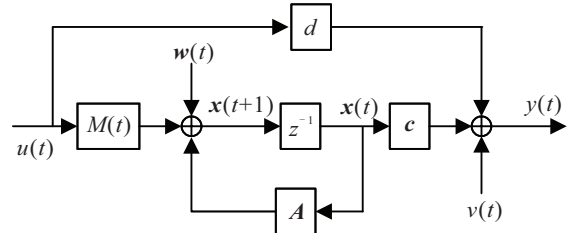


图 4 线性参数时变 (LPV) 模型结构

同样地, 针对等价模型 (13) 和 (14), 基于 Kalman 滤波思想, 可得到如下双线性系统的状态估计算法:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t|t) = \hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) + \boldsymbol{K}(t)[y(t) - \boldsymbol{c}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) - \boldsymbol{d}u(t)], \quad (15)$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \frac{\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T}{\boldsymbol{c}\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T + R_v}, \quad (16)$$

$$\boldsymbol{P}(t|t) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]\boldsymbol{P}(t|t-1)[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]^T + \boldsymbol{K}(t)R_v\boldsymbol{K}^T(t), \quad (17)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(t-1|t-1) + \boldsymbol{M}(t)u(t-1), \quad (18)$$

$$\boldsymbol{P}(t|t-1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}(t-1|t-1)\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{R}_w. \quad (19)$$

由于控制变量系数 $\boldsymbol{M}(t)$ 中包含未知的状态向量 $\boldsymbol{x}(t)$, 上述状态估计算法无法得到 LPV 模型的状态估计. 针对该问题, 借助辅助模型辨识思想^[23], 通过建立一个辅助模型, 用辅助模型的输出代替未知的 $\boldsymbol{M}(t)$. 具体而言, 针对 $\boldsymbol{M}(t)$ 中存在的未知 $\boldsymbol{x}(t)$, 用其前一时刻的估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}(t-1|t-1)$ 代替 $\boldsymbol{x}(t)$, 通过构造辅助模型

$$\hat{\boldsymbol{M}}(t) = \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}(t-1|t-1) + \boldsymbol{f},$$

得到未知 $\boldsymbol{M}(t)$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{M}}(t)$. 将式 (18) 中的未知 $\boldsymbol{M}(t)$ 用其估计值 $\hat{\boldsymbol{M}}(t)$ 代替, 可得到如下基于辅助模型的双线性系统状态估计算法:

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t|t) = \hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) + \boldsymbol{K}(t)[y(t) - \boldsymbol{c}\hat{\boldsymbol{x}}(t|t-1) - \boldsymbol{d}u(t)], \quad (20)$$

$$\boldsymbol{K}(t) = \frac{\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T}{\boldsymbol{c}\boldsymbol{P}(t|t-1)\boldsymbol{c}^T + R_v}, \quad (21)$$

$$\boldsymbol{P}(t|t) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]\boldsymbol{P}(t|t-1)[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(t)\boldsymbol{c}]^T + \boldsymbol{K}(t)R_v\boldsymbol{K}^T(t), \quad (22)$$

$$\hat{M}(t) = B\hat{x}(t-1|t-1) + f, \quad (23)$$

$$\hat{x}(t|t-1) = A\hat{x}(t-1|t-1) + \hat{M}(t)u(t-1), \quad (24)$$

$$P(t|t-1) = AP(t-1|t-1)A^T + R_w. \quad (25)$$

通过定义 $\hat{x}(t) := \hat{x}(t|t)$ 以及 $\hat{P}(t) := \hat{P}(t|t)$, 可将上述算法简化为

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) = & A\hat{x}(t-1) + \hat{M}(t)u(t-1) + K(t)\{y(t) - \\ & c[A\hat{x}(t-1) + \hat{M}(t)u(t-1)] - du(t)\}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$K(t) = [AP(t-1)A^T + R_w]c^T \{c[AP(t-1)A^T + R_w]c^T + R_v\}^{-1}, \quad (27)$$

$$P(t) = [I - K(t)c][AP(t-1)A^T + R_w] \times [I - K(t)c]^T + K(t)R_vK^T(t), \quad (28)$$

$$\hat{M}(t) = B\hat{x}(t-1) + f. \quad (29)$$

图5给出了基于辅助模型的双线性系统状态估计方法. 式(10)~(22)、(26)~(29)构成了两种基于不同LPV模型的双线性状态估计算法. 针对上一节的LPV模型, 由于系数矩阵/向量均为已知量, 可直接得到基于Kalman滤波的双线性系统状态估计算法. 本节的等价LPV模型包含未知系数 $M(t)$, 需要借助辅助模型思想, 通过构造辅助模型将未知量用辅助模型的输出来代替, 进而推导出基于辅助模型的双线性系统状态估计算法. 以上两种方法均是借助Kalman滤波思想推导的状态滤波算法, 并结合辅助模型辨识思想以解决算法中存在未知变量的问题. 下面不考虑将双线性系统做等价线性模型处理, 即不利用等价LPV模型方法, 运用解决非线性系统状态估计的增广Kalman滤波算法来获得双线性系统的状态估计.

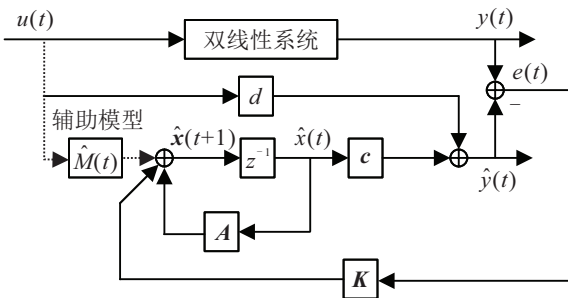


图5 基于辅助模型的状态估计方法

Kalman滤波是对线性系统状态进行最优估计的算法, 不适用于非线性系统的状态滤波问题. 为解决该问题, 产生了增广Kalman滤波方法, 其原理是通过线性化非线性系统, 利用Kalman滤波算法进行状态滤波. 对式(1)运用线性化方法可得

$$x(t+1) = Ax(t) + fu(t) + w(t). \quad (30)$$

从式(30)可以看出, 通过线性化方法得到的近似模型会损失双线性项, 无法反映原系统的非线性特性. 借助该方法得到的状态估计值误差较大, 因此下一节讨论双线性系统基于delta算子的状态估计算法.

3 基于delta算子的双线性系统状态估计

该方法基本思想是基于delta算子, 通过极小化状态估计误差协方差矩阵寻找最优增益, 得到双线性系统的最优状态估计算法. 首先构造一个双线性状态观测器

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1) = & A\hat{x}(t) + B\hat{x}(t)u(t) + fu(t) + \\ & K(t)e(t). \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $\hat{x}(t)$ 为 $x(t)$ 的估计, $K(t)$ 为需要被确定的增益向量, $e(t) := y(t) - c\hat{x}(t) - du(t)$ 为输出变量的估计值与真实值间的误差, $K(t)e(t)$ 为状态观测器的修正项. 定义状态估计误差为 $\tilde{x}(t) := x(t) - \hat{x}(t)$, 状态估计误差协方差阵为 $P(t) := E[\tilde{x}(t)\tilde{x}^T(t)]$. $P(t+1)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} P(t+1) = & [A - K(t)c]P(t)[A^T - c^TK^T(t) + \\ & B^Tu(t)] + R_w + Bu(t)P(t)[A^T - \\ & c^TK^T(t) + B^Tu(t)] + K(t)R_vK^T(t) = \\ & AP(t)A^T + K(t)[cP(t)c^T + R_v]K^T(t) + \\ & R_w + BB^Tu^2(t) - K(t)cP(t)A^T - \\ & AP(t)c^TK^T(t) + AP(t)B^Tu(t) - \\ & K(t)cB^Tu(t) + Bu(t)P(t)A^T - \\ & Bu(t)c^TK^T(t). \end{aligned} \quad (32)$$

目标是确定最优增益向量 $K(t)$, 使得状态估计误差协方差阵 $P(t+1)$ 最小. 对式(32)的矩阵求偏导很困难, 借助文献[24-26]的方法, 引入delta算子 $\delta P(t+1)$ 和 $\delta K(t)$, 其中 $\delta K(t)$ 代表当前时刻的增益向量与最优增益向量 $K(t)$ 存在的偏移量, $\delta P(t+1)$ 代表相应的状态估计误差协方差阵在最小 $P(t+1)$ 基础上产生的偏离. 在此基础上推导得到基于delta算子的状态估计算法为

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1) = & A\hat{x}(t) + B\hat{x}(t)u(t) + fu(t) + \\ & K(t)[y(t) - c\hat{x}(t) - du(t)], \end{aligned} \quad (33)$$

$$K(t) = AP(t)c^T [cP(t)c^T + R_v]^{-1} + Bu(t)P(t)c^T [cP(t)c^T + R_v]^{-1}, \quad (34)$$

$$P(t+1) = [A - K(t)c + Bu(t)]P(t) \times [A^T - c^TK^T(t) + B^Tu(t)] +$$

$$R_w + K(t)R_vK^T(t). \quad (35)$$

图6给出了基于delta算子的双线性系统状态估计方法。

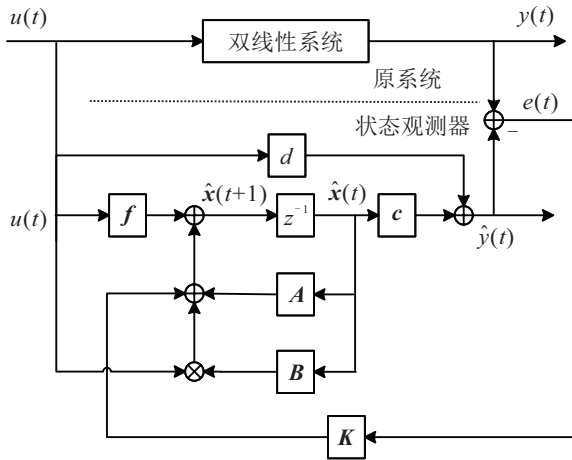


图6 基于delta算子的状态估计方法

4 仿真实验

下面通过数值仿真例子验证所提出算法的有效性。考虑如下二阶双线性系统:

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.18 & 0.20 \\ 0.22 & -0.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.09 & -0.13 \\ 0.12 & -0.14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -0.45 \\ -0.25 \end{bmatrix} u(t) + w(t),$$

$$y(t) = [0.29, 0.26] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 0.70u(t) + v(t).$$

输入信号 $\{u(t)\}$ 是零均值、单位方差的不相关持续激励信号,输出 $\{y(t)\}$ 由 Matlab 仿真实验产生。过程噪声 $w(t)$ 的协方差矩阵为 R_w ,量测噪声 $v(t)$ 的方差为 R_v 。状态估计的初值设为 $\hat{x}(1) = \mathbf{1}_n$,协方差矩阵的初值设为 $P(1) = I_n$ 。不同采样数据条件下,根据不同的状态估计算法得到的状态估计值 $\hat{x}_1(t)$ 和真实状态变量 $x_1(t)$ 随 t 的变化趋势如图7所示。状态估计值 $\hat{x}_2(t)$ 和真实状态变量 $x_2(t)$ 随 t 的变化趋势如图8所示。图9给出了不同状态估计算法下输出变量 $y(t)$ 的估计值。运用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 描述系统真实状态 $x_i(t)$ 与其估计值 $\hat{x}_i(t)$ 的误差,定义为

$$RMSE = \left\{ \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L [\hat{x}_i(t) - x_i(t)]^2 \right\}^{1/2}.$$

为了进一步比较不同噪声对所提出算法的影响,分别取不同的噪声方差: 1) $R_v = 0.30^2, R_w = 0.20^2 I_2$; 2) $R_v = 0.30^2, R_w = 0.10^2 I_2$; 3) $R_v = 0.30^2,$

$R_w = 0.05^2 I_2$ 。不同算法在不同噪声方差下得到的状态估计误差均方根结果如表1所示。 $\hat{x}_1(t) - x_1(t)$ 和 $\hat{x}_2(t) - x_2(t)$ 随采样数据 t 变化的对比曲线如图10和图11所示。

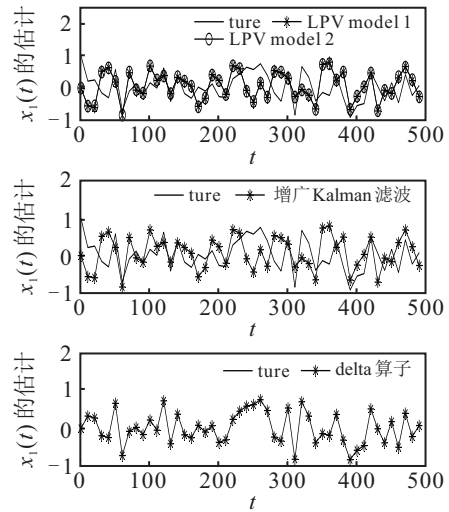


图7 系统状态 $x_1(t)$ 及其估计值 $\hat{x}_1(t)$ 随 t 变化曲线 ($R_v = 0.30^2, R_w = 0.05^2 I_2$)

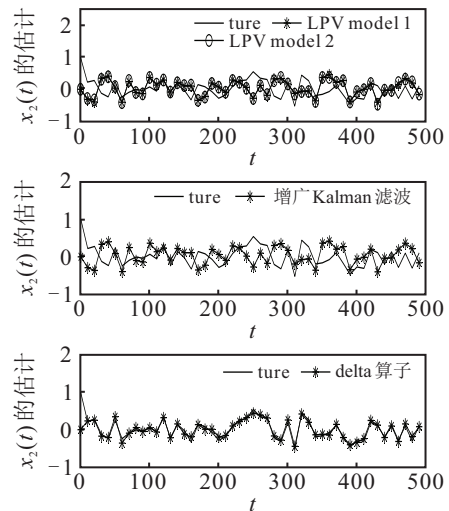


图8 系统状态 $x_2(t)$ 及其估计值 $\hat{x}_2(t)$ 随 t 变化曲线 ($R_v = 0.30^2, R_w = 0.05^2 I_2$)

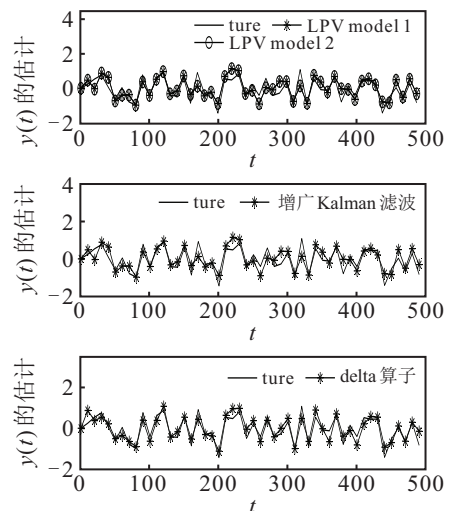


图9 系统输出 $y(t)$ 及其估计值 $\hat{y}(t)$ 随 t 变化曲线 ($R_v = 0.30^2, R_w = 0.05^2 I_2$)

表 1 在不同算法和噪声方差下的均方根误差

噪声方差		delta 算子		LPV model 1		LPV model 2		增广 Kalman 滤波	
		RMSEs		RMSEs		RMSEs		RMSEs	
R_v	R_w	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$
0.30^2	$0.20^2 I_2$	0.109 00	0.120 47	0.323 61	0.216 38	0.322 93	0.218 13	0.323 51	0.217 70
0.30^2	$0.10^2 I_2$	0.069 27	0.072 24	0.308 99	0.193 06	0.308 41	0.194 16	0.309 11	0.193 73
0.30^2	$0.05^2 I_2$	0.055 64	0.054 12	0.305 61	0.186 90	0.305 06	0.187 72	0.305 79	0.187 31

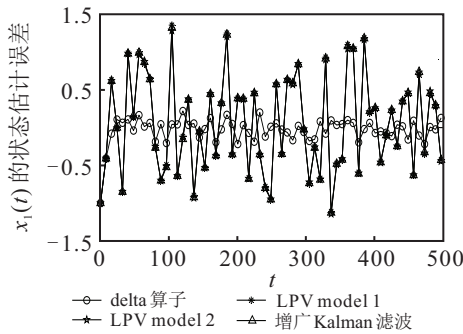


图 10 $\hat{x}_1(t) - x_1(t)$ 随 t 变化曲线 ($R_v = 0.30^2, R_w = 0.10^2 I_2$)

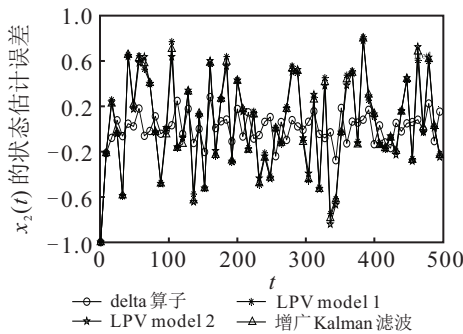


图 11 $\hat{x}_2(t) - x_2(t)$ 随 t 变化曲线 ($R_v = 0.30^2, R_w = 0.10^2 I_2$)

由图7和图8可见,系统的状态估计可以追踪上系统的真实状态,与基于Kalman滤波的状态估计算法、基于辅助模型的双线性系统状态估计算法以及增广Kalman滤波算法相比,基于delta算子的状态估计算法有更好的跟踪效果.由图9可以看出,系统的输出预测值可以追踪上系统的真实输出变量,表明所讨论的状态估计算法是有有效的.

图10和图11表明,在相同噪声条件下,与基于Kalman滤波的状态估计算法、基于辅助模型的状态估计算法以及增广Kalman滤波算法相比,基于delta算子的状态估计算法有更高的估计精度.由表1可见,基于delta算子的状态估计算法随着噪声方差的减少,状态估计算法有更高的估计精度.系统的状态估计误差均方根接近过程噪声的标准差,表明基于delta算子的状态估计算法具有最好的估计特性,并且可以很好地捕捉系统的真实动态.

5 结 论

本文讨论了受随机噪声干扰的双线性系统的状态估计问题.由于双线性状态空间系统结构的特殊性,将该系统表示为线性参数时变系统,在保证系统稳定的前提下,基于Kalman滤波方法,得到了等价LPV系统下的状态估计值.针对未知的变量,利用辅助模型思想提出了基于辅助模型的双线性系统状态估计算法.为提高估计精度,通过引入delta算子,极小化状态估计误差协方差阵,从而获得最优增益向量.最后通过数值仿真例子验证了所提出状态估计算法的有效性,通过对比不同算法下的状态估计误差可以发现,基于delta算子的双线性系统状态估计算法具有最好的估计效果.

参考文献(References)

- [1] 潘雅璞, 谢莉, 杨慧中. 基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3049-3055. (Pan Y P, Xie L, Yang H Z. Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based onKRLS[J]. Control and Decision, 2021, 36(12): 3049-3055.)
- [2] Wang B L, Kang Y, Qin J H, et al. Optimization algorithms for predictive control approach to networked bilinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(7): 1234-1240.
- [3] 陆荣秀, 陈赫鹏, 杨辉, 等. 基于双线性模型的稀土萃取过程优化控制[J]. 控制工程, DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.CPCC2020-242. (Lu R X, Chen H P, Yang H, et al. Optimal control of rare earth extraction process based on bilinear model[J]. Control Engineering of China, DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.CPCC2020-242.)
- [4] Mohler R R. Bilinear control processes[M]. New York: Academic, 1973.
- [5] Bruni C, DiPillo G, Koch G. Bilinear systems: An appealing class of “nearly linear” systems in theory and applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(4): 334-348.
- [6] Mohler R R, Kolodziej W J. An overview of bilinear system theory and applications[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1980, 10(10): 683-688.

- [7] Elliott D. Bilinear control systems: Matrices in action[M]. New York: Springer, 2009.
- [8] 丁锋. 系统辨识新论[M]. 北京: 科学出版社, 2013. (Ding F. System identification—New theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2013.)
- [9] 丁锋. 系统辨识——辨识方法性能分析[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (Ding F. System identification—Performances analysis for identification methods[M]. Beijing: Science Press, 2014.)
- [10] 丁锋. 系统辨识: 多新息辨识理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2016. (Ding F. System identification: Multi-innovation identification theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2016.)
- [11] 丁锋. 系统辨识——迭代搜索原理与辨识方法[M]. 北京: 科学出版社, 2018. (Ding F. System identification—Iterative search principle and identification methods[M]. Beijing: Science Press, 2018.)
- [12] 王子赟, 李旭, 王艳, 等. 基于超平行空间集员滤波的非线性系统状态估计方法[J]. 控制与决策, 2021. DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0015. (Wang Z Y, Li X, Wang Y, et al. Hyperparallel space set-membership filtering based state estimation algorithm for nonlinear system[J]. Control and Decision, 2020. DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0015.)
- [13] 姜浩楠, 蔡远利. 带有噪声递推估计的自适应集合卡尔曼滤波[J]. 控制与决策, 2018, 33(9): 1567-1574. (Jiang H N, Cai Y L. Adaptive ensemble Kalman filter with recursive noise estimation[J]. Control and Decision, 2018, 33(9): 1567-1574.)
- [14] 丁锋. 现代控制理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2018. (Ding F. Modern control theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2018.)
- [15] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [16] Hara S, Furuta K. Minimal order state observers for bilinear systems[J]. International Journal of Control, 1976, 24(5): 705-718.
- [17] Gomez-Exposito A, Gomez-Quiles C, de la Villa Jaen A. Bilinear power system state estimation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(1): 493-501.
- [18] Phan M Q, Vicario F, Longman R W, et al. Optimal bilinear observers for bilinear state-space models by interaction matrices[J]. International Journal of Control, 2015, 88(8): 1504-1522.
- [19] Mannan M A, Murata T, Tamura J. Reduced order bilinear observer associated optimal regulator of an induction motor[J]. Electric Power Components and Systems, 2007, 35(7): 837-849.
- [20] Wei Z B, Dong G Z, Zhang X N, et al. Noise-immune model identification and state-of-charge estimation for lithium-ion battery using bilinear parameterization[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(1): 312-323.
- [21] 兰奇逊, 梁家荣, 郭文. 广义双线性系统状态观测器的设计[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1144-1148. (Lan Q X, Liang J R, Guo W. Design of state observer for generalized bilinear systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(7): 1144-1148.)
- [22] Fei Q L, Ma J X, Xiong W L, et al. Variational Bayesian identification for bilinear state space models with Markov-switching time delays[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(17): 7478-7495.
- [23] 丁锋. 系统辨识: 辅助模型辨识思想与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2017. (Ding F. System identification: Auxiliary model identification idea and methods [M]. Beijing: Science Press, 2017.)
- [24] Zhang X, Ding F, Xu L, et al. Highly computationally efficient state filter based on the delta operator[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2019, 33(6): 875-889.
- [25] Zhang X, Ding F, Yang E F. State estimation for bilinear systems through minimizing the covariance matrix of the state estimation errors[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2019, 33(7): 1157-1173.
- [26] 张霄. 双线性状态空间系统的递推参数与状态估计[D]. 无锡: 江南大学, 2021. (Zhang X. Recursive parameter and state estimation for bilinear state-space systems[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2021.)

作者简介

张霄(1994—), 女, 副教授, 博士, 从事系统辨识、状态估计等研究, E-mail: xzhang@jiangnan.edu.cn;

丁锋(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统建模、系统辨识、自适应控制等研究, E-mail: fding@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)