

控制与决策

Control and Decision

约束不确定系统的误差有界无偏跟踪

张锴杨, 徐逢秋, 许贤泽

引用本文:

张锴杨, 徐逢秋, 许贤泽. 约束不确定系统的误差有界无偏跟踪[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 450–458.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1348>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于收缩约束模型预测控制的无人车辆路径跟踪](#)

Unmanned vehicle path tracking based on contraction constraint model predictive control

控制与决策. 2022, 37(3): 625–634 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1239>

[基于降阶扩张状态观测器的重复控制系统设计](#)

A method of designing a reduced-order-extended-observer-based repetitive-control system

控制与决策. 2022, 37(4): 933–943 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1377>

[具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制](#)

Finite time prescribed performance control of quadrotor UAVs with time varying disturbances

控制与决策. 2022, 37(12): 3215–3222 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0790>

[输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化](#)

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input

控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

[航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

约束不确定系统的误差有界无偏跟踪

张锴杨, 徐逢秋[†], 许贤泽

(武汉大学 电子信息学院, 武汉 430072)

摘要: 为使精密制造设备中定位机构实现在容许的误差带内对时变轨迹的精准无偏跟踪, 针对约束不确定系统提出一种基于鲁棒控制不变(RCI)集的误差有界且无偏模型预测控制(EOMPC)方法. 首先, 为了消除由扰动引起的稳态误差, 构建包含可测输出、估计状态和估计扰动的增广系统作为EOMPC的预测模型以提高预测精度; 其次, 基于增广系统和轨迹模型, 使用可以在有限步内终止的迭代方法求解RCI集, 并将其作为最优控制问题(OCP)中的状态约束以实现误差有界的跟踪; 然后, 为保障OCP的实时性, 给出一种可在线执行的数值优化方案; 最后, 在磁悬浮定位系统上验证了所提出方法的有效性.

关键词: 模型预测控制; 鲁棒控制不变; 误差有界无偏跟踪; 扰动补偿; 实时优化; 约束控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1348

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 张锴杨, 徐逢秋, 许贤泽. 约束不确定系统的误差有界无偏跟踪[J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 450-458.

Error-bounded and offset-free tracking for constrained uncertain systems

ZHANG Kai-yang, XU Feng-qi[†], XU Xian-ze

(Electronic Information School, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: In order to achieve the precise and offset-free tracking of the positioning mechanism in precision manufacturing for the time-varying trajectories within the allowed error bound, an error-bounded and offset-free model predictive control (EOMPC), based on robust control invariant (RCI) sets, is proposed for constrained uncertain systems. Firstly, for the purpose of removing the steady-state errors caused by the disturbances, an augmented system that contains the system output, estimated state, and estimated disturbance, is constructed and used as the prediction model to improve the prediction accuracy. Then, on the basis of the augmented system and trajectory model, an iterative procedure that can be terminated in finite steps is presented to obtain the RCI set, which is used as the state constraints in an optimal control problem (OCP) to promise the error-bounded tracking. A numerical optimization scheme that can be executed online is then given for the real-time performance of the OCP. Finally, the effectiveness of the method is illustrated on the maglev positioning system.

Keywords: model predictive control; robust control invariant; error-bounded and offset-free tracking; disturbance compensation; real-time optimization; constrained control

0 引言

模型预测控制(model predictive control, MPC)是一类基于模型的控制方法,其核心思想是通过解决集成了系统模型、过程约束以及优化目标的最优控制问题(optimal control problem, OCP)来获得预测域内的开环优化控制策略. 由于能够显式地处理系统约束并最小化经济激励下的优化目标, MPC已成为占主导地位的先进控制算法,在化学工程、食品加工、汽车机器人和航空航天等工业领域获得了成功应用^[1-2].

在工业精密运动控制领域,许多应用都要求定位机构尽可能准确地跟踪时变轨迹或给定路径. 同时为了确保系统持续稳健地运行,需要考虑输入饱和并将系统动作限制在安全范围内. 然而,各类扰动和不确定性在实际控制问题中是不可避免的,它们会降低被控系统的跟踪性能. 由于可以在不确定性环境下进行约束优化控制, MPC成为解决这些问题的首选方案. 文献[3]提出了一种应用于发动机转矩控制的具有积分补偿的MPC方案,通过引入跟踪偏差的积分来修正系统未来轨迹的偏差,进而产生可以实现无

收稿日期: 2021-08-01; 录用日期: 2021-11-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(52175543, 51975422).

责任编辑: 刘向杰.

[†]通讯作者. E-mail: hncxu@whu.edu.cn.

偏移跟踪的控制率. 这类补偿方法忽略了扰动对系统动态的影响过程, 直接用跟踪误差来校正难以改善系统的抗扰能力, 往往导致系统的鲁棒性较差. 文献[4]将扰动观测器与MPC相结合, 改善了磁悬浮定位系统的动态特性, 其中无偏跟踪是通过将扰动的估计值用于预测时域内的状态补偿来实现的. 然而, 对于不确定系统实现无偏跟踪是不够的. 例如在激光切割应用中, 只有整个加工过程中轮廓误差或每个轴的跟踪误差在给定的误差范围内时才能生产出合格的零件. 在该情况下, 可将要求的跟踪误差范围设定为闭环系统的性能约束.

鲁棒控制不变(robust control invariant, RCI)集是实现误差有界跟踪的有效手段, 因为它确保了存在控制输入, 使得系统约束对所有可能的不确定性、轨迹变化均满足. 文献[5]为状态和输入约束下的线性时不变系统设计了一种计算多胞形RCI集的迭代方法并提出了误差有界跟踪器. 通过将RCI集引入MPC来保证状态、输入以及性能约束, 在仿真中验证了跟踪器性能. 针对双级精密工作台, 文献[6]通过系统模型、轨迹模型以及约束条件推导了RCI集, 并将其作为MPC中的状态约束, 以保证有界的轮廓误差. 文献[7]提出了一种使用RCI集来保证参考轨迹可以在误差范围内被持续跟踪的MPC方案, 并在主从线性电机上进行实验以验证其有效性. 为了简化RCI集的推导, 这些工作没有考虑扰动和不确定性造成的影响. 然而, 由于缺少误差补偿, 建立在名义系统上的MPC无法实现无偏跟踪. 尽管集合不变性引起了学者们的广泛关注^[8-10], 并且对RCI集的计算也进行了深入研究^[11-13], 但考虑到实际存在的不确定性和扰动, 在有限的迭代步数内获得多胞形RCI集并非易事. 文献[11]提出通过递归的方式来求解具有状态相关扰动的线性系统的RCI集, 然而, 即使所有的初始集都是多胞形, 导出的RCI集也往往是非凸的, 这意味着求解最优控制率需要大量的数值计算, 因此它并不适用于实时控制器设计. 文献[5]和文献[13]提出了一种获取多胞形RCI集的方法, 该RCI集可以确保跟踪误差约束的鲁棒性及其递归可行性. 然而, 迭代过程中严格的终止条件可能难以满足, 如果达到最大迭代次数, 将不会返回解决方案, 从而导致对最大迭代次数和可行误差范围的反复调试.

针对约束不确定系统, 本文提出一种误差有界且无偏模型预测控制(error-bounded and offset-free model predictive control, EOMPC)方法. 为了实现无偏跟踪, 以基于系统模型及其观测器的增广系统作

为EOMPC的预测模型来补偿不确定性和扰动的影响. 本文还提出一种迭代的方法, 以有限的步数计算增广系统的RCI集, 并将RCI集用于EOMPC的状态约束以保证有界的跟踪误差, 同时考虑到OCP求解的实时性问题, 针对一步预测EOMPC给出一种可在线执行的数值优化方案. 本文的主要贡献如下:

- 1) 在基于观测器的增广系统及其RCI集的基础上设计鲁棒的EOMPC方案, 以实现约束不确定系统的误差有界和无偏跟踪;
- 2) 提出一种能以有限步计算约束不确定性系统RCI集的迭代方法;
- 3) 针对一步预测EOMPC, 给出一种可实时求解的数值优化方案.

1 问题描述

考虑如下类受约束的不确定系统, 其状态空间依据可测以及不可测状态以分块矩阵形式给出:

$$x_d^+ = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}}_{A_d} \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ y_e \end{bmatrix}}_{x_d} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}}_{B_d} u + \underbrace{\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}}_{D_d} w$$

$$y = [I_p \ 0_{(n_x-p) \times (n_x-p)}] x_d = C_d x_d. \quad (1)$$

其中: $x_d \in \mathbf{R}^{n_x}$ 、 $u \in \mathbf{R}$ 、 $y \in \mathbf{R}^p$ 、 $y_e \in \mathbf{R}^{n_x-p}$ 分别为系统的状态、输入、输出和不可测状态; $w \in \mathbf{R}$ 为作用在系统上的集总扰动; x_d^+ 为系统在下一个采样时刻的状态; A_d 、 B_d 、 D_d 、 C_d 为相应维度的系统参数矩阵, 满足 (A_d, B_d) 可控、 (C_d, A_d) 可测、 C_d 行满秩且 $D_d = \lambda B_d$, $\lambda \in \mathbf{R}$. 系统(1)受到的紧约束为

$$y \in \mathcal{Y}, y_e \in \mathcal{Y}_e, u \in \mathcal{U}, w \in \mathcal{W}. \quad (2)$$

假设1 作用在系统(1)上的扰动 w 随时间缓慢变化, 且满足 $\|\dot{w}\| \approx 0$.

本文的控制目标是要求系统(1)的输出以有界的误差持续无偏地跟踪时变的参考信号 $y_r \in \mathbf{R}^p$, 该信号由如下受约束的轨迹模型生成:

$$r^+ = A_r r + B_r u_r, y_r = C_r r; \quad (3a)$$

$$r \in \mathcal{X}^r \subseteq \mathbf{R}^{n_r}, u_r \in \mathcal{U}^r \subseteq \mathbf{R}^{m_r}. \quad (3b)$$

其中: r 、 u_r 、 y_r 是轨迹模型的状态、输入和输出. 对于给定的误差上界 $\varepsilon \in \mathbf{R}_+$, 跟踪误差需满足如下性能约束:

$$\|y(k) - y_r(k)\|_\infty \leq \varepsilon, \forall k \in \mathbf{Z}_{0+}. \quad (4)$$

误差有界且无偏控制器设计需处理的问题如下所示.

问题1 给定跟踪误差上界 ε , 受制于约束(2)且满足假设1的不确定系统(1)以及受限的轨迹模

型(3).对满足约束(2)、(3b)和(4)的任何初始状态 $(x_d(0), r(0))$,设计反馈控制率 $u = \kappa(\cdot)$ 来同时确保系统(1)对约束(3a)的无偏和误差有界跟踪,即约束条件(4)的鲁棒满足.

2 控制策略

为了确保无偏移跟踪并减弱扰动的影响,本文采用包含输出动态、估计状态和估计扰动的增广系统作为EOMPC的预测模型.对于误差有界跟踪,在EOMPC中引入RCI集作为约束,以保证误差约束(4)的鲁棒性和OCP的递归可行性.由于对估计值进行扰动补偿,使用估计的状态来预测系统未来输出.为了限制系统实际跟踪误差处于指定范围内,对估计输出与参考轨迹之间偏差施加了更严格的限制.最后,针对一步预测EOMPC,提出一种可在线实时执行的数值优化方法.

2.1 基于观测器的增广系统

目前,较为通用的实现无偏MPC的方式是将系统中不可测的扰动同样作为状态进行扩展,并设计相应的观测器对扩展状态进行估计,以抑制扰动的影响^[14-15].为此,基于假设1和扩展状态 $x_e = (y, y_e, w)$,将状态方程(1)改写为

$$x_e^+ = \begin{bmatrix} A_d & D_d \\ 0_{1,n_x} & 1 \end{bmatrix} x_e + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} u = A_e x_e + B_e u, \quad (5)$$

$$y = [C_d \quad 0_{p \times 1}] x_e = C_e x_e.$$

因为 (C_e, A_e) 同样可测,这里利用Luenberger观测器对扩展状态进行估计,有

$$\hat{x}_e^+ = (A_e - L_e \cdot C_e) \hat{x}_e + B_e u + L_e \cdot y. \quad (6)$$

其中: $\hat{x}_e = (\hat{y}, \hat{y}_e, \hat{w})$ 是扩展状态的估计值, L_e 是观测器增益.定义扩展状态估计偏差 $\tilde{x}_e = x_e - \hat{x}_e$,估计器的动态特征可表征为

$$\tilde{x}_e^+ = (A_e - L_e \cdot C_e) \tilde{x}_e. \quad (7)$$

通过合理地选择增益 L_e 可以使 $(A_e - L_e \cdot C_e)$ 的所有特征值均在单位圆内,从而使估计偏差渐近收敛.这也意味着存在初始集 Θ 和正常数 ε_p ,对于任意 $\tilde{x}_e(0) \in \Theta$,观测器(6)可以对扩展系统(5)保持误差有界地跟踪,即

$$\|y(k) - \hat{y}(k)\|_\infty \leq \varepsilon_p, \quad \forall k \in \mathbf{Z}_+. \quad (8)$$

联合可测量的系统输出与估计的拓展状态构建增广状态 $x = (y, \hat{x}_e) = (y, \hat{y}, \hat{y}_e, \hat{w})$.其相应的增广系统描述如下:

$$x^+ = \begin{bmatrix} A_{11} & [0_{p \times p}, A_{12}, 0_{p \times 1}] \\ L_e & A_e - L_e \cdot C_e \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_e \end{bmatrix} u +$$

$$\begin{bmatrix} I_p \\ 0_{(n_x+1) \times p} \end{bmatrix} (A_{12} \tilde{y}_e + D_1 w) = Ax + Bu + Fd,$$

$$\hat{y} = [0_{p \times p} \quad C_e] x = Cx, \quad (9)$$

其中 $d = A_{12} \tilde{y}_e + D_1 w$ 是增广系统的集成扰动,由不可测状态的估计偏差 \tilde{y}_e 和原系统(1)中的扰动 w 决定.根据式(7),估计误差渐近收敛且 w 有界,所以此处假设集总扰动 d 同样有界,即 $d \in \mathcal{D}$.同时,增广状态受制于紧集 $\mathcal{X} = (\mathcal{Y}, \mathcal{Y}, \mathcal{Y}_e, \mathcal{W})$,满足 $x \in \mathcal{X}$.

误差有界跟踪的充要条件是约束(4)的满足.由于噪声的影响以及缺少扰动补偿,增广系统中的实际状态并不适用于未来轨迹的预测.为此,问题1中涉及的误差有界跟踪可转换为:确保带有扰动补偿的估计输出 \hat{y} 与参考轨迹 y_r 之间的差值被更严格的边界 $\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_p$ 所约束,即

$$\|\hat{y}(k) - y_r(k)\|_\infty \leq \varepsilon_e. \quad (10)$$

注1 基于以下三角不等式:

$$\|y - y_r\|_\infty \leq \|y - \hat{y}\|_\infty + \|\hat{y} - y_r\|_\infty \leq \varepsilon_p + \varepsilon_e = \varepsilon, \quad (11)$$

如果估计误差满足 $\|y - \hat{y}\|_\infty \leq \varepsilon_p$,则可设计控制器保证 $\|\hat{y} - y_r\|_\infty \leq \varepsilon_e$,从而使系统跟踪误差小于上界 ε .

2.2 鲁棒控制不变集估计方法

考虑系统 $x^+ = Ax + Bu + Fd$ 和状态、输入、扰动约束分别给定为 $x \in \mathcal{X} \subseteq \mathbf{R}^n$, $u \in \mathcal{U} \subseteq \mathbf{R}$ 和 $d \in \mathcal{D} \subseteq \mathbf{R}^d$.为了便于后续分析,给出如下定义.

定义1 给定收缩因子 $\delta \in (0, 1]$,当集合 $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{X}$ 满足

$$x \in \mathcal{C} : \exists u \in \mathcal{U}, Ax + Bu + Fd \in \delta \mathcal{C}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \quad (12)$$

则称 \mathcal{C} 为 δ -收缩集.如果 $\delta = 1$,则称集合 \mathcal{C} 是系统的RCI集.最大的RCI集 \mathcal{C}_∞ 包含了所有 \mathcal{X} 内的RCI集.

定义2 鲁棒前向集 $P(\mathcal{R})$ 表示在特定控制输入下,可一步映射到给定集合 $\mathcal{R} \subseteq \mathbf{R}^n$ 的系统状态集合,即

$$P(\mathcal{R}) = \{x \in \mathbf{R}^n : \exists u \in \mathcal{U}, Ax + Bu + Fd \in \mathcal{R}, \quad \forall d \in \mathcal{D}\}. \quad (13)$$

定义3 内部包含原点的紧凸集称为 C -集合.

假设系统约束集合 $\mathcal{X}, \mathcal{U}, \mathcal{D}, \mathcal{X}^r, \mathcal{U}^r$ 均为 C -集合.对于收缩因子 $\delta \in (0, 1]$, δ -收缩集的迭代计算方法如下:

$$\mathcal{O}_0 = \mathcal{X}, \quad \mathcal{O}_{k+1} = P(\delta \mathcal{O}_k) \cap \mathcal{O}_k, \quad k \in \mathbf{Z}_{0+}. \quad (14)$$

定理1^[9] 考虑式(14)的迭代过程,假设包含在

\mathcal{X} 内且定义为 $\mathcal{M}_\delta = \bigcap_{k=0}^{\infty} \mathcal{O}_k$ 的最大 δ -收缩集 \mathcal{M}_δ 是 C -集合,则对于任意 $\delta^* \in (\delta, 1]$,存在 j 使得对于任意 $k \geq j$, \mathcal{O}_k 是 δ^* -收缩集.

注2 根据定理1,通过式(14)可以在有限步内求解出系统的 δ^* -收缩集.例如,将式(14)的终止条件设置为 $\delta\mathcal{O}_k \subseteq \delta^*\mathcal{O}_{k+1}$.在该条件下,返回的集合 \mathcal{O}_{k+1} 不仅是 δ^* -收缩的,而且是系统的RCI集,因为 $\delta^*\mathcal{O}_{k+1} \subseteq \mathcal{O}_{k+1}$ ^[12].

假设 \mathcal{C}^r 是受式(3b)约束的参考系统(3a)的 δ -收缩集,同时也是控制不变集. \mathcal{C}^r 的输入可达集定义为 $\mathcal{C}^{u_r} = \{u_r : A_r r + B_r u_r \in \delta\mathcal{C}^r, \forall r \in \mathcal{C}^r\}$.为了求解误差有界跟踪问题(10),定义如下受约束的增广状态与参考信号的初始集:

$$\mathcal{X}^{x,r} = \{(x, r) : x \in \mathcal{X}, r \in \mathcal{C}^r, \|\hat{y} - y_r\|_\infty \leq \varepsilon_e\}. \quad (15)$$

虽然该初始集可用于MPC中的状态约束以限制跟踪误差,但OCP的递归可行性无法得到保障.因此,需要RCI集 $\mathcal{C}^{x,r} \subseteq \mathcal{X}^{x,r}$ 来严格保证优化控制率的存在性,即

$$(x, r) \in \mathcal{C}^{x,r} : \exists u \in \mathcal{U}, (Ax + Bu + Fd, A_r r + B_r u_r) \in \mathcal{C}^{x,r}, \forall (d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{C}^{u_r}). \quad (16)$$

求解最大RCI集 $\mathcal{C}_\infty^{x,r}$ 的通用方法总结如下:

$$\mathcal{C}_0 = \mathcal{X}^{\xi,r}, \mathcal{C}_{k+1} = P(\mathcal{C}_k) \cap \mathcal{C}_k, k \in \mathbf{Z}_{0+}; \quad (17a)$$

$$P(\mathcal{C}_k) = \{(x, r) : \exists u \in \mathcal{U}, (Ax + Bu + Fd, A_r r + B_r u_r) \in \mathcal{C}_k, \forall (d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{C}^{u_r})\}. \quad (17b)$$

其终止条件为 $\mathcal{C}_k = \mathcal{C}_{k+1}$.如果该迭代过程在 k 处终止,则返回最大RCI集 $\mathcal{C}_\infty^{x,r} = \mathcal{C}_k$.然而,由于严苛的终止条件,该方法需要大量的数值计算.此外,即使所有的初始集均为凸集, \mathcal{C}^{u_r} 对 \mathcal{C}^r 的依赖通常使得返回的RCI集是非凸集,并导致该集的复杂度随迭代次数呈指数递增.为了得到能以有限步确定的且为凸集的RCI集,本文提出基于 δ -收缩集的迭代方法.

算法1 最大RCI集的内部近似.

step 1: 输入: 系数矩阵 A, B, F, A_r, B_r ; 约束条件 $\mathcal{X}, \mathcal{U}, \mathcal{D}, \mathcal{C}^r, \mathcal{U}^r, \varepsilon_e$; 收缩因子 $\delta \in (0, 1), \delta^* \in (\delta, 1]$.

step 2: 初始化: $k = 0, \mathcal{O}_k = \bar{\mathcal{O}}_k \cap \mathcal{O}^r, \mathcal{O}^r = (\mathbf{R}^n \times \mathcal{C}^r), \bar{\mathcal{O}}_k = \{(x, r) : x \in \mathcal{X}, \|\hat{y} - y_r\|_\infty \leq \varepsilon_e\}$.

step 3: 后向迭代:

while $k \geq 0$ do

$$\mathcal{O}_{k+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \bar{\mathcal{O}}_k, \bar{\mathcal{O}}_{k+1} = \bar{\mathcal{O}}_k \cap \hat{\mathcal{O}}_{k+1}.$$

其中 $P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) = \hat{\mathcal{O}}_{k+1} \cap \mathcal{O}^r$,而

$$\hat{\mathcal{O}}_{k+1} = \{(x, r) : \exists u \in \mathcal{U}, (Ax + Bu + Fd, A_r r +$$

$$B_r u_r) \in \delta\bar{\mathcal{O}}_k, \forall (d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{U}^r)\}. \quad (18)$$

if $\delta\mathcal{O}_k \subseteq \delta^*\mathcal{O}_{k+1}$, 输出 $\mathcal{C}^{x,r} = \mathcal{O}_{k+1}$.

else $k = k + 1$.

end

定理2 考虑在约束 $x \in \mathcal{X}, u \in \mathcal{U}, d \in \mathcal{D}$ 限定下的增广系统(9)和受制于式(3b)的参考系统(3a).给定误差上界 ε_e 和收缩因子 $\delta \in (0, 1), \delta^* \in (\delta, 1]$,算法1可以在有限步内终止.

证明 算法1中的后向迭代有以下包含关系: $\mathcal{O}_{k+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \bar{\mathcal{O}}_k = \hat{\mathcal{O}}_{k+1} \cap \mathcal{O}^r \cap \bar{\mathcal{O}}_k = \mathcal{O}^r \cap \bar{\mathcal{O}}_{k+1}$.同时由于交运算的幂等律,有 $\mathcal{O}_{k+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \bar{\mathcal{O}}_k \cap \mathcal{O}^r = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \mathcal{O}_k$.首先,证明算法1中的集合迭代与式(14)中定义的过程等价.即对于任意 $(x, r) \in \mathcal{O}_{k+1}$,存在 $u \in \mathcal{U}$ 使得 $(Ax + Bu + Fd, A_r r + B_r u_r) \in \delta\mathcal{O}_k$.假设 $(x, r) \in \mathcal{O}_{k+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \mathcal{O}_k$,其中 $P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k)$ 可表示为

$$P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) = \{(x, r) : r \in \mathcal{C}^r, \exists u \in \mathcal{U}, ((Ax + Bu + Fd)/\delta, (A_r r + B_r u_r)/\delta) \in \bar{\mathcal{O}}_k, \forall (d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{U}^r)\}. \quad (19)$$

鉴于 r 独立于 u ,此处集合映射和交集的顺序可以交换.又由于 $\bar{\mathcal{O}}_k \cap \mathcal{O}^r = \mathcal{O}_k$ 且 \mathcal{C}^r 是参考系统的 δ -收缩集,式(19)可重写为

$$P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) = \{(x, r) : \exists u_r \in \mathcal{U}^r, (A_r r + B_r u_r)/\delta \in \mathcal{C}^r, \exists u \in \mathcal{U}, ((Ax + Bu + Fd)/\delta, (A_r r + B_r u_r)/\delta) \in \mathcal{O}_k, \forall (d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{U}^r)\}. \quad (20)$$

上式表明,存在 $u \in \mathcal{U}$ 使得 $(Ax + Bu + Fd, A_r r + B_r u_r) \in \delta\mathcal{O}_k$.

算法1能以有限步终止的证明可由以下两种情况展开:

1) 考虑 $\mathcal{O}_j = \emptyset$ 的情况.由于 $\mathcal{O}_{j+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_j) \cap \mathcal{O}_j$,此时对于所有的 $k > j$ 都有 $\mathcal{O}_k = \emptyset$.在该情况下终止条件显然是成立的,因为空集是任何集合的子集.

2) 假设 $\mathcal{O}_j \neq \emptyset$ 且最大 δ -收缩集 \mathcal{M}_δ 存在.根据定理1,存在 $k > j$ 使得 $\mathcal{M}_\delta \subseteq \mathcal{O}_k \subseteq \mathcal{O}_j \subseteq \delta^*/\delta\mathcal{M}_\delta$.又因为 $\mathcal{O}_{k+1} = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \cap \mathcal{O}_k$,所以有 $\delta\mathcal{O}_j \subseteq \delta\mathcal{O}_k \subseteq \delta^*\mathcal{M}_\delta \subseteq \delta^*\mathcal{O}_{k+1}$.该结果表明,对于所有的 $k > j$ 都有 $\delta\mathcal{O}_k \subseteq \delta^*\mathcal{O}_{k+1}$. \square

定理3 如果算法1的输出集 $\mathcal{C}^{x,r} \neq \emptyset$,则它是约束系统的RCI集,且对于 $d \in \mathcal{D}$ 和 $u_r \in \mathcal{C}^{u_r}$ 具有鲁棒性.

证明 根据终止条件 $\delta\mathcal{O}_k \subseteq \delta^*\mathcal{O}_{k+1}$ 以及式

(20),对于任意 $(x, r) \in \mathcal{O}_{k+1}$ 、 $(d, u_r) \in (\mathcal{D}, \mathcal{U}^r)$, 存在 $u \in \mathcal{U}$ 使得 $(Ax + Bu + Fd, A_r r + B_r u_r) \in \delta \mathcal{O}_k \subseteq \delta^* \mathcal{O}_{k+1} \subseteq \mathcal{O}_{k+1}$. 这意味着算法1输出集 $\mathcal{C}^{x,r} = \mathcal{O}_{k+1}$ 是定义1中所描述的RCI集. \square

注3 对比式(20)与(17b), 初始集满足 $\mathcal{O}_0 = \mathcal{C}_0$, 由于收缩因子 δ 的存在且 $\mathcal{C}^{u_r} \subseteq \mathcal{U}^r$, $P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_0) \subseteq P(\mathcal{C}_0)$ 并且 $\mathcal{O}_1 = P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_0) \cup \mathcal{O}_0 \subseteq P(\mathcal{C}_0) \cup \mathcal{C}_0 = \mathcal{C}_1$. 对于任意 $k \in \mathbf{Z}_+$, 假设 $\mathcal{O}_k \subseteq \mathcal{C}_k$, $\mathcal{O}_{k+1} \subseteq \mathcal{C}_{k+1}$ 成立, 因为 $P_\delta(\bar{\mathcal{O}}_k) \subseteq P(\mathcal{C}_k)$. 由数学归纳可知, 算法1输出的RCI集 $\mathcal{C}^{x,r}$ 是最大RCI集 $\mathcal{C}_\infty^{x,r}$ 的内近似. 特别地, 如果所有约束集均为多胞形的, 则输出的RCI集也是多胞形的, 因为在所有多胞形上执行的线性操作都会返回多胞形.

2.3 误差有界且无偏模型预测控制器设计

如问题1所描述, 所设计的控制器应确保系统对参考对象的无偏跟踪的同时, 保证误差在预先设定的公差带内. 考虑到多种系统约束的存在, 这里采用MPC设计控制率, 并将上节中计算的RCI集集成到OCP中, 以保证控制器的鲁棒性和递归可行性.

假设 N 为预测时域步长, $(x(k), r(k)) \in \mathcal{C}^{x,r}$ 为当前状态且由参考系统生成的未来轨迹 $(r_{0|k}, \dots, r_{N|k})$ 已知. 基于增广系统与RCI集的EOMPC, 在每个采样时刻求解如下OCP:

$$\begin{aligned} \arg \min_{U_k} J &= E(x_{N|k}, r_{N|k}) + \sum_{i=0}^{N-1} L(x_{i|k}, r_{i|k}, u_{i|k}); \\ \text{s.t. } x_{i|k} &= Ax_{i-1|k} + Bu_{i-1|k}, \\ (x_{i|k}, r_{i|k}) &\in \mathcal{C}^{x,r}, \\ x_{0|k} &= x(k), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \tag{21}$$

其中: U_k 是待优化变量; 代价函数 $L(\cdot)$ 和终端代价 $E(\cdot)$ 分别定义为

$$\begin{aligned} L(\cdot) &= \|C \cdot x_{i|k} - C_r \cdot r_{i|k}\|_Q + \|u_{i|k}\|_R, \\ E(\cdot) &= \|C \cdot x_{N|k} - C_r \cdot r_{N|k}\|_P. \end{aligned} \tag{22}$$

这里: 正定的权重矩阵 Q 、 R 被设计来权衡跟踪误差和控制输入; P 为终端惩罚矩阵, 可通过离散代数Riccati方程求解. 根据RCI定义, 此处的最优解 U_k^* 一定是存在的, 所以它的第1部分 $u_{0|k}^*$ 将反馈至系统, 实现 k 时刻的闭环控制.

定理4 定义轨迹模型参数为 $A_r = A_d, B_r = B_d, C_r = C_d$, 并将系统估计状态表示为 $\hat{x}_d = (\hat{y}, \hat{y}_e)$. 如果对于任意大于等于 k_0 的时刻 k , 获得的控制信号可表述为 $u_{0|k}^* = K(\hat{x}_d(k) - r(k)) + u_r(k) - \lambda \hat{w}(k)$, 其中 K 满足 $\|A_d + B_d K\|_2 < 1$, 则受式(2)约束的系统(1)能实现对轨迹模型(3)的无偏跟踪, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|y(k) - y_r(k)\|_2 = 0$.

证明 考虑 i 时刻, $i \geq k_0$, 系统状态与轨迹模型状态的偏差为 $e(i) = x_d(i) - r(i)$. 根据式(1)和式(3a), $i + 1$ 时刻的偏差 $e(i + 1)$ 满足

$$e(i + 1) = A_d e(i) + B_d(u_{0|i}^* - u_r(i)) + D_d w(i). \tag{23}$$

进一步, 将 $D_d = \lambda B_d$ 和 $u_{0|i}^*$ 代入式(23), 有

$$\begin{aligned} e(i + 1) &= A_d e(i) + B_d(K(\hat{x}_d(i) - r(i)) + u_r(i) - \lambda \hat{w}(i) - u_r(i)) + \lambda B_d w(i) = \\ &= A_d e(i) + B_d K(\hat{x}_d(i) - r(i)) + \lambda B_d(w(i) - \hat{w}(i)) = \\ &= (A_d + B_d K)e(i) - B_d K \tilde{x}_d(i) + \lambda B_d \tilde{w}(i). \end{aligned} \tag{24}$$

其中: $\tilde{x}_d = x_d - \hat{x}_d, \tilde{w} = w - \hat{w}$. 由此可得

$$\begin{aligned} \|e(i + 1)\|_2 &\leq \underbrace{(\|B_d K\|_2 \|\tilde{x}_d(i)\|_2 + \|\lambda B_d\|_2 \|\tilde{w}(i)\|_2)}_{f(i)} + \\ &\underbrace{\|A_d + B_d K\|_2}_{l_1} \|e(i)\|_2. \end{aligned} \tag{25}$$

对上式从 k_0 叠加至 k , 有

$$\|e(k + 1)\|_2 \leq l_1^{k-k_0+1} \|e(k_0)\|_2 + \sum_{i=k_0}^k l_1^{k-i} f(i). \tag{26}$$

根据式(7)有估计偏差 $\tilde{x}_e = (\tilde{x}_d, \tilde{w})$ 渐近收敛, 即 $f(i)$ 存在上界且满足 $\lim_{i \rightarrow \infty} f(i) = 0$. 这表明对于任意小的正常数 ϵ , 一定存在 k_1 使得对于所有的 $i \geq k_1$ 都有 $f(i) \leq \epsilon$. 因此, 对于所有的 $k \geq k_1 \geq k_0$, 式(26)中的求和部分可拆分为两部分, 即

$$\sum_{i=k_0}^k l_1^{k-i} f(i) = \underbrace{\sum_{i=k_0}^{k_1} l_1^{k-i} f(i)}_{S_1} + \underbrace{\sum_{i=k_1+1}^k l_1^{k-i} f(i)}_{S_2}. \tag{27}$$

由于 $l_1 < 1$, S_1 满足如下不等式关系:

$$\begin{aligned} S_1 &\leq \sup_{i \in [k_0, k_1]} \{f(i)\} \cdot \sum_{i=k_0}^{k_1} l_1^{k-i} \leq \\ &\sup_{i \in [k_0, k_1]} \{f(i)\} \cdot \frac{l_1^{k-k_1}}{1-l_1}. \end{aligned} \tag{28}$$

上式表明 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_1 = 0$. 同时, 对于所有 $i \geq k_1$ 都有 $f(i) \leq \epsilon$, S_2 满足如下不等式关系:

$$S_2 \leq \sum_{i=k_1+1}^k l_1^{k-i} \epsilon \leq \frac{\epsilon}{1-l_1}. \tag{29}$$

由于 ϵ 可任意选择为足够小的正常数, 上式表明 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_2 = 0$.

此外,考虑 $\lim_{k \rightarrow \infty} l_1^{k-k_0+1} \|e(k_0)\|_2 = 0$ 显然成立, 由 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_1 = 0$ 和 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_2 = 0$ 可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e(k)\|_2 = 0$. 又由于 $\|y(k) - y_r(k)\|_2 \leq \|e(k)\|_2$, 这表明 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|y(k) - y_r(k)\|_2 = 0$ 成立, 即受式(2)约束的系统(1)能实现对轨迹模型(3)的无偏跟踪. \square

注4 定理4中的 K 使得 $\|A_d + B_d K\|_2 < 1$, 且由 $u_{0|k}^* = K(\hat{x}_d(k) - r(k)) + u_r(k) - \lambda \hat{w}(k)$ 确定. 由于 $n_x > 1$, K 的计算是通过求解超定方程完成的, 这意味着满足条件的 K 大概率存在且可能存在无穷多的可行值.

至此, 基于增广系统及其RCI集的EOMPC设计完毕. EOMPC最终求解控制信号 u^* , 使被控系统在满足对规划轨迹无偏跟踪的同时, 保证跟踪误差在预先设定的公差带内, 从而达到本文的控制目标.

2.4 一步预测EOMPC实时优化

由于RCI集作用下的高维不等式约束, 即使在预测步长 $N = 1$ 的情况下, 式(21)中的OCP求解也是耗时的. 尽管其中的等式约束可通过滚动优化的方式降维, 再通过相应的数值优化方法, 例如有效集法, 进行求解. 但是, 简化后的不等式约束的常值项受 $x_{0|k}$ 和参考轨迹影响而变化, 使得暖启动等加速优化的方法不再适用. 为此, 针对 $N = 1$ 的OCP, 将其转化为区间上二次函数求极值问题以进行实时优化. 首先, 将式(21)的目标函数 J 转换为关于 $u_{0|k}$ 的二次函数形式, 即

$$\begin{aligned}
 J &= E(x_{1|k}, r_{1|k}) + L(x_{0|k}, r_{0|k}, u_{0|k}) = \\
 &\|CAx_{0|k} + CBu_{0|k} - C_r r_{1|k}\|_P + \\
 &\|Cx_{0|k} - C_r r_{0|k}\|_Q + \|u_{0|k}\|_R = \\
 &((CB)^T PCB + R)u_{0|k}^2 + \\
 &(CAx_{0|k} - C_r r_{1|k})^T PCB u_{0|k} + \\
 &\|CAx_{0|k} - C_r r_{1|k}\|_P + \|Cx_{0|k} - C_r r_{0|k}\|_Q = \\
 &q_1 u_{0|k}^2 + q_2 u_{0|k} + q_3. \tag{30}
 \end{aligned}$$

其次, 考虑如下不等式形式的RCI集约束:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1|k} \\ r_{1|k} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \end{bmatrix}. \tag{31}$$

代入 $x_{1|k} = Ax_{0|k} + Bu_{0|k}$, 将其写作关于 $u_{0|k}$ 的线性不等式形式, 有

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 - H_{11}Ax_{0|k} - H_{12}r_{1|k} \\ b_2 - H_{21}Ax_{0|k} - H_{22}r_{1|k} \end{bmatrix}}_b &\leq \underbrace{\begin{bmatrix} H_{11}B \\ H_{21}B \end{bmatrix}}_H u_{0|k} \leq \\
 \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{b}_1 - H_{11}Ax_{0|k} - H_{12}r_{1|k} \\ \bar{b}_2 - H_{21}Ax_{0|k} - H_{22}r_{1|k} \end{bmatrix}}_{\bar{b}} &. \tag{32}
 \end{aligned}$$

由于变量 $u_{0|k}$ 是一维的, 对上述不等式乘以 H 的右逆矩阵以消除约束中的冗余部分, 有

$$\underbrace{H^T(H^T H)^{-1}b}_u \leq u_{0|k} \leq \underbrace{H^T(H^T H)^{-1}\bar{b}}_{\bar{u}}. \tag{33}$$

至此, $N = 1$ 情况下的式(21)中的OCP已经转换为由式(30)和(33)决定的二次函数求极值问题. 矩阵 P 和 R 是正定的, 即式(30)中的 q_1 为正数, 所以二次函数(30)的极值, 即最优控制率 $u_{0|k}^*$, 由以下分段函数映射确定:

$$u_{0|k}^* = \begin{cases} -\frac{q_2}{2q_1}, & \underline{u} \leq -\frac{q_2}{2q_1} \leq \bar{u}; \\ \underline{u}, & -\frac{q_2}{2q_1} < \underline{u}; \\ \bar{u}, & -\frac{q_2}{2q_1} > \bar{u}. \end{cases} \tag{34}$$

3 仿真分析与实验验证

3.1 系统描述

本文在图1展示的磁悬浮定位系统上进行控制算法的仿真分析与实验验证, 控制算法通过PC上的LabVIEW RealTime软件设计并下载到NI控制器, NI控制器可通过内嵌的I/O模块与传感系统、功放电路进行实时通讯控制. 该磁悬浮平面电机可以实现空间中的6自由度运动, 通过对电流-磁力模型进行逆模型解耦, 该模型可转换为6个可以独立控制的SISO系统. 本文在磁悬浮定位系统的 x 轴上进行控制算法的有效性验证.

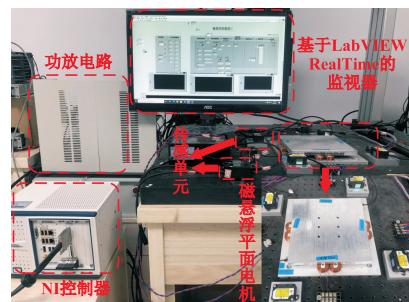


图1 磁悬浮定位系统结构

解耦后的SISO系统如式(1)形式的参数矩阵为

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_d = D_d = \begin{bmatrix} T^2/2m \\ T/m \end{bmatrix}, C_d = [1 \ 0].$$

其中: $m = 2.37$ kg, 为悬浮台的质量; $T = 1$ ms, 为系统的采样时间. 系统的状态约束与输入约束为

$$\begin{aligned}
 -[10, 0.1]^T &\leq x_d \leq [10, 0.1]^T \text{ (mm, mm/ms),} \\
 -60 &\leq u \leq 60 \text{ (N).}
 \end{aligned}$$

为了计算增广系统的RCI集, 需要确定 d 和 \hat{w} 的范围. 由基于受约束系统设计的轨迹数据库上利用观测器(6)近似测量的结果给出, 集中扰动 d 的范围

为 $\|d\|_\infty \leq 0.003$. 由于 w 被考虑为纯输入扰动, \hat{w} 的范围可以通过 $\|\hat{w} \cdot T^2/2m\|_\infty \leq 0.003$ 求解, 此处, 将 \hat{w} 的约束放大为 $\|\hat{w}\|_\infty \leq 15$ 以获得保守的估计范围.

形如式(3a)的参考模型的参数矩阵分别为

$$A_r = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}, C_r = [1 \ 0].$$

式(3b)描述的约束为

$$- [5, 0.05]^T \leq r \leq [5, 0.05]^T \text{ (mm, mm/ms)},$$

$$- 5 \leq u_r \leq 5 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

基于上述状态方程及其约束, 使用算法1来计算 RCI 集. 考虑到估计误差的上界被识别为 $\varepsilon_p = 0.02 \text{ mm}$, 将估计跟踪误差的边界设置为 $\|\hat{y} - y_r\|_\infty \leq \varepsilon_e = 0.025 \text{ mm}$. 此处, MPT3^[16] 和 Yalmip^[17] 工具箱用于计算算法1中的鲁棒前向集 $P_\delta(\cdot)$.

3.2 仿真分析

为了验证所提出 EOMPC 的有效性, 选择点对点的高速运动作为参考轨迹并在磁悬浮定位系统上进行控制仿真. 参考轨迹的最大加速度和速度分别为 5 m/s^2 和 0.05 mm/ms , 运动行程为 10 mm . 基于3.1节建立的 RCI 集, 可以显式确立式(21)中的 OCP. 其中: 预测时域步长 $N = 1$, 目标函数中的权重矩阵分别为 $Q = 1, R = 10^{-6}$.

由图2轨迹跟踪仿真曲线可以看出, 本文所提出的 EOMPC 方法对预先设定的参考模型具有良好的跟踪能力. 由图2中的内嵌曲线可以看出, 在轨迹的拐角处, 磁悬浮平台位置始终保持在目标轨迹定义的公差带内, 且能以较快的速度跟上目标轨迹.

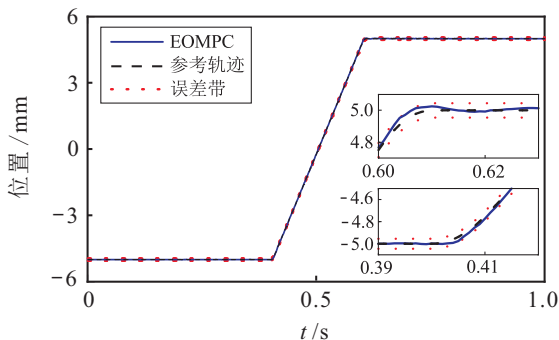


图2 EOMPC作用下的跟踪性能仿真

图3是采用无偏MPC控制算法得出的轨迹跟踪仿真曲线, 无偏MPC在每个采样时刻求解如下OCP:

$$\arg \min_{U_k} E(x_{N|k}, r_{N|k}) + \sum_{i=0}^{N-1} L(x_{i|k}, r_{i|k}, u_{i|k});$$

$$\text{s.t. } x_{i|k} = Ax_{i-1|k} + Bu_{i-1|k},$$

$$x_{i|k} \in \mathcal{X}, u_{i-1|k} \in \mathcal{U},$$

$$x_{0|k} = x(k), i = 1, 2, \dots, N.$$

为了公平对比, 其控制参数与本文方法保持一致.

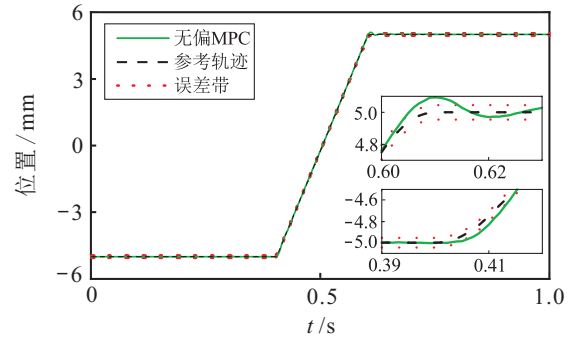


图3 无偏MPC作用下的跟踪性能仿真

通过图2和图3的比较可以看出, 两者都可以实现轨迹跟踪, 但无偏MPC的跟踪效果远不及本文方法的跟踪效果, 尤其是当参考轨迹出现变化时, 无偏MPC无法使磁悬浮平台位置保持在 0.045 mm 的误差范围内, 这是因为无偏MPC不能及时响应由扰动引起的系统动作变化. 重新调整无偏MPC的控制参数可以使跟踪误差处于公差带内, 但当参考轨迹发生变化时, 该跟踪效果无法保证. 反观, 在 RCI 集的作用下, 本文提出的控制方法具有更快的响应速度与更小的超调量.

图4~图6分别是两种控制方法下磁悬浮平台跟踪误差、控制输入以及所提出方法下估计跟踪误差的仿真曲线. EOMPC 与无偏 MPC 的最大跟踪误差 $\|y - y_r\|_\infty$ 分别为 $39.7 \text{ }\mu\text{m}$ 和 $87.5 \text{ }\mu\text{m}$. 可以看出, 本文设计的 EOMPC 控制器可以使磁悬浮平台平稳快

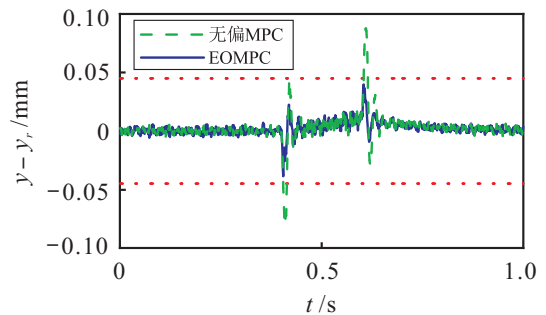


图4 跟踪误差对比仿真

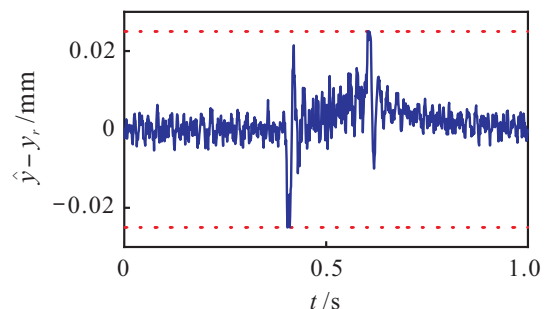


图5 EOMPC作用下的估计跟踪误差仿真

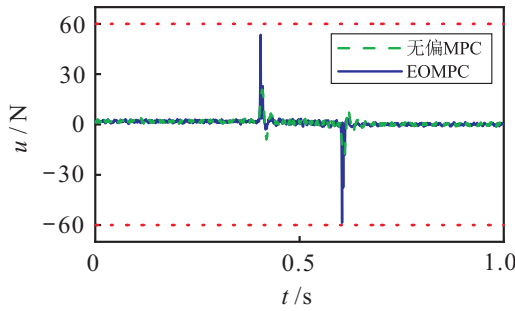


图6 控制信号对比仿真

速地跟踪目标轨迹,平台的实际与估计位置跟踪误差始终保持在预先定义的误差范围内.在不牺牲系统静态跟踪性能的情况下,能通过引入RCI集来改善平台的动态跟踪性能并实现控制目标.

本文提出的针对一步预测MPC的数值优化方法,较常用的内点法和有效集法在计算效率上具有明显的优势.表1给出了本文方法的平均、最大计算时间与内点法、有效集法的对照,可见本文方法的效率更高.

表1 效率指标离线对比

优化方法	有效集法	内点法	本文方法
平均计算时间/ms	1.21	3.51	0.12
最大计算时间/ms	3.01	12.15	0.24

3.3 实验验证

根据3.1节描述的实验装置,在磁悬浮定位系统上使用与仿真案例相同的控制参数进行实验以验证本文方法的实用性.首先,在NI控制器中测试本文所提出的一步预测MPC数值优化方法的在线计算时间.同时,LabVIEW RealTime IDE在Mathematica库中配备有二次编程模块,该模块提供有效集法和内点法可用于优化效率对比.从表2中的平均计算时间和最大计算时间指标可以看出,本文方法能够满足预先设定的控制系统采样率(1 kHz)要求.

表2 效率指标在线对比

优化方法	有效集法	内点法	本文方法
平均计算时间/ms	0.61	1.72	0.11
最大计算时间/ms	4.22	13.88	0.53

图7~图9分别给出了实验环境下两种控制方法的跟踪误差、控制输入以及所提出方法的估计跟踪误差.EOMPC与无偏MPC的最大跟踪误差 $\|y - y_r\|_\infty$ 分别为43.9 μm 和97.7 μm .可以看出,本文方法在遵守状态和输入约束的前提下,能保证磁悬浮平台的轨迹始终位于误差范围内.虽然仿真与实验结果

有着相似的误差轨迹,但实验环境中存在包含电路噪声、装配误差等因素造成的扰动,这表明所提出的控制方法具有良好的适应性和稳定性.

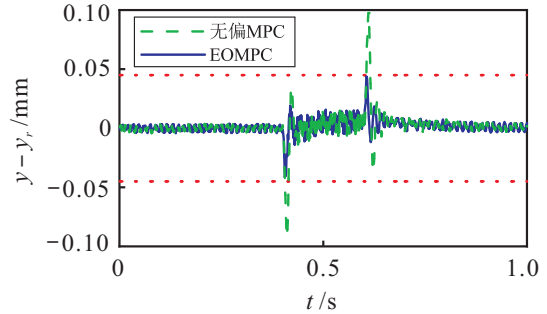


图7 跟踪误差对比实验

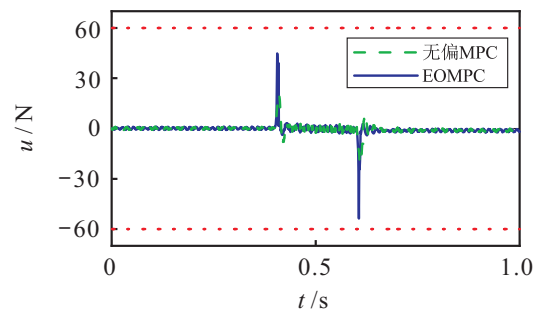


图8 控制信号对比实验

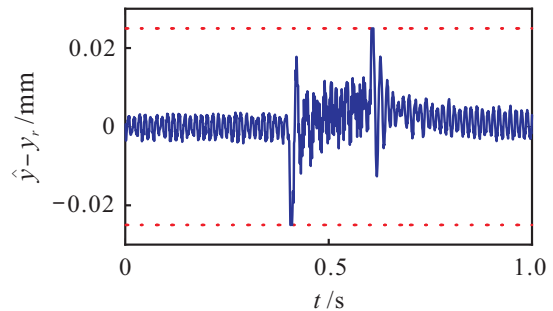


图9 EOMPC作用下的估计跟踪误差实验

4 结论

本文以典型的约束不确定线性系统为研究对象,提出了基于增广系统及其RCI集的EOMPC方法.通过将集成了观测器的增广系统作为MPC的预测模型来补偿模型误差.针对不确定系统的RCI集求解计算量大的问题,提出了基于收缩集能有限步确定的RCI集估计方法,将获得的RCI集作为MPC中的状态约束以实现控制目标.最后给出了一步预测MPC的实时优化方案并成功地应用于磁悬浮定位系统中.仿真与实验结果均表明,所设计的EOMPC能够使磁悬浮平面电机在无偏跟踪参考轨迹的同时,跟踪误差始终保持在给定的误差范围内,具有良好的瞬态控制性能,且所提出的数值优化方案能够满足亚毫秒级的实时控制要求.

参考文献(References)

- [1] 席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.
(Xi Y G, Li D W, Lin S. Model predictive control—Status and challenges[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(3): 222-236.)
- [2] Li H P, Shi Y. Robust receding horizon control for networked and distributed nonlinear systems[M]. Berlin: Springer, 2017: 1-181.
- [3] 康铭鑫, 李长平, 刘腾飞. 基于观测器的发动机转矩跟踪模型预测控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 791-798.
(Kang M X, Li C P, Liu T F. Observer based model predictive torque tracking control for gasoline engines[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 791-798.)
- [4] Zhang K Y, Xu F Q, Xu X Z. Observer-based fast nonlinear MPC for multi-DOF maglev positioning system: Theory and experiment[J]. Control Engineering Practice, 2021, 114: 104860.
- [5] Di Cairano S, Borrelli F. Reference tracking with guaranteed error bound for constrained linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(8): 2245-2250.
- [6] Di Cairano S, Goldsmith A. Control of dual-stage processing machines by bounded tracking-error MPC[C]. 2016 American Control Conference (ACC). Boston, 2016: 1735-1740.
- [7] Yuan M, Manzie C, Good M, et al. Error-bounded reference tracking MPC for machines with structural flexibility[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(10): 8143-8154.
- [8] Blanchini F, Miani S. Set-theoretic methods in control, ser. systems & control: Foundations & applications[M]. Boston: Birkhäuser, 2017: 1-630.
- [9] Blanchini F. Ultimate boundedness control for uncertain discrete-time systems via set-induced Lyapunov functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(2): 428-433.
- [10] Rakovic S V, Kerrigan E C, Kouramas K I, et al. Invariant approximations of the minimal robust positively Invariant set[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(3): 406-410.
- [11] Rakovic S V, Kerrigan E C, Mayne D Q, et al. Reachability analysis of discrete-time systems with disturbances[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(4): 546-561.
- [12] Rungger M, Tabuada P. Computing robust controlled invariant sets of linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(7): 3665-3670.
- [13] Di Cairano S, Borrelli F. Constrained tracking with guaranteed error bounds[C]. The 52nd IEEE Conference on Decision and Control. Firenze, 2013: 3800-3805.
- [14] Maeder U, Morari M. Offset-free reference tracking for predictive controllers[C]. The 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, 2007: 5252-5257.
- [15] 王浩坤, 徐祖华, 赵均, 等. 无偏模型预测控制综述[J]. 自动化学报, 2020, 46(5): 858-877.
(Wang H K, Xu Z H, Zhao J, et al. A survey on offset-free model predictive control[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(5): 858-877.)
- [16] Herceg M, Kvasnica M, Jones C N, et al. Multi-parametric toolbox 3.0[C]. 2013 European Control Conference (ECC). Zurich, 2013: 502-510.
- [17] Lofberg J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in Matlab[C]. 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taipei, 2004: 284-289.

作者简介

张锴杨(1996—), 男, 博士生, 从事磁悬浮技术、模型预测控制及其实时优化的研究, E-mail: ky Zhang@whu.edu.cn;

徐逢秋(1990—), 男, 副研究员, 博士, 从事磁悬浮技术、运动控制等研究, E-mail: hncxu@whu.edu.cn;

许贤泽(1967—), 男, 教授, 博士, 从事精密仪器设计、精密测量与控制等研究, E-mail: xuxianze@whu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)