

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制

马壮, 方一鸣, 许淼, 李强

引用本文:

马壮,方一鸣,许淼,李强. 考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 413–420.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0942>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制

Deterministic learning control of multiple autonomous underwater vehicles based on a distributed observer

控制与决策. 2023, 38(2): 388–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0958>

#### 基于降阶扩张状态观测器的重复控制系统设计

A method of designing a reduced–order–extended–observer–based repetitive–control system

控制与决策. 2022, 37(4): 933–943 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1377>

#### 基于ESO的船舶航向鲁棒自适应控制

NESO based ship heading robust adaptive control

控制与决策. 2022, 37(8): 2157–2162 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0327>

#### 基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

#### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

# 考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制

马 壮<sup>1,2</sup>, 方一鸣<sup>1†</sup>, 许 淼<sup>1</sup>, 李 强<sup>1</sup>

(1. 燕山大学 河北省工业计算机控制工程重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;  
2. 唐山学院 河北省智能数据信息处理与控制重点实验室, 河北 唐山 063000)

**摘 要:** 针对伺服电机驱动的连铸结晶器控制系统执行器输入饱和和状态受限问题, 同时考虑系统存在负载扰动、参数摄动等不确定性问题, 提出一种基于扩张状态观测器的跟踪误差预设性能反步控制策略. 首先, 针对执行器输入饱和问题, 建立系统的数学模型; 然后, 采用一种线性扩张状态观测器实时观测系统时变负载扰动、参数摄动等不确定性, 并对观测误差的收敛性进行分析; 接着, 针对伺服电机电流饱和与跟踪误差预设性能控制问题, 通过引入辅助状态变量确保系统跟踪误差限定在允许范围内, 设计基于扩张状态观测器的反步 (Backstepping) 控制器; 最后, 根据 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统的稳定性, 并通过系统仿真验证所提出控制策略的有效性.

**关键词:** 连铸结晶器; 执行器饱和; 预设性能; 扩张状态观测器; 反步控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0942

引用格式: 马壮, 方一鸣, 许淼, 等. 考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 413-420.

## Prescribed performance control for vibration displacement of continuous casting mold with control saturation

MA Zhuang<sup>1,2</sup>, FANG Yi-ming<sup>1†</sup>, XU Miao<sup>1</sup>, LI Qiang<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Data Information Processing and Control of Hebei Province, Tangshan University, Tangshan 063000, China)

**Abstract:** To address the displacement tracking problems of actuator saturation, state constraints, load disturbance and parameter uncertainties for continuous casting mold driven by servo motors, a Backstepping control strategy based on the extend state observer (ESO) and full states constraint is designed. Firstly, considering the problem of actuator input saturation, the mathematical model of the system is established. Secondly, a linear extended state observer (ESO) is employed for estimating the load disturbances and parameter uncertainties in real time, and the observer convergence of the observation error is analyzed. Thirdly, the problem of actuator saturation and tracking error states constraint is considered, and an auxiliary state variable is introduced to ensure the presetting range of the tracking error, and a Backstepping controller is designed. Finally, the closed-loop system stability is proved using the Lyapunov theorem, and simulations demonstrate the effectiveness of the proposed control method.

**Keywords:** continuous casting mold; actuator saturation; prescribed performance; extent state observer; Backstepping control

## 0 引 言

在钢铁连铸过程中, 为有效提高连铸结晶器的拉坯速度和钢坯质量, 非正弦振动控制技术广泛应用于结晶器振动控制中<sup>[1-4]</sup>. 与国内外普遍采用的液压伺服驱动方式相比, 伺服电机驱动的连铸结晶器振动装置<sup>[5]</sup>具有跟踪精度高、维护简单和占用空间小等优

点, 其结构如图 1 所示. 同时, 伺服电机以单方向、变角速度、连续转动实现了结晶器非正弦振动, 有效地避免了电机频繁的启停、正反转运行, 因此具有使用寿命长、节能降耗等优点<sup>[6-7]</sup>. 但系统中存在较多非线性因素 (如快时变负载扰动<sup>[8]</sup>、参数时变以及安装位置误差<sup>[9]</sup>等不确定性) 和控制输入饱和 (如伺服电机控

收稿日期: 2021-05-27; 录用日期: 2021-12-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61873226); 河北省自然科学基金重点项目 (F2017203304).

责任编辑: 周彬.

†通讯作者. E-mail: fyiming@ysu.edu.cn.

制电流或电压饱和<sup>[10]</sup>)等问题,降低了系统的动静态跟踪性能。

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motors, PMSM)因具有控制精度高、转矩电流比大、低噪音、抗干扰能力强等优点<sup>[11]</sup>,广泛应用于高性能运动控制系统中。但PMSM控制系统存在各种不确定性因素,影响了PMSM系统的动静态性能发挥。因此,国内外研究人员在抑制伺服系统不确定性、提高系统动静态性能方面取得了很多研究成果。文献[12]采用在线调整的自适应PID控制增益方法,解决系统参数不确定导致系统性能降低的问题;文献[13]和文献[14]分别采用基于锁相环的扩张观测器和高增益扩张状态观测器实时估计系统扰动,进而在系统自抗扰控制控制器(active disturbance rejection controller, ADRC)中补偿控制,有效降低了系统稳态误差;文献[15]采用干扰观测器估计PMSM系统不确定性,设计有限时间收敛的终端滑模控制器,降低了系统控制器输出抖振,提高了系统跟踪精度;文献[16]采用迭代滑模观测器估计系统在无速度传感器情形下的PMSM速度和位置信息,提高了伺服系统的快速响应能力和抗干扰性能。上述文献均通过观测器估计系统不确定性,并在控制器中进行补偿,提高系统动静态性能。而在PMSM实际系统中,因其物理原因存在的控制电流饱和和约束以及电磁饱和问题,甚至会导致系统不稳定,但上述文献均未考虑系统中实际存在的输入饱和情形。

为有效解决PMSM系统中执行器输入饱和和约束问题,提高伺服系统的跟踪控制精度,很多文献在执行器输入饱和方面进行了较为详细的研究。文献[17]提出采用反计算方法处理系统输入饱和问题,设计了基于Anti-windup调节速度PI控制器,用以处理饱和和约束问题;文献[18]针对输入饱和和系统不确定问题,采用基于互联和阻尼分配自适应控制策略加以解决;文献[19]和文献[20]针对PMSM系统因磁饱和问题对系统性能的影响,分别采用自适应优化和在线参数估计电感参数的方法加以解决;文献[21]采用基于指令滤波的神经网络控制器,有效解决了系统饱和问题。上述文献均有效解决了PMSM系统的电流、电磁等饱和问题,但对于既包含饱和和约束控制又涵盖预设性能控制方面的研究较少。

近年来,状态约束控制和预设性能控制应用于很多非线性系统控制,可有效地约束系统各个状态的动静态性能,状态间不冲突,进而提高非线性系统整体的动静态性能。目前,主要有障碍李雅普诺夫函数法

(barrier Lyapunov function, BLF)<sup>[22]</sup>、漏斗控制(funnel control method)<sup>[23]</sup>和性能传递函数方法(performance transformation function method)<sup>[24]</sup>。上述方法本质上是通过各状态误差函数的变形,约束各状态的上、下限,进而限制各个状态的动态变化过程,在此基础上设计系统控制器,保证了系统预设的动静态性能。在结晶器振动位移跟踪控制中,文献[25-26]在状态约束方面采用funnel预设性能控制的方法,得到了较好的跟踪控制效果。但上述文献仅对系统输出状态进行了预设性能约束,未对系统的中间状态有效控制,同时也未考虑系统控制饱和问题。截至目前,在伺服电机驱动连铸结晶器振动位移控制系统中,同时考虑控制饱和和状态约束问题的文献较少见相关报道。

综上所述,本文采用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)<sup>[27]</sup>与Backstepping相结合,针对伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统跟踪控制中存在的控制饱和和预设性能约束问题,设计振动位移系统跟踪控制器,以提高系统振动位移动态性能和稳态跟踪精度。首先,阐述结晶器振动位移系统并建立系统模型,提出伺服电机电流在控制饱和状态下,系统各个状态误差预设控制问题;然后,针对结晶器振动位移系统中存在快时变负载扰动以及其他不确定性问题,通过构造ESO扩张状态观测器进行状态估计;接着,为解决控制饱和和跟踪误差预设控制问题,采用Backstepping与预设性能控制相结合的方法,设计结晶器振动位移控制系统控制器,以保证振动位移系统的动、静态跟踪控制性能;最后,针对系统模型进行仿真研究,验证所提出方法的有效性。

## 1 伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统数学模型及控制问题描述

### 1.1 伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统数学模型

伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统的结构如图1所示,伺服电机作为结晶器振动控制系统的核心组成部分,通过伺服电机的单方向旋转(恒速或

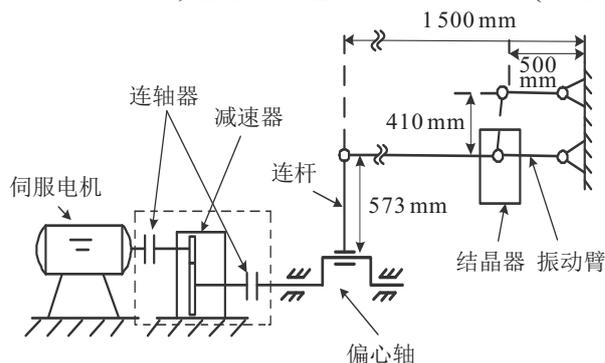


图1 伺服电机驱动连铸结晶器振动装置结构

变速),带动减速器驱动偏心轴连续转动,从而实现结晶器振动台的正弦或非正弦振动。

根据连铸结晶器振动位移系统实际情况,采用西门子S120驱动器控制伺服电机,其闭环控制系统中的转速环和电流环均采用PI控制方式,详见文献[25],此处不再赘述。同时,本文结合伺服电机 $d-q$ 轴模型与结晶器机械机构原理,并考虑结晶器振动位移控制系统存在参数时变、快时变负载扰动以及其他不确定性问题,结合图1可得到系统模型<sup>[26]</sup>,如下式所示:

$$\begin{cases} \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J} n - \frac{60}{2\pi} \frac{T_L(t)}{J}, \\ \theta = \int \frac{2\pi}{60i} n \, d\tau + d_1(t), \\ s_p = h\sin(\theta). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $n$ 为伺服电机转速; $p$ 、 $\psi_f$ 、 $J$ 、 $B$ 分别为电机的磁极对数、磁链转动惯量和粘性摩擦系数; $i_q$ 为PMSM的控制电流; $T_L(t)$ 为结晶器振动台的负载转矩; $\theta$ 为偏心轴的旋转角位移; $i$ 为减速器减速比; $d_1(t)$ 为偏心轴非同轴安装误差,且为随机常数; $s_p$ 、 $h$ 为结晶器振动位移和振动幅度。对结晶器振动位移 $s_p$ 求导,可得到其与转角 $\theta$ 、转速 $n$ 间的关系为

$$\dot{s}_p = h \left( \frac{2\pi}{60i} n \right) \cos(\theta). \quad (2)$$

由式(1)和(2)可知,由于结晶器振动位移 $s_p$ 与偏心轴角位移 $\theta$ 间的正弦周期函数关系, $s_p$ 与 $\theta$ 存在解的非唯一性问题。为了建立 $s_p$ 与 $\theta$ 间一一对应的关系,同时满足伺服电机输出转速 $n \geq 0$ 的工艺要求,可通过如下关系加以解决:

$$\theta = f(s_p) = k\pi + (-1)^k \arcsin\left(\frac{s_p}{h}\right), \quad (3)$$

其中 $k$ 为整数且 $k \geq 0$ 。从而,将结晶器振动位移 $s_p$ 的跟踪控制转换为偏心轴角位移 $\theta$ 的跟踪控制,解决了因工艺控制约束产生的周期函数逆解非唯一的控制问题,进而简化了结晶器振动位移系统跟踪控制。此时,令连铸结晶器振动位移系统状态变量 $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = 2\pi n / (60i)$ ,  $u = i_q$ ,  $d_2(t) = -T_L / J_i$ 。连铸结晶器角位移系统的数学模型(2)变形为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i} u + d_2(t), \\ y = h\sin(\theta). \end{cases} \quad (4)$$

在伺服电机实际控制系统中,因伺服电机受磁通饱和等物理因素的约束,其控制电流将约束在饱和限幅值以内,进而控制器输出会受到一定程度的限制;为提高伺服电机输出效率,在控制过程中需要考虑将

实际系统的控制电流 $u = i_q$ 约束在饱和限幅值以内,即

$$\text{sat}(u) = \text{sat}(i_q) = \begin{cases} I_{\text{sat}}, & i_q \geq I_{\text{sat}}; \\ i_q, & -I_{\text{sat}} < i_q < I_{\text{sat}}; \\ -I_{\text{sat}}, & i_q \leq -I_{\text{sat}}. \end{cases} \quad (5)$$

其中 $I_{\text{sat}}$ 为伺服电机电流饱和限幅值。式(4)可重新写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i} \text{sat}(u) + d_2(t), \\ y = h\sin(\theta). \end{cases} \quad (6)$$

针对上式中存在饱和非线性约束项 $\text{sat}(u)$ ,采用Backstepping控制方法直接求取系统控制律并不适用。因此,本文拟采用光滑、连续、可导的双曲正切函数 $N(u)$ 替换饱和和约束项,其函数为

$$\begin{cases} N(u) = u_M \times \tanh(u/u_M), \\ \text{sat}(u) = N(u) + \delta(u). \end{cases} \quad (7)$$

其中: $u_M$ 为伺服电机电流饱和限幅值, $\tanh(\cdot)$ 为反正切函数。当系统(7)出现饱和现象时,执行器输出与光滑 $N(u)$ 函数输出之间的差,满足如下不等式:

$$|\delta(u)| < \Delta, \quad (8)$$

其中 $\Delta$ 为大于0的常数,且满足

$$\Delta \geq u_M(1 - \tanh(u_M)).$$

定义 $d_3(t) = d_2(t) + \frac{1.5p\psi_f}{J_i} \delta(u)$ ,结合式(7),系统(6)变形为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i} N(u) + d_3(t). \end{cases} \quad (9)$$

同时根据系统实际情况,进行如下假设。

**假设1** 系统(1)、(4)、(9)中的 $d_1(t)$ 、 $d_2(t)$ 和 $d_3(t)$ 满足如下假设条件:

$$|d_i(t)| < \delta_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad t \in [0, +\infty), \quad (10)$$

且其导数满足

$$|\dot{d}_i(t)| < \gamma_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad t \in [0, +\infty), \quad (11)$$

其中 $\delta_i$ 、 $\gamma_i$ 均为已知常数。

## 1.2 控制问题描述

针对伺服电机驱动的连铸结晶器系统中存在的伺服电机单方向转动的工艺要求,为进一步提高系统动态性能和减小系统稳态误差,同时考虑伺服电机实际系统中存在输入饱和和约束问题,本文的控制目标主要归纳如下。

1)构造扩张状态观测器对时变负载扰动以及系

统不确定项  $d_3(t)$  进行实时动态观测;

2) 构建系统预设性能约束条件, 为有效提高系统动态性能和稳态误差提供保证;

3) 采用 Backstepping 方法, 设计系统在饱和约束和系统动静态要求情形下的控制量  $i_q$ , 进而完成对系统期望振动位移  $s_d$  的有效跟踪控制, 并验证控制策略的有效性.

## 2 系统扩张状态观测器设计与稳定性分析

本节通过构造 ESO 状态观测器对系统的状态  $x_2$  和时变负载扰动  $d_3(t)$  进行实时观测, 将其补偿到控制器中用于消除扰动项的影响, 以提高振动位移控制系统跟踪控制精度.

令  $x_3 = d_3(t)$ ,  $\mu(t)$  为系统状态  $x_3$  的微分, 且满足假设 1, 则系统 (7) 可变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) + x_3, \\ \dot{x}_3 = \mu(t). \end{cases} \quad (12)$$

结合式 (12), 本文采用的 ESO<sup>[27]</sup> 为

$$\begin{cases} e_{o1} = \hat{x}_1 - x_1, \\ \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \beta_1\omega_o e_{o1}, \\ \dot{\hat{x}}_2 = \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) - \frac{B}{J}\hat{x}_2 + \hat{x}_3 - \beta_2\omega_o^2 e_{o1}, \\ \dot{\hat{x}}_3 = -\beta_3\omega_o^3 e_{o1} - \hat{\mu}(t), \\ y(t) = x_1. \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $\omega_o$  为观测器的增益参量,  $\omega_o \geq 0$ ;  $\hat{x}_i$  为系统状态  $x_i$  的观测值;  $\beta_i$  为观测器可调参数;  $e_{oi}$  为状态  $x_i$  的观测误差,  $e_{oi} = \hat{x}_i - x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). 由式 (12) 和 (13), 得到系统 ESO 观测器估计误差为

$$\begin{cases} \dot{e}_{o1} = e_{o2} - \beta_1\omega_o e_{o1}, \\ \dot{e}_{o2} = e_{o3} - \beta_2\omega_o^2 e_{o1}, \\ \dot{e}_{o3} = -\beta_3\omega_o^3 e_{o1} - \mu(t). \end{cases} \quad (14)$$

**定理 1** 在假设 1 下, 针对伺服电机驱动的连接铸结晶器振动位移系统 (12), 构造扩张状态观测器 (13), 则观测误差有界收敛, 且观测器增益参量  $\omega_o$  增加, 观测器误差变小, 收敛速度变快.

**证明** 定义  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3]$ , 令  $\eta_1 = \omega_o^2 e_{o1}$ ,  $\eta_2 = \omega_o e_{o2}$ ,  $\eta_3 = e_{o3}$ , 对  $\eta$  求导, 结合式 (14) 得到

$$\begin{cases} \frac{\dot{\eta}_1}{\omega_o} = -\beta_1\eta_1 + \eta_2, \\ \frac{\dot{\eta}_2}{\omega_o} = -\beta_2\eta_1 + \eta_3, \\ \frac{\dot{\eta}_3}{\omega_o} = -\beta_3\eta_1 + \frac{\mu(t)}{\omega_o}. \end{cases} \quad (15)$$

由此, 观测器误差状态方程变形为

$$\frac{\dot{\eta}}{\omega_o} = A\eta + B\frac{\mu(t)}{\omega_o}. \quad (16)$$

其中:  $A = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = [0 \ 0 \ 1]^T$ . 通过选择  $\beta_i$  使

矩阵  $A$  为 Hurwitz 矩阵, 对于任意给定的对称正定阵, 存在对称正定阵  $P$  满足如下 Lyapunov 方程:

$$A^T P + PA + Q = 0. \quad (17)$$

定义观测器的 Lyapunov 函数为  $V_o = \eta^T P \eta / \omega_o$ , 其一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= \frac{\dot{\eta}^T P \eta}{\omega_o} + \frac{\eta^T P \dot{\eta}}{\omega_o} \leq \\ & -\eta^T Q \eta - 2 \frac{\|PB\| \cdot \|\eta\| \cdot |\mu(t)|}{\omega_o}. \end{aligned} \quad (18)$$

进而得到

$$\dot{V}_o \leq -\lambda_{\min}(Q)\|\eta\|^2 + 2\frac{\gamma_3}{\omega_o}\|PB\|\|\eta\|, \quad (19)$$

其中  $\lambda_{\min}(Q)$  为对称正定矩阵  $Q$  的最小值特征值. 由  $\dot{V}_o \leq 0$ , 观测器的收敛条件为

$$\|\eta\| \leq \frac{2\gamma_3\|PB\|}{\omega_o\lambda_{\min}(Q)}. \quad (20)$$

由式 (20) 可知, 观测误差  $\eta$  有界收敛, 且其精度和收敛速度均与参数  $\omega_o$  有关. 根据奇异摄动系统理论: 因系统状态误差方程式 (16) 为快变子系统,  $\omega_o$  越大,  $\eta$  的收敛速度越快.  $\|\eta\|$  随着  $\omega_o$  的增加, 系统观测误差逐渐向 0 趋近. 因此,  $\omega_o$  的选择将决定观测器 (16) 的观测精度和速度. 同时, 在观测器状态输出适当增加低通滤波器或限幅环节, 可有效地减小初始观测误差.  $\square$

## 3 跟踪误差预设性能控制确定

为提高结晶器振动位移控制系统的动、静态性能, 对  $e_1 = x_1 - x_d$  进行有效预设性能约束, 结合文献 [28] 选取一个光滑、有界函数  $J_e(t)$ , 有

$$J_e(t) = \lambda_0 e^{-\nu t} + \lambda_1. \quad (21)$$

其中:  $e$  为自然常数,  $e = 2.71828$ ;  $\nu$  为预设性能曲线收敛速度;  $\lambda_0$ 、 $\lambda_1$  分别为大于 0 的约束可调参数; 其性能约束函数初始值与系统误差初始值间满足  $J_e(0) > |e_1(0)|$ . 从而, 将结晶器振动位移系统的跟踪误差预设在  $-\Delta_2 J_e < |e_1(t)| < \Delta_1 J_e$ ,  $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$  均为大于 0 的可调约束参数.

同时, 为设计系统控制器建立一个中间辅助误差变量. 有

$$\alpha_1(t) = \frac{e_1(t)\beta(e_1(t))}{\Delta_1 J_e - e_1(t)} + \frac{e_1(t)(1 - \beta(e_1(t)))}{\Delta_2 J_e + e_1(t)}. \quad (22)$$

其中: 当  $e_1(t) \geq 0$  时, 函数  $\beta(e_1(t)) = 1$ ; 当  $e_1(t) < 0$  时,  $\beta(e_1(t)) = 0$ . 对辅助变量  $\alpha_1(t)$  求导, 得到

$$\dot{\alpha}_1(t) = J_e \Omega_1 \dot{e}_1(t) - \dot{J}_e \Omega_1 e_1(t), \quad (23)$$

其中  $\Omega_1 = \frac{\Delta_1 \beta(e_1(t))}{(\Delta_1 J_e - e_1)^2} + \frac{\Delta_2 (1 - \beta(e_1(t)))}{(\Delta_2 J_e + e_1)^2}$ .

**注1** 辅助误差变量  $\alpha_1(t)$  满足  $-\Delta_2 J_e < e_1(t) < \Delta_1 J_e$  控制约束条件(当  $\Delta_1 = \Delta_2$  时称为对称约束, 否则称为非对称约束), 确保系统误差介于约束函数之

间, 保证系统动态性能和稳态误差的要求. 本文仅考虑对称约束情况.

#### 4 系统控制器设计与稳定性分析

针对结晶器输入饱和和约束和位移跟踪误差预设的动静性能等工艺控制要求, 本节主要进行结晶器振动位移控制系统 Backstepping 控制器设计, 同时进行系统收敛性分析, 系统整体控制如图2所示.

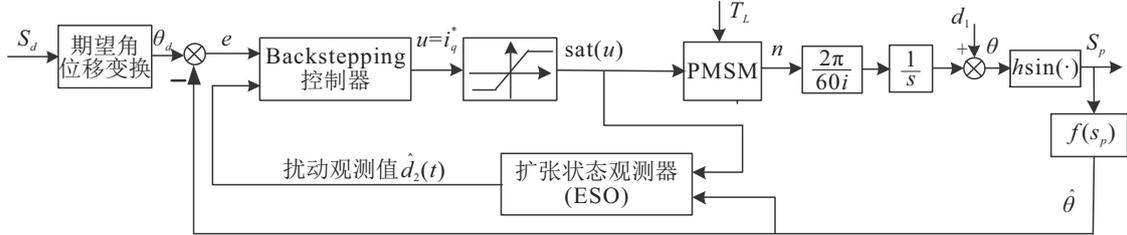


图2 伺服电机驱动的连铸结晶器振动装置结构

考虑饱和和跟踪误差预设性能对称约束控制问题, 系统模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) + d_3(t). \end{cases} \quad (24)$$

定义系统输出跟踪状态误差  $e_1 = x_1 - x_d$ , 采用 Backstepping 进行系统控制器设计, 具体步骤如下.

step 1: 考虑对称约束控制, 结合式(22)可定义

$$\varphi_1 = \frac{e_1}{J_{e_1} - |e_1|}, \quad (25)$$

其中  $J_{e_1} = \lambda_0 e^{-\nu_1 t} + \lambda_1$ . 由此可得

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{1}{J_{e_1} - |e_1|} [\dot{e}_1 - \varphi_1 (\dot{J}_{e_1} - |\dot{e}_1|)]. \quad (26)$$

定义

$$e_2 = x_2 - \sigma - \xi. \quad (27)$$

其中:  $e_2$  为状态  $x_2$  误差变量;  $\sigma$  为虚拟控制量;  $\xi$  为考虑输入饱和控制的辅助变量, 满足

$$\dot{\xi} = -\xi + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) - u. \quad (28)$$

选取 Lyapunov 候选函数  $V_1 = \varphi_1^2/2$ , 同时结合式(22)、(23)和(25)、(26), 对  $V_1$  求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \varphi_1 \dot{\varphi}_1 = \\ &= \frac{\varphi_1}{J_{e_1} - |e_1|} [e_2 + \sigma + \xi - \dot{x}_d - \varphi_1 (\dot{J}_{e_1} - |\dot{e}_1|)]. \end{aligned} \quad (29)$$

由式(29), 设计虚拟控制量为

$$\sigma = \dot{x}_d + \varphi_1 (\dot{J}_{e_1} - |\dot{e}_1|) - k_1 \frac{\varphi_1}{J_{e_1} - |e_1|} - \xi, \quad (30)$$

其中  $k_1 > 0$  为虚拟控制器可调参数.

step 2: 对式(27)求导, 得到

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\sigma} - \dot{\xi}. \quad (31)$$

同时定义

$$\varphi_2 = \frac{e_2}{J_{e_2} - |e_2|}. \quad (32)$$

其中  $J_{e_2} = \lambda_3 e^{-\nu_2 t} + \lambda_4$ ,  $\lambda_3$ 、 $\lambda_4$  和  $\nu_2$  均为大于0可调参数, 且满足  $J_{e_2}(0) > |e_2(0)|$ . 对式(32)求导, 得到

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{J_{e_2} - |e_2|} [\dot{e}_2 - \varphi_2 (\dot{J}_{e_2} - |\dot{e}_2|)]. \quad (33)$$

选取 Lyapunov 候选函数  $V_2 = V_1 + \varphi_2^2/2$ , 同时结合式(29)和(32)、(33), 对  $V_2$  求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \varphi_2 \dot{\varphi}_2 = \\ &= -k_1 \frac{\varphi_1^2}{(J_{e_1} - |e_1|)^2} + \frac{\varphi_1 e_2}{(J_{e_1} - |e_1|)} + \frac{e_2}{(J_{e_2} - |e_2|)^2} \times \\ &= \left[ -\frac{B}{J}x_2 + \tilde{x}_3 + \hat{x}_3 - \dot{\sigma} + \xi + u - \varphi_2 (\dot{J}_{e_2} - |\dot{e}_2|) \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

由此, 得到系统控制器为

$$u = f + \dot{\sigma} - \xi, \quad (35)$$

其中  $f = \frac{B}{J}x_2 - \hat{x}_3(t) - k_2 \frac{\varphi_2}{J_{e_2} - |e_2|} + \varphi_2 (\dot{J}_{e_2} - |\dot{e}_2|) - \frac{\varphi_1 (J_{e_2} - |e_2|)^2}{J_{e_1} - |e_1|}$ . 将式(35)代入(34), 得到

$$\dot{V}_2 = -k_1 \frac{\varphi_1^2}{(J_{e_1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e_2} - |e_2|)^2} + \rho_1 \tilde{x}_3, \quad (36)$$

其中  $\rho_1 = e_2 / (J_{e_2} - |e_2|)^2$ . 由此, 构造系统 Lyapunov 函数为

$$V_3 = V_2 + V_e. \quad (37)$$

其中:  $V_2 = \varphi_1^2/2 + \varphi_2^2/2$ ,  $V_e = \eta^T P \eta / 2$ . 结合式(29)、(34)和(36), 求取式(37)的导数为

$$\dot{V}_3 = -\frac{k_1 \varphi_1^2}{(J_{e_1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e_2} - |e_2|)^2} + \rho_1 \tilde{x}_3 +$$

$$\frac{1}{2}\eta^T(A^T P + PA)\eta + \eta^T P B \mu(t), \quad (38)$$

其中  $P$  为大于 0 的正定矩阵. 令  $A^T P + PA = -2I$ , 由 Young 不等式可知

$$\begin{cases} \eta^T \varepsilon \mu(t) \leq \frac{1}{2} \eta^T \eta + \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\mu(t)|^2, \\ \rho_1 \tilde{x}_3 \leq \frac{1}{2} (\rho_1)^2 + \frac{1}{2} (\tilde{x}_3)^2, \end{cases} \quad (39)$$

其中  $\varepsilon = \lambda_{\max}\{PB\}$ . 式(38)变为

$$\dot{V}_3 \leq -\frac{k_1 \varphi_1^2}{(J_{e_1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e_2} - |e_2|)^2} - \frac{1}{2} \eta^T \eta + \vartheta, \quad (40)$$

其中  $\vartheta = \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\mu(t)|^2 + \frac{1}{2} \delta^2 + \frac{1}{2} \left( \rho_1 \frac{1.5 p \psi_f}{J_i} \right)^2 + \frac{1}{2} (\tilde{x}_3)^2$ . 由观测器误差有界可知,  $\tilde{x}_3$  是有界的.  $|\mu(t)| < \delta_2$  有界, 故  $\vartheta$  有界. 由文献[29]可知

$$\dot{V} \leq -cV + \vartheta. \quad (41)$$

因此, 系统关于状态误差的  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  和观测器对不确定性等扰动估计均一致有界.

综合上述分析可得如下定理.

**定理 2** 考虑饱和和振动位移跟踪误差预设控制问题, 针对模型(24), 采用误差转换方程(22)和控制律(35), 能够保证闭环系统中所有信号有界.

**定理 3** 辅助变量  $\xi$  能够保证系统饱和受限状态下跟踪误差有界.

**证明** 动态补偿量能够保证跟踪误差收敛:

1) 当系统未饱和受限时, 由式(28)和(35)得到

$\lim_{t \rightarrow \infty} |\xi(t)| = 0$ , 根据定理 2 可得: 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $|e(t)|$  有界稳定,  $e(t) = [e_1(t), e_2(t)]$ ;

2) 当系统出现饱和时, 采用 Lasalle-Yoshizawa 定理和式(41)可得: 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $|e(t)|$  有界稳定.  $\square$

## 5 仿真研究

结合实验室伺服电机驱动的连铸结晶器实验装置, 根据选用的伺服电机实际参数(如表 1 所示), 将所提出控制策略进行仿真研究, 同时与文献[26]控制方法进行对比, 验证所提出控制策略的有效性.

表 1 伺服电机相关技术参数

物理参数	标称值
额定功率 $P_N$	20.4 kW
额定电流 $I_N$	45 A
额定转速 $n_N$	1 500 r/min
转动惯量 $J$	0.054 7 N·m <sup>2</sup>
摩擦系数 $B$	0.004 N·m·s/rad
转子永磁体磁链 $\psi_f$	0.96 Wb
磁极对数 $p$	3
等效电感 $L$	0.004 6 H
等效磁阻 $R$	0.14 $\Omega$

结晶器振动仿真曲线为德马克非正弦振动曲线  $s_{pd} = h \sin(\omega t - A \sin(\omega t))$ , 其中结晶器振幅  $h = 3$  mm,

仿真时位移初始值  $y(0) = 1.5$  mm;  $\omega = 2\pi f/60$ , 结晶器振动频率  $f = 130$  次/min;  $A = \pi\varsigma/(2\sin(\pi(1 + \varsigma)/2))$ ,  $\varsigma$  为非正弦波形偏斜率,  $\varsigma = 0.24$ .

对于结晶器时变负载扰动, 验证时选取  $T_L = 5.1335 + 6.4985 \sin(\omega t - A \sin(\omega t))$  N·m; 当  $t = 2.5$  s 时, 负载突然增加 5 N·m, 以验证所设计观测器和控制器的鲁棒性.

本文采用的线性扩张状态观测器 ESO 的具体参数为:  $\beta_1 = \beta_2 = 3$ ,  $\beta_3 = 1$ ,  $\omega_o = 600$ , 已知结晶器负载上下限  $\bar{d}_2 = 40$ ,  $\underline{d}_2 = 80$ . 因此, 对其状态估计值也进行了限幅.

本文控制策略  $e_1$  状态误差约束的界选取参数为:  $\lambda_0 = 2$ ,  $\lambda_1 = 0.2$ ,  $\nu_1 = 7$ , 与文献[26]参数选取一致; 状态误差约束的界选取参数为:  $\lambda_3 = 20$ ,  $\lambda_4 = 5$ ,  $\nu_2 = 7$ . 两个控制器选取的参数为:  $k_1 = k_2 = 100$ ; 系统(24)初始状态为:  $x_1(0) = \pi/6$ ,  $x_2(0) = 10$ .

图 3 为 ESO 对系统扰动  $d_3(t)$  观测曲线. 由图 3 可见, 在 ESO 观测初始阶段, 观测扰动值抖动明显且变化较大, 但很快消失; 当  $t = 2.5$  s 负载突变时, 系统观测器能够快速跟踪信号变化, 观测效果良好.

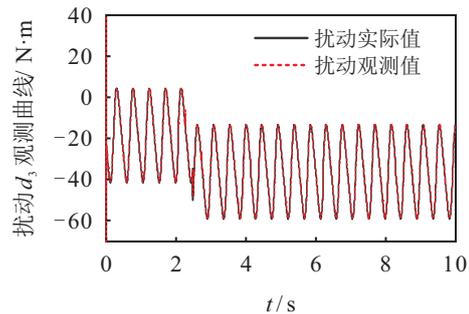
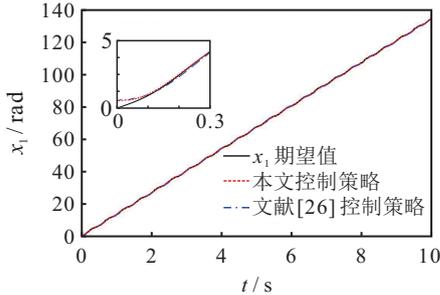


图 3 扰动  $d_3(t)$  观测曲线

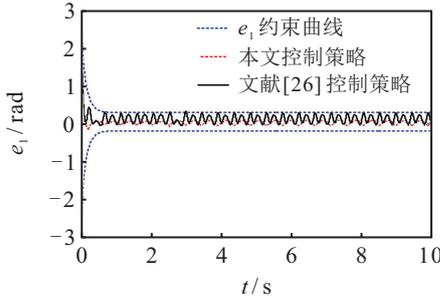
图 4(a) 和图 4(b) 分别为系统(24)在两种不同控制方法下的状态  $x_1$  及其误差  $e_1$  的跟踪曲线. 图 4(a) 中, 因初始时刻误差的存在, 有一定波动, 但在  $t = 0.08$  s 后很快跟踪期望信号进入稳态; 由图 4(b) 可见, 所提出控制策略与文献[26]相比, 状态误差  $e_1$  均在预设性能范围内, 但所提出控制策略的跟踪误差相对较小. 当在  $t = 2.5$  s 时, 并没有因负载突变而产生突变, 两种控制方法均体现了良好的鲁棒性能.

图 5(a) 和图 5(b) 分别为两种不同控制方法下系统状态  $x_2$  及其误差  $e_2$  的跟踪曲线. 图 5(a) 中, 因系统初始状态  $x_2(0) = 10$  出现了短暂调整过程, 在  $t = 0.2$  s 时,  $x_2$  调整时间结束进入稳态, 文献[26]方法波动较为明显, 而所提出控制策略波动小, 跟踪速度较快; 同时, 在系统负载突变时刻 ( $t = 2.5$  s), 误差  $e_2$  在所提出控制策略未产生明显突变, 很快跟随给定, 控制精度和性能得到了有效保证; 而文献[26]产生了较小变

化,然后迅速进入稳态.

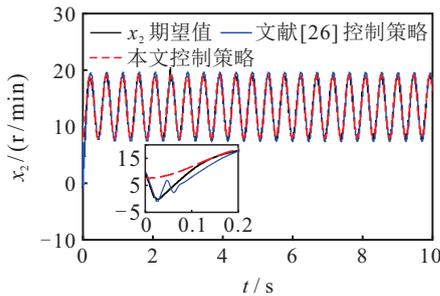


(a)  $x_1$  跟踪曲线

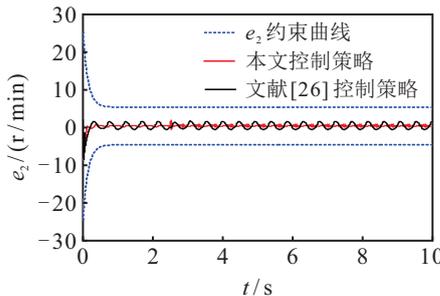


(b)  $e_1$  误差跟踪曲线

图 4 系统状态  $x_1$  和  $e_1$  跟踪曲线



(a)  $x_2$  跟踪曲线



(b)  $e_2$  误差跟踪曲线

图 5 误差约束跟踪曲线

## 6 结 论

本文针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移控制系统存在的执行器输入饱和和状态受限问题,考虑系统存在负载扰动、参数摄动等不确定性问题,提出一种基于扩张状态观测器的跟踪误差预设性能反步控制策略.相较于文献[26],本文做了以下两方面改进:1)针对控制饱和和执行器饱和问题,能够有效解决系统存在的饱和现象;2)在考虑状态约束方面,通过采用Backstepping与预设性能控制相结合的方法,

引入中间辅助变量,设计了振动位移控制系统,在确保系统振动位移跟踪误差和控制速度跟踪误差均满足预先设定条件的情况下,提高了系统动态性能和鲁棒性.最后,通过系统仿真验证了所提出控制策略的有效性.同时,本文因控制器参数较多,参数调整有一定难度,后续可适当引入参数优化算法以简化参数选取,以便提高结晶器振动位移控制系统的动静态性能.

## 参考文献(References)

- [1] Araki T, Ikeda M. Optimization of mold oscillation for high speed casting — New criteria for mold oscillation[J]. Canadian Metallurgical Quarterly, 1999, 38(5): 295-300.
- [2] 蔡开科. 连铸技术的进展(一)[J]. 炼钢, 2001, 17(1): 7-12.  
(Cai K K. Development of technology for continuous casting(1)[J]. Steelmaking, 2001, 17(1): 7-12.)
- [3] Zhang X Z, Zheng X R, Liu Q G, et al. Investigation and application of non-sinusoidal oscillation technique of mold[J]. Journal of Iron and Steel Research, International, 2013, 20(12): 19-24.
- [4] Meng X, Zhu M. Optimisation of non-sinusoidal oscillation parameters for slab continuous casting mould with high casting speed[J]. Ironmaking & Steelmaking, 2009, 36(4): 300-310.
- [5] Ma Z, Fang Y M, Zheng H C, et al. Active disturbance rejection control with self-adjusting parameters for vibration displacement system of continuous casting mold[J]. IEEE Access, 2019, 7: 52498-52507.
- [6] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统自抗扰控制[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(3): 147-156.  
(Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. Active disturbance rejection control for vibration displacement system of continuous casting mold driven by servo motor[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(3): 147-156.)
- [7] 亢克松, 方一鸣, 夏天, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统模糊自整定PID控制[J]. 燕山大学学报, 2015, 39(4): 334-340.  
(Kang K S, Fang Y M, Xia T, et al. Fuzzy self-tuning PID control for oscillation position system of continuous casting mold driven by servo motor[J]. Journal of Yanshan University, 2015, 39(4): 334-340.)
- [8] 马壮, 方一鸣, 李建雄, 等. 时变负载转矩伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统补偿控制[J]. 中国机械工程, 2018, 29(3): 301-307.  
(Ma Z, Fang Y M, Li J X, et al. Compensation control of vibration displacement systems for continuous casting molds driven by servo motor with time-varying load torque[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(3): 301-307.)
- [9] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 状态约束下连铸结晶器振动位移系统的抗干扰控制[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1557-1564.

- (Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. Disturbance rejection control for continuous casting mold vibration displacement system with states constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(9): 1557-1564.)
- [10] Koiwa K, Kuribayashi T, Zanma T, et al. Optimal current control for PMSM considering inverter output voltage limit: Model predictive control and pulse-width modulation[J]. *IET Electric Power Applications*, 2019, 13(12): 2044-2051.
- [11] Qiao Z W, Shi T N, Wang Y D, et al. New sliding-mode observer for position sensorless control of permanent-magnet synchronous motor[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(2): 710-719.
- [12] Jung J W, Leu V Q, Do T D, et al. Adaptive PID speed control design for permanent magnet synchronous motor drives[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, 30(2): 900-908.
- [13] Zuo Y F, Zhu X Y, Quan L, et al. Active disturbance rejection controller for speed control of electrical drives using phase-locking loop observer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(3): 1748-1759.
- [14] Sira-Ramírez H, Linares-Flores J, García-Rodríguez C, et al. On the control of the permanent magnet synchronous motor: An active disturbance rejection control approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(5): 2056-2063.
- [15] Li S H, Zhou M M, Yu X H. Design and implementation of terminal sliding mode control method for PMSM speed regulation system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(4): 1879-1891.
- [16] Lee H, Lee J. Design of iterative sliding mode observer for sensorless PMSM control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(4): 1394-1399.
- [17] Sergeant P, de Belie F, Melkebeek J. Effect of rotor geometry and magnetic saturation in sensorless control of PM synchronous machines[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, 45(3): 1756-1759.
- [18] Wu S, Zhang J. A robust adaptive control for permanent magnet synchronous motor subject to parameter uncertainties and input saturations[J]. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, 2018, 13(5): 2125-2133.
- [19] Lai C Y, Feng G D, Mukherjee K, et al. Torque ripple modeling and minimization for interior PMSM considering magnetic saturation[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2018, 33(3): 2417-2429.
- [20] Lai C Y, Feng G D, Mukherjee K, et al. Torque ripple minimization for interior PMSM with consideration of magnetic saturation incorporating online parameter identification[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, 53(6): 1-4.
- [21] Lu S K, Wang X C. Command filtering-based neural network control for fractional-order PMSM with input saturation[J]. *IEEE Access*, 2019, 7(99): 137811-137822.
- [22] Tee K P, Ren B B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [23] Ilchmann A, Schuster H. PI-funnel control for two mass systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4): 918-923.
- [24] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532-538.
- [25] 亢克松, 刘乐, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统反步滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(11): 1442-1448.  
(Kang K S, Liu L, Fang Y M, et al. Backstepping sliding mode control for continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor[J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1442-1448.)
- [26] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统受限状态下预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(3): 661-667.  
(Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. The prescribed performance control for the mold vibration displacement system driven by sever motor with constrained states[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(3): 661-667.)
- [27] Wang S B, Ren X M, Na J, et al. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2017, 14(1): 98-108.
- [28] Hua C C, Liu G P, Zhang L L, et al. Output feedback tracking control for nonlinear time-delay systems with tracking errors and input constraints[J]. *Neurocomputing*, 2016, 173: 751-758.
- [29] 陈明, 安思宇. 基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(1): 173-179.  
(Chen M, An S Y. Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(1): 173-179.)

### 作者简介

马壮(1977-), 男, 副教授, 博士生, 从事系统建模、非线性系统自适应与鲁棒控制等研究, E-mail: tmzhuange\_mail@sina.com;

方一鸣(1965-), 男, 教授, 博士, 从事复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用、冶金工业自动化等研究, E-mail: fyiming@ysu.edu.cn;

许淼(1993-), 女, 博士生, 从事多航天器姿态协同跟踪控制的研究, E-mail: 18332552097@163.com;

李强(1982-), 男, 讲师, 博士, 从事伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统控制的研究, E-mail: liq20@163.com.

(责任编辑: 魏冰)