

控制与决策

Control and Decision

基于HOD的无模型四旋翼RBF滑模控制

费春国, 秦俊杰

引用本文:

费春国, 秦俊杰. 基于HOD的无模型四旋翼RBF滑模控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 690–698.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1665>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于扩张状态观测器的二质量系统非奇异快速终端滑模控制

Nonsingular fast terminal sliding mode control based on extended state observer for two mass systems

控制与决策. 2023, 38(3): 850–856 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1076>

非线性严格反馈系统自适应非反步输出反馈控制

Adaptive non-backstepping output-feedback control of nonlinear strict-feedback systems

控制与决策. 2022, 37(9): 2425–2432 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0262>

基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制

Fixed-time sliding mode control of multi-joint robot based on RBF neural network

控制与决策. 2022, 37(11): 2790–2798 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0421>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

基于HOD的无模型四旋翼RBF滑模控制

费春国[†], 秦俊杰

(中国民航大学 电子信息与自动化学院, 天津 300300)

摘要: 为了探索解决在无模型控制算法中如何对系统的未知模型和扰动进行准确估计, 提出一种基于高阶微分器 (HOD) 的无模型 RBF 神经网络滑模控制器 (HODRBFSMC). 引入 HOD 估计系统模型的各阶状态变量, 并将系统模型的未知项和外界干扰统一归为总扰动, 通过 RBF 神经网络对总扰动进行估计, 并根据 Lyapunov 定理证明所设计控制器的闭环稳定性. 为验证控制器的有效性, 所设计的控制器被应用于四旋翼飞行器的轨迹控制, 解决其模型参数复杂且飞行过程中易受外界干扰的问题. 仿真实验表明, 所提出方法能够有效估计并补偿总扰动, 其轨迹跟踪能力和抗干扰性能相比 PID 和高阶微分反馈控制 (HODFC) 具有一定的优越性, 能够很好地满足四旋翼飞行器控制的需求.

关键词: 无模型控制; 高阶微分器; 滑模控制; RBF 神经网络; 轨迹跟踪

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1665

引用格式: 费春国, 秦俊杰. 基于 HOD 的无模型四旋翼 RBF 滑模控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 690-698.

Model free RBF sliding mode control based on HOD designed for quadrotor

FEI Chun-guo[†], QIN Jun-jie

(College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: For the problem that how to accurately estimate the unknown model and disturbance of the system in model free control, a model-free RBF neural network sliding mode controller (HODRBFSMC) based on a high-order-differentiator (HOD) is proposed. Firstly, the HOD is introduced to estimate the state variables of each order of the system model. The unknown items of the system model and external disturbances are unified as total disturbances, and the total disturbances are estimated by the RBF neural network. According to the Lyapunov theorem, the closed-loop stability of the designed controller is proved. In order to verify the effectiveness of the controller, the designed controller is applied to the trajectory control of the quadrotor to solve the problem of complex model parameters and susceptibility to external interference during flight. The simulation experiments show that the proposed method can effectively estimate and compensate the total disturbances, and its trajectory tracking ability and anti-disturbance performance are superior to PID and high-order-differentiator feedback control (HODFC), and can well meet the needs of quadrotor control.

Keywords: model free; high-order-differentiator; sliding mode control; RBF neural network; trajectory tracking

0 引言

四旋翼飞行器是一类无人驾驶的飞行器, 由于其结构简单、机动性能好、操作方便, 广泛应用于地质勘测、货物运输、协同追捕等领域^[1]. 但是, 由于四旋翼本身具有欠驱动、强非线性等特点, 设计可靠的四旋翼控制器具有一定的挑战性.

目前, 针对四旋翼飞行器控制器的设计问题主要分为基于模型控制和无模型控制两种方法. 基于模型控制方法需要知道确切的系统数学模型. 文献 [2] 通过在反步法轨迹跟踪控制中加入积分项, 设计了一

种基于积分型反步法的非线性轨迹跟踪控制器, 以消除模型参数不确定性及外界干扰引起的误差. 文献 [3] 提出了一种超螺旋非奇异终端滑模控制, 这种控制方法能够有效抑制控制信号的抖振问题, 同时能够在有限时间内对四旋翼的姿态角和高度进行跟踪. 问题在于实际工程中, 由于各种环境因素的干扰, 如风干扰、执行器故障、负重变化^[4]等, 这些因素使得基于模型的控制方法变得更加复杂, 难以在实际工程中推广.

PID 算法是一种经典的无模型控制方法, 比较成

熟且容易实现,其只利用系统的输入输出数据,无需系统内部状态已知或可测,不依赖系统精确的数学模型。但是,由于系统的未知项,外界扰动信息没有在PID控制器中得到考虑和引入,使得传统的PID算法调节时间长且超调量大,动态性能不理想,稳态误差也较大。针对上述问题,文献[5]对姿态角、姿态角速率分别设计PID控制器与鲁棒伺服LQR控制器组成双闭环回路姿态控制,在姿态角速率环引入线性扩张状态观测器以实时观测外扰和内扰并对其进行补偿,取得了不错的控制效果。文献[6]提出的自抗扰(active disturbance rejection control, ADRC)技术无需系统模型,具有响应速度快、无超调、可安排过度过程、能够估计并补偿系统内外扰动的优点,因此被国内外很多学者应用到四旋翼飞行器的控制上。文献[7]设计了一种基于ADRC的飞行控制方法,能够估计并补偿系统所受内外部干扰,对四旋翼飞行器参数不确定具有较强的鲁棒性。文献[8]对ADRC中扩张状态观测器中的非线性fal函数进行改进,有效提高了四旋翼飞行器抗干扰的能力。但是ADRC的参数较多,使得整定起来较为复杂,参数调整不好容易引起控制器输出振荡。Qi等^[9]指出扩张状态观测器(extended state observer, ESO)存在估计精度较低的问题,以及估计精度受限的具体原因,提出一种滤波型状态补偿观测器,有效提高了观测的精度。文献[10]提出了一种高阶微分反馈控制器(high-order-differentiator feedback controller, HODFC),该控制器通过高阶微分器(high-order-differentiator, HOD)估计输入和输出的各阶微分信息,通过极点配置的方法调节控制器参数,并引入滤波器对系统未知项以及扰动进行补偿,该控制算法不依赖于系统模型,鲁棒性较强。文献[11]基于半自主自驾仪将HODFC应用到四旋翼的姿态和轨迹跟踪控制上,较PID算法取得了不错的控制效果。文献[12]提出了改进型的HODFC,对比分析了改进的HOD和ESO对未知函数估计的收敛性,并将其应用于四旋翼飞行器的姿态控制,其控制效果明显优于ADRC。

综合考虑现有的研究成果,本文提出一种基于HOD的RBF滑模控制器(HODRBFSMC)。该控制器将传统滑模控制与HOD相结合,通过HOD对给定输入以及四旋翼系统状态的各阶微分信号进行估计。同时引入RBF神经网络,有效利用其对于非线性函数逼近能力强的特点,对四旋翼系统的总扰动进行估计,并基于Lyapunov定理给出稳定性证明。仿真结果表明,所提出的HODRBFSMC响应速度快,超调量

小,抗干扰能力强,相比于HODFC和PID控制器,控制性能更加优越。

1 问题描述

1.1 四旋翼数学模型

四旋翼模型的建立过程中涉及到两种坐标系:地球坐标系和机体坐标系。如图1所示, $\{o_e\} = \{x_e, y_e, z_e\}$ 表示地球坐标系, $\{o_b\} = \{x_b, y_b, z_b\}$ 表示机体坐标系^[13]。地球坐标系中,原点 o_e 为四旋翼飞行器的初始位置, $o_e x_e$ 指向地面正北方向(地理北极), $o_e y_e$ 指向地面正东方向(地理东极), $o_e z_e$ 垂直指向上方。本文四旋翼飞行器采用×型结构,机体坐标系中,原点 o_b 是飞行器的质心也是其几何中心, $o_b x_b$ 与相邻两个机臂呈 45° 夹角指向机头方向, $o_b z_b$ 垂直于飞行器水平面指向上方, $o_b y_b$ 垂直指向机体右侧。四旋翼经旋矩阵^[14]使得机体坐标系与地球坐标系完全重合。图1上的数字定义为电机序号,翻滚角 ϕ 、俯仰角 θ 和偏航角 ψ 分别对应围绕 x 、 y 、 z 轴正方向的旋转角度。

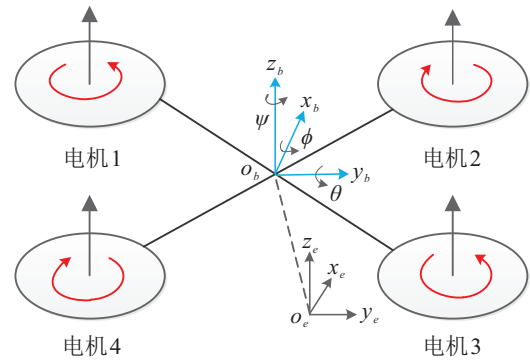


图1 四旋翼模型结构图

为了简化动力学模型,便于求解计算,对四旋翼系统作出如下假设^[15]:

- 1) 四旋翼在飞行过程中质量保持不变;
- 2) 四旋翼机身是严格对称的刚体;
- 3) 四旋翼的几何中心和质量中心重合;
- 4) 四旋翼4个电机完全一样。

根据牛顿第二定律和欧拉动量方程,完整的四旋翼动力学模型^[11,16-17]可以表示为

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m}[(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)U_1 - k_1 \dot{x}] + d_x, \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m}[(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)U_1 - k_2 \dot{y}] + d_y, \\ \ddot{z} &= \frac{1}{m}[(\cos \phi \cos \theta)U_1 - mg - k_3 \dot{z}] + d_z, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x} [(I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} + U_2 - k_4\dot{\phi}] + d_\phi, \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y} [(I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi} + U_3 - k_5\dot{\theta}] + d_\theta, \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z} [(I_x - I_y)\dot{\phi}\dot{\theta} + U_4 - k_6\dot{\psi}] + d_\psi. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: m 为四旋翼飞行器的质量, g 为重力加速度, I_x 、 I_y 、 I_z 为转动惯量, $k_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 为空气阻力系数, d 为未建模动力学特征或外部扰动.

电机1和电机3逆时针旋转, 电机2和电机4顺时针旋转. 4个电机转速同时增加, 四旋翼的升力增大, 产生坚直向上运动的趋势; 电机1和电机3转速分别增大和减小, 电机2和电机4转速保持不变, 产生不平衡力矩使得四旋翼绕 x 轴转动, 翻滚角 ϕ 发生变化; 电机2和电机4转速分别增大和减小, 电机1和电机3转速保持不变, 产生不平衡力矩使得四旋翼绕 y 轴转动, 俯仰角 θ 发生变化; 电机2和电机4转速增大, 电机1和电机3转速减小, 则四旋翼绕 z 轴逆时针旋转, 偏航角 ψ 发生变化. U_1 为4个电机旋转所产生的拉力, U_2 、 U_3 、 U_4 代表4个电机旋转带动螺旋桨在机体轴上产生的滚转力矩, 关系如下:

$$\begin{cases} U_1 = c_T(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2), \\ U_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}lc_T(w_1^2 - w_2^2 - w_3^2 + w_4^2), \\ U_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}lc_T(w_1^2 + w_2^2 - w_3^2 - w_4^2), \\ U_4 = c_M(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2). \end{cases} \quad (2)$$

其中: l 为电机到四旋翼飞行器中心的长度, c_T 、 c_M 分别为升力系数和反扭矩系数, $w_k (k = 1, 2, 3, 4)$ 为螺旋桨的角速度.

1.2 高阶微分器(HOD)

Qi等^[18-19]提出了一类不依赖于系统模型的高阶微分器, 能够提取给定信号的 n 阶微分信息. 四旋翼飞行器是一个四输入六输出的欠驱动二阶系统, 因此HOD的阶次 n_0 应满足 $n_0 > 2$. 本文所设计HOD的阶次为5, 阶次的数值代表HOD所使用的积分器个数, 如果积分器个数大于被提取信号阶次, 则通过HOD所提取的微分信息更加准确. 假设可测量信号 y 存在5阶微分信息, 5阶的HOD由动态方程(3)和观测方程(4)两部分组成, 表示如下:

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + a_i(y - x_1), \quad i = 1, \dots, 4; \\ \dot{x}_m = a_m(y - x_1), \quad m = 5. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \hat{y} = x_1; \\ \hat{y}^{(i)} = x_{i+1} + a_i(y - x_1), \quad i = 1, \dots, 5. \end{cases} \quad (4)$$

5阶HOD框图如图2所示. 通过可测量信号 y , 可以推出系统 Σ_1 的状态变量 $x_1 \sim x_5$; 再根据观测方程(4)可以计算得到 y 的各阶微分信号的估计值 $\hat{y}^{(1)}$, $\hat{y}^{(2)}, \dots, \hat{y}^{(n)}$.

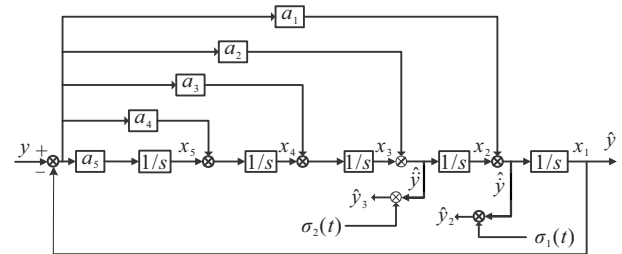


图2 5阶HOD框图

该HOD不依赖于系统的模型, 只利用系统输出的可测量信号. 参数 $a_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 对整个HOD系统的稳定性起到至关重要的作用. 文献[19]采用根轨迹的方法确定参数 a_i , 将动态方程(3)两边取拉普拉斯变换, 得到 y 到 x_1 的闭环传递函数, 从而求出其开环传递函数. 为了保证系统 Σ_1 渐近稳定且能用一个参数 a 表达所有5个参数 a_i , 设定所有零点为相等的负实数 $-a$, 最后根据闭环极点和幅值条件得出5阶HOD的参数 a_i , 有

$$\begin{cases} a_i = KC_{n_0-1}^{i-1}a^{i-1}, \\ K = n_0^{n_0}a/(n_0 - 1)^{n_0-1}, \\ i = 1, 2, \dots, n_0. \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可知, 利用根轨迹法设计完成的HOD只涉及到一个参数 a , 其值越大跟踪和提取信号的精度越高, 但是过大容易产生初始误差或扰动带来的脉冲. 为了抑制HOD在初始时刻产生的脉冲现象, 考虑在式(4)中加入脉冲抑制方程

$$\begin{cases} \hat{y} = \hat{x}_1, \\ \hat{y}^{(i)} = \hat{x}_{i+1} + a_i(y - \hat{x}_1)\sigma_i(t), \\ \sigma_i(t) = \frac{1 - \exp(-\beta t^{2i})}{1 + \exp(-\beta t^{2i})}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\sigma_i(t)$ 为脉冲抑制方程, t 为系统的运行时间, 参数 β 的设定值为100. 在初始时刻 $\sigma_i(t) \approx 0$ 脉冲抑制方程起作用, 经过短暂时间 $\sigma_i(t)$ 迅速收敛到1, 式(6)近似等于(4). 由于系统 Σ_1 没有发生变化, 加入抑制方程后的HOD的稳定性和收敛特性依然可以得到保证.

1.3 RBF神经网络

RBF神经网络结构如图3所示, 分为输入层、隐含层和输出层^[20]. 采用RBF神经网络逼近被控对象的未知函数 f , 其算法为

$$h_j = \exp(-\|\mathbf{x} - c_j\|^2 / 2b_j^2), \quad (7)$$

$$f(\cdot) = W^{*T} h_f(x) + \xi_f. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 为RBF神经网络的输入向量; i 为网络输入层第 i 个节点; j 为网络隐含层第 j 个节点; $h = [h_j]^T$ 为高斯函数的输出; c_j 为隐含层第 j 个神经元的中心向量; b_j 为隐含层第 j 个神经元的基宽向量; W^* 为网络的理想权值; ξ_f 为理想的逼近误差, 且 $\xi_f \leq |\xi_{mf}|$; $f(\cdot)$ 为RBF神经网络的理想输出。

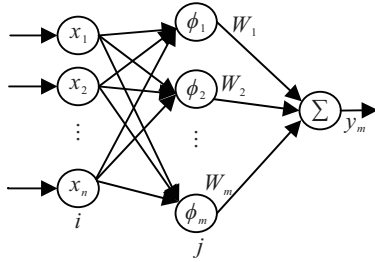


图3 RBF神经网络结构

2 基于HOD的RBF滑模控制器设计

考虑到四旋翼飞行器强耦合的性质, 将四旋翼分为姿态内环与位置外环的双闭环控制系统. 由于水平位置 x 、 y 与姿态角 ϕ 、 θ 存在耦合关系, 考虑引入两个虚拟控制量 U_x 和 U_y [21], 有

$$\begin{cases} U_x = \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi, \\ U_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi. \end{cases} \quad (9)$$

反解式(9)即可得到期望翻滚角 ϕ_d 和期望俯仰角 θ_d 分别为

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(U_x \sin \psi - U_y \cos \psi), \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{U_x \cos \psi + U_y \sin \psi}{\cos \phi}\right). \end{cases} \quad (10)$$

针对内外环对控制性能的不同要求, 位置外环 (x, y, z) 以及偏航角 ψ 采用HODRBFSMC控制器跟踪期望的给定输入信息 (x_d, y_d, z_d, ψ_d). 姿态内环滚转角 ϕ 和俯仰角 θ 通道采用PID控制, 简化运算, 保持镇定即可. 四旋翼控制系统结构如图4所示.

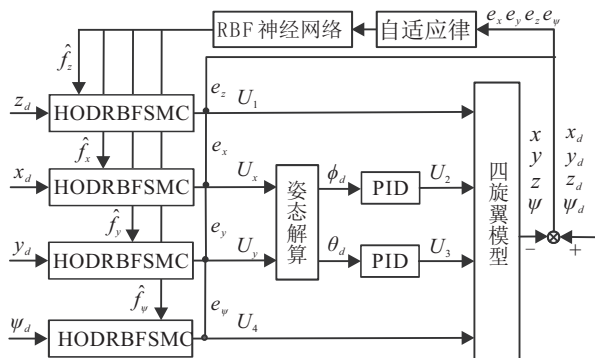


图4 四旋翼控制系统结构

2.1 位置外环控制器设计

结合式(1)和(9)将位置通道的模型重新写为

$$\begin{cases} \ddot{x} = f_x + b_x U_x, \\ \ddot{y} = f_y + b_y U_y, \\ \ddot{z} = f_z + b_z U_1. \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} f_x = -\frac{1}{m} k_1 \dot{x} + \left(\frac{1}{m} U_1 - b_x\right) U_x + d_x, \\ f_y = -\frac{1}{m} k_2 \dot{y} + \left(\frac{1}{m} U_1 - b_y\right) U_y + d_y, \\ f_z = -\frac{1}{m} k_3 \dot{z} - g + \left(\frac{\cos \phi \cos \theta}{m} - b_z\right) U_1 + d_z. \end{cases} \quad (12)$$

其中 f_x 、 f_y 、 f_z 将其视为位置通道的总扰动 [22], 包含了已知的模型信息、未建模部分和未知的外界扰动. 由于原状态方程的控制增益未知, 通过引入新的控制量将原来带有未知增益的控制量统一归为未知扰动, 避免对于控制增益的估算. 只需要人为给定新引入的控制增益 b_x 、 b_y 、 b_z , 通过RBF神经网络对系统的总扰动进行估计即可进行控制器的设计.

下面以高度通道为例进行设计. 设定高度给定值为 z_d , 高度通道输出为 z , 则跟踪误差可写为 $e_z = z_d - z$, 设计滑模面为

$$s_z = \dot{e}_z + c_z e_z, \quad (13)$$

其中 $c_z > 0$, 使其满足Hurwitz稳定. 对滑模面求导得

$$\dot{s}_z = \ddot{e}_z + c_z \dot{e}_z. \quad (14)$$

通过高阶微分器(3)和(4)可以估计给定输入 z_d 和输出 z 的一阶、二阶微分信号, 从而计算得到跟踪误差的各阶导数

$$\begin{cases} \hat{e}_z = \hat{z}_d - \hat{z}, \\ \dot{\hat{e}}_z = \dot{\hat{z}}_d - \dot{\hat{z}} - a_1(z - \hat{z}), \\ \ddot{\hat{e}}_z = \ddot{\hat{z}}_d - \ddot{\hat{z}} - a_2(z - \hat{z}). \end{cases} \quad (15)$$

引理1 [19] HOD不依赖被观测对象的模型渐近稳定, 并且在不考虑观测噪声的情况下具有高精度的收敛性, 即

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_i = x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

其中 \hat{x}_i 为 x_i 的观测值. 通常情况下, $a \in [2, 30]$, HOD即可满足高精度收敛性的要求, 利用跟踪误差的观测值近似替代原有的误差以及误差导数, 不会对控制结果造成任何影响.

将式(14)结合高度通道模型(11), 可得

$$\dot{s}_z = c_z \dot{e}_z + \dot{z}_d - f_z - b_z U_1. \quad (17)$$

为了抑制滑模抖振问题, 采用单幂次趋近律 [23]

方法,有

$$\dot{s}_z = -\eta|s_z|^w \text{sgn}(s_z) - k_z s_z. \quad (18)$$

其中: $\eta > 0, k_z > 0, 1 > w > 0$.

结合式(17)和(18)得到高度通道的控制律为

$$U_1 = \frac{1}{b_z}(c_z \dot{e}_z + \ddot{z}_d - \hat{f}_z + \eta|s_z|^w \text{sgn}(s_z) + k_z s_z), \quad (19)$$

其中 \hat{f}_z 为RBF神经网络对总扰动 f_z 的逼近输出.

利用同样的方法设计 x 通道和 y 通道的控制器,可以得到控制律 U_x 和 U_y 分别为

$$\begin{cases} U_x = \frac{1}{b_x}(c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - \hat{f}_x + \eta|s_x|^w \text{sgn}(s_x) + k_x s_x), \\ U_y = \frac{1}{b_y}(c_y \dot{e}_y + \ddot{y}_d - \hat{f}_y + \eta|s_y|^w \text{sgn}(s_y) + k_y s_y). \end{cases} \quad (20)$$

2.2 姿态内环控制器设计

将偏航角 ψ 通道重写为

$$\ddot{\psi} = f_\psi + b_\psi U_4, \quad (21)$$

其中 $f_\psi = \frac{1}{I_z}[(I_x - I_y)\phi\dot{\theta} - k_6\psi] + \left(\frac{1}{I_z} - b_\psi\right)U_4 + d_\psi$, 将其视为偏航角 ψ 通道的总扰动. 与位置通道一样, 原状态方程中控制增益未知, 通过引入一个新的控制增益 b_ψ , 只需利用RBF神经网络对 f_ψ 进行估计即可设计控制器.

与前文思路一致, 偏航角 ψ 通道的控制律为

$$U_4 = \frac{1}{b_\psi}(c_\psi \dot{e}_\psi + \ddot{\psi}_d - \hat{f}_\psi + \eta|s_\psi|^w \text{sgn}(s_\psi) + k_\psi s_\psi). \quad (22)$$

在四旋翼姿态控制中, 俯仰角 ϕ 和滚转角 θ 是中间的控制状态, 其期望值由位置控制器的输出 U_x, U_y 反解得到. 为了简化控制器的运算, 采用PID控制器使其保持镇定即可, 控制律设计如下:

$$\begin{cases} U_2 = [K_p + K_i/s + K_d s]e_\phi, \\ U_3 = [K_p + K_i/s + K_d s]e_\theta. \end{cases} \quad (23)$$

3 稳定性分析

RBF神经网络由于具有良好的非线性逼近能力, 可以用其逼近总扰动 f . 给定神经网络的输入为 $\mathbf{x}_i = [e_i, \dot{e}_i]^T (i = x, y, z, \psi)$, 则RBF网络的输出为

$$\hat{f}_i = \hat{\mathbf{w}}_i^T \mathbf{h}(\mathbf{x}_i), \quad i = x, y, z, \psi, \quad (24)$$

其中 $\hat{\mathbf{w}}_i$ 和 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_i)$ 皆为 10×1 的向量.

各个通道的控制律可统一归为

$$\mathbf{s} = \mathbf{c}\mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}}, \quad (25)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{b}^{-1}(\mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{f}} + \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{k}\mathbf{s}). \quad (26)$$

其中: $\mathbf{U} = [U_x \ U_y \ U_1 \ U_4]^T$, $\ddot{\mathbf{X}} = [\ddot{x}_d \ \ddot{y}_d \ \ddot{z}_d \ \ddot{\psi}_d]^T$, $\hat{\mathbf{f}} = [\hat{f}_x \ \hat{f}_y \ \hat{f}_z \ \hat{f}_\psi]^T$, $\mathbf{b} = \text{diag}[b_x \ b_y \ b_z \ b(\psi)]$, $\mathbf{c} = \text{diag}[c_x \ c_y \ c_z \ c_\psi]$, $\dot{\mathbf{e}} = \text{diag}[\dot{e}_x \ \dot{e}_y \ \dot{e}_z \ \dot{e}_\psi]$, $\mathbf{k} = \text{diag}[k_x \ k_y \ k_z \ k_\psi]$, $\mathbf{s} = \text{diag}[s_x \ s_y \ s_z \ s_\psi]$, η 和 w 为常数.

注1 式(26)中 $|\mathbf{s}|$ 表示对矩阵中每个元素求绝对值, 而非求整个矩阵的行列式.

将式(26)代入(25)的导数, 有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{f} - \mathbf{b}\mathbf{U} = \\ &\mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{f} - \mathbf{b}\mathbf{b}^{-1}(\mathbf{c}\dot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{f}} + \\ &\eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{k}\mathbf{s}) = \\ &(\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{f}) - \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{k}\mathbf{s} = \\ &\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\xi}_f - \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{k}\mathbf{s}. \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}^*;$$

$$\tilde{\mathbf{W}} = \text{diag}[\tilde{\mathbf{W}}_x \ \tilde{\mathbf{W}}_y \ \tilde{\mathbf{W}}_z \ \tilde{\mathbf{W}}_\psi] \text{ 为分块矩阵};$$

$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \text{diag}[h(x_x) \ h(x_y) \ h(x_z) \ h(x_\psi)]$ 为分块矩阵;

$$\mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z \ f_\psi]^T;$$

$$\boldsymbol{\xi}_f = \text{diag}[\xi_{xf} \ \xi_{yf} \ \xi_{zf} \ \xi_{\psi f}].$$

为了验证闭环系统的稳定性, 取Lyapunov函数如下:

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T \mathbf{s} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}} \boldsymbol{\gamma}. \quad (28)$$

对Lyapunov函数求导并结合式(27), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}} &= \mathbf{s}\dot{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} \boldsymbol{\gamma} = \\ &(\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\xi}_f - \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{k}\mathbf{s})\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}} \boldsymbol{\gamma} = \\ &\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}(\mathbf{x})\mathbf{s} + \dot{\tilde{\mathbf{W}}} \boldsymbol{\gamma}) - \\ &\mathbf{s}(\boldsymbol{\xi}_f + \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{k}\mathbf{s}). \end{aligned} \quad (29)$$

设计自适应律为

$$\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = -\mathbf{h}(\mathbf{x})\mathbf{s}\boldsymbol{\gamma}^{-1}. \quad (30)$$

将自适应律(30)代入(29), 有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}} &= -\mathbf{s}(\boldsymbol{\xi}_f + \eta|\mathbf{s}|^w \text{sgn}(\mathbf{s}) + \mathbf{k}\mathbf{s}) = \\ &-\mathbf{s}\boldsymbol{\xi}_f - \eta|\mathbf{s}|^{w+1} - \mathbf{k}\mathbf{s}^2, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\boldsymbol{\gamma} = \text{diag}[\gamma_x \ \gamma_y \ \gamma_z \ \gamma_\psi]$. 由于RBF神经网络逼近能力较强, 误差矩阵 $\boldsymbol{\xi}_f$ 中的元素可以被限制得足够小, 只要令矩阵 \mathbf{k} 中的元素, 即 k_x, k_y, k_z, k_ψ 取较大的正数, 满足Lyapunov第二稳定性判据, 便可以保证整个控制回路是渐近稳定的.

4 仿真实验

为了验证HODRBFSMC的有效性,分别对其扰动估计性能和轨迹跟踪能力在Matlab/Simulink平台下进行仿真实验。

四旋翼飞行器的初始位置设定为 $[x \ y \ z]^T = [0 \ 0 \ 0]^T \text{m}$,初始姿态角度为 $[\phi \ \theta \ \psi]^T = [0 \ 0 \ 0]^T \text{rad}$. 仿真实验中四旋翼动力学模型参数为 $m = 1.4 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.07$, $k_4 = k_5 = k_6 = 0.03$, $I_x = 0.0211 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_y = 0.0219 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_z = 0.0366 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $c_T = 1.1050 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$, $c_M = 1.7790 \times 10^{-7} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$, $l = 0.225 \text{ m}$. HODRBFSMC、HODFC和PID的控制器参数分别如表1~表3所示,作对比的HODFC和PID参数均经过整定调节为最佳. RBF神经网络隐含层节点个数取10,初始权重 $\hat{w}_i (i = x, y, z, \psi)$ 设置为 $[0 \ 0 \ \dots \ 0]^T_{1 \times 10}$,中心向量 $\mathbf{c}_j (j = 1, 2, \dots, 10)$ 设置为 $[0 \ 0]^T$.

表1 HODRBFSMC参数

| 参数 | yaw | z | x | y |
|--------|-----|------|-----|-----|
| c | 5 | 10 | 0.1 | 0.1 |
| b | 1 | 5 | 10 | 10 |
| k | 200 | 200 | 50 | 50 |
| η | | 0.01 | | |
| w | | 0.01 | | |
| a | | 20 | | |

表2 HODFC参数

| 参数 | yaw | z | x | y |
|-----------|-----------|-------------|----------|-----------|
| K | [10 10 1] | [250 120 1] | [5 25 3] | [10 10 3] |
| a | | 20 | | |
| λ | | 20 | | |

表3 PID参数

| 参数 | yaw | z | x | y |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| K_p | 12 | 15 | 5 | 5 |
| K_i | 3 | 40 | 1 | 1 |
| K_d | 5 | 0.5 | 0.5 | 0.2 |

4.1 扰动估计实验

外部扰动会影响系统的控制精度,RBF神经网络能够对非线性函数进行有效估计,本文将系统的不确定项和外部扰动统一归为总扰动,利用RBF神经网络进行估计. 下面以高度通道为例,设置期望高度为 $\sin t$,在仿真时间内加入幅值为5、周期为5s的方波模拟外界扰动。

图5为RBF神经网络对总扰动 f_z 的有效估计,仿真初始时刻估计曲线会出现一定幅度的振荡,而随着神经网络权值通过自适应率不断地调整,在较短的时间内RBF神经网络能够估计出 f_z ,且估计精度较高。

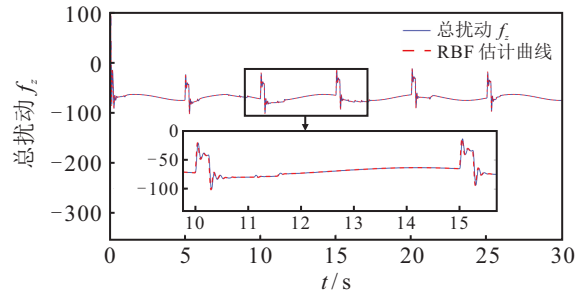


图5 高度通道总扰动 f_z 的估计

4.2 静态轨迹跟踪实验

针对高度和偏航角通道进行外界扰动下的静态轨迹跟踪实验,同样加入幅值为5、周期为5s的方波信号作为扰动,给定的期望轨迹信号为 $z_d = 1.5 \text{ m}$, $\psi_d = 0.3 \text{ rad}$. 仿真结果如图6和图7所示。

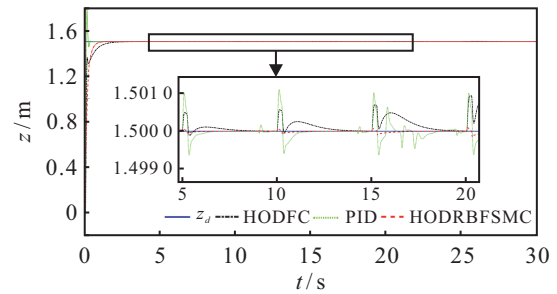


图6 高度通道静态轨迹跟踪

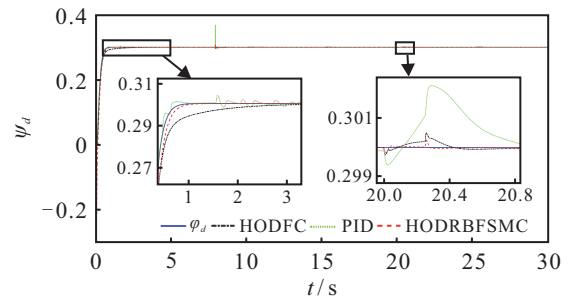


图7 偏航角通道静态轨迹跟踪

由图6可见,HODRBFSMC相对于PID和HODFC的跟踪效果更好. 仿真初始时刻PID会出现一定幅度的超调,HODFC的响应速度相对较慢,同时上升时出现了反向振荡. 而HODRBFSMC从起始位置0m处出发,在1.5s内平稳过渡到期望轨迹附近,无超调现象,响应状态良好. 同时,通过局部放大图可以看出,HODRBFSMC的抗扰动能力明显优于HODFC和PID,始终能够保持稳定输出. 由图7可见,在对偏航角 ψ 进行跟踪时,PID出现了较大幅度的振荡,受扰动影响较大,而HODRBFSMC依然能够保持平稳,具有更好的控制性能和更高的鲁棒性。

4.3 动态轨迹跟踪实验

针对位置通道进行外界扰动下的动态轨迹跟踪实验,加入幅值为1、周期为5s的方波信号作为扰动,给定期望轨迹 $x_d = 1.2 \sin t$,延迟 $2.5\pi\tau$ 响应, $y_d =$

$1.2 \sin t, z_d = \sin t$. 仿真结果如图8~图13所示.

图8为 x 通道动态轨迹跟踪曲线,由图中的局部放大图可以看出,PID在初始时刻会出现较大的振荡,HODFC虽然在大部分时间内能够保持稳定输出,

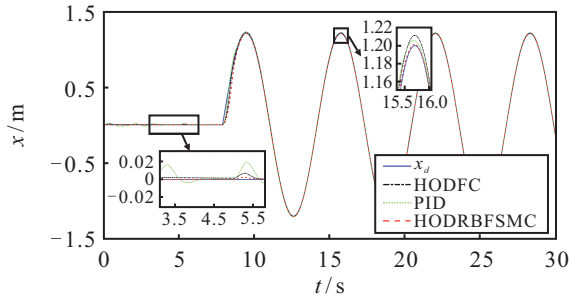


图8 x 通道动态跟踪曲线

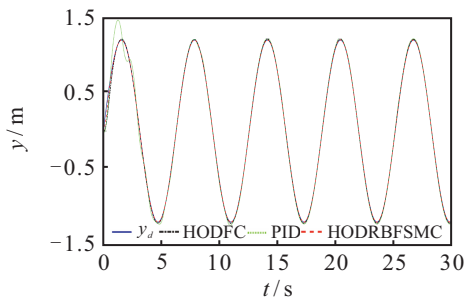


图9 y 通道动态跟踪曲线

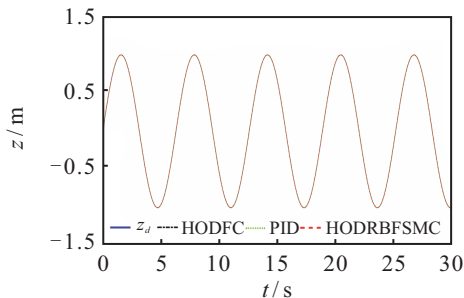


图10 z 通道动态跟踪曲线

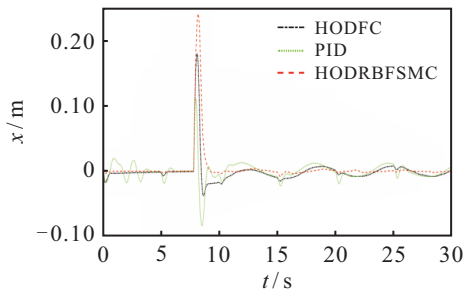


图11 x 通道跟踪误差

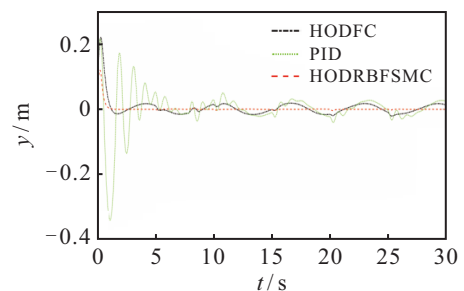


图12 y 通道跟踪误差

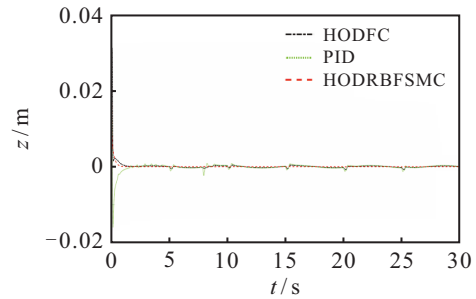


图13 z 通道跟踪误差

但是其跟踪曲线带有一定程度的稳态误差,同时当扰动产生时跟踪曲线会产生小幅度的波动.在曲线的拐点处,PID和HODFC均出现了跟踪不上、跟踪误差较大的现象.而HODRBFSMC能够有效抑制扰动,在扰动产生时跟踪曲线依然较为平稳,跟踪能力较强.图9为 y 通道动态轨迹跟踪曲线,图中PID超调量较大,跟踪效果较差.结合图12给出的误差曲线可以明显看出,PID和HODFC的误差均出现一定程度的振荡,而HODRBFSMC的误差能够渐近收敛到0,受扰动的影响极小.图10为 z 通道动态轨迹跟踪曲线,3种控制器的控制效果都比较理想,但是由图13可见,HODRBFSMC相对于HODFC和PID控制器,控制精度更高,抗干扰能力更强.

为了从数据上直观比较HODRBFSMC、PID和HODFC的控制性能,定义误差积分准则如下:

$$IAE = \int_0^{t_{end}} |e(t)| dt,$$

$$ITAE = \int_0^{t_{end}} t|e(t)| dt. \quad (32)$$

3种控制器的误差指标结果如表4所示.由数据可见,所提出的HODRBFSMC优于PID和HODFC,具有更好的控制效果和更快的收敛速度.

表4 误差指标结果

| | | 控制器 | IAE | ITAE |
|--------|-----------|-----|---------|---------|
| x 通道 | HODRBFSMC | | 0.167 2 | 1.643 7 |
| | HODFC | | 0.244 6 | 3.136 5 |
| | PID | | 0.262 9 | 3.443 5 |
| y 通道 | HODRBFSMC | | 0.069 7 | 0.254 4 |
| | HODFC | | 0.440 2 | 5.024 2 |
| | PID | | 0.980 2 | 8.354 6 |
| z 通道 | HODRBFSMC | | 0.005 5 | 0.021 9 |
| | HODFC | | 0.009 5 | 0.083 2 |
| | PID | | 0.012 9 | 0.117 7 |

图14~图16分别为 z 、 x 、 y 通道中3种控制器的输出量.可以看出,HODRBFSMC控制器在初始时刻的输出量相对于PID和HODFC较大,但也在一个

相对合理的范围内. 随着RBF神经网络权值的更新, HODRBFSMC的控制量能够在较短的时间内趋于稳定, 当扰动发生时, 控制器能够迅速作用, 对扰动进行抑制.

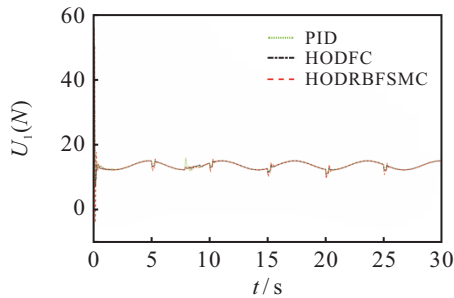


图 14 高度控制量 U_1

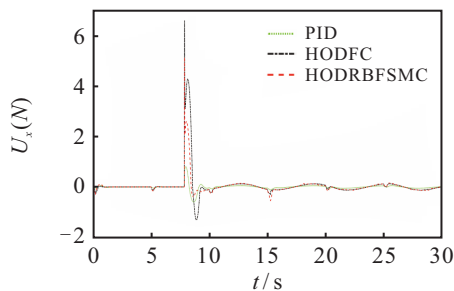


图 15 虚拟控制量 U_x

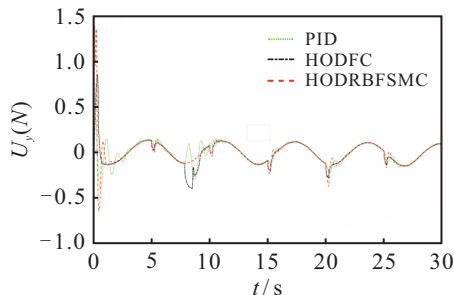


图 16 虚拟控制量 U_y

5 结论

本文以四旋翼飞行器为研究对象, 设计了基于HOD的RBF滑模控制器. HOD能够对系统模型的各阶状态变量进行准确估计, 同时RBF神经网络能够有效估计和补偿系统模型的未知项和外界扰动. 所提出的控制方法不依赖于系统的模型参数, 对于其他高阶非线性系统也有一定的应用价值. 在仿真实验中, 将所提出方法与PID和HODFC方法进行对比, 表明所提出方法具有更出色的轨迹跟踪能力. 在后续的研究工作中, 会将所提出方法进一步用于实际的四旋翼飞行器中进行验证.

参考文献(References)

[1] Qi G Y, Huang D H. Modeling and dynamical analysis of a small-scale unmanned helicopter[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 98(3): 2131-2145.

- [2] 范云生, 曹亚博, 赵永生. 四旋翼飞行器轨迹跟踪控制器的设计与验证[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(3): 741-749.
(Fan Y S, Cao Y B, Zhao Y S. Design and validation of trajectory tracking controller for quadrotor[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(3): 741-749.)
- [3] Ghadiri H, Emami M, Khodadadi H. Adaptive super-twisting non-singular terminal sliding mode control for tracking of quadrotor with bounded disturbances[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 112: 106616.
- [4] Zhang Y, Chen Z Q, Zhang X H, et al. A novel control scheme for quadrotor UAV based upon active disturbance rejection control[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 79: 601-609.
- [5] 张峰, 谢习华. 基于LESO的PID-RSLQR四旋翼姿态控制研究[J]. *信息与控制*, 2020, 49(3): 267-273.
(Zhang F, Xie X H. Linear extended state observer-based PID-robust servo LQR attitude control for quadrotor UAV[J]. *Information and Control*, 2020, 49(3): 267-273.)
- [6] 张钊, 杨忠, 段雨潇, 等. 主动变形四旋翼自抗扰飞行控制方法[J]. *控制理论与应用*, 2021, 38(4): 444-456.
(Zhang Z, Yang Z, Duan Y X, et al. Active disturbance rejection control method for actively deformable quadrotor[J]. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(4): 444-456.)
- [7] 刘一莎, 杨晟萱, 王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1351-1360.
(Liu Y S, Yang S X, Wang W. An active disturbance-rejection flight control method for quad-rotor unmanned aerial vehicles[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1351-1360.)
- [8] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰fal函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用[J]. *控制与决策*, 2018, 33(10): 1901-1907.
(Chen Z W, Zhang Z Z, Cao Y J. Fal function improvement of ADRC and its application in quadrotor aircraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(10): 1901-1907.)
- [9] Qi G Y, Li X, Chen Z Q. Problems of extended state observer and proposal of compensation function observer for unknown model and application in UAV[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 2899-2910.
- [10] Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z. Model-free control of affine chaotic systems[J]. *Physics Letters A*, 2005, 344(2/3/4): 189-202.
- [11] Qi G Y, Ma S L, Guo X T, et al. High-order differential feedback control for quadrotor UAV: Theory and experimentation[J]. *Electronics*, 2020, 9(12): 2001.
- [12] 李霞, 齐国元, 郭曦彤, 等. 高阶微分反馈控制及在

- 四旋翼飞行器中的应用[J]. 航空学报, DOI: 10.7527/S1000-6893.2021.26047.
(Li X, Qi G Y, Guo X T, et al. High-order differential feedback control and its application in quadrotor UAV[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, DOI: 10.7527/S1000-6893.2021.26047.)
- [13] 陈志明, 牛康, 李磊, 等. 基于BSP-ANN的四旋翼无人机轨迹跟踪方法[J]. 航空学报, 2018, 39(6): 321924.
(Chen Z M, Niu K, Li L, et al. Trajectory tracking method for quadrotor UAV based on BSP-ANN[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(6): 321924.)
- [14] Yu Y S, Ding X L. A quadrotor test bench for six degree of freedom flight[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2012, 68(3/4): 323-338.
- [15] 闵黎. 四旋翼无人机改进型自抗扰控制研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2021.
(Min L. Research on improved active disturbance rejection control of quadrotor[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021.)
- [16] Zhao B, Xian B, Zhang Y, et al. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(5): 2891-2902.
- [17] Bi H Y, Qi G Y, Hu J B. Modeling and analysis of chaos and bifurcations for the attitude system of a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Complexity, 2019, 2019: 6313925.
- [18] Qi G Y, Chen Z Q, Yuan Z Z. Adaptive high order differential feedback control for affine nonlinear system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 37(1): 308-315.
- [19] 齐国元, 陈增强, 薛薇, 等. 一类新型非线性随机系统微分状态估计器和控制器[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 693-696.
(Qi G Y, Chen Z Q, Xue W, et al. A new differential state estimator and controller for nonlinear stochastic system[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 693-696.)
- [20] 王建敏, 董小萌, 吴云洁. 高超声速飞行器RBF神经网络滑模变结构控制[J]. 电机与控制学报, 2016, 20(5): 103-110.
(Wang J M, Dong X M, Wu Y J. Hypersonic flight vehicle of sliding mode variable structure control based on RBF neural network[J]. Electric Machines and Control, 2016, 20(5): 103-110.)
- [21] Wang C, Song B F, Huang P F, et al. Trajectory tracking control for quadrotor robot subject to payload variation and wind gust disturbance[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2016, 83(2): 315-333.
- [22] 李霞, 陈奕梅. 四旋翼飞行器降阶自抗扰控制[J]. 电光与控制, 2019, 26(10): 43-48.
(Li X, Chen Y M. Reduced-order active disturbance rejection control for quad-rotor aircraft[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(10): 43-48.)
- [23] 李慧洁, 蔡远利. 基于双幂次趋近律的滑模控制方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(3): 498-502.
(Li H J, Cai Y L. Sliding mode control with double power reaching law[J]. Control and Decision, 2016, 31(3): 498-502.)

作者简介

费春国(1974—), 男, 副教授, 博士, 从事电力负载优化和电力故障诊断、智能优化理论等研究, E-mail: fchunguo@163.com;

秦俊杰(1997—), 男, 硕士生, 从事非线性系统控制算法的研究, E-mail: 390349734@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)