

控制与决策

Control and Decision

基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制

王敏, 倪俊, 时昊天

引用本文:

王敏, 倪俊, 时昊天. 基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 388–394.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0958>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制](#)

Prescribed performance control for vibration displacement of continuous casting mold with control saturation
控制与决策. 2023, 38(2): 413–420 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0942>

[多智能体系统的事件触发无模型迭代学习双向一致性](#)

Event-triggered model-free adaptive iterative learning bipartite consensus control for multi-agent systems
控制与决策. 2022, 37(10): 2552–2558 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0401>

[一阶多智能体受扰系统的自抗扰分布式优化算法](#)

Active disturbance rejection distributed optimization algorithm for first-order multi-agent disturbance systems
控制与决策. 2022, 37(6): 1559–1566 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1572>

[多电机驱动系统的一致性控制](#)

Consensus control of multi motor drive systems
控制与决策. 2022, 37(3): 654–660 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1274>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制

王敏[†], 倪俊, 时昊天

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

摘要: 针对多自主水下机器人的一致性跟踪问题, 提出一种基于新型分布式观测器的一致性跟踪策略. 对于具有未知非线性动态的引导者, 首先利用确定学习理论将引导者的未知动态表示为具有常数权值的径向基函数神经网络; 然后, 设计一种新型的分布式观测器, 并证明其观测误差能够指数收敛到零的小邻域内; 接着, 利用观测到的引导者状态信息, 通过反步法和动态面技术为每个跟随者设计分布式跟踪控制器, 通过 Lyapunov 稳定性分析, 证明闭环系统中所有信号都是最终一致有界的, 且跟随者的跟踪误差能够收敛到原点的小邻域内; 最后, 通过仿真验证所提出方案的有效性.

关键词: 一致性跟踪控制; 分布式观测器; 确定学习; 自主水下机器人

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0958

引用格式: 王敏, 倪俊, 时昊天. 基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 388-394.

Deterministic learning control of multiple autonomous underwater vehicles based on a distributed observer

WANG Min[†], NI Jun, SHI Hao-tian

(School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: This paper focuses on the problem of the consensus tracking control for multiple autonomous underwater vehicles (AUVs) based on a novel distributed observer. To achieve a good estimate performance of a distributed observer without knowing the leader's dynamics, firstly, using the deterministic learning theory, the uncertain nonlinearity of the leader is described by constant radial basis function (RBF) neural networks (NNs). Based on the constant RBF NNs, a novel deterministic learning-based distributed observer is proposed for multiple AUVs, and the observer error is proven to exponentially converge to a small neighborhood of the origin. By means of the observed leader's output, a distributed tracking control scheme is proposed by backstepping and dynamic surface techniques. Lyapunov stability analysis is used to prove that all the signals in the closed-loop system are bounded and the consensus tracking errors converge to a small neighborhood of the origin. Finally, a simulation example is implemented to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: consensus tracking control; distributed observer; deterministic learning; AUV

0 引言

近年来, 自主水下机器人 (autonomous underwater vehicles, AUVs) 和水面无人船以及其他海洋机器人被广泛应用于各种海洋任务^[1-2], 如海底测绘、水深测量、海洋生物学探索和 underwater 管道检测. 但是, 对于一些特殊的水下任务, 由于其复杂度的增加和控制性能要求的提高, 单个海洋机器人很难满足要求, 需要靠多个海洋机器人协调完成任务. 在实现多海洋机器人的协同控制过程中, 一致性是其核心问题, 这

也促进了很多对于多海洋机器人一致性控制的相关研究^[3-7]. 文献 [3-4] 针对含有未知动态的多 AUVs 系统, 基于邻接误差设计的自适应神经网络控制器解决了多 AUVs 系统的一致性跟踪问题; 文献 [5] 考虑到多 AUVs 系统存在故障情况, 研究了多 AUVs 系统的容错一致性; 文献 [6] 研究了多 AUVs 系统的有限时间一致性问题; 为了减少多 AUVs 系统间的通信频率, 节省网络资源, 文献 [7] 提出了基于事件触发的一致性跟踪方案.

收稿日期: 2021-05-30; 录用日期: 2021-10-27.

基金项目: 广东省自然科学基金项目 (2019B151502058); 国家自然科学基金项目 (61773169, 61973129).

[†]通讯作者. E-mail: auwangmin@scut.edu.cn.

为了解决多智能体之间的输出调节问题,文献[8]提出了分布式观测器设计方案,该方案是一种动态的补偿器,通过每个智能体在通信拓扑中传递所估计的信息,能够准确地估计出引导者的状态.传统分布式观测器的有效性依赖于所有跟随者能够获取引导者系统矩阵,为了消除该约束,文献[9]提出了自适应分布式观测器,文献[10]研究了含有线性引导者多AUVs系统的编队问题.上述基于分布式观测器的控制方案仅适用于具有线性结构的引导者.针对非线性引导者,文献[11]在引导者动态方程已知的前提下,提出了非线性分布式观测器,解决了具有非线性引导者且跟随者含有未知参数的多智能体输出调节问题.在实际的多AUVs系统巡航控制中,引导者产生的参考轨迹通常是期望的时间序列,其动态方程是未知的.针对以上情况,文献[12]考虑了具有特殊线性形式且参数未知的引导者动态,设计了具有良好观测效果的自适应分布式观测器,解决了拉格朗日系统的引导跟随一致性问题.由上述分析可以发现,目前文献所设计的分布式观测器极少考虑具有未知非线性动态的引导者.在实际的领航-跟随跟踪控制问题中,引导者通常具有非线性特征且难以建立精确数学模型,如无人船、移动机器人等.相比于文献[12],非线性动态形式复杂且多样,为其设计有效的分布式观测器更具挑战性,且观测误差的指数收敛性证明极其困难.

确定学习理论^[13]是一门在自适应神经网络控制上发展起来的动态识别技术.该技术探究了径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的学习能力,证明了沿着任意回归轨迹的RBF神经网络能够满足持续激励条件,从而实现神经网络对未知非线性动态的准确辨识,并能够将辨识的结果以常值RBF神经网络形式进行存储.目前,确定学习理论已经应用于闭环非线性控制系统^[14-15]、故障诊断等领域.由于确定学习具有对未知动态的准确辨识能力,借鉴该理论有望解决具有未知非线性动态引导者的分布式观测器设计问题.鉴于此,本文针对具有未知非线性动态的引导者,利用确定学习将引导者的动态表示成线性形式的常值神经网络,结合文献[9]中自适应分布式观测器的设计方法,提出一种新型的分布式观测器,使其在引导者动态为非线性且未知的情况下也能准确估计引导者的状态.同时,基于观测到的引导者状态设计分布式跟踪控制器,以解决多AUVs的一致性跟踪问题.最后通过仿真分析验证了所提出方案的有效性.

1 预备知识及问题描述

1.1 符号说明和代数图论

文中数学符号定义如下: I_n 表示 n 维的单位阵; $\|\cdot\|$ 表示二范数; $\text{diag}\{x_i\}$ 表示对角元素为 x_i 的对角矩阵; λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别表示矩阵的最小特征值和最大特征值;对于向量 x_1, \dots, x_n , $\text{col}(x_1, \dots, x_n)$ 表示将 n 个向量堆叠在一起形成的一个向量; $\mathbf{1}_n$ 表示元素都为1的 n 维向量; \otimes 表示Kronecker积.

在多智能体系统中,如果将每个智能体看作是一个节点,则多智能体之间的通信拓扑可以用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \varepsilon)$ 表示.其中: $\mathcal{V} = (1, 2, \dots, N)$ 为 N 个多智能体构成的节点集, $\varepsilon \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为边集合. (i, j) 表示边集合中 ε 从 i 到 j 的一条边,这里节点 i 也称为节点 j 的邻居点.如果有向图 \mathcal{G} 至少有一个节点可以到达图中的其他任意节点,则称有向图 \mathcal{G} 包含一个有向生成树. $\mathcal{A} = (a_{ij})_{N \times N}$ 为邻接矩阵,邻接矩阵的元素 a_{ij} 与边相关.如果 $(j, i) \in \varepsilon$,则 $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$.本文假设不存在自身到自身的边,即对于 $i = 1, 2, \dots, N$,均有 $a_{ii} = 0$.有向图 \mathcal{G} 的Laplacian矩阵定义为 $L = l_{ij} \in R^{N \times N}$,其中 $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$.如果 $i \neq j$,则 $l_{ij} = -a_{ij}$.在协同跟踪的问题中,领导者通常记为节点0,这时有向图 \mathcal{G} 被扩充成 $\bar{\mathcal{G}} = (\bar{\mathcal{V}}, \bar{\varepsilon})$.其中: $\bar{\mathcal{V}} = (0, 1, \dots, N)$, $\bar{\varepsilon} = \bar{\mathcal{V}} \times \bar{\mathcal{V}}$.如果存在节点0到节点 i 的一条边,则 $b_i > 0$.定义引导邻接矩阵 $\mathcal{B} = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_N)$,则引导跟随矩阵 \mathcal{H} 定义为 $\mathcal{H} = L + \mathcal{B}$.

1.2 非线性系统指数稳定性

引理1 考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(t). \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $f(x)$ 和 $g(t)$ 在 $t > 0$ 上连续.如果系统(1)的标称部分有指数稳定的平衡点 $x = 0$,并且当 $t \rightarrow \infty$ 时, $g(t)$ 指数收敛到0,则当 $t \rightarrow \infty$ 时, x 会指数收敛到0.

证明 因为系统(1)标称部分的原点是指数稳定的,根据文献[16]中的定理4.41,存在满足如下条件的正定Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} c_1 \|x\|^2 &\leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2, \\ \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) &\leq -c_3 \|x\|^2, \\ \frac{\partial V(x)}{\partial x} &\leq c_4 \|x\|, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $c_1, c_2, c_3, c_4 > 0$.沿着系统(1)产生的轨迹对 $V(x)$ 求导,结合 $\|g(t)\|^2 \leq a_1 e^{-a_2 t}$,可得

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\frac{c_3}{2c_2} V(x(t)) + \frac{a_1 c_4^2}{2c_3} e^{-a_2 t}. \quad (3)$$

根据文献[16]中的引理3.14,由式(3)可得

$$c_1 \|x\|^2 \leq \left(V(x(0)) - \frac{a_1 c_4^2}{2c_3(\rho - a_2)} \right) e^{-\rho t} + \frac{a_1 c_4^2}{2c_3(\rho - a_2)} e^{-a_2 t}. \quad (4)$$

由此可得系统(1)的原点是指数稳定的. \square

1.3 问题描述

考虑具有 N 个异构AUVs的多智能体系统,系统中每个AUV的动态模型为

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i &= J_i(\eta_i)v_i, \\ M_i \dot{v}_i + C_i(v_i)v_i + D_i(v_i)v_i + \\ g_i(\eta_i) + \Delta_i(\eta_i, v_i) &= \tau_i. \end{aligned} \quad (5)$$

其中:下标 i 表示系统中的第 i 个AUV;对于 $i = 1, 2, \dots, N$, $\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T \in R^3$ 为AUV在世界坐标系下的位置; $v_i = [u_i, v_i, r_i]^T \in R^3$ 为AUV的速度向量;令 $\chi_i = \text{col}(\eta_i, v_i)$, M_i 、 $C_i(v_i)$ 和 $D_i(v_i)$ 分别为惯性力矩阵、科氏力矩阵和阻尼矩阵; $g_i(\eta_i)$ 为由AUV所受重力和浮力产生的合力向量,假设该合力向量为零; $\Delta_i(\chi_i)$ 为未建模的未知动态; $\tau_i \in R^3$ 为输入向量;转动矩阵 $J_i(\eta_i) = [\cos(\psi_i), -\sin(\psi_i), 0; \sin(\psi_i), \cos(\psi_i), 0; 0, 0, 1]$ 和惯性力矩阵 $M_i = M_i^T \in R^{3 \times 3}$ 为已知; $C_i(v_i)$ 、 $D_i(v_i)$ 、 $g_i(\eta_i)$ 和 $\Delta_i(\chi_i)$ 为光滑的未知动态.

引导者的动态方程如下:

$$\dot{\chi}_0 = f(\chi_0). \quad (6)$$

其中: $\chi_0 = \text{col}(\eta_0, v_0)$, $\eta_0 \in R^3$, $v_0 \in R^3$ 为引导者的状态; $f(\chi_0) = [f_1(\chi_0), \dots, f_6(\chi_0)]^T \in R^6$ 为光滑的未知函数. 由式(5)和(6)组成的多智能体系统间的通信拓扑可以利用有向图 $\bar{\mathcal{G}} = (\bar{\mathcal{V}}, \bar{\mathcal{E}})$ 表示,其中0节点代表引导者,其他节点对应剩下的 N 个AUV.

假设1 引导者状态 χ_0 是有界且回归的,满足 $\chi_0 \in \Omega_d$.

假设2 有向图 $\bar{\mathcal{G}}$ 含有一棵以零节点为根节点的有向生成树.

2 分布式观测器设计

2.1 学习引导者未知动态

基于RBF神经网络^[14]的万能逼近特性,在紧集 Ω_d 中可以将引导者的未知动态用RBF神经网络表示为

$$f(\chi_0) = S_A^T(\chi_0)W_A^* + \epsilon(\chi_0). \quad (7)$$

其中: $S_A^T(\chi_0)W_A^* = [S_{A1}^T(\chi_0)W_{A1}^*, \dots, S_{A6}^T(\chi_0)W_{A6}^*]^T$, $W_A^* = [W_{A1}^{*T}, \dots, W_{A6}^{*T}]^T$ 为未知的理想权值向量, $S_A(\chi_0) = \text{diag}(S_{A1}(\chi_0), \dots, S_{A6}(\chi_0))$ 为基函数项. 逼近误差 $\|\epsilon(\chi_0)\| \leq \epsilon^*$, ϵ^* 为一个可以任意小的正常

数. 对于 $i = 1, 2, \dots, 6$, RBF神经网络 $S_{Ai}^T(\chi_0)W_{Ai}^*$ 的节点数为 q_i , 为表示方便记作 $q = q_1 + \dots + q_6$.

在紧集 Ω_d 中,对引导者利用RBF神经网络构建如下动态估计器:

$$\dot{\hat{\chi}}_0 = -A(\hat{\chi}_0 - \chi_0) + S_A^T(\chi_0)\hat{W}_A. \quad (8)$$

其中: $\hat{\chi}_0 = [\hat{\chi}_{0,1}, \dots, \hat{\chi}_{0,6}]^T \in R^6$ 为动态估计器的状态; $A = \text{diag}(a_1, \dots, a_6)$, 且 $a_1, a_2, \dots, a_6 > 0$; 利用具有局部逼近特性的RBF神经网络 $S_A^T(\chi_0)\hat{W}_A = [S_{A1}^T(\chi_0)\hat{W}_{A1}, \dots, S_{A6}^T(\chi_0)\hat{W}_{A6}]^T$ 估计未知的引导者动态 $f(\chi_0)$, 且 $\hat{W}_A = [\hat{W}_{A1}^T, \dots, \hat{W}_{A6}^T]^T$.

设计权值 \hat{W}_{Ai} 的更新率如下:

$$\dot{\hat{W}}_{Ai} = -\Gamma_{Ai}S_{Ai}(\hat{\chi}_0)\tilde{\chi}_{0,i} - \sigma_{Ai}\Gamma_{Ai}\hat{W}_{Ai}. \quad (9)$$

其中: $\Gamma_{Ai} = \Gamma_{Ai}^T > 0$; σ_{Ai} 为一个很小的正数; $\Gamma_A = \text{diag}\{\Gamma_{Ai}\}$, $\sigma_A = \text{diag}\{\sigma_{Ai}\}$; $\tilde{\chi}_0 = \hat{\chi}_0 - \chi_0 = [\tilde{\chi}_{0,1}, \dots, \tilde{\chi}_{0,6}]^T$.

根据文献[13]中的定理1,定义 T 为暂态过程之后的时刻,当选取时刻 $t_b > t_a > T$ 时,可以利用RBF常值神经网络表示引导者的未知动态,具体为

$$f(\chi_0) = S_A^T(\chi_0)\bar{W} + \epsilon_\zeta(\chi_0). \quad (10)$$

其中

$$\bar{W} = [\bar{W}_1^T, \dots, \bar{W}_6^T]^T =$$

$$\text{mean}_{t \in [t_a, t_b]} \hat{W}_A(t) = \frac{1}{t_b - t_a} \int_{t_a}^{t_b} \hat{W}_A(s) ds,$$

$\epsilon_\zeta(\chi_0)$ 为逼近误差,且 $\|\epsilon_\zeta(\chi_0)\| - \|\epsilon(\chi_0)\|$ 为一很小正数,为了方便将 $\epsilon_\zeta(\chi_0)$ 记为 ϵ_ζ .

2.2 基于确定学习的分布式观测器设计

在本文的一致性跟踪控制中,引导者状态 χ_0 和学习未知动态所得到的常值RBF神经网络权值 \bar{W} 并不能被所有跟随者得到. 为了使部分不能得到引导者信息的跟随者也能估计引导者的状态,引导者将状态和常值RBF神经网络权值传递给部分跟随者,跟随者之间通过通信拓扑传递引导者的估计状态 $\hat{\chi}_0^i$ 和对常值权值 \bar{W} 的估计权值 \hat{W}_i , 构建如下分布式观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\chi}}_0^i &= S_A^T(\hat{\chi}_0^i)\hat{W}_i + \gamma_1 \sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{\chi}_0^j - \hat{\chi}_0^i), \\ \dot{\hat{W}}_i &= \gamma_2 \sum_{j=0}^N a_{ij}(\hat{W}_j - \hat{W}_i). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$ 表示第 i 个AUV的观测器; $\hat{\chi}_0^i = \text{col}(\hat{\eta}_0^i, \hat{v}_0^i) \in R^6$ 为观测器的状态; $\hat{W}_i \in R^q$ 为估计权值; $\hat{\chi}_0^0 = \chi_0$, $\hat{W}_0 = \bar{W}$, 且 $\gamma_1, \gamma_2 > 0$.

以往的自适应分布式观测器^[8-11]能够准确地观测到具有线性、未知线性参数或已知非线性动态的

引导者状态. 目前, 还极少有文献研究具有未知非线性动态的引导者分布式观测器设计问题. 本文结合确定学习理论和自适应分布式观测器设计了一种新型的分布式观测器(11), 从而能够准确地估计到具有未知非线性动态的引导者状态信息.

结合式(6)、(7)和(11), 可以得到AUV多智能体系统的观测器误差模型为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\chi}}_0 &= S_D^T(\hat{\chi}_0, \chi_0)(1_N \otimes \bar{W}) + S_C^T(\hat{\chi}_0)\tilde{W} - \\ &\quad \gamma_1(\mathcal{H} \otimes I_6)\tilde{\chi}_0 - (1_N \otimes \epsilon_\zeta), \\ \dot{\tilde{W}} &= -\gamma_2(\mathcal{H} \otimes I_q)\tilde{W}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $\hat{\chi}_0 = \text{col}(\hat{\chi}_0^1, \dots, \hat{\chi}_0^N)$, $\tilde{\chi}_0 = \text{col}(\tilde{\chi}_0^1, \dots, \tilde{\chi}_0^N)$, $\tilde{W} = \text{col}(\tilde{W}_1, \dots, \tilde{W}_N)$, $\tilde{\chi}_0^i = \hat{\chi}_0^i - \chi_0$, $\tilde{W}_i = \hat{W}_i - \bar{W}$, $S_C(\hat{\chi}_0) = \text{diag}(S_A(\hat{\chi}_0^1), \dots, S_A(\hat{\chi}_0^N))$, $S_D(\hat{\chi}_0) = \text{diag}(S_A(\hat{\chi}_0^1) - S_A(\chi_0), \dots, S_A(\hat{\chi}_0^N) - S_A(\chi_0))$.

定理1 考虑系统(12), 假设1和假设2成立, 那么对于任意给定的紧集 Ω_0 , 存在一个常数 γ^* , 使得对于任意 $\gamma_1 > \gamma^*$ 和 $\hat{\chi}_0^i(0) \in \Omega_0 (i = 1, 2, \dots, N)$, 系统的解 $\tilde{\chi}_0$ 能够指数收敛到零的小邻域内.

证明 证明分为两部分. 首先证明对于任意的 $\chi_0 \in \Omega_d$, $\hat{\chi}_0^i(0) \in \Omega_0 (i = 1, 2, \dots, N)$, 系统(11)的解 $\hat{\chi}_0^i (i = 1, 2, \dots, N)$ 是有界的. 在此基础上, 证明系统(12)的解 $\tilde{\chi}_0$ 能够指数收敛到零的小邻域内.

1) 令 $\hat{W} = \text{col}(\hat{W}_1, \dots, \hat{W}_N)$, 系统(11)第1式可改写为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\chi}}_0 &= S_C^T(\hat{\chi}_0)\hat{W} - \gamma_1(\mathcal{H} \otimes I_6)\hat{\chi}_0 + \\ &\quad \gamma_1(\mathcal{H} \otimes I_6)(1_N \otimes \chi_0). \end{aligned} \quad (13)$$

根据文献[17]中的引理1, 存在正定的对角矩阵 P 使得 $Q = P\mathcal{H} + \mathcal{H}^T P$ 为正定矩阵. 定义

$$V_1(\hat{\chi}_0) = \hat{\chi}_0^T (P \otimes I_6) \hat{\chi}_0. \quad (14)$$

根据假设1和文献[17]中引理1可得

$$\left\| \frac{\partial V_1(\hat{\chi}_0)}{\partial \hat{\chi}_0} \right\| \leq b_1 \|\hat{\chi}_0\|, \quad (15)$$

其中 b_1 为正常数. 由基函数的性质可得 $\|S_C(\cdot)\| \leq s^*$, 其中 s^* 为一个正常数. 沿着系统(13)产生的轨迹求导, 并结合式(15)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\hat{\chi}_0) &\leq \\ &\frac{4\|P \otimes I_6\|^2 \|\hat{W}\|^2 s^{*2}}{\gamma_1 \lambda_{\min}(Q)} - \gamma_1 \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2} \|\hat{\chi}_0\|^2 + \\ &\gamma_1 \frac{b_1^2}{\lambda_{\min}(Q)} \|\mathcal{H} 1_N \otimes \chi_0\|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

在假设1的条件下, 根据文献[11]可知矩阵 \mathcal{H} 的所有特征值均具有正实部, 所以由式(12)第2式容易得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{W} = 0$, $\|\hat{W}\|^2$ 是有界的. 由假设2和 $\hat{\chi}_0^i \in$

$\Omega_0 (i = 1, 2, \dots, N)$ 可得

$$\begin{aligned} &\frac{4\|P \otimes I_6\|^2 \|\hat{W}\|^2 s^{*2}}{\gamma_1 \lambda_{\min}(Q)} + \\ &\gamma_1 \frac{b_1^2}{\lambda_{\min}(Q)} \|\mathcal{H} 1_N \otimes \chi_0\|^2 \leq \mu, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 μ 为正常数. 令 $\alpha = \frac{\gamma_1 \lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}$, 可得

$$\dot{V}_1(\hat{\chi}_0) \leq -\alpha V_1(\hat{\chi}_0) + \mu. \quad (18)$$

式(18)表明 $V_1(\hat{\chi}_0)$ 是有界的, 所以由式(14)可知, 对于任意的 $\hat{\chi}_0^i(0) \in \Omega_0, i = 1, 2, \dots, N$, $\hat{\chi}_0$ 是有界的.

2) 下面证明选择充分大的 γ_1 , $\tilde{\chi}_0$ 会指数收敛到原点的小邻域内. 为了证明方便, 首先证明如下系统的指数稳定性:

$$\dot{\tilde{\chi}}_0 = S_D^T(\hat{\chi}_0, \chi_0)(1_N \otimes \bar{W}) - \gamma_1(\mathcal{H} \otimes I_6)\tilde{\chi}_0. \quad (19)$$

构造如下Lyapunov函数:

$$V_2(\tilde{\chi}_0) = \tilde{\chi}_0^T (P \otimes I_6) \tilde{\chi}_0. \quad (20)$$

沿着系统(19)产生的轨迹对 $V_2(\tilde{\chi}_0)$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{\chi}_0) &= -\gamma_1 \tilde{\chi}_0^T (Q \otimes I_6) \tilde{\chi}_0 + \\ &2\tilde{\chi}_0^T (P \otimes I_6) S_D^T(\hat{\chi}_0, \chi_0)(1_N \otimes \bar{W}). \end{aligned} \quad (21)$$

定义

$$S_D^T(\hat{\chi}_0, \chi_0)(1_N \otimes \bar{W}) = (I_N \otimes \bar{W}_d^T) S_d(\hat{\chi}_0, \chi_0), \quad (22)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\tilde{\chi}_0) &\leq \\ &-\gamma_1 \lambda_{\min}(Q) \|\tilde{\chi}_0\|^2 + 2\|P \otimes \bar{W}_d^T\| \|\tilde{\chi}_0\| \|\tilde{S}_d(\hat{\chi}_0, \chi_0)\|. \end{aligned} \quad (23)$$

其中: $\bar{W}_d = \text{diag}(\bar{W}_1, \dots, \bar{W}_6)$, $S_d(\chi_0) = \text{col}(S_{A1}(\chi_0), \dots, S_{A6}(\chi_0))$, $\tilde{S}_d(\hat{\chi}_0, \chi_0) = \text{col}(S_d(\hat{\chi}_0^1) - S_d(\chi_0), \dots, S_d(\hat{\chi}_0^N) - S_d(\chi_0))$.

注意到 $S_{Ak}(\chi_0) = [s_{k,1}(\chi_0), \dots, s_{k,q_k}(\chi_0)]^T, k = 1, 2, \dots, 6$, 可得

$$\|\tilde{S}_d(\hat{\chi}_0, \chi_0)\| \leq \sqrt{qN} \max_{\substack{i=1,2,\dots,N \\ k=1,2,\dots,6 \\ j=1,2,\dots,q_k}} |s_{k,j}(\hat{\chi}_0^i) - s_{k,j}(\chi_0)|. \quad (24)$$

因为 $\tilde{s}_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0) := s_{k,j}(\chi_0 + \tilde{\chi}_0^i) - s_{k,j}(\chi_0)$ 是一个 C_1 函数, 且对于 $i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, 6, j = 1, 2, \dots, q_k, \tilde{s}_{k,j}(0, \chi_0) = 0$, 根据文献[18]中的引理11.1可得

$$\begin{aligned} &|s_{k,j}(\chi_0 + \tilde{\chi}_0^i) - s_{k,j}(\chi_0)| = \\ &|\tilde{s}_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0)| \leq \beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0) \|\tilde{\chi}_0^i\|. \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $\beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0)$ 为连续的函数, 且 $\beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0) \geq 0$.

由假设2和1)中的证明可知,对于 $\chi_0 \in \Omega_d, \hat{\chi}_0^i \in \Omega_0, i = 1, 2, \dots, N$,有 $\hat{\chi}_0^i(t)$ 和 $\chi_0(t)$ 在 $[0, \infty)$ 上有界,且 $\tilde{\chi}_0(t)$ 在 $[0, \infty)$ 上也有界.因此,可以推理 $\beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0, \chi_0)$ 在 $[0, \infty)$ 上有界.

结合式(23)~(25)可得

$$V_2(\tilde{\chi}_0) \leq -(\gamma_1 \lambda_{\min}(Q) - \beta(\tilde{\chi}_0, \chi_0)) \|\tilde{\chi}_0\|^2, \quad (26)$$

其中

$$\beta(\tilde{\chi}_0, \chi_0) = 2\sqrt{qN} \|P \otimes \bar{W}_d^T\| \max_{\substack{i=1,2,\dots,N \\ k=1,2,\dots,n \\ j=1,2,\dots,q_k}} \beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0).$$

因为 $\beta_{k,j}(\tilde{\chi}_0^i, \chi_0)$ 是有界的,所以 $\beta(\tilde{\chi}_0, \chi_0) < \beta^*$.定义 $\gamma^* = \beta^* / \lambda_{\min}(Q)$,由式(26)可知,当 $\gamma_1 > \gamma^*$ 时, $\dot{V}_2(\tilde{\chi}_0)$ 是负定的,所以系统(19)指数稳定.由跟随引导矩阵 \mathcal{H} 的性质和式(12)第2式可知, \tilde{W} 指数收敛到0.由于 $\|S_C(\hat{x}_i)\| < s^*$, $S_C(\hat{x}_i)^T \tilde{W}$ 也是指数稳定的.根据引理1可得如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\chi}}_0 &= S_D^T(\hat{\chi}_0, \chi_0)(1_N \otimes \bar{W}) - \\ &\quad \gamma_1(\mathcal{H} \otimes I_6)\tilde{\chi}_0 + S_C^T(\hat{\chi}_0)\tilde{W} \end{aligned} \quad (27)$$

是指数稳定的.因为可以选择足够多的神经元使逼近误差 ϵ_c 任意小,根据文献[16]中的引理9.2可得,给定任意 $\hat{\chi}_0^i(0) \in \Omega_0(i = 1, 2, \dots, N)$,系统(12)的解 $\tilde{\chi}_0$ 最终将指数收敛到原点的小邻域内.□

3 分布式跟踪控制器设计

为了实现一致性跟踪控制,第 i 个AUV理想的跟踪信号为 $y_{di}^* = \eta_0$,由于不是所有的跟随者都可以得到 η_0 ,利用 $y_{di} = \hat{\eta}_0^i$ 作为跟踪信号,第2节中 $\hat{\eta}_0^i$ 指数收敛到 η_0 小邻域的证明能够保证该跟踪信号的有效性.

利用经典的反步法进行控制器的设计,对于第 i 个AUV($i = 1, 2, \dots, N$),定义误差 $z_{i,1} = \eta_i - y_{di}$,有

$$\dot{z}_{i,1} = J_i(\eta_i)v_i - \dot{y}_{di}. \quad (28)$$

因为 $J_i(\eta_i)J_i^T(\eta_i) = I$,可以设计虚拟控制器为

$$\alpha_i = J_i(\eta_i)^T(-c_{i,1}z_{i,1} + \dot{y}_{di}), \quad (29)$$

其中 $c_{i,1}$ 为待设计的正定矩阵.为了避免由于虚拟控制器 α_i 求导导致的计算爆炸问题,引入动态面技术进行简化设计,令

$$\begin{aligned} z_{i,2} &= v_i - \alpha_{if}, \\ \mu_i \dot{\alpha}_{if} + \alpha_{if} &= \alpha_i, \alpha_{if}(0) = \alpha_i(0), \end{aligned} \quad (30)$$

其中 α_{if} 为滤波变量.定义层面误差为 $e_{\alpha i} = \alpha_{if} - \alpha_i$,结合式(28)和(29)可得

$$\dot{z}_{i,1} = J_i(\eta_i)(z_{i,2} + e_{\alpha i}) - c_{i,1}z_{i,1}. \quad (31)$$

对 $z_{i,2}$ 求导可以得到

$$\dot{z}_{i,2} = M_i^{-1}(F_i(\chi_i) + \tau_i) - \dot{\alpha}_{if}. \quad (32)$$

因为 $F_i(\chi_i) = -C_i(v_i)v_i - D_i(v_i)v_i - g_i(\eta_i) - \Delta_i(\chi_i)$ 是未知光滑函数,利用RBF神经网络对其进行估计,有

$$F_i(\chi_i) = S_{F_i}^T(\chi_i)W_{F_i}^* + \epsilon_i(\chi_i). \quad (33)$$

其中: $S_{F_i}(Z_i) = \text{diag}(S_{F_{i1}}, \dots, S_{F_{i3}})$, $W_{F_i}^* = [W_{F_{i1}}^{*T}, \dots, W_{F_{i3}}^{*T}]^T$, ϵ_i 为逼近误差.

利用 \hat{W}_{F_i} 估计 $W_{F_i}^*$,构造如下自适应神经网络控制器:

$$\tau_i = -J_i^T(\eta_i)z_{i,1} - c_{i,2}z_{i,2} + S_{F_i}^T(\chi_i)\hat{W}_{F_i} + M_i\dot{\alpha}_{if}. \quad (34)$$

设计神经网络权值更新率如下:

$$\dot{\hat{W}}_{F_i} = -\Gamma_i(S_{F_i}(\chi_i)z_{i,2} + \sigma_i\hat{W}_{F_i}). \quad (35)$$

其中: $c_{i,2}$ 为待设计的正定矩阵, Γ_i 为待设计的正定矩阵, σ_i 为正的设计参数.

定理2 考虑多AUVs系统(5)和(6),满足假设1和假设2,设计自适应分布式观测器(11),选取控制器和神经网络更新率分别为式(34)和(35).假设存在一个足够大的紧集 Ω_i ,当 $t \geq 0$ 时, $\chi_i \in \Omega_i$.那么,对于任意给定常数 ς_i 以及初始条件满足 $U(0) \leq \varsigma_i, \hat{\chi}_0^i(0) \in \Omega_0, i = 1, 2, \dots, N$,通过选择适当的参数,闭环系统中所有的信号都是最终一致有界的,且跟踪误差 $\eta_i - y_{di}$ 能够收敛到零的小邻域中.

证明 选择如下Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{2}z_{i,1}^T z_{i,1} + \frac{1}{2}z_{i,2}^T M_i z_{i,2} + \\ &\quad \frac{1}{2}\tilde{W}_{F_i}^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_{F_i} + \frac{1}{2}e_{\alpha i}^T e_{\alpha i}. \end{aligned} \quad (36)$$

综合式(30)~(32)、(34)和(35),对 U_i 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{U}_i &= z_{i,1}^T c_{i,1} z_{i,1} - z_{i,2}^T c_{i,2} z_{i,2} - \mu_i^{-1} e_{\alpha i}^T e_{\alpha i} - \\ &\quad z_{i,2}^T \epsilon_i + z_{i,1}^T J_i(\eta_i) e_{\alpha i} - \sigma_i \tilde{W}_{F_i}^T \hat{W}_{F_i} - e_{\alpha i}^T B(\cdot). \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $\tilde{W}_{F_i} = \hat{W}_{F_i} - W_{F_i}^*$, $B_i(\cdot) = \dot{\alpha}_i = B_i(z_{i,1}, z_{i,2}, e_{\alpha i}, y_{di}, \dot{y}_{di}, \ddot{y}_{di})$ 为一个连续的函数.根据假设1、定理1和 $U_i(0) \leq \varsigma_i$,存在集合 $\Omega_{di} \triangleq \{\|y_{di}\|^2 + \|\dot{y}_{di}\|^2 + \|\ddot{y}_{di}\|^2 \leq B_{di}\}$, $\Omega_{zi} \triangleq \{z_{i,1}^T z_{i,1} + z_{i,2}^T z_{i,2} + e_{\alpha i}^T e_{\alpha i} \leq 2\varsigma_i\}$,可知在集合 $\Omega_{di} \times \Omega_i$ 中,存在正常数 \bar{b}_i 满足 $\|B_i(\cdot)\| \leq \bar{b}_i$.

由式(37)和Young不等式可得

$$\dot{U}_i \leq -\rho_i U_i + \varphi_i. \quad (38)$$

其中

$$\rho_i =$$

$$\begin{aligned} & \min \left(\lambda_{\min}(2c_{i,1} - I_3), \lambda_{\min}(2c_{i,2} - a_{i1}I_3), \right. \\ & \left. \lambda_{\min}(2\mu_i^{-1} - a_{i2}I_3 - I_3), \lambda_{\min}\left(\frac{0.5\sigma_i}{\max(\Gamma_i^{-1})}\right) \right), \\ & \varphi_i = \frac{1}{2a_{i1}}\epsilon_i^T\epsilon_i + \frac{\bar{b}_i^2}{2a_{i2}} + \frac{\sigma_i\|W_{F_i}^*\|^2}{2}. \end{aligned}$$

只要选择 $\rho_i \geq \varphi_i/\varsigma_i$, 即可保证在 $U_i = \varsigma_i$ 上, $\dot{U}_i \leq 0$, $U_i \leq \varsigma_i$ 是一个不变集, 即对于 $U_i(0) \leq \varsigma_i$, 有 $U_i(t) \leq \varsigma_i, \forall t > 0$. 对于初始条件满足 $U_i(0) \leq \varsigma_i$, 选择合适的参数可以使 $z_{i,1}, z_{i,2}, \tilde{W}_i, e_{\alpha i}$ 最终一致稳定, 根据定理1, 可得 $\hat{\eta}_0^i$ 有界, 所以系统的状态 $\eta_i = z_{i,1} + y_{di}$ 是有界的, 另外由式(29)、(30)和(34)可得 $\alpha_i, \alpha_{if}, \tau_i$ 有界.

由式(36)和(38)可得

$$z_{i,1}^T z_{i,1} \leq 2U_i(0)e^{-\rho_i t} + \frac{2\varphi_i}{\rho_i}. \quad (39)$$

令 $\delta_i = \sqrt{2\varphi_i/\rho_i}$, 可知误差 $z_{i,1}$ 将会在有限时间 T 之后满足 $z_{i,1} \leq \delta_i$. 此外, 通过增大 $\lambda_{\min}(c_{i,1}), \lambda_{\min}(c_{i,2}), \lambda_{\min}(\mu_i^{-1})$ 和 $\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})$, 可以使 $z_{i,1}$ 趋近于零的小邻域中. 根据定理1, $\hat{\eta}_0^i$ 指数收敛至 η_0 的小邻域内. 综上所述, 跟踪误差 $\eta_i - y_{di}^*$ 最终收敛到零的小邻域内. \square

本文理想的跟踪信号可以改写为更加一般的形式 $y_{di}^* = \eta_0 + d_i$, 其中 d_i 为每个 AUV 在运动中与引导者保持的定常距离. 根据定理2的证明可以得到第 i 个 AUV 的输出 η_i 能够跟随 y_{di}^* . 由此可知, 当 $d_i \neq 0$ 时, 每个 AUV 能与引导者在保持一定的距离 d_i 时跟随引导者运动, 从而表明控制器(34)能够实现多 AUV 系统的编队控制. 随后的仿真结果表明了该编队控制的有效性.

4 仿真分析

考虑由1个虚拟引导者和3个异构的AUVs组成的多智能体系统, 其通信拓扑见图1. 引导者状态为范德波尔振荡器系统^[11], 有

$$\dot{\chi}_0 = A\chi_0 + f(\chi_0).$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ -I_3 & 0 \end{bmatrix},$$

$$f(\chi_0) = [0, 0, 0, (1 - x_0^2)u_0, (1 - y_0^2)v_0, (1 - \psi_0)r_0]^T, \chi_0(0) = [-2, -2, -2, 2, 2, 2]^T.$$

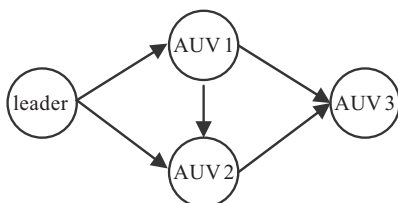


图1 通信拓扑

选取文献[10]中前3个AUV系统作为跟随者. 仿真中为了实现编队控制, 引导者和每个AUV的坐标差距分别为 $d_1 = [-1, 1, 0]^T, d_2 = [0, 1, 0]^T, d_3 = [-1, 0, 0]^T$. 设计参数为 $\Gamma_A = 15, \sigma_A = 0.000001, A = 5, \gamma_1 = 10, \gamma_2 = 20, c_{i,1} = 30, c_{i,2} = 50, \Gamma_i = 15, \sigma_i = 0.001, i = 1, 2, 3$.

仿真结果如图2、图3和表1所示. 图2给出了所提出分布式观测器的观测效果, 即使跟随者不知道引导者的动态方程, 所设计的分布式观测器也能够很好地估计引导者的状态. 图3描述了总体的编队效果, 可以看出, 在经过暂态过程后, 多AUVs系统实现了编队. 为进一步表明方案的有效性, 与现有基于邻接误差的一致性编队策略^[4]进行仿真比较, 表1展示了基于确定学习分布式观测器的一致性编队方案和基于邻近误差的一致性编队控制方案在平均绝对误差和 $\left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{\int_0^{t+T} (\|\eta_i - y_{di}^*\|) dt}{T}\right)\right)$ 性能指标的对比结果, 可见跟随者的跟踪误差达到了稳定, 且平均绝对

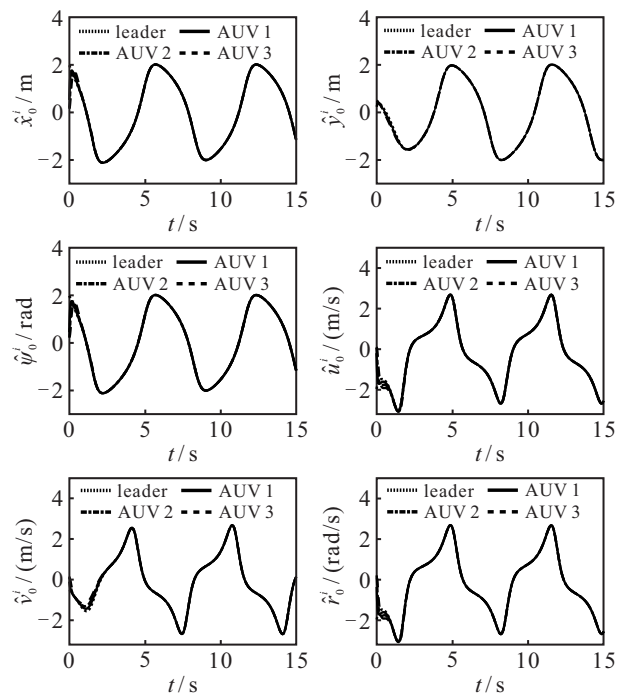


图2 分布式观测器的观测效果

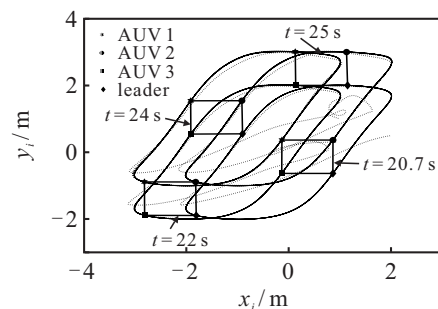


图3 多AUVs系统一致性编队控制

误差和为0.0303,很好地实现了对引导者的跟踪.另外,通过对比仿真结果可知,所提出方案使跟随者对引导者有更好的跟踪性能.

表1 AUVs系统平均绝对误差和

方案	平均绝对误差和
基于确定学习分布式观测器的一致性编队方案	0.0303
基于邻接误差的一致性编队控制方案	0.0747

5 结论

本文研究了基于一种新型分布式观测器的多AUVs系统的一致跟踪问题.首先结合自适应分布式观测器和确定学习理论设计了一种新型的分布式观测器,该观测器能够在引导者动态为未知非线性函数的情况下很好地估计引导者的状态;然后基于所观测到的引导者状态设计了分布式跟踪控制器,该控制器保证了跟随者的输出能够跟随引导者的输出;最后通过仿真验证了所提出方案的有效性.

参考文献(References)

- [1] Källström C G. Guidance and control of ocean vehicles[J]. *Automatica*, 1996, 32(8): 1235.
- [2] He S D, Wang M, Dai S L, et al. Leader-follower formation control of USVs with prescribed performance and collision avoidance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(1): 572-581.
- [3] Yao D J, Dou C X, Yue D, et al. Adaptive neural network consensus tracking control for uncertain multi-agent systems with predefined accuracy[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 101(4): 2249-2262.
- [4] Yoo S J. Distributed consensus tracking for multiple uncertain nonlinear strict-feedback systems under a directed graph[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, 24(4): 666-672.
- [5] Lin X G, Tian W D, Zhang W, et al. The leaderless multi-AUV system fault-tolerant consensus strategy under heterogeneous communication topology[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 237: 109594.
- [6] Chen B, Hu J P, Zhao Y Y, et al. Finite-time velocity-free observer-based consensus tracking for heterogeneous uncertain AUVs via adaptive sliding mode control[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 237: 109565.
- [7] Zhang T Y, Ye D, Zhao X. Completely event-triggered consensus for multiagent systems with directed switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, DOI: 10.1109/TCYB.2021.3052988.
- [8] Su Y F, Huang J. Cooperative output regulation of linear multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(4): 1062-1066.
- [9] Cai H, Lewis F L, Hu G Q, et al. The adaptive distributed observer approach to the cooperative output regulation of linear multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2017, 75: 299-305.
- [10] Dai S L, He S D, Ma Y F, et al. Distributed cooperative learning control of uncertain multiagent systems with prescribed performance and preserved connectivity[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, 32(7): 3217-3229.
- [11] Liu T, Huang J. Cooperative robust output regulation for a class of nonlinear multi-agent systems subject to a nonlinear leader system[J]. *Automatica*, 2019, 108: 108501.
- [12] Wang S M, Huang J. Adaptive leader-following consensus for multiple euler-lagrange systems with an uncertain leader system[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(7): 2188-2196.
- [13] Wang C, Hill D J. Deterministic learning and rapid dynamical pattern recognition[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2005, 38(1): 180-185.
- [14] Wang M, Wang C. Learning from adaptive neural dynamic surface control of strict-feedback systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(6): 1247-1259.
- [15] Wang M, Shi H T, Wang C, et al. Dynamic learning from adaptive neural control for discrete-time strict-feedback systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2021.3054378.
- [16] Khalil H K. *Nonlinear system*[M]. Upper Saddle River: Prentice, 2002: 253-255.
- [17] Zhang H W, Lewis F L. Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics[J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1432-1439.
- [18] Chen Z, Huang J. *Stabilization and regulation of nonlinear systems: A robust and adaptive approach*[M]. Switzerland: Springer, 2015: 341-344.

作者简介

王敏(1979—),女,教授,博士生导师,从事智能控制、动态学习、机器人控制、事件触发控制等研究, E-mail: auwangmin@scut.edu.cn;

倪俊(1998—),男,硕士生,从事多智能体控制、动态学习的研究, E-mail: 15730311614@163.com;

时昊天(1993—),男,博士生,从事神经网络学习控制、多智能体控制的研究, E-mail: shihaotian1009@126.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)