

# 控制与决策

Control and Decision

考虑随机旅行时间与二维装载约束的越库配送车辆路径优化

张政, 季彬

引用本文:

张政,季彬. 考虑随机旅行时间与二维装载约束的越库配送车辆路径优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 769–778.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1605>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[考虑载重影响耗电率的电动车车辆路径问题](#)

Electric vehicle routing problem with time window and linear weight-related discharging

*控制与决策*. 2023, 38(2): 483–491 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1050>

[集货需求可拆分的多越库中心库门分配及车辆路径协同优化](#)

Multi-depot vehicle routing problem with split pickup and cross-dock door assignment collaborative optimization

*控制与决策*. 2023, 38(2): 501–509 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0298>

[基于自适应大规模邻域搜索算法的多车辆与多无人机协同配送方法](#)

The cooperative delivery of multiple vehicles and multiple drones based on adaptive large neighborhood search

*控制与决策*. 2023, 38(1): 201–210 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.2268>

[多元个性化需求驱动的最后一公里配送选址-路径研究](#)

Multiple personalized demands driven last mile delivery location-routing problem

*控制与决策*. 2022, 37(10): 2745–2752 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0488>

[考虑卸载顺序约束的成品油二次配送车辆路径问题](#)

Vehicle routing problem of refined oil secondary distribution considering unloading sequence constraints

*控制与决策*. 2020, 35(12): 2999–3005 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1756>

# 考虑随机旅行时间与二维装载约束的 越库配送车辆路径优化

张政, 季彬†

(中南大学 交通运输工程学院, 长沙 410075)

**摘要:** 面向越库配送模式下二维装载和车辆路径联合优化, 考虑现实配送过程的不确定性因素, 提出考虑随机旅行时间和二维装载约束的越库配送车辆路径问题. 基于蒙特卡洛模拟与场景分析方法, 建立以运输成本、车辆固定成本以及时间窗期望惩罚成本之和最小化为目标的带修正随机规划模型. 继而根据问题特征, 设计改进的自适应禁忌搜索算法和基于禁忌搜索的多重排序最佳适应装箱算法进行求解. 其中, 改进的自适应禁忌搜索算法在禁忌搜索算法的基础上引入自适应机制, 对不同邻域算子进行动态选择, 并提出基于移除-修复策略的多样性机制以增强算法的寻优能力. 数值实验表明, 所提出的模型与方法能够有效求解考虑随机旅行时间和二维装载约束的越库配送车辆路径问题, 自适应与多样性机制能一定程度上增强算法的全局搜索能力.

**关键词:** 越库配送; 车辆路径问题; 随机旅行时间; 二维装载约束; 自适应禁忌搜索

中图分类号: U9

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1605

引用格式: 张政, 季彬. 考虑随机旅行时间与二维装载约束的越库配送车辆路径优化[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 769-778.

## Optimization for two-dimensional loading constrained vehicle routing problem with cross-docking and stochastic travel time

ZHANG Zheng, JI Bin†

(School of Traffic and Transportation Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

**Abstract:** Considering uncertainties in the real-life distribution applications, this paper studies the joint optimization of two-dimensional loading and vehicle routing with cross-docking, and for the first time presents a two-dimensional loading constrained vehicle routing problem with cross-docking and a stochastic travel time (2L-VRPCDSTT). Based on Monte Carlo simulations and a scenario analysis method, a stochastic programming model with recourse (SPR) for the 2L-VRPCDSTT is formulated, aiming to minimize the total transportation cost, fixed cost of vehicles and expected penalty cost of time window. According to the characteristics of the 2L-VRPCDSTT, an improved adaptive tabu search (IATS) algorithm incorporating a tabu-based multi-order best-fit (TSMOBF) packing heuristic is proposed to solve this problem. In the proposed algorithm, an adaptive mechanism is embedded to dynamically select different neighborhood operators, and a diversification mechanism based on the remove-reinsert strategy is proposed to enhance the exploitation capability of the algorithm. Experimental results show that the proposed SPR model and hybrid method can efficiently solve the 2L-VRPCDSTT, and that the adaptive mechanism and diversification mechanism are capable of enhancing the global search capability of the algorithm.

**Keywords:** cross-docking; vehicle routing problem; stochastic travel time; two-dimensional loading constraints; adaptive tabu search

## 0 引言

随着电子商务化的进程, 如何降低物流成本, 保证货物配送的时效性, 已成为每个物流运输企业当前面临的关键问题. 在此背景下, 越库配送因其在加速

产品周转率、降低配送和库存成本等方面的显著优势<sup>[1]</sup>, 被广泛应用于制造业与零售业, 如沃尔玛、丰田、美国 United Parcel Service(UPS) 快递等知名企业. 目前, 众多的零担货运公司的物流系统均采用越库技

收稿日期: 2021-09-14; 录用日期: 2022-01-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(72001216, 71672193); 湖南省自然科学基金项目(2020JJ5780).

责任编辑: 刘民.

†通讯作者. E-mail: cumtjibin@126.com.

术,美国的第三方物流企业中,超过70%的企业使用越库技术<sup>[2]</sup>。越库配送的相关研究主要集中在3个方面:越库配送网络优化设计<sup>[3]</sup>、越库中心内部调度<sup>[4]</sup>以及越库配送车辆路径优化<sup>[5-9]</sup>。本文研究第3类问题,即在越库配送模式下对取送货车进行调度,优化配送路径,实现车辆总成本最低。

国内外关于越库配送车辆路径优化方面的研究主要集中在数学模型的建立及相关求解算法的设计。Lee等<sup>[6]</sup>首次将越库配送与车辆路径问题结合进行研究,假定取货车必须协同到达越库中心以减少等待时间,并提出了禁忌搜索算法求解越库配送模式下的车辆路径调度问题。在此基础上,Wen等<sup>[7]</sup>对该问题做了进一步的拓展,解除了车辆必须协同到达的限制,并增加了硬时间窗限制以及取、送货车间货物整合的相关约束,进而建立了带越库配送车辆路径问题(vehicle routing problem with cross-docking, VRPCD)的数学模型,并提出了一种带自适应存储机制的禁忌搜索求解算法。Hasani等<sup>[8]</sup>考虑订单可拆分以及时间窗约束,建立了以越库中心转运成本和时间窗惩罚成本最小的多目标VRPCD模型。崔巍等<sup>[9]</sup>考虑越库中心的分拣能力,并设定车辆分批协同到达越库中心,从而建立了以车辆运输成本、固定成本以及临时库存成本之和最小化为目标的VRPCD模型。

以往VRPCD研究中,车辆容量限制通常只考虑其载重大小,但家电以及贵重仪器这类特定货物运输过程中,出于外形特征限制或稳定性要求不允许堆叠摆放在车厢内。在此情形下,不仅要考虑车辆载重,还需要考虑货物装载是否可行。Iori等<sup>[10]</sup>率先提出二维装载约束的车辆路径问题(capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, 2L-CVRP),并设计了基于分支切割和分支定界的精确算法求解该问题,但只能有效求解小规模问题,不能很好地应用于现实场景。随后,国内外学者设计了大量启发式算法以求解大规模2L-CVRP,如自适应文化基因算法<sup>[11]</sup>、变邻域搜索<sup>[12]</sup>、模拟退火算法<sup>[13]</sup>等。

上述研究均认为车辆行驶状态等信息不会发生改变。但现实中往往很多信息存在不确定性,如车辆旅行时间受实时交通路况、天气变化等因素影响难以准确预判。企业往往只能通过历史数据获得其统计规律,这类不确定性信息服从一定概率分布的车辆路径问题被统称为随机车辆路径问题(stochastic vehicle routing problem, SVRP)。现阶段,SVRP的不确定性建模大多采用机会约束规划或带修正的随机规划,但机会约束规划模型只能保证车辆配送方案

在一定置信水平下满足约束,实际运作中仍存在出错的概率,且不考虑由于服务失败而造成的额外成本。Errico等<sup>[14]</sup>建立了考虑硬时间窗的随机旅行时间车辆路径问题的两阶段随机规划模型,并提出了两种调整策略以调整第1阶段中不可行的路径。李国明等<sup>[15]</sup>将机会约束规划与随机规划相结合,建立了考虑软时间窗、随机需求和随机服务时间的车辆路径优化模型。Guimarans等<sup>[16]</sup>假设旅行时间服从对数正态分布,基于蒙特卡洛模拟方法建立了考虑随机旅行时间的2L-CVRP随机规划模型。

综上所述,目前针对VRPCD的相关研究大多未考虑装载约束,且主要集中在确定性环境下;而考虑不确定性的SVRP大多也未考虑装载约束,尤其尚未见不确定性环境下带装载约束的越库配送车辆路径问题研究。本文针对越库配送车辆路径与装载联合优化,考虑现实配送过程的不确定性因素,提出一种不确定旅行时间环境下带二维装载约束的越库配送车辆路径问题,进而基于蒙特卡洛模拟与场景分析方法建立该问题带修正随机规划模型。根据问题特征,将问题分解成越库配送路径优化和二维装箱两个耦合的子问题,并设计改进的自适应禁忌搜索算法和基于禁忌搜索的多重排序最佳适应装箱算法来求解该问题。

## 1 问题描述

本文研究的2L-VRPCDSTT可描述如下:配送网络中存在一个越库中心、若干个供应商与零售商。供应商将货物集中至越库中心,随后在越库中心根据零售商的需求对货物进行分拣,最后将货物配送至指定的零售商处,如图1所示。其中,供应商与零售商之间的供需关系已知,且从某个供应商取走的货物只能送到指定的零售商处。

在实际配送中,货物如何摆放对车辆调度以及服务线路的安排有较大影响,因此不仅要考虑车辆载重,还需要考虑货物装载是否可行。在家电、贵重仪器以及玻璃制品等特定货物的配送中,出于易碎特性或者稳定性要求,在配送过程中货物不能互相堆叠摆放。针对此类特定货物运输情景,装车时可将这些货物的水平投影简化为矩形,并考虑所对应的矩形在车厢内二维平面布局的可行性。此外,考虑到车辆行驶过程中受交通状况、天气状况或车辆故障等影响导致行驶时间的不确定性,本文假设车辆在路段的旅行时间为服从已知分布的随机变量。该类问题在现实中有着广泛应用场景,例如家具和工业机械配送、城市轻客户端连锁零售便利店的物流配送。

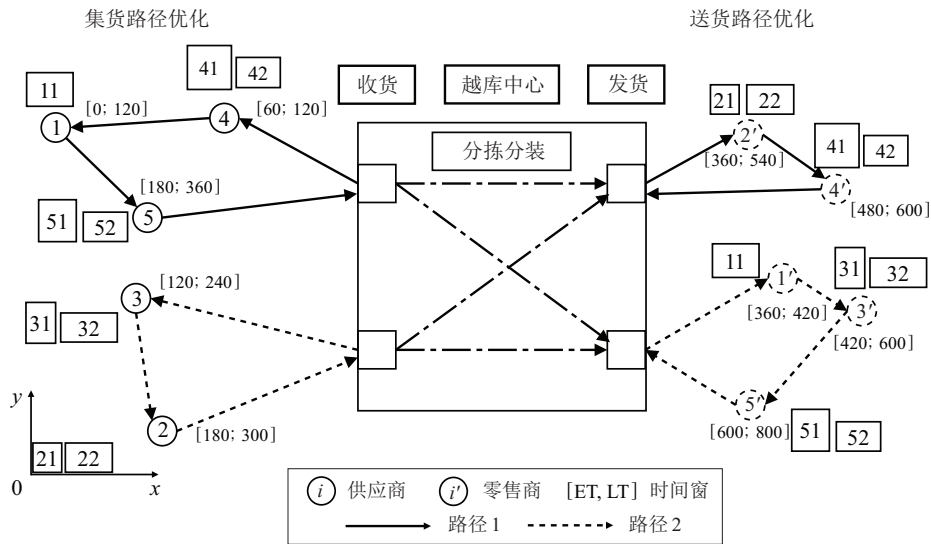


图1 考虑二维装载约束的越库配送示意图

## 2 模型构建

将2L-VRPCDSTT定义为完备有向图  $G = (N, A)$ . 其中所有点集合  $N = P \cup O \cup D$ ,  $P$ 、 $D$  分别为供应商与零售商的集合,  $O = \{o_1, o_2, o_3, o_4\}$  为越库中心,  $o_1$ 、 $o_2$  为取货路径的起点和终点,  $o_3$ 、 $o_4$  为送货路径的起点和终点.

参数与集合定义如下:

$V$ : 配送车辆集合;

$Q$ : 车辆最大载重量 (kg);

$ET_i$ : 节点  $i$  可被服务的最早时间;

$LT_i$ : 节点  $i$  可被服务的最迟时间;

$q_i$ : 节点  $i$  的需求量 (kg);

$d_{ij}$ : 弧  $(i, j)$  间的距离 (km);

$t_{ij}$ : 车辆在弧  $(i, j)$  的旅行时间 (min);

$\alpha$ : 越库中心车辆准备时间 (min);

$\beta$ : 单位装/卸货时间 (min/kg);

$L, W$ : 车辆的长、宽尺寸 (m);

$R$ : 矩形物料箱的集合;

$\Phi_i$ : 节点  $i$  的矩形物料箱的集合;

$l_r, w_r$ : 矩形物料箱的长、宽尺寸 (m);

$k_1$ : 单位运输成本 (元/km);

$k_2$ : 车辆固定成本 (元/辆);

$k_3, k_4$ : 因早到、延误单位时间惩罚费用 (元/min).

变量定义如下:

$z_{ij}^v$ : 二进制变量, 当车辆  $v$  经过弧  $(i, j)$  时  $z_{ij}^v = 1$ , 否则  $z_{ij}^v = 0$ .

$a_i^v$ : 二进制变量,  $a_i^v = 1$  表示车辆  $v$  在越库中心需要卸载节点  $i$  的货物.

$b_i^v$ : 二进制变量,  $b_i^v = 1$  表示车辆  $v$  在越库中心需

要装载节点  $i$  的货物.

$u_v$ : 二进制变量,  $u_v = 1$  表示车辆  $v$  在越库中心需要卸载货物.

$e_v$ : 二进制变量,  $e_v = 1$  表示车辆  $v$  在越库中心需要装载货物.

$At_i^v$ : 车辆  $v$  到达节点  $i$  的时间.

$f_v$ : 车辆  $v$  在越库中心完成卸货的时间.

$h_v$ : 车辆  $v$  在越库中心开始装货的时间.

$g_i$ : 节点  $i$  的货物在越库中心完成卸载的时间.

$x_r, y_r$ : 矩形物料箱在车厢内的摆放位置.

$\theta_r^v$ : 二进制变量,  $\theta_r^v = 1$  表示物料箱  $r$  由车辆  $v$  运输; 否则  $\theta_r^v = 0$ .

$ls_{rr'}$ : 二进制变量,  $ls_{rr'} = 1$  表示物料箱  $r$  在物料箱  $r'$  的左侧; 否则  $ls_{rr'} = 0$ .

$ds_{rr'}$ : 二进制变量,  $ds_{rr'} = 1$  表示物料箱  $r$  在物料箱  $r'$  的后方; 否则  $ds_{rr'} = 0$ .

$B$ : 一个极大的常数.

### 2.1 基于蒙特卡洛的不确定性模拟

为了刻画旅行时间的不确定性, 本文假设车辆旅行时间为服从对数正态分布的随机变量, 且车辆在每段弧的旅行时间相互独立. 假设车辆在弧  $(i, j)$  之间的旅行时间  $t_{ij}$  服从  $\ln(t_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ , 其中  $\mu_{ij}$ 、 $\sigma_{ij}$  为旅行时间对数值的均值和标准差. 假设  $E_i^v$  表示在节点  $i$  处车辆因早到而产生的等待时间,  $L_i^v$  表示在节点  $i$  处车辆因晚到而产生的延误时间, 其表达式如下:

$$E_i^v = \max\{0, ET_i - At_i^v\}, \quad (1)$$

$$L_i^v = \max\{0, At_i^v - LT_i\}. \quad (2)$$

由于旅行时间的不确定, 解析的方式难以有效计

算时间窗期望惩罚费用,而蒙特卡洛模拟能够很好地满足本文对旅行时间不确定性模拟的要求.故根据旅行时间的分布函数,采用蒙特卡洛模拟生成大量场景(定义为 $M$ ),随后根据场景之间的关联性采用同时向后场景缩减法<sup>[17]</sup>将场景数缩减至 $M'$ ,以兼顾模拟的精度和计算量.具体步骤描述如下.

step 1: 根据旅行时间 $t_{ij}$ 的分布函数对 $t_{ij}$ 进行抽样,生成 $M$ 个场景,其中场景 $m$ 的概率为 $p_m$ .

step 2: 根据场景之间的关联性进行场景缩减.

step 2.1: 计算场景之间的相似度,即

$$DT_{mm'} = \sqrt{\sum_{(i,j) \in A} (t_{ij}^m - t_{ij}^{m'})^2},$$

其中 $t_{ij}^m$ 、 $t_{ij}^{m'}$ 分别表示场景 $m$ 与 $m'$ 中弧 $(i,j)$ 的旅行时间;

step 2.2: 根据场景间的相似度DT,确定每个场景 $m$ 最相似的场景 $m'$ ;

step 2.3: 计算step 2.2得到的每对最相似场景的概率距离 $PD_m = p_m \times DT_{mm'}$ ;

step 2.4: 删除概率距离最小的场景 $m$ ,并更新场景集以及每个场景的概率;

step 2.5: 重复step 2.1 ~ step 2.4,直至剩余场景数达到要求.

step 3: 对缩减后 $M'$ 个场景中的总成本求期望值,得到该调度方案下的期望总成本.

## 2.2 2L-VRPCDSTT带修正的随机规划模型

以车辆运输成本、车辆固定成本以及时间窗期望惩罚成本之和最小化为目标,建立2L-VRPCDSTT带修正的随机规划模型

$$\min k_1 \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} d_{ij} z_{ij}^v + k_2 \sum_{j \in P} \sum_{v \in V} z_{o_1 j}^v +$$

$$k_3 \sum_{v \in V} \sum_{i \in N} E[E_i^v] + k_4 \sum_{v \in V} \sum_{i \in N} E[L_i^v]. \quad (3)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} \sum_{j: (i,j) \in A} z_{ij}^v = 1, \forall i \in N; \quad (4)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in A} z_{ij}^v = 1, \forall i \in \{o_1, o_3\}, v \in V; \quad (5)$$

$$\sum_{i: (i,j) \in A} z_{ij}^v = 1, \forall j \in \{o_2, o_4\}, v \in V; \quad (6)$$

$$\sum_{j: (j,i) \in A} z_{ji}^v = \sum_{j: (i,j) \in A} z_{ij}^v, \forall i \in P \cup D; \quad (7)$$

$$\sum_{i \in P \cup D} \sum_{j: (i,j) \in A} q_i z_{ij}^v \leq Q, \forall v \in V; \quad (8)$$

$$At_j^v \geq At_i^v + t_{ij} + \beta q_j - B(1 - z_{ij}^v),$$

$$\forall v \in V, (i,j) \in A; \quad (9)$$

$$a_i^v - b_i^v = \sum_{j \in P \cup \{o_2\}} z_{ij}^v - \sum_{j \in D \cup \{o_4\}} z_{(i+n)j}^v,$$

$$\forall v \in V, i \in P; \quad (10)$$

$$a_i^v + b_i^v \leq 1, \forall v \in V, i \in P; \quad (11)$$

$$a_i^v \leq u_v \leq \sum_{i \in P} a_i^v, \forall v \in V; \quad (12)$$

$$h_v = At_{o_2}^v + \alpha u_v + \beta \sum_{i \in P} q_i a_i^v, \forall v \in V; \quad (13)$$

$$h_v \geq f_v, \forall v \in V; \quad (14)$$

$$h_v \geq g_i - B(1 - b_i^v), \forall v \in V, i \in P; \quad (15)$$

$$g_i \geq f_v - B(1 - a_i^v), \forall v \in V, i \in P; \quad (16)$$

$$b_i^v \leq e_v \leq \sum_{i \in P} b_i^v, \forall v \in V, v \in V; \quad (17)$$

$$At_{o_3}^v = h_v + \alpha e_v + \beta \sum_{i \in P} q_i b_i^v, \forall v \in V; \quad (18)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in A} z_{ij}^v = \theta_r^v, \forall v \in V, r \in \Phi_i, i \in P \cup D; \quad (19)$$

$$x_r + w_r \leq W + W(1 - \theta_r^v), \forall r \in R, v \in V; \quad (20)$$

$$y_r + l_r \leq L + L(1 - \theta_r^v), \forall r \in R, v \in V; \quad (21)$$

$$x_r + w_r \leq x_{r'} + W(1 - ls_{rr'}), \forall r, r' \in R; \quad (22)$$

$$y_r + l_r \leq y_{r'} + L(1 - ds_{rr'}), \forall r, r' \in R; \quad (23)$$

$$ls_{rr'} + ls_{r'r} + ds_{rr'} + ds_{r'r} + (1 - \theta_r^v) +$$

$$(1 - \theta_{r'}^v) \geq 1, \forall v \in V, r, r' \in R. \quad (24)$$

约束(4)保证每个供应商与零售商只能被一辆车服务一次.约束(5)和(6)确保取送货车辆必须从越库中心出发,完成取送货服务后必须返回越库中心.约束(7)为流量守恒约束.约束(8)保证取送货过程中货物总质量不超过车辆最大载重.约束(9)计算车辆到达各节点的到达时间.约束(10)~(18)表示取送货车辆在越库中心的运作过程.其中:约束(10)和(11)确定车辆是否需要在越库中心装卸供应商 $i$ 的货物;约束(12)和(7)引入二进制变量 $u_v$ 、 $e_v$ 分别表示车辆 $v$ 是否在越库中心卸载、装载货物;约束(13)计算车辆在越库中心结束卸货的时间;约束(18)计算车辆在越库中心结束装货的时间;约束(14)~(16)确保每辆车只有完成卸货之后才能开始装载货物.约束(19)~(24)描述车辆的二维装载约束.其中:约束(19)确定每个物料箱由哪辆车运送;约束(20)和(21)确保矩形物料箱的摆放位置不能超出车厢范围;约束(22)~(24)保证任意两个物料箱不能相互叠放.

### 3 求解2L-VRPCDSTT的优化算法设计

#### 3.1 IATS-TSMOBF算法框架

2L-VRPCDSTT可分解为二维装箱和越库配送车辆路径优化两个耦合的NP-难问题,而旅行时间的不确定性进一步增大了问题的求解难度. 鉴于禁忌

搜索算法求解各类车辆路径问题<sup>[7,15,18]</sup>以及最佳适应算法求解二维装箱问题<sup>[19]</sup>的高效表现,本文提出了融合改进的自适应禁忌搜索算法(IATS)与基于禁忌搜索的多重排序最佳适应装箱算法(TSMOBF)对该问题进行交互式求解,算法总体框架如图2所示.

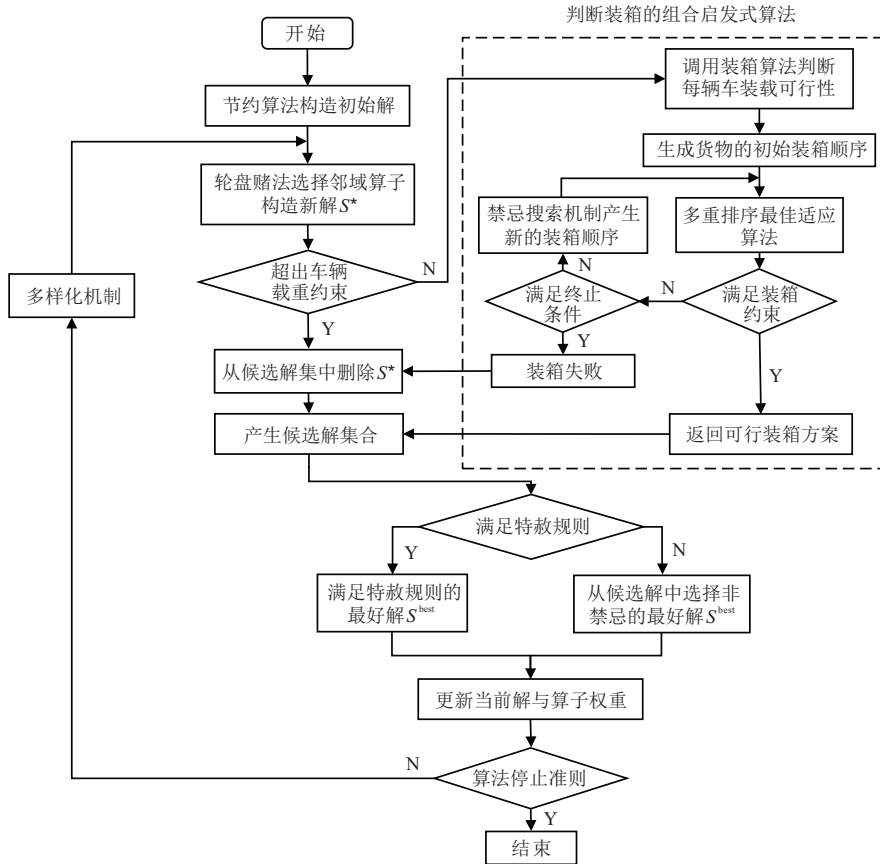


图2 IATS-TSMOBF算法框架示意图

算法框架主要包含3部分:节约算法、IATS算法和TSMOBF算法. 首先通过节约算法构造初始解;然后通过IATS算法搜索优化路径;最后,利用TSMOBF算法在迭代过程中检验路径的装载可行性以引导IATS搜索最优路径集合. 其中IATS在禁忌搜索的基础上引入多个邻域搜索算子,并为每个邻域算子分配权重来反映该算子求解性能. 此外,算法提出一种基于移除-修复策略的多样性机制,以扩大解的搜索范围. TSMOBF算法在最佳适应装箱算法基础上引入相应的禁忌准则来避免迂回搜索,以增强装箱算法性能.

#### 3.2 初始解生成

本文中基于节约算法思想构造初始解. 针对2L-VRPCDSTT 供应商与零售商供需关系一一对应的特征,初始化过程中对车辆的集货路径与送货路径同时进行构造,即供应商及其对应零售商由同一辆车进行取送货服务. 具体而言,首先为每个供应商-零售商对

分别分配一辆空车,形成初始解方案. 然后计算任意两路径合并之后的节约值并合并节约值最大的路径,其中节约值定义为  $\Delta C = (d_{io_2} + d_{o_1j}) + (d_{io_4} + d_{o_3j'}) - d_{ij} - d_{i'j'}$ .  $i, i'$  表示第1条路径上最后一个供应商与零售商,  $j, j'$  表示第2条路径上第1个供应商与零售商. 重复以上步骤,直至合并任意两条路径不能达到节约目标函数值的目的.

#### 3.3 邻域算子与自适应权重调整

为了克服对单一邻域的过度依赖,本文根据问题特征设计了Exchange<sup>[20]</sup>、Inter-shift、Intra-shift、2-Opt<sup>[21]</sup>四种邻域算子用来求解2L-VRPCDSTT.

Exchange: 任意选择两条不同路径,继而交换这两条路径上相同长度的节点序列. 考虑到物品重量及装载约束,节点序列长度过长会导致该交换获得可行解的概率较低,因此,对两条路径上选择的节点序列长度应加以限制. 为了增大获得可行解的概率,限制交换序列长度为2和3两种情况.

**Intra-shift:** 将某个供应商(或零售商)节点从当前位置移除,并插入到该路径的另一位置.

**Inter-shift:** 将某个供应商(或零售商)从当前位置移除,并插入到另一路径的可行位置.

**2-Opt:** 针对2L-VRPCDSTT中先服务供应商后服务零售商的问题特征,设计了2-Opt邻域算子.区别于现有逆序任意两节点间路径服务顺序的思路,本文算子针对一给定路径,随机选择两不相邻的供应商(或零售商)节点,若选择的两节点一个为供应商节点,另一个为零售商节点,则分别逆序取货与送货路径,以保证供应商和零售商节点的先后服务顺序.

为增强算法求解不同特征问题的鲁棒性,引入自适应权重调整机制,并为每个算子 $i$ 分配权重 $\omega_i$ .权重在迭代过程中周期性地更新,权重的大小决定算子被选中的概率.假设一个周期包含 $\epsilon$ 次迭代,在每个 $\epsilon$ 次迭代的开始,IATS算法将每个算子的表现得分( $\pi_i$ )初始化为0,随后在每一次迭代中根据新解的质量更新算子的得分:1)若产生的新解优于当前最好解,则增加 $\delta_1$ ;2)若产生的新解劣于当前最好解但优于当前解,则增加 $\delta_2$ .经 $p_u$ 次迭代后,算子权重按下式更新:

$$\omega_i = \begin{cases} (1 - \xi)\omega_i, & \Omega(i) = 0; \\ (1 - \xi)\omega_i + \xi \frac{\pi_i}{\Omega_i}, & \Omega(i) \neq 0. \end{cases} \quad (25)$$

其中: $\xi \in [0, 1]$ 为反应参数,用来反映上 $\epsilon$ 次迭代算子表现对权重的影响程度; $\Omega_i$ 表示上 $\epsilon$ 次迭代中算子 $i$ 被选用的次数.

### 3.4 多样性机制

禁忌搜索作为一种小邻域搜索算法,在求解复杂大规模问题时通常面临收敛速度慢、易陷入局部最优的不足.为此,本文算法在禁忌搜索基础上融合了一种基于移除-修复策略的多样性保护机制.通过引入该机制,一方面利用了禁忌搜索的局部开采能力,另一方面利用了大邻域搜索的大范围探索能力,力图提升算法的性能.具体而言,每个迭代周期结束后,多样性机制对当前最好解进行重构以产生新解,并采用模拟退火准则接受新解.该机制先采用基于最差表现的移除算子从当前解中移除 $\rho$ 个节点,再利用深度贪婪修复算子将这些节点重新插入到解结构中.

基于最差表现的移除算子是指每次选择对目标函数增量最大( $\max_{j \in N} \{Ob(X) - Ob_{-j}(X)\}$ )的节点进行移除.其中: $Ob(X)$ 为当前解 $X$ 的目标函数值, $Ob_{-j}(X)$ 为移除节点 $j$ 后目标函数值.每次移除节点之后,需要更新解结构,并重新计算剩余节点对目标函数值的增量.

深度贪婪修复算子旨在将移除后的节点依次插入到成本最低的位置,具体步骤可描述如下:1)计算每个节点的最佳插入位置以及相应的插入成本,需对每个插入位置的装载可行性等约束进行检测;2)对每个节点的插入成本进行升序排列,选择插入成本最小的节点插入其最佳插入位置;3)更新解结构,重复插入过程直至被移除节点全部插入解结构中.

### 3.5 基于禁忌搜索的二维装箱算法

本文设计了融合禁忌搜索与多重排序最佳适应算法以检验车辆的二维装载可行性.该算法在最佳适应(best fit, BF)算法<sup>[19]</sup>基础上进行改进,不仅考虑物料箱的宽度,还考虑物料箱的长度、面积作为装入车厢先后顺序的依据.此外,如果3种装箱顺序均无法得到可行的装载方案,则随机交换物料箱装箱顺序.现有研究中大多在最佳适应算法基础上融合局部搜索策略,这种策略可以改善算法的局部搜索能力,但是耗费较多计算时间,尤其是算法容易陷入不必要的迂回搜索.本文在最佳适应算法基础上引入禁忌搜索机制来避免迂回搜索,并通过藐视准则来赦免一些被禁忌的优良状态,进而保证多样化的有效搜索,实现全局优化.其中,禁忌搜索最大迭代次数设定为 $3|I|$ , $|I|$ 表示当前路径物料箱个数.

考虑到每次迭代均需要对路径装箱可行性进行检测,这无疑会极大增加算法的整体求解时间.对此,本文引入一种特殊的存储策略(Trie)<sup>[20]</sup>记录已检测过的路径信息,以减少不必要的重复调用装箱算法.具体而言,若迭代过程中某条路径的装载信息已存储在Trie中,则直接调用Trie内信息以避免重复检测;若当前路径未检测过其装载可行性,则检测之后将其装载信息存储至Trie中.

## 4 算例分析

### 4.1 实验设置

本文设计两组数值实验以验证模型的正确性与算法的有效性.第1组实验基于文献[10]提供的2L-CVRP算例;第2组实验基于文献[7]公开的VRPCD标准算例生成了不同规模的2L-VRPCDSTT算例.其中:供应商、客户和越库中心地理位置信息以及各个供应商的供应量、客户的需求量数据均提取自VRPCD数据集<sup>[7]</sup>;物料箱个数及长、宽数据参照Iori等<sup>[10]</sup>关于2L-CVRP算例设置的规则生成,如表1所示.算例分为5类: class 1中物料箱长和宽均为1, class 2~class 5中每个物料箱的尺寸数据在3种不同分布规则下(垂直、同质、水平)随机生成.车厢底面尺寸均为宽2m、长4m.车辆在弧 $(i, j)$ 旅行时间 $t_{ij}$

表1 物料箱长宽数据生成规则

class	个数	垂直		同质		水平	
		长	宽	长	宽	长	宽
1	1	1	1	1	1	1	1
2	[1, 2]	[0.4L, 0.9L]	[0.1W, 0.2W]	[0.2L, 0.5L]	[0.2W, 0.5W]	[0.1L, 0.2L]	[0.4W, 0.9W]
3	[1, 3]	[0.3L, 0.8L]	[0.1W, 0.2W]	[0.2L, 0.4L]	[0.2W, 0.4W]	[0.2L, 0.3L]	[0.3W, 0.8W]
4	[1, 4]	[0.2L, 0.7L]	[0.1W, 0.2W]	[0.1L, 0.4L]	[0.1W, 0.4W]	[0.1L, 0.2L]	[0.2W, 0.7W]
5	[1, 5]	[0.1L, 0.6L]	[0.1W, 0.2W]	[0.1L, 0.3L]	[0.1W, 0.3W]	[0.1L, 0.2L]	[0.1W, 0.6W]

服从对数正态分布,其均值  $E(t_{ij}) = d_{ij}$ ,  $Var(t_{ij}) = CV \cdot E(t_{ij})$ ,其中CV为变异系数.

算法采用 Matlab 2018b 编程,在处理器为 Intel Core i5-8500 (3.00 GHz),内存为 8 G 的 PC 上进行测试. 算法最大迭代次数为 5 000,禁忌长度为 25,每个算例均运行 20 次;自适应权重调整中参数  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\xi$ 、 $p_u$  分别设定为 35、15、0.25、50;多样性过程中每次移除的客户节点数为  $\rho \in [4, \min(10, 0.4|N|)]$ . 蒙特卡洛模拟过程中,每次生成  $M (= 1000)$  个场景,缩减后为  $M' (= 10)$  个场景. 此外,费用参数  $k_1 \sim k_4$  参考文献 [22] 分别设定为 5 (元/km)、200 (元/辆)、4 (元

/min) 和 5 (元/min).

## 4.2 算例结果分析

### 4.2.1 2L-CVRP算例对比结果

从 2L-CVRP 标准算例 class 2 ~ class 5 中分别选取 18 个算例,共 72 个测试算例,以验证本文所提出的 IATS 算法与装箱算法有效性. 表 2 为 IATSTSMOBF 算法与文献中 class 2 ~ class 5 平均解对比结果. 其中: BKS 为文献中已知最好平均解,Gap 为各算法平均解与当前最好平均解之间的百分比差距 ( $Gap = 100 \times (\text{平均解} - \text{BKS}) / \text{BKS}$ ).

表2 2L-CVRP算例类型class 2~class 5平均解结果对比

算例	BKS	文献[23]		文献[24]		文献[25]		IATS-TSMOBF	
		平均解	Gap/%	平均解	Gap/%	平均解	Gap/%	平均解	Gap/%
1	281.23	295.46	5.06	290.37	3.25	281.23	0.00	281.84	0.21
2	339.26	341.89	0.78	341.35	0.62	339.26	0.00	339.26	0.00
3	374.07	379.41	1.43	377.37	0.88	375.81	0.47	377.35	0.88
4	435.00	440.85	1.34	435.01	0.00	435.01	0.00	435.01	0.00
5	379.03	382.23	0.84	379.49	0.12	379.03	0.00	379.03	0.00
6	496.90	498.97	0.42	501.02	0.83	497.04	0.03	498.83	0.39
7	690.67	699.29	1.25	698.65	1.16	690.67	0.00	697.36	0.97
8	678.44	701.77	3.44	703.13	3.64	678.44	0.00	678.84	0.06
9	612.01	614.67	0.44	612.02	0.00	612.01	0.00	612.98	0.16
10	674.88	705.04	4.47	701.61	3.96	674.88	0.00	681.46	0.97
11	701.08	731.41	4.33	736.30	5.02	701.08	0.00	721.83	2.96
12	611.20	617.47	1.03	613.94	0.45	611.20	0.00	615.21	0.66
13	2480.73	2581.41	4.06	2561.40	3.25	2480.73	0.00	2527.36	1.88
14	973.23	1030.50	5.88	1015.81	4.37	973.23	0.00	985.49	1.26
15	1128.18	1194.71	5.90	1193.97	5.83	1128.18	0.00	1128.18	0.00
16	699.79	702.46	0.38	701.27	0.21	699.80	0.00	699.79	0.00
17	862.63	862.63	0.00	865.94	0.38	864.06	0.17	864.47	0.21
18	1027.45	1065.94	3.75	1065.76	3.73	1027.45	0.00	1048.48	2.05
平均值	-	-	2.48	-	2.09	-	0.03	-	0.69

通过表 2 结果对比可见,IATS-TSMOBF 算法求解效果大大优于文献 [23] 和 [24] 的算法. 相较于文献 [23] 算法,IATS-TSMOBF 算法的平均解减少了 1.79%,且 17 个算例的平均解优于文献 [23]. 与文献 [24] 相比,IATS-TSMOBF 算法有 14 个算例的求解质量有优势,平均减少了 1.40%. 文献 [25] 为最新发表的文献中求解 2L-CVRP 问题整体效果最好的,IATS-

TSMOBF 算法与其平均差距仅为 0.63%. 以上对比结果表明,本文所提出的算法能够有效求解 2L-CVRP.

### 4.2.2 2L-VRPCDSTT算例分析

#### 1) 算法性能分析.

为了验证本文所提出的自适应机制和多样性机制的有效性,在同等条件下,对比 IATS-TSMOBF、

ITS-TSMOBF(不含自适应机制)、ATS-TSMOBF(不含多样性机制)3种算法求解效果,如图3和表3所示。

图3为用IATS、ITS以及ATS算法求解节点数为30的算例时算法收敛曲线。与ATS和ITS算法的对比结果表明,本文所提出的IATS算法不论是解的质量还是收敛速度都有明显的优势。与ITS算法相比,有自适应机制的ATS和IATS算法能够在1000代左右快速收敛,这表明自适应机制能够加快算法的收敛速度。与ATS算法的对比可见,当算法陷入局部最优解时,本文所提出的多样性机制可在一定程度上增强算法快速跳出局部最优的能力。

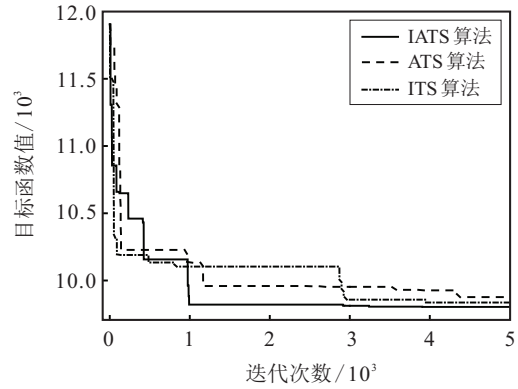


图3 IATS、ATS与ITS算法迭代过程对比

表3 IATS-TSMOBF、ITS-TSMOBF与ATS-TSMOBF算法结果对比

算例	IATS-TSMOBF			ITS-TSMOBF				ATS-TSMOBF			
	最好解	平均解	时间/s	最好解	平均解	时间/s	Gap/%	最好解	平均解	时间/s	Gap/%
class 1-30	9458.4	9465.4	92.1	9516.3	9529.1	91.2	0.61	9510.0	9525.7	87.1	0.54
class 2-30	9890.0	9913.9	98.1	9839.9	9858.6	81.1	-0.51	9878.1	9900.0	86.3	-0.12
class 3-30	9501.0	9576.0	93.5	9515.6	9562.1	98.3	0.15	9537.8	9619.3	91.7	0.38
class 4-30	9893.0	9954.6	80.3	9987.3	10059.0	73.2	0.95	9978.7	10055.6	74.8	0.86
class 5-30	9721.2	9771.2	79.6	9788.9	9846.1	98.7	0.70	9784.2	9845.3	93.5	0.64
class 1-60	17963.7	18146.2	108.9	18026.0	18195.4	116.3	0.35	18001.8	18191.2	101.7	0.21
class 2-60	18065.1	18295.6	131.5	17982.0	18283.0	127.6	-0.46	18131.0	18273.6	112.5	0.36
class 3-60	18129.6	18436.2	119.5	18295.3	18621.5	125.1	0.91	18055.3	18447.8	119.7	-0.41
class 4-60	17976.1	18040.3	131.2	18170.8	18255.3	112.6	1.08	18235.3	18354.7	116.9	1.42
class 5-60	18161.7	18161.7	127.4	18129.0	18208.2	129.4	-0.18	18352.4	18384.8	121.9	1.04
平均值	-	-	106.2	-	-	105.3	0.36	-	-	100.6	0.49

如表3所示,相较于ITS算法,本文所提出的IATS算法得到的解的质量有明显提升。具体而言:10个测试算例中有8个算例的平均解优于ITS算法,7个算例最好解优于ITS算法,最优解平均减少了0.36%。这主要是因为自适应机制能够在迭代过程中选择表现优异的邻域算子,从而引导算法搜索过程,在一定程度上增强了算法求解不同特征问题的鲁棒能力。

相较于ATS算法,本文所提出的IATS算法在求解性能上的优势更加明显。其中:10个测试算例中有9个算例的平均解优于ATS算法,8个算例最好解优于ATS算法,最优目标函数值平均减少了0.49%。这主要是因为本文所提出的多样性机制能够增大搜索空间,在一定程度上克服了禁忌搜索易陷入局部最优的不足。通过引入该机制,更好地平衡了算法的开采与探索能力,使得算法的性能得到提升。此外,ATS算法求解时间最短,这主要是因为多样性机制在每个迭代周期结束时调用移除-修复算子对当前解进行重构,重构过程势必会增加算法求解时间。在现实调度过程中,可根据实际需求选择是否融入多样性机制。

2) 不同变异系数下仿真结果分析。

为分析不同变异系数对调度方案的影响,分别设定变异系数CV为0.5和1对不同规模算例进行数值实验,结果见表4,其中Gap表示变异系数分别为0.5和1时最好解之间的百分比差距。

表4 不同变异系数下仿真结果对比

算例	CV = 0.5		CV = 1		Gap/%
	最好解	平均解	最好解	平均解	
class 1-30	9425.8	9467.5	9458.4	9465.4	0.35
class 2-30	9593.1	9606.2	9890.0	9913.9	3.10
class 3-30	9348.1	9374.7	9501.0	9576.0	1.64
class 4-30	9420.6	9468.1	9893.0	9954.6	5.01
class 5-30	9386.3	9435.9	9721.2	9771.2	3.57
class 1-40	11957.3	12158.3	12252.6	12347.6	2.47
class 2-40	12014.9	12257.5	12230.6	12416.9	1.80
class 3-40	11919.0	12119.8	12348.3	12630.5	3.60
class 4-40	11826.9	12153.5	12548.5	12685.6	6.10
class 5-40	11945.6	12279.2	12319.7	12761.6	3.13
class 1-60	17491.0	18077.6	17963.7	18146.2	2.70
class 2-60	18015.6	18159.4	18065.1	18295.6	0.28
class 3-60	18080.7	18382.1	18129.6	18436.2	0.27
class 4-60	17413.4	17656.2	17976.1	18040.3	3.23
class 5-60	17472.1	17648.8	18161.7	18161.7	3.95
平均值	-	-	-	-	2.75

从表4中两种不同变异系数下目标函数值对比可知,当变异系数增大时,不同规模算例的最好解、平均解均呈现一定程度的增加,尤其是最好解平均增加了2.75%,这一点是符合实际的.这主要是因为变异系数的增大导致车辆旅行时间的方差增大,即旅行时间的波动更大,进而影响配送作业的时效性.

3) 考虑随机旅行时间的必要性分析.

本文采用随机解的价值 (value of stochastic solution, VSS) 指标衡量忽略旅行时间不确定性的影响所需要付出的额外成本<sup>[26]</sup>,计算公式如下:

$$VSS = EVV - HN. \quad (26)$$

其中:HN表示考虑随机旅行时间下的期望成本, EVV表示忽略旅行时间随机性情景下的总成本.

同等条件下,选取节点数为30和60的算例进行测试,结果如表5所示.其中所有算例VSS值均大于0,这表明忽略配送过程中的随机旅行时间会造成额外成本.随着算例规模增大,VSS也呈现一定程度的增加,结果显示随着算例规模增大,不考虑随机因素而造成的额外成本也会相应增大.因此,实际物流配送中忽略随机性因素势必会极大地增加企业的额外成本.为了消除不同算例比较结果的影响,采用随机解价值百分比(Gap(%))= $100 \times VSS / HN$ 进一步评价考虑随机性的收益.如表5所示,所有算例平均价值百分比(Gap)达到了1.4%,最大达到了2.19%,意味着本文建立的带修正随机规划模型是有价值的,在降低考虑不确定性环境下的运输总成本方面具有显著优势.

表5 不同规模算例的随机解价值

算例	EVV	HN	VSS	Gap/%
class 1-30	9561.9	9465.4	96.6	1.02
class 2-30	10007.9	9913.9	94.0	0.95
class 3-30	9740.8	9576.0	164.8	1.72
class 4-30	10027.6	9954.6	73.0	0.73
class 5-30	9978.2	9771.2	206.9	2.12
class 1-60	18254.6	18146.2	108.4	0.60
class 2-60	18584.8	18295.6	289.2	1.58
class 3-60	18619.5	18436.2	183.3	0.99
class 4-60	18434.5	18040.3	394.2	2.19
class 5-60	18476.5	18161.7	314.8	1.73
平均值	-	-	-	1.4

5 结论

本文对考虑旅行时间不确定性和二维装载约束的越库配送车辆路径问题进行了研究,并基于蒙特卡洛模拟与场景分析法构建了以运输成本、车辆固定

成本以及时间窗期望惩罚成本之和最小化为目标的带修正随机规划模型.在此基础上,本文提出了融合改进的自适应禁忌搜索算法与基于禁忌搜索的装箱算法对问题进行求解.实验结果表明,本文所提出的模型与方法能够有效地求解考虑随机旅行时间与二维装载约束的越库配送车辆路径问题,且改进后的自适应禁忌搜索算法全局搜索能力强,能在一定程度上克服禁忌搜索易陷入局部最优的不足.此外,忽略不确定性因素会造成额外运输成本,且旅行时间波动越大,带来的额外运输成本越高.

本文研究更加符合现实的越库配送路径优化问题,为相关研究提供了一些思路.未来工作,一方面可以考虑一些更加贴近实际的因素,如包含需求、服务时间等多重不确定性信息的VRPCD问题;另一方面,可以在不确定性刻画方法以及算法设计方面做进一步的研究,以提升算法性能.

参考文献(References)

- [1] Ladier A L, Alpan G. Cross-docking operations: Current research versus industry practice[J]. Omega, 2016, 62: 145-162.
- [2] 吴斌,陈佳华,李玉,等.物流领域的“JIT”——越库调度[J].油气储运,2018,37(2):143-149. (Wu B, Chen J H, Li Y, et al. The “JIT” in the field of logistics: Study on the cross-docking scheduling[J]. Oil & Gas Storage and Transportation, 2018, 37(2): 143-149.)
- [3] Hasani Goodarzi A, Zegordi S H, Alpan G, et al. Reliable cross-docking location problem under the risk of disruptions[J]. Operational Research, 2021, 21(3): 1569-1612.
- [4] Gelareh S, Glover F, Guemri O, et al. A comparative study of formulations for a cross-dock door assignment problem[J]. Omega, 2020, 91: 102015.
- [5] 葛昱龙,邹登波.供应链环境下带越库配送的多配送中心车辆路径问题[J].控制与决策,2018,33(12):2169-2176. (Ge X L, Zou D B. Vehicle routing problem of multi-distribution centers with cross-docking in the supply chain[J]. Control and Decision, 2018, 33(12): 2169-2176.)
- [6] Lee Y H, Jung J W, Lee K M. Vehicle routing scheduling for cross-docking in the supply chain[J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, 51(2): 247-256.
- [7] Wen M, Larsen J, Clausen J, et al. Vehicle routing with cross-docking[J]. Journal of the Operational Research Society, 2009, 60(12): 1708-1718.
- [8] Hasani Goodarzi A, Tavakkoli-Moghaddam R, Amini A. A new bi-objective vehicle routing-scheduling problem with cross-docking: Mathematical model and algorithms[J]. Computers & Industrial Engineering, 2020, 149: 106832.

- [9] 崔巍, 魏帅, 胡轩. 带批次和临时库存的越库配送车辆路径问题研究[J]. 数学的实践与认识, 2021, 51(3): 26-38.  
(Cui W, Wei S, Hu X. Research on vehicle routing problem with cross-docking under batch and temporary inventory[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2021, 51(3): 26-38.)
- [10] Iori M, Salazar-González J J, Vigo D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints[J]. Transportation Science, 2007, 41(2): 253-264.
- [11] Sabar N R, Bhaskar A, Chung E, et al. An adaptive memetic approach for heterogeneous vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2020, 58: 100730.
- [12] Pinto T, Alves C, Valério de Carvalho J. Variable neighborhood search algorithms for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints and mixed linehauls and backhauls[J]. International Transactions in Operational Research, 2020, 27(1): 549-572.
- [13] 尚正阳, 顾寄南, 潘家保. 考虑LIFO约束的2L-CVRP优化[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27(7): 2134-2143.  
(Shang Z Y, Gu J N, Pan J B. 2L-CVRP vehicle routing problem with LIFO loading constraint[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2021, 27(7): 2134-2143.)
- [14] Errico F, Desaulniers G, Gendreau M, et al. A priori optimization with recourse for the vehicle routing problem with hard time windows and stochastic service times[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 249(1): 55-66.
- [15] 李国明, 李军华. 基于混合禁忌搜索算法的随机车辆路径问题[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2161-2169.  
(Li G M, Li J H. Stochastic vehicle routing problem based on hybrid tabu search algorithm[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2161-2169.)
- [16] Guimarans D, Dominguez O, Panadero J, et al. A simheuristic approach for the two-dimensional vehicle routing problem with stochastic travel times[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2018, 89: 1-14.
- [17] Dupaová J, Gröwe-Kuska N, Römisches W. Scenario reduction in stochastic programming[J]. Mathematical Programming, 2003, 95(3): 493-511.
- [18] Gmira M, Gendreau M, Lodi A, et al. Tabu search for the time-dependent vehicle routing problem with time windows on a road network[J]. European Journal of Operational Research, 2021, 288(1): 129-140.
- [19] Burke E K, Kendall G, Whitwell G. A new placement heuristic for the orthogonal stock-cutting problem[J]. Operations Research, 2004, 52(4): 655-671.
- [20] Wei L, Zhang Z, Zhang D, et al. A variable neighborhood search for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 243(3): 798-814.
- [21] Zachariadis E E, Kiranoudis C T. A strategy for reducing the computational complexity of local search-based methods for the vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37(12): 2089-2105.
- [22] 周鲜成, 吕阳, 贺彩虹, 等. 考虑时变速度的多车场绿色车辆路径模型及优化算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 473-482.  
(Zhou X C, Lv Y, He C H, et al. Multi-depot green vehicle routing model and its optimization algorithm with time-varying speed[J]. Control and Decision, 2022, 37(2): 473-482.)
- [23] Leung S C H, Zhou X Y, Zhang D F, et al. Extended guided tabu search and a new packing algorithm for the two-dimensional loading vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(1): 205-215.
- [24] Leung S C H, Zhang Z Z, Zhang D F, et al. A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 225(2): 199-210.
- [25] Wei L J, Zhang Z Z, Zhang D F, et al. A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 265(3): 843-859.
- [26] Nikzad E, Bashiri M, Oliveira F. Two-stage stochastic programming approach for the medical drug inventory routing problem under uncertainty[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 128: 358-370.

### 作者简介

张政(1995—), 男, 硕士生, 从事车辆路径问题、优化算法及应用的研究, E-mail: Zhengzhang@cus.edu.cn;

季彬(1991—), 男, 教授, 博士, 从事物流配送优化理论与应用、通航调度、港口调度、车辆路径问题等研究, E-mail: cumtjibin@126.com.

(责任编辑: 李君玲)