

控制与决策

Control and Decision

一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法

戴邵武, 赵超轮, 李飞, 韩旭, 赵国荣

引用本文:

戴邵武, 赵超轮, 李飞, 韩旭, 赵国荣. 一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 706–714.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0382>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于分布式模型预测控制的无人机编队控制](#)

Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm

控制与决策. 2022, 37(7): 1763–1771 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0447>

[基于屏障控制函数的轮式机器人系统多目标分布式协同控制](#)

Multi-objective control of wheeled robot system using control barrier functions

控制与决策. 2022, 37(9): 2235–2244 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0309>

[基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制](#)

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy

控制与决策. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

[分布式无人机的时变编队非线性控制设计](#)

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

[大规模固定翼无人机集群编队控制方法](#)

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms

控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法

戴邵武^{1†}, 赵超轮¹, 李飞¹, 韩旭², 赵国荣¹

(1. 海军航空大学, 山东烟台 264001; 2. 91001 部队, 北京 100000)

摘要: 针对多无人机在编队飞行过程中需满足机间避碰、通信、避障等约束的问题, 设计一种考虑多约束的分布式模型预测控制算法, 使无人机编队在满足上述约束的前提下, 实现轨迹跟踪、队形保持. 首先, 在不考虑通信时延、外界干扰、噪声的情况下, 以四旋翼为控制对象, 建立线性时不变的单机及编队运动模型; 然后, 在考虑状态约束、输入约束、机间避碰、机间通信、避障等多种约束的情况下, 以轨迹跟踪、队形保持为控制目标, 基于虚拟领航策略设计一种分布式模型预测控制算法; 接着, 对优化问题的可行性以及编队系统的渐近稳定性进行分析, 其中算法的终端部分设计、相容性约束设计是保证系统稳定的关键; 最后, 利用 6 架无人机仿真验证所提出控制算法的有效性.

关键词: 无人机; 四旋翼; 编队控制; 分布式控制; 模型预测控制; 虚拟领航法

中图分类号: V249; V279 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0382

引用格式: 戴邵武, 赵超轮, 李飞, 等. 一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 706-714.

An algorithm of model predictive control for formation control of a multi-UAV system considering multiple constraints

DAI Shao-wu^{1†}, ZHAO Chao-lun¹, LI Fei¹, HAN Xu², ZHAO Guo-rong¹

(1. Naval Aviation University, Yantai 264001, China; 2. PLA 91001 Unit, Beijing 100000, China)

Abstract: In the process of formation flight, multiple UAVs have to meet the constraints of collision avoidance between the UAVs, communication distance, and obstacle avoidance. In order to realize trajectory tracking and formation keeping of a multi-UAV system on the premise of meeting the above constraints, a distributed model predictive control algorithm considering multiple constraints is designed. Firstly, the linear time-invariant motion models of the single UAV and formation system are established without considering the communication time delay, external interference and noise. Then, the distributed model predictive control algorithm is designed based on the virtual leader strategy, considering various constraints such as state constraints, input constraints, obstacle avoidance, collision avoidance and communication between individuals, with trajectory tracking and formation keeping as the control objectives. Furthermore, the feasibility of the optimization problem and the asymptotic stability of the formation system are analyzed, the keys to ensure the stability of the system are the designs of the terminal part and compatibility constraints of the algorithm. Finally, the effectiveness of the control algorithm is verified by the simulation of six UAVs.

Keywords: UAV; quadrotor; formation control; distributed control; model predictive control; virtual leader method

0 引言

多无人机协同编队控制问题是多无人机协同执行任务中的重要子问题^[1-4]. 协同编队控制是指根据任务要求, 在满足平台性能、战场环境等约束的情况下, 保证多无人机形成并保持一定的几何构型的原理、方法和技术. 这里涉及的约束一般包括无人机状

态和输入约束、机间避碰约束、机间通信约束、避障约束等^[5-6]. 科研人员针对该问题进行了较为深入的研究, 提出了很多可行的方法^[7-9]. 其中分布式模型预测控制(distributed model predictive control, DMPC)方法^[10-12]在众多方法中独树一帜, 这是因为其既具有模型预测控制方法显式处理约束、抑制干扰、滚动

收稿日期: 2022-03-14; 录用日期: 2022-07-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903374); 中国博士后科学基金项目(2019M653928).

责任编辑: 牛玉刚.

[†]通讯作者. E-mail: 792936421@qq.com.

*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

优化等优势,又具有分布式结构计算量小、鲁棒性强、灵活性好等特点,故在解决协同编队控制问题上优势明显,成果颇丰^[13-16].

利用DMPC方法解决多无人机协同编队控制问题,其难点在于要保证所设计的DMPC算法能够使优化问题递归可行、系统渐近稳定.考虑到计算成本、通信成本以及无人机快速性的特点,所设计的DMPC算法一般采用非迭代、并行的计算方式^[13-15],即在一个采样周期内无人机间只能交互一次信息,且所有无人机同时求解优化问题.这种情况下,无人机间实时交互的信息通常包含假设信息,由于假设信息与真实信息之间存在不确定性偏差,导致优化问题递归可行性和系统渐近稳定性难以得到保证.

针对上述难点,科研人员提出了在优化问题中引入相容性约束的思路.该约束要求每个子系统当前时刻的预测状态轨迹不能偏离上一时刻计算得到的最优状态轨迹太远,增加了假设信息的可靠性.如Dunbar等^[17]设计了与更新周期相关的相容性约束,在仅考虑输入约束的情况下,将多个非线性系统以协作的方式稳定到一个平衡点;Wang等^[18]通过引入位置和状态两种相容性约束,提出了一种考虑输入、状态约束及机间避碰约束的DMPC算法,解决了线性多智能体系统跟踪与编队问题;Dai等^[19]在考虑输入、状态、机间避碰约束及避障约束的情况下,通过设计相容性约束,将多个线性智能体稳定到一个平衡点.但上述文献并没有考虑机间通信约束.

结合上述研究成果,本文基于虚拟领航策略,为四旋翼无人机编队设计一种考虑多约束的分布式模型预测控制算法,使得无人机编队能够在多约束下完成轨迹跟踪、队形保持任务.相较于文献[18-19],本文所设计的DMPC算法具有如下创新点:

1) 所考虑的约束条件更为全面.除了考虑文献[18]提到的平台状态、输入、机间避碰约束,文献[19]提到的避障约束外,还考虑了机间通信约束.

2) 所设计的代价函数更具有普适性.代价函数中各项的权重均采用对称正定矩阵来表示,相较于文献[18-19]中部分项的权重采用常数表示,本文算法普适性更强.

3) 结合1)和2)的特点,设计了一种改进的相容性约束,并给出优化问题递归可行性、系统渐近稳定性的证明.

符号说明: $N_v = \{1, 2, \dots, N_v\}$ 表示所有无人机集合, $N_v \setminus \{i\}$ 表示除 UAV_{*i*} 以外的其他所有无人机集合; $I_n \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示 n 维单位矩阵, $O_n \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表

示 $n \times n$ 维零矩阵, $\mathbf{0}$ 表示具有合适维数的零向量;对于矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{P} > 0$ 和 $\mathbf{P} < 0$ 分别表示 \mathbf{P} 为正定矩阵和负定矩阵;对于向量 \mathbf{x} 和正定矩阵 \mathbf{P} , $\|\mathbf{x}\|$ 和 $\|\mathbf{x}\|_p$ 分别表示 \mathbf{x} 的2-范数和权重 \mathbf{P} 下的2-范数,即 $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$, $\|\mathbf{x}\|_p = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}}$.

1 系统模型

由于重点研究四旋翼编队的运动协调问题,且侧重其三维平移运动过程,在系统建模时对四旋翼模型合理简化,重点描述其平移运动的运动学特征.单机及编队的运动模型建模如下.

1.1 单机运动模型

假设无人机编队中共有 N_v 架四旋翼,无人机间动力学解耦,忽略风的阻力.目前市面上的四旋翼一般会配备自动驾驶仪,将速度指令输入给自动驾驶仪后,能够自动控制四旋翼跟踪给定的速度指令.在此基础上,第 i 架无人机的质心运动模型可以近似描述为如下连续时间线性时不变形式^[20]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i, \\ \dot{\mathbf{v}}_i = -l_v(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i^c). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N_v$ 为无人机编号; $\mathbf{p}_i = [x_i, y_i, z_i]^T \in \mathbf{R}^3$ 为无人机在惯性系下的三维位置向量,单位 m; $\mathbf{v}_i = [v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}]^T \in \mathbf{R}^3$ 为无人机在惯性系下的速度向量,单位 m/s; $\mathbf{v}_i^c = [v_{ix}^c, v_{iy}^c, v_{iz}^c]^T \in \mathbf{R}^3$ 为速度指令; $l_v > 0$ 为控制增益,用于表征四旋翼速度响应的滞后效应.

取状态量 $\mathbf{x}_i = [(\mathbf{p}_i)^T, (\mathbf{v}_i)^T]^T \in \mathbf{R}^6$, 控制输入量 $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i^c \in \mathbf{R}^3$, 则式(1)的状态空间形式为 $\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{B}\mathbf{u}_i$, 即

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_i \\ \dot{\mathbf{v}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & -l_v \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 \\ l_v \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}_i. \quad (2)$$

式(2)离散化描述为

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}_i(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}_i(k). \quad (3)$$

其中: 系数矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & a\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{O}_3 & b\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, $a = -(e^{-l_v T} - 1)/l_v$, $b = e^{-l_v T}$, T 为采样时间, $\mathbf{H} = \left(\int_0^T e^{\mathbf{A}t} dt \right) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} c\mathbf{I}_3 \\ d\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 3}$, $c = (e^{-l_v T} + l_v T - 1)/l_v$, $d = 1 - e^{-l_v T}$.

状态和控制输入满足如下约束:

$$\mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i \triangleq \{\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^6 \mid \mathbf{E}_{n_x} \mathbf{x}_i \leq \bar{x}_{i,n_x}\}, \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_i \in \mathcal{U}_i \triangleq \{\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{E}_{n_u} \mathbf{u}_i \leq \bar{u}_{i,n_u}\}. \quad (5)$$

其中: $n_x = 1, 2, \dots, 6$, $\mathbf{E}_{n_x} \in \mathbf{R}^{1 \times 6}$ 表示第 n_x 项为1

其余项为0的行向量; $n_u = 1, 2, 3$, $\mathbf{E}_{n_u} \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ 表示第 n_u 项为1其余项为0的行向量; 式(4)和(5)表示对状态、输入向量的各个分量进行限制, \bar{x}_{i,n_x} 、 \bar{u}_{i,n_u} 为各分量绝对值的上限.

在虚拟领航策略中, 虚拟领航机 UAV_r 的作用是为所有真实无人机预先提供参考状态轨迹和参考输入, 即真实无人机根据 UAV_r 的状态轨迹以及给定的期望相对状态可得到自身期望状态轨迹. UAV_r 具有与真实无人机相同的数学模型, 即

$$\mathbf{x}_r(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{x}_r(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}_r(k). \quad (6)$$

其中: $\mathbf{x}_r = [(\mathbf{p}_r)^\top, (\mathbf{v}_r)^\top]^\top$, \mathbf{x}_r 、 \mathbf{u}_r 满足约束(4)和(5).

1.2 编队运动模型

将 N_v 架无人机构成的集合称为编队系统, 定义编队系统的状态量 $\tilde{\mathbf{x}} = [(\mathbf{x}_1)^\top, \dots, (\mathbf{x}_{N_v})^\top]^\top$, 控制输入量 $\tilde{\mathbf{u}} = [(\mathbf{u}_1)^\top, \dots, (\mathbf{u}_{N_v})^\top]^\top$, 得到线性时不变编队系统模型, 其离散形式为

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{u}}(k). \quad (7)$$

其中: $\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{I}_{N_v} \otimes \mathbf{G}$, 符号 \otimes 表示 Kronecker 积, $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{I}_{N_v} \otimes \mathbf{H}$.

2 问题描述

假设1 所有真实无人机预知虚拟领航机的状态信息、期望相对状态信息以及障碍物信息.

假设2 真实无人机之间采用全连通的通信拓扑结构, 在一个采样周期内, 各真实无人机能够实时、无时延地获取其他无人机发送的信息.

假设3 不考虑外界干扰、噪声、空气阻力等对无人机动态的影响.

控制目标: 无人机编队系统在满足自身状态、输入约束以及机间避碰、机间通信距离、避障约束的前提下, 按照期望的相对位置跟踪虚拟领航机, 并保持预定的队形飞行.

数学描述如下:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{p}_r(k) - \mathbf{p}_i(k)) = \mathbf{d}_{ir}; \quad (8)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{p}_j(k) - \mathbf{p}_i(k)) = \mathbf{d}_{ij}, \quad \forall j \in \mathbf{N}_i; \quad (9)$$

$$\|\mathbf{p}_j(k) - \mathbf{p}_i(k)\| \geq 2R, \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}, k \geq 0; \quad (10)$$

$$\|\mathbf{p}_j(k) - \mathbf{p}_i(k)\| \leq C, \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}, k \geq 0; \quad (11)$$

$$\|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_i(k)\| \geq R + R_o, \quad \forall o \in \mathbf{N}_o, k \geq 0. \quad (12)$$

其中: 式(8)表示无人机能够跟踪虚拟领航机, \mathbf{d}_{ir} 为 UAV_r 与 UAV_i 间的期望相对位置; 式(9)表示多无人机能够保持队形飞行, \mathbf{d}_{ij} 为 UAV_i 与 UAV_j 间期望的相对位置, $\mathbf{N}_i = \{j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\} | J_i \text{ 中包含 UAV}_j \text{ 的信息}\}$ 表示 UAV_i 的邻居集, J_i 表示 UAV_i 的代价函

数, 要求若 $j \in \mathbf{N}_i$, 则 $i \in \mathbf{N}_j$; 式(10)表示机间避碰约束, R 为无人机的安全半径; 式(11)表示机间通信距离约束, C 为无人机的最大通信半径; 式(12)表示无人机避免与固定障碍物碰撞的约束, 这里将障碍物简化为球体, \mathbf{p}_o 为障碍物 o 的球心位置, R_o 为障碍物半径, \mathbf{N}_o 为所有障碍物集合.

注1 为避免矛盾, \mathbf{d}_{ij} 和 $\mathbf{p}_r(k)$ 的设计应满足

$$\mathbf{d}_{ij} = \mathbf{d}_{ir} - \mathbf{d}_{jr}, \quad 2R < \|\mathbf{d}_{ij}\| < C, \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\};$$

$$\|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_r(k) + \mathbf{d}_{ir}\| > R + R_o, \quad \forall o \in \mathbf{N}_o.$$

根据控制目标, 设计单机 UAV_i 的代价函数为

$$J_i(k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r) = \sum_{l=0}^{N-1} L_i(k+l|k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r) + L_{if}(k+N|k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_r). \quad (13)$$

其中

$$L_i(k+l|k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r) = \|\mathbf{x}_{ir}(k+l|k)\|_{\mathbf{Q}_i}^2 + \|\mathbf{u}_{ir}(k+l|k)\|_{\mathbf{S}_i}^2 + \sum_{j \in \mathbf{N}_i} \|\mathbf{x}_{ij}(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2, \quad (14)$$

$$L_{if}(k+N|k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_r) = \|\mathbf{x}_{ir}(k+N|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2. \quad (15)$$

这里: \mathbf{x}_{-i} 表示 UAV_i 邻居集 \mathbf{N}_i 内所有 UAV 的状态, $\mathbf{u}_{ir}(k+l|k) = \mathbf{u}_i(k+l|k) - \mathbf{u}_r(k+l)$, $\mathbf{x}_{ir}(k+l|k) = \mathbf{x}_i(k+l|k) - \mathbf{x}_r(k+l) + \mathbf{d}_{ir}^x$, $\mathbf{x}_{ij}(k+l|k) = \mathbf{x}_i(k+l|k) - \mathbf{x}_j(k+l|k) + \mathbf{d}_{ij}^x$, $\mathbf{d}_{ir}^x = [(\mathbf{d}_{ir})^\top, \mathbf{0}]^\top \in \mathbf{R}^6$, $\mathbf{d}_{ij}^x = [(\mathbf{d}_{ij})^\top, \mathbf{0}]^\top \in \mathbf{R}^6$ 表示期望的相对状态, $\mathbf{x}_i(k+l|k)$ 表示 UAV_i 在 k 时刻预测的 $k+l$ 时刻的状态值. 注意代价函数(13)中的 $j \in \mathbf{N}_i$, 权重 \mathbf{Q}_i 、 \mathbf{S}_i 、 \mathbf{G}_i 、 \mathbf{P}_i 为对称正定矩阵, N 为预测时域长度. 式(15)为终端代价函数.

将单机代价函数(13)求和, 得到编队系统代价函数为

$$J_\Sigma(k) = \sum_{i \in \mathbf{N}_v} J_i(k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r). \quad (16)$$

对于 UAV_i, 其优化问题描述如下.

问题1 在采样时刻 k , UAV_i 从 $\mathbf{x}_i(k|k)$ 出发求解预测时域长度为 N 的优化控制问题 \mathcal{P}_i , 可表示为

$$\min_{\mathcal{U}_i(k)} J_i(k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r). \quad (17)$$

对于 $l = 1, 2, \dots, N-1$, 有

$$\text{s.t. } \mathbf{x}_i(k+l+1|k) = \mathbf{G}\mathbf{x}_i(k+l|k) + \mathbf{H}\mathbf{u}_i(k+l|k);$$

$$\mathbf{x}_i(k+l|k) \in \mathcal{X}_i;$$

$$\mathbf{u}_i(k+l|k) \in \mathcal{U}_i;$$

$$\|\mathbf{p}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \geq 2R, \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\};$$

$$\begin{aligned}
& \|\mathbf{p}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \leq C, \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}; \\
& \|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \geq R + R_o, \forall o \in \mathbf{N}_o; \\
& \mathbf{x}_i(k|k) = \mathbf{x}_i(k); \\
& \mathbf{x}_i(k+N|k) \in \Omega_i.
\end{aligned} \quad (18)$$

即求解出满足约束(18)的控制输入序列 $U_i(k) = \{\mathbf{u}_i(k|k), \mathbf{u}_i(k+1|k), \dots, \mathbf{u}_i(k+N-1|k)\}$, 使得代价函数(13)最小. 其中 $\mathbf{x}_i(k|k) = \mathbf{x}_i(k)$ 表示将 k 时刻当前状态作为该时刻优化问题的初始状态; Ω_i 为终端集, 其相关设计将在第3节介绍.

由于 UAV_{*i*} 在采样时刻 k 不能实时获取其他无人机真实的预测状态 $\mathbf{x}_j(k+l|k)$ 、 $\mathbf{p}_j(k+l|k)$, 故问题1无法实现多无人机优化问题的同步解算, 为解决此问题, 引入假设的预测控制输入、假设的预测状态.

3 DMPC 设计

在同步式 DMPC 中, 要求所有无人机能够在同一采样时间内同步地求解各自的优化问题, 获得当前时刻最优的预测控制输入序列. 为避免混淆, 在预测时域 $[k, k+N]$ 内, 状态、输入变量符号见表1.

表1 输入、状态符号表

符号	变量名称	符号	变量名称
$\mathbf{u}_i(k)$	实际控制输入	$\mathbf{x}_i(k)$	实际状态
$\mathbf{u}_i(k+l k)$	真实的预测控制输入	$\mathbf{x}_i(k+l k)$	真实的预测状态
$\hat{\mathbf{u}}_i(k+l k)$	假设的预测控制输入	$\hat{\mathbf{x}}_i(k+l k)$	假设的预测状态
$\mathbf{u}_i^*(k+l k)$	最优的预测控制输入	$\mathbf{x}_i^*(k+l k)$	最优的预测状态

一般地, 假设的预测控制输入序列由上一时刻最优的预测控制输入序列与终端控制输入构成, 即

$$\begin{aligned}
& \hat{\mathbf{u}}_i(k+l|k) = \\
& \begin{cases} \mathbf{u}_i^*(k+l|k-1), l=0, 1, \dots, N-2; \\ \mathbf{u}_i^\kappa(k-1+N|k-1), l=N-1. \end{cases} \quad (19)
\end{aligned}$$

其中终端控制输入设计为

$$\begin{aligned}
& \mathbf{u}_i^\kappa(k-1+N|k-1) = \\
& \mathbf{K}_i \mathbf{x}_{ir}^*(k-1+N|k-1) + \mathbf{u}_r(k-1+N). \quad (20)
\end{aligned}$$

这里: \mathbf{K}_i 为终端反馈增益, 用上标 κ 表示进入终端集的状态和相应的控制输入; $\mathbf{x}_{ir}^*(k-1+N|k-1) = \mathbf{x}_{ir}^\kappa(k-1+N|k-1)$. 由式(19)得到相应假设的预测状态, 即

$$\begin{aligned}
& \hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k) = \\
& \begin{cases} \mathbf{x}_i^*(k+l|k-1), l=0, 1, \dots, N-1; \\ \mathbf{x}_i^\kappa(k+N|k-1), l=N. \end{cases} \quad (21)
\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{x}_i^\kappa(k+N|k-1) = \mathbf{G} \mathbf{x}_i^*(k-1+N|k-1) + \mathbf{H} \mathbf{u}_i^\kappa(k-1+N|k-1)$.

因为假设的预测状态 $\hat{\mathbf{x}}_j(k+l|k)$ 是 UAV_{*j*} 基于其上一时刻的量求解得到的, 所以能够被 UAV_{*i*} 在 k 时刻实时获取, 用 $\hat{\mathbf{x}}_j(k+l|k)$ 代替问题1中的 $\mathbf{x}_j(k+l|k)$ 便可以实现优化问题的同步求解.

3.1 终端部分设计

终端部分包括终端代价函数、终端控制输入、终端集, 是保证系统稳定的关键. k 时刻的终端代价函数设计见式(15), 终端控制输入可由式(20)得到, 即

$$\mathbf{u}_i^\kappa(k+N|k) = \mathbf{K}_i \mathbf{x}_{ir}^*(k+N|k) + \mathbf{u}_r(k+N). \quad (22)$$

终端集设计为

$$\Omega_i = \{\mathbf{x}_i(k+N|k) \mid \|\mathbf{x}_{ir}(k+N|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2 \leq \delta_i\}. \quad (23)$$

为了便于设计 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i , 定义 $\mathbf{X}_i = \delta_i \mathbf{P}_i^{-1} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 、 $\mathbf{Y}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{X}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$, 则 $\|\mathbf{x}_{ir}(k+N|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2 \leq \delta_i$ 等价于 $\|\mathbf{x}_{ir}(k+N|k)\|_{\mathbf{X}_i^{-1}}^2 \leq 1$. 注意到 \mathbf{X}_i 为正定对称矩阵.

定理1 在满足假设1~假设3的条件下, 对于无人机编队系统(7), 若单机代价函数采用式(13), 终端部分采用式(15)、(22)、(23)所述形式, 通过设计 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i 、 δ_i , 使得对于 $\forall l \geq N$, 下列条件满足:

- 1) $\|\mathbf{X}_i^{1/2} \mathbf{E}_{n_x}^\top\| \leq \bar{x}_{i, n_x} - \bar{x}_{ir, n_x}, \forall n_x = 1, 2, \dots, 6, \bar{x}_{ir, n_x} = \max_l |\mathbf{E}_{n_x}(\mathbf{x}_r(k+l) - \mathbf{d}_{ir}^x)|$;
- 2) $\|\mathbf{X}_i^{-1/2} \mathbf{Y}_i^\top \mathbf{E}_{n_u}^\top\| \leq \bar{u}_{i, n_u} - \bar{u}_{ir, n_u}, \forall n_u = 1, 2, 3, \bar{u}_{ir, n_u} = \max_l |\mathbf{E}_{n_u} \mathbf{u}_r(k+l)|$;
- 3) $\frac{1}{D_i^2} \mathbf{L}^\top \mathbf{L} \leq \mathbf{X}_i^{-1}, D_i = \min\{D_{i1}, D_{i2}, D_{i3}\}$,

$$D_{i1} = \min_{j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}} \frac{\|\mathbf{d}_{ij}\| - 2R}{2},$$

$$D_{i2} = \min_{j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}} \frac{C - \|\mathbf{d}_{ij}\|}{2},$$

$$D_{i3} =$$

$$\min_{o \in \mathbf{N}_o, l} (\|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_r(k+l) + \mathbf{d}_{ir}\| - (R + R_o)),$$

$$\mathbf{L} = [\mathbf{I}_3, \mathbf{O}_3] \in \mathbf{R}^{3 \times 6};$$

$$4) \mathbf{Q}_i + \mathbf{K}_i^\top \mathbf{S}_i \mathbf{K}_i + \sum_{j \in \mathbf{N}_i} 2(\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_j) +$$

$$(\mathbf{G} + \mathbf{H} \mathbf{K}_i)^\top \mathbf{P}_i (\mathbf{G} + \mathbf{H} \mathbf{K}_i) - \mathbf{P}_i \leq 0. \quad (24)$$

则对于 $\forall \mathbf{x}_i \in \Omega_i$ 及相应的终端控制输入 \mathbf{u}_i^κ , 满足式(18)所述的状态约束、控制输入约束、机间避碰、机间通信、避障约束, Ω_i 为正不变集, 同时下述关系成立:

$$\tilde{\mathbf{L}}_i \leq 0. \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned}
& \tilde{\mathbf{L}}_i = \\
& \sum_{i \in \mathbf{N}_v} [L_i(k+N|k, \mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_{-i}^*, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i^\kappa, \mathbf{u}_r) +
\end{aligned}$$

$$L_{if}(k+1+N|k, \mathbf{x}_i^k, \mathbf{x}_r) - L_{if}(k+N|k, \mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_r) = \sum_{i \in \mathbf{N}_v} \left[\|\mathbf{x}_{ir}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{Q}_i}^2 + \|\mathbf{u}_{ir}^k(k+N|k)\|_{\mathbf{S}_i}^2 + \sum_{j \in \mathbf{N}_i} \|\mathbf{x}_{ij}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 + \|\mathbf{x}_{ir}^k(k+N+1|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2 - \|\mathbf{x}_{ir}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2 \right].$$

证明过程与文献[18]类似. 注意证明式(25)时有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_{ij}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 &= \\ \|\mathbf{x}_{ir}^*(k+N|k) - \mathbf{x}_{jr}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 &\leq \\ 2\|\mathbf{x}_{ir}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 + 2\|\mathbf{x}_{jr}^*(k+N|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2. \end{aligned}$$

条件1)~条件3)可分别转化为LMI形式,即

$$-(\bar{x}_{i,n_x} - \bar{x}_{ir,n_x})^2 + \mathbf{E}_{n_x} \mathbf{X}_i \mathbf{E}_{n_x}^T \leq 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i & (\mathbf{E}_{n_u} \mathbf{Y}_i)^T \\ \mathbf{E}_{n_u} \mathbf{Y}_i & -(\bar{u}_{i,n_u} - \bar{u}_{ir,n_u})^2 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i & (\mathbf{L} \mathbf{X}_i)^T \\ \mathbf{L} \mathbf{X}_i & -D_i^2 \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \leq 0. \quad (28)$$

令 $\mathbf{M}_i = \sum_{j \in \mathbf{N}_i} 2(\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_j)$, 用 \mathbf{X}_i 、 \mathbf{Y}_i 代替 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i , 则条件4)转化为LMI形式为

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i & (\mathbf{G} \mathbf{X}_i + \mathbf{H} \mathbf{Y}_i)^T (\mathbf{Q}_i \mathbf{X}_i)^T (\mathbf{S}_i \mathbf{Y}_i)^T (\mathbf{M}_i \mathbf{X}_i)^T \\ \mathbf{G} \mathbf{X}_i + \mathbf{H} \mathbf{Y}_i & -\mathbf{X}_i & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{Q}_i \mathbf{X}_i & 0 & -\delta_i \mathbf{Q}_i & 0 & 0 \\ \mathbf{S}_i \mathbf{Y}_i & 0 & 0 & -\delta_i \mathbf{S}_i & 0 \\ \mathbf{M}_i \mathbf{X}_i & 0 & 0 & 0 & -\delta_i \mathbf{M}_i \end{bmatrix} \leq 0. \quad (29)$$

为了获取最大范围的终端域, 可通过求解下述LMI优化问题^[18]得到 \mathbf{X}_i 、 \mathbf{Y}_i 、 δ_i , 从而得到 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i :

$$\max_{\mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i, \delta_i} \text{trace}(\mathbf{X}_i); \text{ s.t. 式(26) ~ (29)}. \quad (30)$$

3.2 相容性约束设计

用 $\hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k)$ 代替 $\mathbf{x}_i(k+l|k)$ 能够实现多无人机优化问题的同步求解, 但这种替换会对机间通信、机间避碰约束及系统稳定性产生一定的影响. 为消除这一影响, 本节引入两个相容性约束: 一是位置相容性约束, 其作用是保证替换后, 机间避碰、通信约束仍然能够被满足, 详见第3.3节; 二是状态相容性约束, 其作用是保证系统的稳定性, 详见第4节.

对于 UAV_{*i*}, 当 $l = 1, 2, \dots, N-1$ 时, 位置相容性约束为

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{p}}_i(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &= \\ \|\boldsymbol{\varepsilon}_i^p(k+l|k)\| &\leq \mu_i(k+l|k), \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\mu_i(k+l|k) = \min_{j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}} \mu_{ij}(k+l|k). \quad (32)$$

设计

$$\mu_{ij}(k+l|k) =$$

$$\min \left\{ \frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \hat{\mathbf{p}}_i(k+l|k)\| - 2R, \frac{1}{2} |C - \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \hat{\mathbf{p}}_i(k+l|k)\| \right\}, \quad (33)$$

注意到 $0 \leq \mu_{ij}(k+l|k) \leq C$.

状态相容性约束为

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k) - \mathbf{x}_i(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i} &= \\ \|\boldsymbol{\varepsilon}_i^x(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i} &\leq \nu_i(k). \end{aligned} \quad (34)$$

其中

$$\nu_i(k) = \frac{\sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i} - b_i}{2a_i},$$

$$a_i = \sum_{j \in \mathbf{N}_i} (1 + 2\beta_{ji}), \quad b_i = \sum_{j \in \mathbf{N}_i} 2\varphi_{ji}(k) \sqrt{\beta_{ji}},$$

$$c_i = -\frac{\gamma \|\mathbf{x}_{ir}(k|k)\|_{\mathbf{Q}_i}^2}{N-1}, \quad 0 < \gamma < 1, \quad \mathbf{G}_j = \beta_{ji} \mathbf{G}_i,$$

$$\varphi_{ij}(k) =$$

$$\max_{l=1,2,\dots,N-1} \|\hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k) - \hat{\mathbf{x}}_j(k+l|k) + \mathbf{d}_{ij}^x\|_{\mathbf{G}_i}.$$

(35)

注2 在位置相容性约束中, $j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$; 在状态相容性约束中, $j \in \mathbf{N}_i$, γ 为收敛速度参数. 可知 γ 越小, 收敛速度越快, 但也使得 $\nu_i(k)$ 越小, 导致控制性能有所下降^[18].

3.3 机间避碰、通信约束设计

用 $\hat{\mathbf{x}}_j(k+l|k)$ 代替 $\mathbf{x}_j(k+l|k)$ 后, 问题1中描述的机间避碰、通信约束不再适用, 需要结合位置相容性约束进行修改.

对于机间避碰约束, 结合式(31), 有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{p}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &= \\ \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \boldsymbol{\varepsilon}_j^p(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &\geq \\ \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| - \|\boldsymbol{\varepsilon}_j^p(k+l|k)\| &\geq \\ \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| - \mu_{ij}(k+l|k), \end{aligned}$$

因此, 机间避碰约束得以满足的充分条件为

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &\geq 2R + \mu_{ij}(k+l|k), \\ \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}, \quad l = 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (36)$$

对于通信约束, 同理有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{p}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &\leq \\ \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| + \mu_{ij}(k+l|k), \end{aligned}$$

因此, 通信约束得以满足的充分条件为

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| &\leq C - \mu_{ij}(k+l|k), \\ \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}, \quad l = 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (37)$$

3.4 算法流程

根据第3.1~3.3节的具体设计,最终得到可以实现所有无人机同步解算的分布式优化问题,即问题2.

问题2 在采样时刻 k , UAV $_i$ 从 $\mathbf{x}_i(k|k)$ 出发求解时域长度为 N 的优化控制问题 \mathcal{P}_i ,可表示为

$$J_i^*(k, \mathbf{x}_i^*, \hat{\mathbf{x}}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i^*, \mathbf{u}_r) = \min_{U_i(k)} J_i(k, \mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r). \quad (38)$$

其中

$$J_i(k, \mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{-i}, \mathbf{x}_r, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_r) = \sum_{l=0}^{N-1} \left(\|\mathbf{x}_{ir}(k+l|k)\|_{\mathbf{Q}_i}^2 + \|\mathbf{u}_{ir}(k+l|k)\|_{\mathbf{S}_i}^2 + \sum_{j \in \mathbf{N}_i} \|\hat{\mathbf{x}}_{ij}(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 \right) + \|\mathbf{x}_{ir}(k+N|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2.$$

对于 $l = 1, 2, \dots, N-1$,有

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \mathbf{x}_i(k+l+1|k) = \mathbf{G}\mathbf{x}_i(k+l|k) + \mathbf{H}\mathbf{u}_i(k+l|k); \\ & \mathbf{x}_i(k+l|k) \in \mathcal{X}_i; \\ & \mathbf{u}_i(k+l|k) \in \mathcal{U}_i; \\ & \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \geq 2R + \mu_{ij}(k+l|k), \\ & \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}; \\ & \|\hat{\mathbf{p}}_j(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \leq C - \mu_{ij}(k+l|k), \\ & \quad \forall j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}; \\ & \|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \geq R + R_o, \quad \forall o \in \mathbf{N}_o; \\ & \|\hat{\mathbf{p}}_i(k+l|k) - \mathbf{p}_i(k+l|k)\| \leq \mu_i(k+l|k); \\ & \|\hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k) - \mathbf{x}_i(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i} \leq \nu_i(k); \\ & \mathbf{x}_i(k|k) = \mathbf{x}_i(k); \\ & \mathbf{x}_i(k+N|k) \in \Omega_i. \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}_{ij}(k+l|k) = \mathbf{x}_i(k+l|k) - \hat{\mathbf{x}}_j(k+l|k) + \mathbf{d}_{ij}^x$.

基于问题2,具体的DMPC算法如下.

算法1 离线阶段:对于UAV $_i$,给定邻居集 \mathbf{N}_i ,虚拟领航机的参考状态 \mathbf{x}_r ,参考输入 \mathbf{u}_r ,期望相对向量 \mathbf{d}_{ir} 、 \mathbf{d}_{ij} ,权重矩阵 \mathbf{Q}_i 、 \mathbf{S}_i 、 \mathbf{G}_i ,参数 γ ,通过求解LMI优化问题(30)确定参数 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i 、 δ_i .

在线阶段:对于UAV $_i$,有:

step 1:在初始时刻 $k = 0$:

1) 定义预测状态初始值 $\mathbf{x}_i(0|0) = \mathbf{x}_i(0)$ 和假设的预测状态 $\hat{\mathbf{x}}_i(l|0) = \mathbf{x}_i(l|0)$,其中 $\mathbf{x}_i(l+1|0) = \mathbf{G}\mathbf{x}_i(l|0) + \mathbf{H}\mathbf{v}_i(0)$, $l = 0, 1, \dots, N-1$;

2) 发送 $\hat{X}_i(0) = \{\hat{\mathbf{x}}_i(0|0), \dots, \hat{\mathbf{x}}_i(N-1|0)\}$ 给UAV $_j$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$),接收来自UAV $_j$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$)的 $\hat{X}_j(0) = \{\hat{\mathbf{x}}_j(0|0), \dots, \hat{\mathbf{x}}_j(N-1|0)\}$;

3) 根据式(33)计算 $\mu_{ij}(l|0)$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$),根据式

(32)计算 $\mu_i(l|0)$, $l = 1, 2, \dots, N-1$,根据式(35)计算 $v_i(k)$;

4) 在不考虑终端集约束(23)的情况下,求解问题2,得到最优的预测控制输入序列 $U_i^*(0) = \{\mathbf{u}_i^*(0|0), \dots, \mathbf{u}_i^*(N-1|0)\}$,并将首项应用于UAV $_i$ 中,即 $\mathbf{u}_i(0) = \mathbf{u}_i^*(0|0)$.

step 2:在 $k > 0$ 时:

1) 定义预测状态初始值 $\mathbf{x}_i(k|k) = \mathbf{x}_i(k)$,按照式(21)定义假设的预测状态 $\hat{\mathbf{x}}_i(k+l|k)$;

2) 发送 $\hat{X}_i = \{\hat{\mathbf{x}}_i(k|k), \dots, \hat{\mathbf{x}}_i(k+N-1|k)\}$ 给UAV $_j$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$),接收来自UAV $_j$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$)的 $\hat{X}_j = \{\hat{\mathbf{x}}_j(k|k), \dots, \hat{\mathbf{x}}_j(k+N-1|k)\}$;

3) 根据式(33)计算 $\mu_{ij}(k+l|k)$ ($j \in \mathbf{N}_v \setminus \{i\}$),根据式(32)计算 $\mu_i(k+l|k)$, $l = 1, 2, \dots, N-1$,根据式(35)计算 $v_i(k)$;

4) 求解问题2,得到最优的预测控制输入序列 $U_i^*(k) = \{\mathbf{u}_i^*(k|k), \dots, \mathbf{u}_i^*(k+N-1|k)\}$,并将首项应用于UAV $_i$ 中,即 $\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{u}_i^*(k|k)$.

step 3:在 $k+1$ 时刻,基于新的状态测量值 $\mathbf{x}_i(k+1)$,循环运行step 2和step 3.

注3 在 $k = 0$ 时刻求解问题2的过程中,不考虑终端集约束(23).因为终端集约束要求终端时刻真实的预测状态不能离期望状态太远,而相容性约束(31)和(34)要求真实的预测状态不能离假设的预测状态太远.在 $k = 0$ 时假设的预测状态值偏保守,若考虑约束(23)则不易得到可行解.

4 性质分析

在DMPC设计中,关键要保证两个性质得到满足:一是优化问题的迭代可行性;二是系统的稳定性.

定理2 在满足假设1~假设3的条件下,对于编队系统(7)中的每个UAV $_i$,若在 k 时刻通过实施算法1优化问题(38)具有可行解,则对于后续时刻优化问题(38)均是可行的,编队系统(7)是渐近稳定的.即所有的UAV能够在满足自身状态、输入约束,机间避碰、通信、避障约束的前提下,按照期望的相对位置跟踪虚拟领航机,并以期望的队形协同飞行.

证明过程与文献[18]类似,在证明稳定性时注意

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in \mathbf{N}_v} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j \in \mathbf{N}_i} (\|\mathbf{x}_{ij}^*(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 - \|\hat{\mathbf{x}}_{ij}^*(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2) \leq \\ & \sum_{i \in \mathbf{N}_v} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j \in \mathbf{N}_i} (2\varphi_{ij}(k) \|\mathbf{e}_j^x(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i} + \|\mathbf{e}_i^x(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2 + 2\|\mathbf{e}_j^x(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i}^2) = \\ & \sum_{i \in \mathbf{N}_v} \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j \in \mathbf{N}_i} (2\varphi_{ji}(k) \|\mathbf{e}_i^x(k+l|k)\|_{\mathbf{G}_i} + \end{aligned}$$

$$\|\varepsilon_i^x(k+l|k)\|_{\mathcal{G}_i}^2 + 2\|\varepsilon_i^x(k+l|k)\|_{\mathcal{G}_j}^2) = \sum_{i \in \mathcal{N}_v} \sum_{l=1}^{N-1} \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (2\varphi_{ji}(k)\sqrt{\beta_{ji}}\|\varepsilon_i^x(k+l|k)\|_{\mathcal{G}_i}) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (1+2\beta_{ji})\|\varepsilon_i^x(k+l|k)\|_{\mathcal{G}_i}^2 \right).$$

5 数值仿真分析

采用6架四旋翼无人机进行仿真实验.

5.1 仿真参数设置

通信拓扑采用全连通结构,即所有无人机两两之间能够相互通信.

1) 虚拟领航机初始状态、参考输入为

$$\mathbf{x}_r(0) = (10, 0, 10, 0, 0, 0)^T, \mathbf{u}_r = (0.5, 0, 0)^T.$$

2) 无人机相关参数. 初始状态为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(0) &= (2, -3, 8, 0, 0, 0)^T, \\ \mathbf{x}_2(0) &= (2, 3, 12, 0, 0, 0)^T, \\ \mathbf{x}_3(0) &= (0, 15, 8, 0, 0, 0)^T, \\ \mathbf{x}_4(0) &= (0, -15, 12, 0, 0, 0)^T, \\ \mathbf{x}_5(0) &= (0, 25, 10, 0, 0, 0)^T, \\ \mathbf{x}_6(0) &= (0, -25, 10, 0, 0, 0)^T. \end{aligned}$$

无人机控制增益 $l_v = 3$; 收敛速度参数 $\gamma = 0.9$; 状态约束 $\bar{x}_{i,n_x} = 6 \text{ m/s}$, $n_x = 4, 5, 6$, 即对速度量进行约束; 输入约束 $\bar{u}_{i,n_u} = 6 \text{ m/s}$, $n_u = 1, 2, 3$; 安全半径 $R = 1 \text{ m}$, 最大通信半径 $C = 51 \text{ cm}$.

代价函数权重. 对于 $i = 1, 2, \dots, 6$, $\mathbf{G}_i = \text{diag}(1, 1, 1, 0.1, 0.1, 0.1)$, $\mathbf{S}_i = \text{diag}(1, 1, 1)$; 对于 $i = 1, 2, 3, 4, 6$, $\mathbf{Q}_i = \text{diag}(20, 20, 20, 2, 2, 2)$, 为了更好地说明考虑通信约束所带来的影响, 设置 $\mathbf{Q}_5 = \text{diag}(20, 20, 50, 2, 2, 2)$.

真实无人机与虚拟领航机的期望相对位置为

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{1r} &= (0, -5, 0)^T, \mathbf{d}_{2r} = (0, 5, 0)^T, \\ \mathbf{d}_{3r} &= (2, -15, 0)^T, \mathbf{d}_{4r} = (2, 15, 0)^T, \\ \mathbf{d}_{5r} &= (4, -25, 0)^T, \mathbf{d}_{6r} = (4, 25, 0)^T. \end{aligned}$$

无人机邻居集为 $\mathcal{N}_1 = \{2, 3\}$, $\mathcal{N}_2 = \{1, 4\}$, $\mathcal{N}_3 = \{1, 5\}$, $\mathcal{N}_4 = \{2, 6\}$, $\mathcal{N}_5 = \{3\}$, $\mathcal{N}_6 = \{4\}$.

3) 障碍物参数. 假设只有一个静态球形障碍物, 球心位置为 $\mathbf{p}_o = (3, 25, 10)^T$, 半径为 $R_o = 1 \text{ m}$.

4) 其他参数. 设置采样周期为 0.5 s , 预测时域 $N = 5$, 仿真时间为 5 s , 求解优化问题的算法采用内点法.

5.2 结果分析

通过求解LMI优化问题(30)得到 \mathbf{P}_i 、 \mathbf{K}_i 、 δ_i . 以 UAV₅ 为例, 其值如下:

$$\delta_5 = 920.8422,$$

$$\mathbf{P}_5 =$$

$$\begin{bmatrix} 4221.5 & 0 & 0 & 66.405 & 0 & 0 \\ 0 & 4264.0 & 0 & 0 & 73.493 & 0 \\ 0 & 0 & 4190.3 & 0 & 0 & 53.386 \\ 66.405 & 0 & 0 & 31.510 & 0 & 0 \\ 0 & 73.493 & 0 & 0 & 26.862 & 0 \\ 0 & 0 & 53.386 & 0 & 0 & 26.276 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_5 = \begin{bmatrix} -2.8323 & 0 & 0 \\ 0 & -3.1811 & 0 \\ 0 & 0 & -3.1371 \\ -0.8142 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8642 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8209 \end{bmatrix}.$$

图1为6架无人机的三维轨迹. 其中用黄线代表虚拟领航机 UAV_r, 虚线为无人机期望轨迹, 实线为实际轨迹. 所有无人机从悬停状态出发, 在避免与障碍物、周围无人机相碰撞的前提下, 快速跟踪期望轨迹, 构成期望的“梯形”队形.

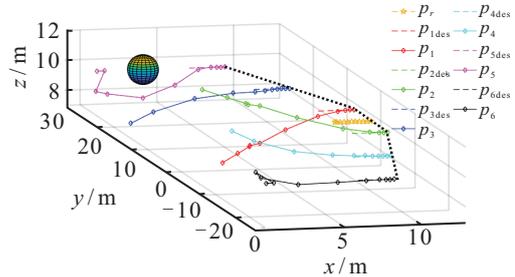


图1 三维轨迹

图2为两两无人机之间的距离曲线, 其中两条虚线分别为 2 m 机间避碰距离约束, 51 m 通信距离约束. 图3为无人机与障碍物间距离变化曲线, 虚线为无人机与障碍物间 2 m 安全距离. 图4为 UAV₅ 三个方向控制输入及实际速度曲线, 其中蓝线表示控制输入, 红线表示实际速度. 由图2~图4可知, 无人机能够满足机间避碰、通信、避障、输入及状态约束.

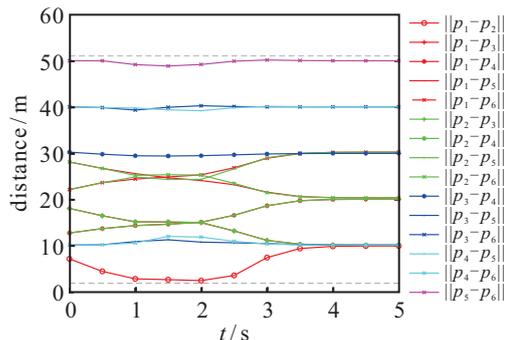


图2 机间距离

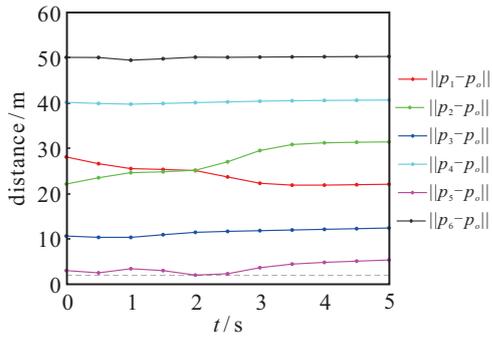


图3 无人机与障碍物的距离

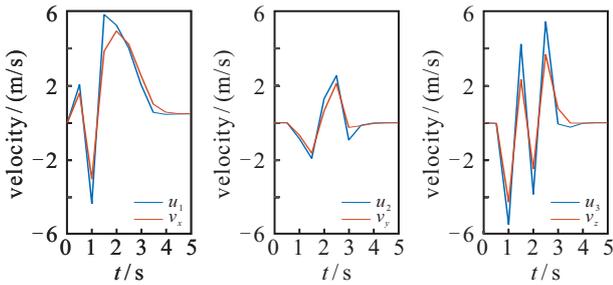


图4 UAV5的控制输入、实际速度

为突显考虑通信约束的作用,设置“不考虑通信约束”的对比实验,其他参数与初始实验一致.

对比实验的三维轨迹见图5,机间距离变化见图6.由于 Q_5 中高度位置权重较大,UAV5在尽量维持高度不变的情况下实现了避障,但是避障动作使其在 $t = 1$ s时与UAV6的最大距离达到51.66m,超过了最大通信半径51m.

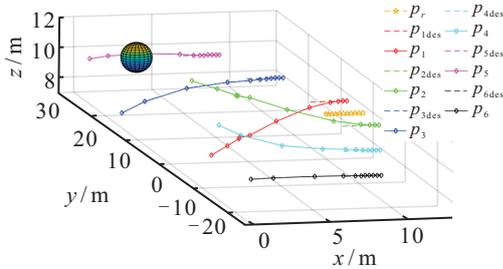


图5 对比实验三维轨迹图

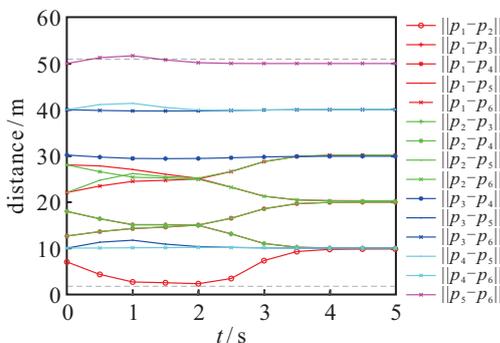


图6 对比实验机间距离

上述对比实验验证了增加机间通信距离约束可以保证编队内两两无人机始终能够通信.但是由于参数 μ_i 的取值要由机间避碰、通信两个因素决定,这

也使得位置相容性约束(31)更为苛刻.

图7为初始实验的参数 $\mu_i(k+1|k)$ 变化曲线,其中 $\mu_1(k+1|k)$ 与 $\mu_2(k+1|k)$ 、 $\mu_5(k+1|k)$ 与 $\mu_6(k+1|k)$ 分别重合.图8为对比实验的参数 $\mu_i(k+1|k)$ 变化曲线,其中 $\mu_1(k+1|k)$ 与 $\mu_2(k+1|k)$ 、 $\mu_3(k+1|k)$ 与 $\mu_5(k+1|k)$ 、 $\mu_4(k+1|k)$ 与 $\mu_6(k+1|k)$ 分别重合.

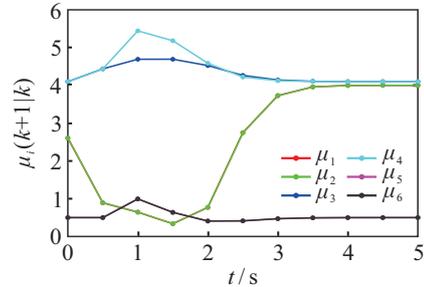


图7 初始实验位置相容性参数 $\mu_i(k+1|k)$

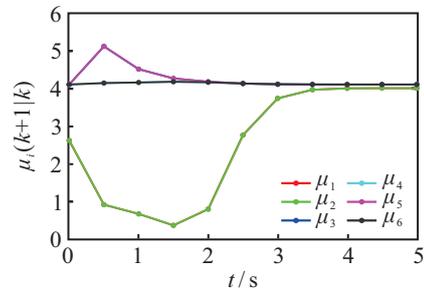


图8 对比实验位置相容性参数 $\mu_i(k+1|k)$

观察图7的 $\mu_5(k+1|k)$ 与 $\mu_6(k+1|k)$,因为通信约束起主导作用,使得该数值一直在1以内,由于初始时刻假设的预测状态 $\hat{x}_i(l|0) = x_i(l|0)$,导致UAV5和UAV6在前1.5s内的运动偏于保守,正如图1所示,这是增加通信约束所带来的影响.而对比实验因不考虑通信约束,其 $\mu_5(k+1|k)$ 、 $\mu_6(k+1|k)$ 的值均在4以上,因此UAV5和UAV6没有出现运动偏保守的情况.

综上,仿真结果验证了所提出DMPC算法的有效性.

6 结论

在综合考虑多无人机输入、状态、避障、机间避碰以及通信约束的情况下,设计了一种多约束下的分布式模型预测控制算法,通过设计终端部分和相容性约束,使得优化问题的可行性和系统的渐近稳定性得以保证.最后通过仿真验证了该算法能够实现多约束下无人机编队的轨迹跟踪和队形保持.

参考文献(References)

[1] 沈林成,牛轶峰,朱华勇.多无人机自主协同控制理论与方法[M].第2版.北京:国防工业出版社,2018:1-8.
(Shen L C, Niu Y F, Zhu H Y. Theories and methods of

- autonomous cooperative control for multiple UAVs[M]. The 2nd edition. Beijing: National Defense Industry Press, 2018: 1-8.)
- [2] 宗群, 王丹丹, 邵士凯, 等. 多无人机协同编队飞行控制研究现状及发展[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(3): 1-14.
(Zong Q, Wang D D, Shao S K, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(3): 1-14.)
- [3] 王祥科, 刘志宏, 丛一睿, 等. 小型固定翼无人机集群综述和未来发展[J]. 航空学报, 2020, 41(4): 023732.
(Wang X K, Liu Z H, Cong Y R, et al. Miniature fixed-wing UAV swarms: Review and outlook[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(4): 023732.)
- [4] 段海滨, 申燕凯, 赵彦杰, 等. 2020年无人机热点回眸[J]. 科技导报, 2021, 39(1): 233-247.
(Duan H B, Shen Y K, Zhao Y J, et al. Review of technological hotspots of unmanned aerial vehicle in 2020[J]. Science & Technology Review, 2021, 39(1): 233-247.)
- [5] 邵壮, 祝小平, 周洲, 等. 三维动态环境下多无人机编队分布式保持控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1065-1072.
(Shao Z, Zhu X P, Zhou Z, et al. Distributed formation keeping control of UAVs in 3-D dynamic environment[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1065-1072.)
- [6] 周绍磊, 康宇航, 史贤俊, 等. 基于RQPDSO-DMPC的多无人机编队自主重构控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(10): 1960-1971.
(Zhou S L, Kang Y H, Shi X J, et al. Autonomous reconfiguration control method for multi-UAV formation based on RQPDSO-DMPC[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(10): 1960-1971.)
- [7] Wang X K, Shen L C, Liu Z H, et al. Coordinated flight control of miniature fixed-wing UAV swarms: Methods and experiments[J]. Science China Information Sciences, 2019, 62(11): 1-17.
- [8] Dong X W, Zhou Y, Ren Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5014-5024.
- [9] Yuan Q, Zhan J Y, Li X. Outdoor flocking of quadcopter drones with decentralized model predictive control[J]. ISA Transactions, 2017, 71: 84-92.
- [10] 郑毅, 李少远. 网络信息模式下分布式系统协调预测控制[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1778-1786.
(Zheng Y, Li S Y. Networked cooperative distributed model predictive control for dynamic coupling systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1778-1786.)
- [11] Negenborn R R, Maestre J M. Distributed model predictive control: An overview and roadmap of future research opportunities[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2014, 34(4): 87-97.
- [12] Eren U, Prach A, Koçer B B, et al. Model predictive control in aerospace systems: Current state and opportunities[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(7): 1541-1566.
- [13] Chao Z, Zhou S L, Ming L, et al. UAV formation flight based on nonlinear model predictive control[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 2012: 1-15.
- [14] Hafez A T, Marasco A J, Givigi S N, et al. Solving multi-UAV dynamic encirclement via model predictive control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(6): 2251-2265.
- [15] Li H P, Shi Y, Yan W S. Distributed receding horizon control of constrained nonlinear vehicle formations with guaranteed γ -gain stability[J]. Automatica, 2016, 68: 148-154.
- [16] Morgan D, Subramanian G P, Chung S-J, et al. Swarm assignment and trajectory optimization using variableswarm, distributed auction assignment and sequential convex programming[J]. The International Journal of Robotics Research, 2016, 35(10): 1261-1285.
- [17] Dunbar W B, Murray R M. Distributed receding horizon control for multi-vehicle formation stabilization[J]. Automatica, 2006, 42(4): 549-558.
- [18] Wang P, Ding B C. A synthesis approach of distributed model predictive control for homogeneous multiagent system with collision avoidance[J]. International Journal of Control, 2014, 87(1): 52-63.
- [19] Dai L, Cao Q, Xia Y Q, et al. Distributed MPC for formation of multi-agent systems with collision avoidance and obstacle avoidance[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(4): 2068-2085.
- [20] Quan Q, Fu R, Cai K Y. Practical control for multicopters to avoid non-cooperative moving obstacles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(8): 10839-10857.

作者简介

戴邵武(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事组合导航、惯性导航技术等研究, E-mail: 792936421@qq.com;

赵超轮(1995—), 男, 博士生, 从事飞行器控制技术等研究, E-mail: chaolunzhao95@163.com;

李飞(1987—), 男, 讲师, 博士, 从事航空特设等研究, E-mail: 13355359628@163.com;

韩旭(1990—), 男, 助理研究员, 博士, 从事飞行器任务规划等研究, E-mail: 18660498713@163.com;

赵国荣(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制、导航技术等研究, E-mail: GRZhao6881@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)