

控制与决策

Control and Decision

工程项目未按期完工概率估算的新型数值模拟算法

王家, 陈雅含, 周忠宝, 刘可心

引用本文:

王家, 陈雅含, 周忠宝, 刘可心. 工程项目未按期完工概率估算的新型数值模拟算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(2): 492–500.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1014>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于自然梯度提升的空间物体轨道状态预测误差不确定性估计方法](#)

Uncertainty estimation approach in orbital prediction error of space objects based on natural gradient boosting

控制与决策. 2022, 37(12): 3289–3296 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0720>

[基于动态事件触发的状态饱和复杂网络递推滤波](#)

Recursive filtering for state saturated complex networks under dynamic event-triggered mechanism

控制与决策. 2022, 37(2): 401–408 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1230>

[基于改进NSGA-II算法求解多目标资源受限项目调度问题](#)

An improved NSGA-II algorithm for multi-objective resource-constrained project scheduling problem

控制与决策. 2021, 36(3): 669–676 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0906>

[超启发式交叉熵算法求解模糊分布式流水线绿色调度问题](#)

Hyper-heuristic cross-entropy algorithm for green distributed permutation flow-shop scheduling problem with fuzzy processing time

控制与决策. 2021, 36(6): 1387–1396 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1681>

[基于矩阵的双论域模糊概率粗糙集增量更新算法](#)

Incremental updating of fuzzy probability rough sets over two universes based on matrix method

控制与决策. 2021, 36(3): 553–564 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0692>

工程项目未按期完工概率估算的新型数值模拟算法

王家^{1,2}, 陈雅含², 周忠宝^{1†}, 刘可心²

(1. 湖南大学 工商管理学院, 长沙 410082; 2. 湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

摘要: 考虑到生产力波动、现场条件改变等不确定性因素的影响, 工程项目的进度管理一般采用计划评审技术 (program evaluation and review technique, PERT) 网络模型, 并以未按期完工概率作为重要的进度风险分析指标. 针对工程项目的未按期完工概率估算, 基于区域分解法, 提出一种新型的数值模拟算法. 针对 PERT 网络中的任一路径, 将该路径的工期超出目标工期的事件定义为基本事件, 从而将项目的未按期完工事件表示为所有基本事件的并集. 所提出算法通过估计基本事件间的交集程度, 对基本事件的概率求和进行折减, 从而估算项目的未按期完工概率. 通过算例验证, 所提出模拟算法具有较好的估算准确度, 且与蒙特卡罗方法相比有明显的计算效率提升.

关键词: 项目进度风险; 未按期完工概率估算; 计划评审技术网络; 区域分解法; 蒙特卡罗模拟

中图分类号: C935

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1014

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王家, 陈雅含, 周忠宝, 等. 工程项目未按期完工概率估算的新型数值模拟算法 [J]. 控制与决策, 2023, 38(2): 492-500.

A novel simulation method for estimating probability of project completion time over target deadline

WANG Jia^{1,2}, CHEN Ya-han², ZHOU Zhong-bao^{1†}, LIU Ke-xin²

(1. Business School, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: The program evaluation and review technique (PERT) network model is commonly used in project schedule management, in order to consider the influence of uncertainties in production, site conditions, etc. In the PERT network model, an important problem is to estimate the probability of the project completion time over target deadline as a measure of project schedule risk. In the paper, based on the domain decomposition method, a novel simulation method is proposed to estimate the concerned probability. In the method, corresponding to each path in the PERT network, a basic event is defined as the duration of this path over target deadline. Thus the event of the project completion time over target deadline can be expressed as a union of the defined basic events. In the proposed method, a reduction factor is estimated to measure the overlapping between different basic events, and then the concerned probability is estimated by the product of the reduction factor and the sum of the probabilities of basic events. As shown in the illustrative example, the proposed simulation method has good estimation accuracy, and it is more computationally efficient than the Monte Carlo simulation.

Keywords: project schedule risk; probability of the project completion time over target deadline; program evaluation and review technique network; domain decomposition method; Monte Carlo simulation

0 引言

工程项目进度管理是项目管理的重要内容, 旨在通过进度计划和控制的方法, 确保项目在目标工期内按期完工. 进度计划技术主要有关键路径法 (critical path method, CPM)、计划评审技术 (program evaluation and review technique, PERT). 其中, CPM 方法应用广泛, 但无法考虑生产力波动、现场条件改变等不确定性

因素的影响^[1-6], 仅适用于工序间逻辑关系和工序持续时间均确定的进度网络. 相较于 CPM, PERT 适用于工序间逻辑关系确定、工序持续时间不确定的进度网络, 可以更好地反映工程实际中诸多不确定性因素的影响. 在 PERT 网络分析中, 项目的未按期完工概率是进度风险的重要指标, 其估算问题受到项目管理者 and 学者的广泛关注^[7-10].

收稿日期: 2021-06-10; 录用日期: 2021-10-27.

基金项目: 中国博士后科学基金项目 (2017M622575); 应急管理智能决策技术湖南省重点实验室项目 (2020TP1013).

责任编辑: 刘士新.

†通讯作者. E-mail: Z.B.Zhou@163.com.

经典的PERT网络分析方法中,一般采用期望关键路线的期望值和方差计算未按期完工概率,但是该方法仅考虑一条确定性的关键路径,完全忽略其他路径成为关键路径的可能性,因此往往过低地估计项目的未按期完工概率^[11]. 为克服经典PERT网络分析方法的局限,研究者提出了假定概率分布近似法^[12-14]、手算PERT方法(M-PERT)^[15]、多元积分法^[16-17]、区间定界法(narrow reliability bounds, NRB)^[18]、蒙特卡罗模拟(Monte Carlo simulation, MCS)^[19-22]等方法,但这些方法仍存在各自的不足. 假定概率分布近似法假设项目工期服从假定的概率分布,如正态分布^[12]、Gamma分布^[13],但这些假定分布仅经过少量实例的检验,其适用范围仍有待进一步研究^[14]. 手算PERT方法针对项目中的不确定性工序进行递归的合并操作^[15],以得到项目工期的概率特性,适用于规模较小项目网络的手算分析. 多元积分法将项目未按期完工概率问题视为多维正态分布的积分问题^[17],适用于路径较少的项目进度网络. 当进度网络中的路径较多时,多元积分法需解决的积分问题的维数较大,应用较为困难. 区间定界法利用路径间的相关性选取代表性路径,进而计算项目未按期完工概率所在区间的边界^[18],适用于期望关键路径占支配地位的项目进度网络. 蒙特卡罗模拟方法的适用范围最广,不受工序持续时间的概率分布、进度网络中路径的数量等因素的影响^[20,22],但计算效率较低.

针对项目未按期完工概率估计问题,现有方法存在诸如受限于网络中路径数量和期望关键路径支配程度、准确度不足或计算效率较低等缺陷,寻求兼顾适用范围、准确度、计算效率的算法仍十分必要. 本文针对工程项目的未按期完工概率估算,提出一种基于区域分解法的高效数值模拟算法. 该算法将项目中任一路径工期超出目标工期的事件定义为基本事件,进而将项目的未按期完工事件视为所有基本事件的并集. 因此,算法通过估计基本事件间的交集程度对基本事件的概率和进行折减,进而估算项目的未按期完工概率. 通过算例验证,所提出算法适用性较好,不受进度网络中路径个数和期望关键路径支配程度的影响. 同时,所提出算法与经典PERT网络分析方法、区间定界法相比具有更高的估算准确度,与蒙特卡罗方法相比可以较好地提升计算效率.

1 工程项目的未按期完工概率问题模型

工程项目的未按期完工概率问题,一般借助PERT网络模型进行构造. 考虑一包含Na项工序、K条路径的PERT网络. 其中,任一工序*j*的持续时间

$Y_j (j = 1, 2, \dots, Na)$ 假定服从beta分布,其三点估计值分别表示为 a_j (最乐观值)、 m_j (最可能值)和 b_j (最悲观值). 此时, Y_j 的期望值和方差可估计^[17,23]为

$$\mu_j = \frac{a_j + 4m_j + b_j}{6}, \quad (1)$$

$$\sigma_j^2 = \left[\frac{b_j - a_j}{6} \right]^2. \quad (2)$$

PERT网络中任一路径的工期 $D_k (k = 1, 2, \dots, K)$,可表示为该路径上所有工序的持续时间之和,即

$$D_k = \sum_{j=1}^{Na} \delta_{k,j} Y_j, \quad (3)$$

其中 $\delta_{k,j}$ 为指示变量,当工序*j*在路径*k*上时其值为1,否则为0. 因此,路径工期 D_k 为随机变量,其期望值为

$$\mu(D_k) = \sum_{j=1}^{Na} \delta_{k,j} \mu_j, \quad (4)$$

即该路径上所有工序持续时间的期望值之和. 同时,基于PERT网络模型中工序持续时间相互独立的假定,路径工期 D_k 的方差可表示为

$$\sigma^2(D_k) = \sum_{j=1}^{Na} \delta_{k,j} \sigma_j^2, \quad (5)$$

即该路径上所有工序持续时间的方差之和. 路径工期 D_{k_1} 与 D_{k_2} 间的协方差可表示为

$$\text{COV}(D_{k_1}, D_{k_2}) = \sum_{j=1}^{Na} \delta_{k_1,j} \delta_{k_2,j} \sigma_j^2, \quad (6)$$

即两条路径所共有的工序的持续时间方差之和. 此外,PERT网络模型中,包含所有路径工期的随机向量 $\mathbf{D} = [D_1, D_2, \dots, D_K]^T$ 假定服从正态分布,其概率密度分布函数^[12,17]为

$$f(\mathbf{D}) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} |\mathbf{C}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [(\mathbf{D} - \mathbf{m})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{D} - \mathbf{m})] \right\}. \quad (7)$$

其中:向量 $\mathbf{m} = [\mu(D_1), \mu(D_2), \dots, \mu(D_K)]^T$ 为随机向量 \mathbf{D} 的期望值,其元素可由式(4)得到; \mathbf{C} 为随机向量 \mathbf{D} 的协方差矩阵,其元素可由式(5)或(6)得到; $|\mathbf{C}|$ 为矩阵 \mathbf{C} 的行列式.

PERT网络中项目工期*T*为所有路径工期 $D_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的最大值,即 $T = \max_{k=1}^K D_k$. 在给定目标工期 T^0 下,项目的未按期完工事件可定义为 $F = \{T > T^0\}$,对应的未按期完工概率^[17-18]可表示为

$$P(F) = P(T > T^0) = \int I_F(\mathbf{D}) f(\mathbf{D}) d\mathbf{D}, \quad (8)$$

其中 $I_F(\mathbf{D})$ 为未按期完工事件的指示函数,当 $T(\mathbf{D}) = \max_{k=1}^K D_k > T_0$ 时 $I_F(\mathbf{D}) = 1$,否则 $I_F(\mathbf{D}) = 0$.

2 基于区域分解法的建议数值模拟算法

2.1 建议数值模拟算法的思想和基本框架

针对PERT网络中的各路径工期 $D_k(k = 1, 2, \dots, K)$,可定义一系列基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$,即各路径工期超出目标工期的事件. PERT网络模型中,路径工期 D_k 服从正态分布,因此基本事件 F_k 的概率^[17]可计算为

$$P(F_k) = \Phi\left(-\frac{T^0 - \mu(D_k)}{\sigma(D_k)}\right). \quad (9)$$

其中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累计概率密度分布函数, $\mu(D_k)$ 和 $\sigma^2(D_k)$ 由式(4)和(5)得到.考虑到项目工期 T 与各路径工期 $D_k(k = 1, 2, \dots, K)$ 间的关系,项目的未按期完工事件 F 可表示为上述基本事件的并集,即

$$F = \bigcup_{k=1}^K F_k. \quad (10)$$

根据概率论的相关知识,可得

$$P(F) \leq \sum_{k=1}^K P(F_k). \quad (11)$$

仅当所有基本事件间彼此互不相容,即 $F_{k_1} \cap F_{k_2} = \emptyset, k_1 \neq k_2, k_1, k_2 = 1, 2, \dots, K$ 时,不等式中的等号成立.针对工程项目的PERT网络模型中,多个路径工期同时超出目标工期的情形(基本事件间存在交集)不能排除,因此不可将基本事件的概率直接求和以计算项目的未按期完工概率.鉴于此,本文基于区域分解法思想^[24-27],采用下式估算项目的未按期完工概率:

$$\hat{P}(F) = \hat{\eta} \sum_{k=1}^K P(F_k). \quad (12)$$

即通过引入衡量基本事件间交集程度的系数 $\hat{\eta}$,对基本事件的概率求和进行折减.

为阐释区域分解法中折减系数 $\hat{\eta}$ 的估算方法,考虑一个包含3条路径的简单PERT网络.该网络包含3个基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}, k = 1, 2, 3$,故项目的未按期完工事件 $F = \{T > T^0\}$ 可表示为3个基本事件的并集,即 $F = F_1 \cup F_2 \cup F_3$.为估算折减系数 $\hat{\eta}$,需要对事件 $F = \{T > T^0\}$ 进行随机模拟,进而统计每一次模拟中基本事件的实现个数 M ,即工期大于目标工期的路径个数.因事件 F 定义为项目工期 T 大于目标工期 T^0 ,故每次模拟中至少存在一条路径的工期大于目标工期,对应于至少一个基本事件的实现,即 $M \geq 1$.区域分解法采用 $1/M$ 估计折减系数,例如,某次模拟中存在2条路径的工期大于目标工期(对应于2个基本事件的实现),则该次模拟提供的折减系数估计值为 $1/2$.为提高折减系数 $\hat{\eta}$ 的估算精度,

可对事件 $F = \{T > T^0\}$ 进行多次随机模拟,并利用模拟中 $1/M$ 的平均值估算 $\hat{\eta}$.例如,对事件 $F = \{T > T^0\}$ 的4次随机模拟中,得到的 M 值分别为1、2、2、3,则折减系数 $\hat{\eta}$ 可估计为

$$\hat{\eta} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right). \quad (13)$$

同时,针对事件 $F = \bigcup_{k=1}^K F_k$ 的随机模拟,区域分解法提供了一种通过基本事件模拟的间接方法.如由式(9)计算出的概率值 $P(F_k)$ 较大,则表明 F_k 在 $F = \bigcup_{k=1}^K F_k$ 中的重要性程度较大.因此,可将计算出的概率值 $P(F_k)$ 归一化,即

$$p(k) = \frac{P(F_k)}{\sum_{i=1}^K P(F_i)}, k = 1, 2, \dots, K. \quad (14)$$

将其作为基本事件的选取概率,从而将对事件 F 的模拟转化为基本事件的模拟.同样地,考虑包含3条路径的简单PERT网络,此时项目的未按期完工事件可表示为 $F = F_1 \cup F_2 \cup F_3$.如式(14)计算的结果为 $p(1) = 0.4, p(2) = 0.5, p(3) = 0.1$,则事件 F 的模拟可分解为:1)以0.4、0.5、0.1的选取概率,从基本事件 $F_1、F_2、F_3$ 中随机选取一事件;2)模拟选中的基本事件.

2.2 基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$ 的模拟

由第2.1节可知,利用区域分解法估算项目未按期完工概率的关键,在于基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$ 的随机模拟,即在 $D_k > T^0$ 条件下对项目的PERT网络进行随机模拟.由第1节可知,PERT网络中的路径工期服从式(7)的分布函数 $f(\mathbf{D})$,因此基本事件 F_k 的模拟等价于条件概率分布 $f(\mathbf{D}|D_k > T^0)$ 的随机抽样问题.

不考虑附加条件 $D_k > T^0$ 时,概率分布 $f(\mathbf{D})$ 为非标准正态分布,其随机抽样可采用如下方法:1)针对式(7)的协方差矩阵 \mathbf{C} 进行谱分解,即分解为 $\mathbf{C} = \mathbf{H}\mathbf{H}^T$;2)随机产生服从标准正态分布的随机向量 $\mathbf{Z} = [Z_1, Z_2, \dots, Z_K]^T$ 的样本,并将 \mathbf{Z} 的样本代入下式:

$$\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{Z} + \mathbf{m}. \quad (15)$$

其中: \mathbf{H} 为协方差矩阵 \mathbf{C} 的谱分解矩阵, \mathbf{m} 为所有路径工期的期望值(与式(7)相同).

考虑附加条件 $D_k > T^0$ 时,条件概率分布 $f(\mathbf{D}|D_k > T^0)$ 的随机抽样仍可参照式(15)进行.但是,为确保式(15)得到的 \mathbf{D} 满足条件 $D_k > T^0$,需对随机向量 \mathbf{Z} 增加额外的限制条件.由式(15)可知,路径工期

D_k 为向量 \mathbf{D} 的第 k 个元素, 可表示为

$$D_k = \sum_{j=1}^K H_{kj} Z_j + \mu(D_k) = (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k). \quad (16)$$

其中: H_{kj} 为谱分解矩阵 \mathbf{H} 中第 k 行第 j 列的元素, $(\mathbf{a}^{(k)})^T$ 为谱分解矩阵 \mathbf{H} 的第 k 行. 因此, 为得到满足条件 $D_k > T^0$ 的 \mathbf{D} , 代入式(15)中的随机向量 \mathbf{Z} 需满足 $(\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) > T^0$, 其服从的概率密度分布函数为 $\phi(\mathbf{Z} | (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) > T^0)$. $\phi(\mathbf{Z})$ 为标准正态分布函数, 有

$$\phi(\mathbf{Z}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{K}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z}\right). \quad (17)$$

综上所述, 基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$ 的随机模拟, 可通过条件概率分布 $\phi(\mathbf{Z} | (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) > T^0)$ 的随机抽样和式(15)完成. 在已有研究^[24,26]的基础上, 图1描述了基本事件 F_k 的模拟过程. 图1中任一点 \mathbf{Z} 为标准正态分布随机矢量, 对应于一次PERT网络的随机模拟, 而模拟网络的所有路径工期可由式(15)得到. 在图1中, 基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$ 对应于阴影部分区域 $\{\mathbf{Z} | (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) > T^0\}$, 该区域的边界为线性超平面 $\{\mathbf{Z} | (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) = T^0\}$. 模拟基本事件 F_k 的具体步骤如下.

step 1: 随机产生服从标准正态分布 $\phi(\mathbf{Z})$ 的样本 $\mathbf{Z}' = [Z'_1, Z'_2, \dots, Z'_K]^T$, 即元素 $Z'_j (j = 1, 2, \dots, K)$ 间相互独立, 且均为服从一维标准正态分布的随机数.

step 2: 利用式(15), 确定条件 $D_k > T^0$ 的等价条件 $(\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) > T^0$, 并计算单位方向向量 $\mathbf{u}^{(k)} = \mathbf{a}^{(k)} / \|\mathbf{a}^{(k)}\|$. 其中: $(\mathbf{a}^{(k)})^T$ 为谱分解矩阵 \mathbf{H} 的第 k 行, $\mu(D_k)$ 为第 k 条路径的工期期望值, T^0 为目标工期.

step 3: 将 step 1 产生的样本 \mathbf{Z}' 沿 $\mathbf{u}^{(k)}$ 的平行方向和垂直方向分解(见图1), 有

$$\mathbf{Z}'_{\parallel} = [(\mathbf{u}^{(k)})^T \mathbf{Z}'] \mathbf{u}^{(k)}, \quad (18)$$

$$\mathbf{Z}'_{\perp} = \mathbf{Z}' - \mathbf{Z}'_{\parallel}. \quad (19)$$

step 4: 随机产生服从 $[0, 1]$ 间均匀分布的随机数 λ , 并计算

$$x = \Phi^{-1}[\lambda(1 - \Phi(\beta_k)) + \Phi(\beta_k)]. \quad (20)$$

其中: $\beta_k = (T^0 - \mu(D_k)) / \|\mathbf{a}^{(k)}\|$, 对应于原点到超平面边界 $\{\mathbf{Z} | (\mathbf{a}^{(k)})^T \mathbf{Z} + \mu(D_k) = T^0\}$ 的距离; $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态累计概率密度分布函数 $\Phi(\cdot)$ 的反函数. 式(20)中的 x 服从限定条件下的一维标准正态分布

$\phi(x | x > \beta_k)$, 故采用反函数法随机产生.

step 5: 计算 $\mathbf{Z} = x\mathbf{u}^{(k)} + \mathbf{Z}'_{\perp}$, 并代入式(15), 可得服从条件概率分布 $f(\mathbf{D} | D_k > T^0)$ 的随机样本 \mathbf{D} .

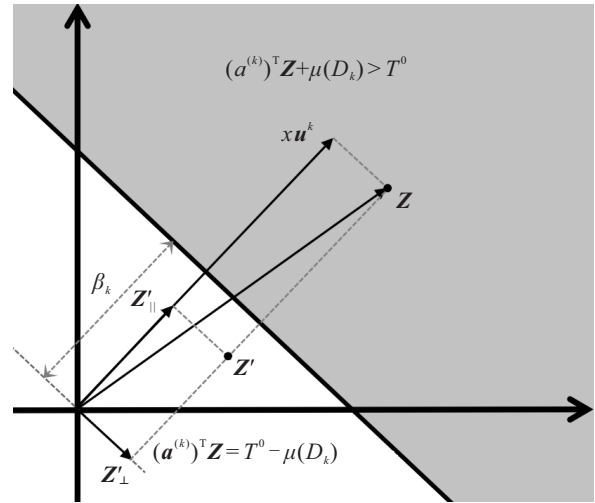


图1 基本事件 F_k 模拟中随机矢量 \mathbf{Z} 的产生过程

2.3 建议数值模拟算法的步骤总结

针对工程项目的未按期完工概率估算, 本文基于区域分解法提出的数值模拟算法的流程如图2所示, 具体步骤如下.

step 1: 根据项目PERT网络中各工序的概率统计特性(期望值、方差)及工序间的逻辑关系, 利用式(4)~(6)计算各路径工期的期望值、方差以及协方差矩阵 \mathbf{C} , 并计算矩阵 \mathbf{C} 的谱分解矩阵 \mathbf{H} .

step 2: 利用式(9)计算各基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\}$ 的概率 $P(F_k), k = 1, 2, \dots, K$.

step 3: 根据式(4)确定的选取概率, 从基本事件 $F_k = \{D_k > T^0\} (k = 1, 2, \dots, K)$ 中随机选择其一.

step 4: 利用第2.2节的方法, 模拟step 3选中的基本事件.

step 5: 针对step 4产生的路径工期随机矢量样本 $\mathbf{D} = [D_1, D_2, \dots, D_K]^T$, 统计大于目标工期 T^0 的元素个数 M , 并以 $1/M$ 作为本次模拟中折减系数的估计值.

step 6: 多次重复 step 3~step 5, 并利用下式估算折减系数和项目的未按期完工概率:

$$\hat{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \frac{1}{M^{(r)}}, \quad (21)$$

$$\hat{P}(F) = \hat{\eta} \sum_{k=1}^K P(F_k). \quad (22)$$

其中: N 为重复次数, $M^{(r)}$ 为第 r 次重复循环中路径工期中大于目标工期的个数.

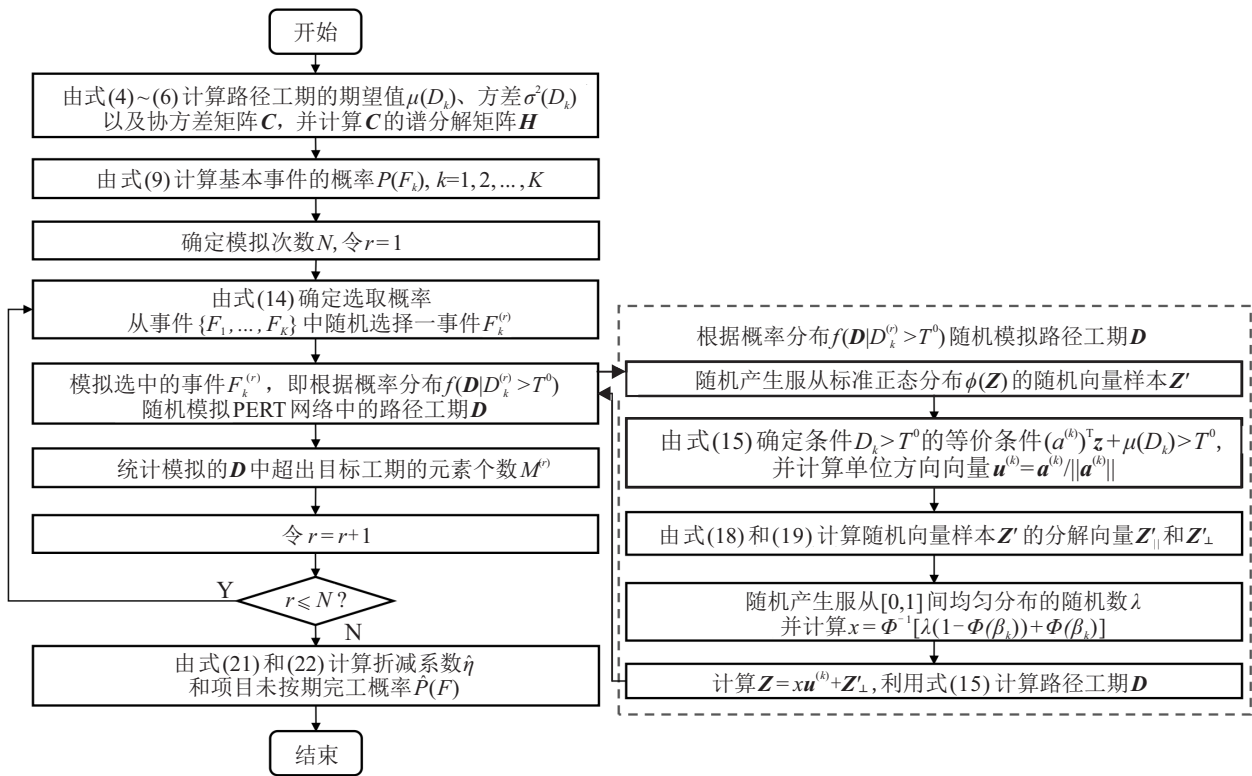


图2 所提出算法计算流程

3 算例分析

为检验所提出数值模拟算法的性能,考虑两个不同规模项目的未按期完工概率估算问题,并将所提出算法的估计结果与MCS方法、经典PERT网络分析法、FARB(fast and accurate reliability bounds)^[18]方法进行对比分析.

3.1 算例1

算例1来源于文献[28],其单代号进度网络如图3所示,包含38项工序,51条路径,各工序持续时间的期望值和方差如表1所示.

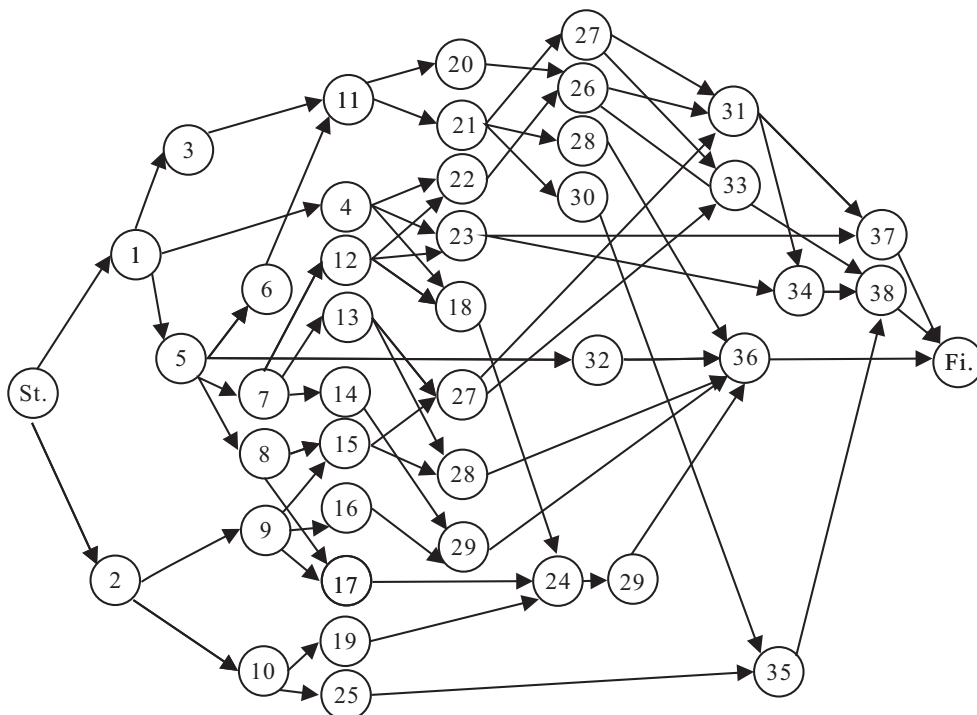


图3 项目的单代号进度网络图(算例1)

表1 工序持续时间的统计数据(算例1)

工序	期望值/天	方差/(天) ²	工序	期望值/天	方差/(天) ²
1	10	0.17	20	5.5	1.25
2	2.33	0.39	21	4	0.67
3	40	2.03	22	3	0.67
4	12.5	0.25	23	14.5	0.25
5	1.5	0.25	24	2.67	0.39
6	2.67	0.39	25	19	24
7	4	0.17	26	2.33	0.39
8	2.5	1.25	27	4	0.67
9	16.67	0.39	28	8	8.17
10	13	44	29	3.5	1.25
11	2	0.67	30	2	0.67
12	2	0.67	31	1.5	0.25
13	5.33	0.39	32	10	0.67
14	5.33	0.39	33	4	0.67
15	11	6	34	1.5	0.25
16	4	1.17	35	7	6.67
17	2.33	0.39	36	13	24
18	3	0.17	37	13.5	0.25
19	2	0.17	38	10	30

表2对比了不同目标工期下MCS方法、经典PERT网络分析方法、FARB方法和所提出算法估计的未按期完工概率值。算例中选择的目标工期均对应较小的未按期完工概率(不大于0.3),其原因主要有:1)对于较大的未按期完工概率的估计,采用少量样本的MCS方法即可提供较准确的估计值,其并非研究的难点;2)工程实践中,在目标工期内未按期完工的概率一般要求为较小的数值。表2中的第2列为采用10⁶个样本点时MCS方法的估计结果。MCS方法中,估计值的变异系数δ(估计结果标准差与均值的比值^[29])可计算为

$$\delta = \sqrt{\frac{1 - P(F)}{P(F)N_s}} \quad (23)$$

由计算可知,表2中第2列的估计结果较为准确(变异系数δ低于1.5%),可用于检验其他算法的估计结果。表2的第3列为经典PERT网络分析方法的估计结果,该方法将工期期望值最大的路径作为关键路径,并仅根据该关键路径的期望值和方差估计项目的未按期完工概率。对比表2中第3列和第2列的结果,可验证经典PERT网络分析方法的缺陷,即其对未按期完工概率的估计值往往过低。表2中第4列(LB)和第5列(UB)为采用FARB方法估计的未按期完工概率的下界值和上界值。FARB方法中,将所有路径根据式(9)计算的概率(即路径工期超出目标工期的概率)降序排列,并利用路径间的相关性从所有路径中选取代表性路径,进而计算项目未按期完工概率的上

表2 采用100个样本点时未按期完工概率估计值(算例1)

T ⁰ /天	MCS	PERT	FARB		所提出算法		
			LB	UB	均值	变异系数/%	N _{MCS} /100
59.58	0.3	0.211	0.299	0.301	0.300	5.83	6.9
61.83	0.2	0.153	0.198	0.199	0.199	4.37	20.9
65.31	0.1	0.068	0.099	0.099	0.100	2.66	127.2
68.51	0.05	0.047	0.050	0.050	0.050	1.54	798.7
75.19	0.01	0.010	0.010	0.010	0.010	0.40	60984
77.76	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.22	406845

界值和下界值^[17-18]。对比表2中第4、第5列与第2列的结果可知,FARB方法的结果与MCS较为接近。针对算例1进度网络的进一步分析可知,该算例具有唯一一条占支配地位的期望关键路径St. → 2 → 10 → 25 → 35 → 38 → Fi.,这也是FARB方法此时准确度较好的原因。

所提出算法中的参数为未按期完工事件的模拟次数N,对应于该模拟算法中的样本点数量。为检验不同参数N下所提出算法的性能,首先将其独立运行200次,每次模拟采用N = 100个样本点估计折减系数η和未按期完工概率,最终得到的未按期完工概率估计值的均值和变异系数如表2的第6列和第7列所示。将表2中第6列与第2列的结果对比可知,所提出算法具有较高的估算准确度。为对比MCS方法与所提出算法的计算效率,计算为达到表中第7列变异系数δ(估算精度)所需的MCS方法样本数量^[29],有

$$N_{MCS} = \frac{1 - P(F)}{\delta^2 P(F)} \quad (24)$$

表2的第8列给出了达到相同估算精度(对应第5列的变异系数)时MCS方法与所提出算法所需的样本数量比值,即N_{MCS}/100。可见,针对较小的未按期完工概率估计,与MCS方法相比,所提出算法的计算效率更高,且计算效率的提升随未按期完工概率的降低而得到加强。当未按期完工概率为P(F) = 0.3时,为了达到变异系数δ = 5.83%的估算精度,MCS方法所需样本数量为690,为所提出算法采用的样本数量100的6.9倍。而当P(F) = 0.005时,为达到变异系数δ = 0.22%的估算精度,MCS方法所需样本数量为所提出算法的40多万倍。

为检验不同参数N下所提出算法的性能,算法中采用的样本点数量由N = 100增加到N = 500,此时独立运行200次后得到的未按期完工概率的统计结果如表3所示。与其他数值模拟方法类似,随着样本点的数量增加,所提出算法的估计精度提高(估计结果的变异系数减小),可由表3中第4列与表2中第7列的结果对比证实。同时,由表3中第3列与第2列的

数据结果对比可知,所提出算法具有较好的估算准确度.由表3中第5列的数据结果可知,所提出算法的计算效率较MCS方法更高,且计算效率的提升随未按期完工概率的降低而增强.

表3 采用500个样本点时未按期完工概率估计值(算例1)

T^0 /天	MCS	所提出算法		
		均值	变异系数/%	$N_{MCS} / 500$
59.58	0.3	0.299	2.57	7.05
61.83	0.2	0.200	1.98	20.4
65.31	0.1	0.100	1.28	110.3
68.51	0.05	0.050	0.72	734.2
75.19	0.01	0.010	0.21	45 233
77.76	0.005	0.005	0.099	404 328

3.2 算例2

算例2由文献[12,30]中的算例综合而成,以提供存在多条期望关键路径的算例.算例的单代号进度网络如图4所示,其中包含34项工序和117条路径.根据各工序持续时间的三点估计值,计算出的工

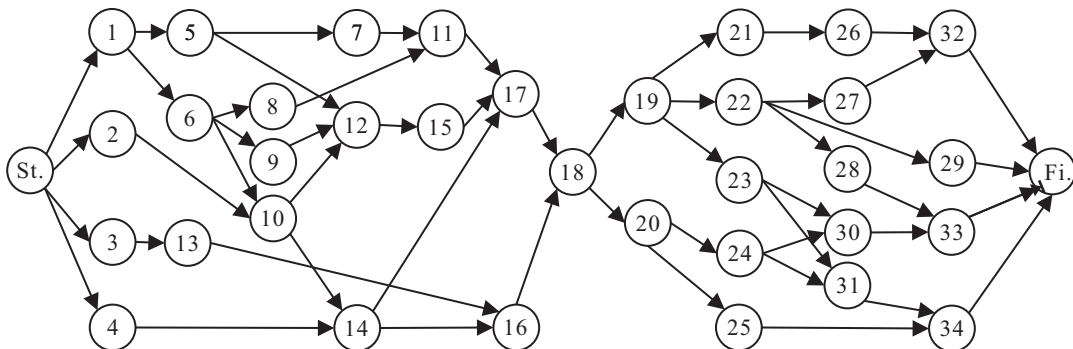


图4 项目的单代号进度网络图(算例2)

类似于算例1的对比分析,表5列出了不同目标工期下MCS方法、经典PERT网络分析方法、FARB方法和所提出算法的项目未按期完工概率估计值.对比表5中第2列与第3列的结果,可再次验证经典PERT网络分析方法过低地估计了未按期完工概率的缺陷.与算例1不同,由表5中第4、第5列与第2列的结果对比可知,针对算例2的FARB方法估计值的准确度较低.针对算例2进度网络的分析可知,该算例具有两条期望关键路径, $St. \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 17 \rightarrow 18 \rightarrow 19 \rightarrow 23 \rightarrow 30 \rightarrow 33 \rightarrow Fi.$ 和 $St. \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 17 \rightarrow 18 \rightarrow 19 \rightarrow 23 \rightarrow 30 \rightarrow 33 \rightarrow Fi.$,且存在多条期望次关键路径.由此可见,FARB方法的适用范围受到期望关键路径数量和支配程度的限制,仅适用于存在唯一且占支配地位的期望关键路径的情形.

序持续时间的期望值和方差如表4所示.

表4 工序持续时间的统计数据(算例2)

工序	期望值/天	方差/(天) ²	工序	期望值/天	方差/(天) ²
1	14	0.25	18	9	0.11
2	15	0.25	19	10	4
3	15	0.25	20	10	4
4	12	0.25	21	16	6
5	22	0.69	22	4	2
6	14	0.25	23	16	6
7	9	0.11	24	14	6
8	14	0.25	25	20	16
9	15	0.25	26	16	6
10	15	0.25	27	26	10
11	12	0.25	28	20	6
12	22	0.69	29	35	14
13	14	0.25	30	16	6
14	9	0.11	31	10	4
15	16	0.44	32	8	4
16	20	0.69	33	12	4
17	14	0.25	34	17	6

表5 采用100个样本点时未按期完工概率估计值(算例2)

T^0 /天	MCS	PERT	FARB		所提出算法		
			LB	UB	均值	变异系数/%	$N_{MCS} / 100$
163.05	0.3	0.142	0.232	0.237	0.302	6.00	6.5
164.28	0.2	0.091	0.144	0.145	0.201	5.65	12.6
166.01	0.1	0.045	0.066	0.066	0.100	5.03	35.6
167.49	0.05	0.022	0.031	0.031	0.050	4.46	95.5
170.32	0.01	0.0045	0.0056	0.0057	0.0099	3.99	620.6
171.40	0.005	0.0023	0.0027	0.0027	0.0050	3.81	1370.4

为检验不同参数N下所提出算法的性能,研究考察了样本点数量 $N = 100$ 和 $N = 500$ 的情形,并分别独立运行200次,得到的未按期完工概率的统计结果如表5和表6所示.由表5中第6列和表6中第3列的结果可知,所提出算法的估计值具有较高的准确度.同时,由表5中第7列与表6中第4列的结果对比

可知,随着样本点数量 N 的增加,所提出算法估计值的变异系数变小,算法的估计精度得到提升.此外,通过对比MCS方法和所提出算法达到相同估算精度的样本数量(表5第8列和表6第5列)可知,所提出算法的计算效率更高,且计算效率的提升随未按期完工概率的减小而增强.

表6 采用500个样本点时未按期完工概率估计值(算例2)

T^0 /天	MCS	所提出算法		
		均值	变异系数/%	$N_{MCS} / 500$
163.05	0.3	0.300	2.60	6.9
164.28	0.2	0.200	2.33	14.7
166.01	0.1	0.100	2.22	36.6
167.49	0.05	0.050	2.01	94.5
170.32	0.01	0.010	1.93	529.3
171.40	0.005	0.0050	1.84	1172.0

4 结 论

针对工程项目的未按期完工概率估算问题,本文基于区域分解法进行新型数值模拟算法的研究.研究分析了问题中的未按期完工事件,将其表示为一系列与各路径工期相关的基本事件的并集.因此,所提出算法通过估计基本事件间的交集程度对基本事件的概率求和进行折减,进而估计项目的未按期完工概率.通过算例验证,所提出算法适用性较好,不受进度网络中路径数量和期望关键路径支配程度的影响.同时,所提出算法具有较好的估算准确度,且与MCS方法相比,在估计较小未按期完工概率时计算效率有较大的提升.本文工作可为工程项目的进度风险决策提供参考建议.

参考文献(References)

- [1] O'Brien J J. CPM in construction management[M]. New York: McGraw-Hill, 1993: 65-110.
- [2] Faniran O O, Oluwoye J O, Lenard D J. Interactions between construction planning and influence factors[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 1998, 124(4): 245-256.
- [3] Guo Q L, Maher M, Wamuziri S. Risk analysis in construction networks using a modified stochastic assignment model[J]. Civil Engineering and Environmental Systems, 2001, 18(3): 215-241.
- [4] Nasir D, McCabe B, Hartono L. Evaluating risk in construction-schedule model (ERIC-S): Construction schedule risk model[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2003, 129(5): 518-527.
- [5] Ökmen Ö, Özta A. Construction project network evaluation with correlated schedule risk analysis model[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2008, 134(1): 49-63.
- [6] 朱群雄, 曹雷, 顾祥柏. 基于约束的CPM动态优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(2): 166-170. (Zhu Q X, Cao L, Gu X B. Dynamic CPM optimal algorithm based on constraints[J]. Control and Decision, 2010, 25(2): 166-170.)
- [7] Ahuja H N, Dozzi S P, Abourizk S M. Project management: Techniques in planning and controlling construction projects[M]. America: John Wiley & Sons, 1994: 291-314.
- [8] Diaz C F, Hadipriono F C. Modified Monte Carlo simulation for probabilistic scheduling[J]. Civil Engineering Systems, 1992, 9(4): 337-347.
- [9] 钟登华, 闫玉亮, 张隽, 等. 耦合改进PERT和BBNs的堆石坝施工进度风险分析[J]. 水利学报, 2017, 48(1): 52-60. (Zhong D H, Yan Y L, Zhang J, et al. Construction schedule risk analysis of rockfill dams based on coupling improved PERT and BBNs[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017, 48(1): 52-60.)
- [10] 胡雪君, 崔南方, 赵雁. 基于活动工期风险和资源约束风险的缓冲大小计算方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(8): 1513-1518. (Hu X J, Cui N F, Zhao Y. Buffer sizing method based on activity duration risk and resource constraint risk[J]. Control and Decision, 2016, 31(8): 1513-1518.)
- [11] 曹光明, 白思俊. 国外PERT/CPM网络计划技术发展的三个方面[J]. 系统工程理论与实践, 1993, 13(3): 1-10. (Cao G M, Bai S J. Three area development of PERT/CPM technique in foreign countries[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1993, 13(3): 1-10.)
- [12] Sculli D, Shum Y W. An approximate solution to the pert problem[J]. Computers & Mathematics with Applications, 1991, 21(8): 1-7.
- [13] Lee D E, Arditi D, Son C B. The probability distribution of project completion times in simulation-based scheduling[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2013, 17(4): 638-645.
- [14] Salas-Morera L, Arauzo-Azofra A, García-Hernández L, et al. New approach to the distribution of project completion time in PERT networks[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2018, 144(10): 04018094.
- [15] Ballesteros-Pérez P. M-PERT: Manual project-duration estimation technique for teaching scheduling basics[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2017, 143(9): 04017063.
- [16] Anklesaria K P, Drezner Z. A multivariate approach to

- estimating the completion time for PERT networks[J]. Journal of the Operational Research Society, 1986, 37(8): 811-815.
- [17] Jun D H, El-Rayes K. Fast and accurate risk evaluation for scheduling large-scale construction projects[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2011, 25(5): 407-417.
- [18] Li C Q, Zhang G M, Hosseinian M. A fast and accurate method to predict reliability of project completion time[J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2017, 23(1): 37-46.
- [19] Lee D E, Arditi D. Automated statistical analysis in stochastic project scheduling simulation[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2006, 132(3): 268-277.
- [20] Lu M, AbouRizk S M. Simplified CPM/PERT simulation model[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2000, 126(3): 219-226.
- [21] Rubinstein R Y, Kroese D P. Simulation and the Monte Carlo method[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016: 49-106.
- [22] 王卓甫, 丁继勇, 刘媛, 等. 基于Monte Carlo方法的PERT网络关键路线和最关键活动分析[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(8): 1646-1651.
(Wang Z F, Ding J Y, Liu Y, et al. Analysis of critical path and most critical activity in PERT networks based on Monte Carlo method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(8): 1646-1651.)
- [23] 刘武, 杜志达, 刘祥瞻. PERT网络活动时间参数估计的改进[J]. 统计与决策, 2008(4): 150-153.
(Liu W, Du Z D, Liu X Z. Improvement of time parameter estimation of PERT network activity[J]. Statistics and Decision, 2008(4): 150-153.)
- [24] Au S K, Beck J L. First excursion probabilities for linear systems by very efficient importance sampling[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2001, 16(3): 193-207.
- [25] Wang J, Katafygiotis L S, Feng Z Q. An efficient simulation method for the first excursion problem of linear structures subjected to stochastic wind loads[J]. Computers & Structures, 2016, 166: 75-84.
- [26] Katafygiotis L, Cheung S H. Domain decomposition method for calculating the failure probability of linear dynamic systems subjected to Gaussian stochastic loads[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(5): 475-486.
- [27] Katafygiotis L S, Wang J. Reliability analysis of wind-excited structures using domain decomposition method and line sampling[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2009, 32(1): 37-53.
- [28] Bowman R A. Efficient sensitivity analysis of PERT network performance measures to significant changes in activity time parameters[J]. Journal of the Operational Research Society, 2007, 58(10): 1354-1360.
- [29] Au S K, Wang Y. Engineering risk assessment with subset simulation[M]. India: John Wiley & Sons, 2014: 24-44.
- [30] Yang I T, Lin Y C, Lee H Y. Use of support vector regression to improve computational efficiency of stochastic time-cost trade-off[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2014, 140(1): 04013036.

作者简介

王家(1982—), 男, 副教授, 博士, 从事工程项目管理、可靠性工程、优化算法等研究, E-mail: jayson_wang@hnu.edu.cn;

陈雅含(1996—), 女, 硕士生, 从事工程进度管理、优化算法的研究, E-mail: 379491725@qq.com;

周忠宝(1977—), 男, 教授, 博士, 从事系统优化与决策、可靠性工程与质量管理、金融工程与风险管理、资源与环境管理等研究, E-mail: Z.B.Zhou@163.com;

刘可心(1996—), 女, 硕士生, 从事工程项目资源均衡优化算法的研究, E-mail: 15228382850@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)