

# 控制与决策

Control and Decision

基于扩张状态观测器的二质量系统非奇异快速终端滑模控制

沙磊, 王树波, 刘逸坚

引用本文:

沙磊, 王树波, 刘逸坚. 基于扩张状态观测器的二质量系统非奇异快速终端滑模控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 850–856.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1076>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[基于低通非奇异终端滑模引导的舰载机抗侧风着舰控制技术](#)

Anti crosswind carrier landing control technology based on low pass nonsingular terminal sliding mode guidance

*控制与决策*. 2022, 37(9): 2255–2264 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0165>

[考虑扰动与输入饱和的机械臂连续非奇异快速终端滑模控制](#)

Continuous non-singular fast terminal sliding mode control of robotic manipulators considering disturbance and input saturation

*控制与决策*. 2022, 37(4): 903–912 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1335>

[基于变速趋近律的机电伺服系统自适应滑模控制](#)

Adaptive sliding mode control of electromechanical servo system based on variable rate reaching law

*控制与决策*. 2022, 37(4): 1067–1073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1166>

[输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制](#)

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

[基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制](#)

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

*控制与决策*. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

# 基于扩张状态观测器的二质量系统 非奇异快速终端滑模控制

沙磊, 王树波<sup>†</sup>, 刘逸坚

(1. 青岛大学自动化学院, 山东青岛 266071; 2. 青岛大学山东省工业控制技术重点实验室, 山东青岛 266071)

**摘要:** 针对含未知负载信息的二质量伺服系统, 提出一种基于有限时间扩张状态观测器的非奇异快速终端滑模控制方法. 首先, 利用电机侧位置信息设计有限时间扩张状态观测器估计系统的扰动, 并将估计值融入到控制器中作为前馈项对系统的未知扰动进行补偿; 然后, 引入一种新型的滑模趋近律, 该趋近律能够避免传统滑模控制中存在的奇异性问题, 据此设计非奇异快速终端滑模控制器, 保证系统状态在有限时间内收敛到原点, 并根据李雅普诺夫稳定性理论分析闭环系统的稳定性; 最后, 通过仿真和实验验证所提出方法的优越性. 结果表明, 与传统的 PID 等控制相比较, 所提出的基于扩张状态观测器的有限时间滑模控制方法能够提高系统的跟踪性能, 并有效增强二质量伺服系统的抗扰动能力.

**关键词:** 二质量系统; 扰动补偿; 有限时间控制; 滑模控制; 扩张状态观测器; 稳定性分析

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1076

引用格式: 沙磊, 王树波, 刘逸坚. 基于扩张状态观测器的二质量系统非奇异快速终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 850-856.

## Nonsingular fast terminal sliding mode control based on extended state observer for two mass systems

SHA Lei, WANG Shu-bo<sup>†</sup>, LIU Yi-jian

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** A fast terminal sliding mode control method based on the finite time extended state observer (ESO) is proposed for the two mass servo systems with unknown load position information. To estimate the unknown disturbances, a finite-time extended state observer is designed and incorporated into the control design to compensate the unknown disturbance of two-mass systems. Then, combined with a new type of sliding mode reaching law, a non-singular fast terminal sliding mode controller is proposed, which can eliminate singularity existing in the conventional sliding mode control. Therefore, a finite time sliding mode controller is designed based on the ESO, which improves the reaching speed of sliding mode variables and ensures that the system state converges to the origin in finite time. The finite time stability of the closed-loop control system is analysed via the Lyapunov stability theory. Comparative simulations and experiments are carried out based on a two-mass driving system to validate the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords:** two-mass system; disturbance compensation; finite time control; sliding mode control; extended state observer; stability analysis

## 0 引言

在伺服驱动装置中, 电机通过柔性环节驱动负载运动, 一般称这类系统为二质量系统, 在工业得到广泛应用, 如工业机器人、数控机床、军事装备. 但是, 二质量系统在运行过程中容易受到参数摄动、摩擦

扰动、负载惯量变化以及负载扰动等不确定性的影响, 降低了系统的控制性能. 为了提高二质量系统的控制性能, PID、线性滑模控制等控制算法被用于二质量系统的控制, 但是传统的线性滑模控制中存在奇异性问题, 为了克服这类问题, 文献[1-2]通过在非奇

收稿日期: 2021-06-21; 录用日期: 2021-11-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173194); 山东省优秀青年基金项目(ZR2021YQ41).

责任编辑: 孙宗耀.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: wangshubo1130@126.com.

异终端滑模控制中引入线性化项, 设计了非奇异快速终端滑模, 具有状态远离原点时收敛速度快、全局收敛的特性. 文献[3]针对单倒立摆跟踪系统, 设计了不依赖于系统初始值的终端滑模控制器, 在初始值不确定的情况下保证系统的控制精度. 文献[4]针对直线电机提出了一种基于鲁棒无模型速度控制器的非奇异终端滑模控制器, 可以解决量化噪声和载荷变化的影响. 此外, 非奇异滑模与自适应技术相结合的技术被广泛应用于各种系统中<sup>[5-8]</sup>. 有限时间控制方法<sup>[9]</sup>由于在原点附近收敛快于渐近收敛方法, 对各种干扰和不确定性具有较强的鲁棒性. 本文将有限时间控制方法应用于二质量系统中, 以提高二质量系统的控制性能.

扩张状态观测器<sup>[10]</sup>(extended state observer, ESO)通过特殊的反馈机制能够估计不确定系统的非线性、未建模动态和外部干扰, 是自抗扰控制技术的关键组成部分. 引入扩张状态观测器能够使控制器的设计不依赖于精确的系统模型. 文献[11]利用电机侧参考修正与转矩补偿相结合有效地抑制了二质量系统中传动机构中的摩擦效应. 文献[12]通过设计扩张状态观测器实现了对伺服系统中总扰动的补偿.

本文针对受外界扰动、不确定性等影响的二质量系统, 提出一种全局有限时间控制策略, 利用可测量电机位置信息, 设计有限时间扩张状态观测器估计系统的总扰动, 并在控制器设计中对其补偿. 引入两相滑模趋近律, 设计非奇异快速终端滑模控制器. 最后通过仿真和实验验证所提出方法的有效性.

## 1 系统描述

简化的二质量伺服驱动系统其动力学模型为

$$\begin{cases} T_m = J_m \dot{\omega}_m + b_m \omega_m + d + T_s, \\ T_s = K_l (\theta_m - \theta_l), \\ T_l = T_s - J_l \dot{\omega}_l - b_l \omega_l. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\theta_m$  为电机位置,  $\omega_m$  为电机速度,  $\theta_l$  为负载位置,  $\omega_l$  为负载速度,  $d$  为扰动,  $T_m$  为电机控制力矩,  $T_l$  为负载力矩,  $T_s$  为柔性轴传动力矩,  $J_m$  为电机惯量,  $J_l$  为负载惯量,  $b_m$  为电机阻尼系数,  $b_l$  为负载阻尼系数.

定义状态变量  $x_1 = \theta_m$ ,  $x_2 = \omega_m$ ,  $b = J_m^{-1}$ , 得到如下状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = bu + D. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $u = \frac{T_m}{J_m}$  为控制输入, 其物理意义为电磁力矩;  $D = -\frac{1}{J_m}(bx_2 + T_s + d)$  为系统总扰动, 包括传

动力矩  $T_s$  及其他外部扰动.

假设1<sup>[13]</sup> 未知扰动  $d$  是未知有界的, 且导数满足  $\sup_{t \geq 0} |\dot{d}| \leq d_m$ , 其中  $d_m \geq 0$  为常数.

## 2 基于有限时间扩张观测器的非奇异快速终端滑模控制器设计

### 2.1 有限时间扩张状态观测器

对于系统(2), 为了有效估计系统的总扰动, 定义  $x_3 = D$ , 状态变量  $x$  扩展为  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ . 定义  $h(t)$  为  $x_3$  的微分, 方程(2)可以写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = bu + x_3, \\ \dot{x}_3 = h(t). \end{cases} \quad (3)$$

针对方程(3), 有限时间扩张状态观测器 (finite time extended state observer, FTESO)<sup>[14]</sup> 设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sig}(x_1 - \hat{x}_1)^{(\kappa+1)/2}, \\ \dot{\hat{x}}_2 = J_m^{-1}u + \hat{x}_3 + \lambda_2 \text{sig}(x_2 - \hat{x}_2)^{(\kappa+1)/2}, \\ \dot{\hat{x}}_3 = \lambda_3 \text{sig}(x_3 - \hat{x}_3)^\kappa. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\kappa \in (0, 1)$ ;  $\hat{x}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为  $x_i$  的估计值;  $\text{sig}(\cdot)^\kappa = \text{sign}(\cdot) \cdot |\cdot|^\kappa$ ,  $\text{sign}(\cdot)$  为标准符号函数;  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为观测器增益, 选择  $\lambda_1 = 3\omega_0$ ,  $\lambda_2 = 3\omega_0^2$ ,  $\lambda_3 = \omega_0^3$ ,  $\omega_0$  为观测频率. 设观测误差  $\eta_i = x_i - \hat{x}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 观测器估计误差动态为

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2 - \lambda_1 \text{sig}(\eta_1)^{(\kappa+1)/2}, \\ \dot{\eta}_2 = \eta_3 - \lambda_2 \text{sig}(\eta_2)^{(\kappa+1)/2}, \\ \dot{\eta}_3 = \dot{D} - \lambda_3 \text{sig}(\eta_3)^\kappa. \end{cases} \quad (5)$$

引理1<sup>[14]</sup> 当有限时间扩张状态观测器满足假设1时, 存在常数  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ ,  $t_s > 0$ ,  $\kappa \in (0, 1)$ , 使得

$$\phi \leq \frac{\varphi D_M}{\nu_{\min}\{A_1\} \nu_{\min}\{P\}}, \quad \forall t > t_s.$$

其中:  $D_M$  为  $D$  的最大值,  $\nu_{\min}\{\cdot\}$  为矩阵的最小奇异值.  $\varphi = \sqrt{\lambda_3^2 + 4}$ ,  $\phi = [\text{sig}^{(\kappa+1)/2}(\eta_1), \eta_2, \eta_3]^T$ , 且有

$$A_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & -1 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & -1 \\ \lambda_3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} a_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ -\lambda_2 & 2 & 0 \\ -\lambda_3 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$a_1 = 2\lambda_1/(\kappa+1) + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ . 选择合适的  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , 使得  $\phi \leq \frac{\varphi D_M}{\nu_{\min}\{A_1\} \nu_{\min}\{P\}}$ . 因此, 根据文献[14], 如果  $\nu_{\min}\{A_1\} \nu_{\min}\{P\}$  充分大, 则估计误差  $\phi$  可以达到充分小.

## 2.2 非奇异快速终端滑模控制器设计

为了提高电机的跟踪精度,提出基于有限时间扩张状态观测器的非奇异快速终端滑模控制器(finite time extended state observer based nonsingular fast terminal sliding mode control, NFTSMC+FTESO),具体设计步骤如下.

定义  $x_d$  为电机位置参考信号, 设电机端位置误差为

$$e_1 = x_1 - x_d. \quad (6)$$

对误差求导得到

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_d. \quad (7)$$

进而得到误差动态方程

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = bu + D - \ddot{x}_d. \end{cases} \quad (8)$$

非奇异快速终端滑模面设计为

$$s = \dot{e}_1 + c_1 e_1 + c_2 s_{au}, \quad (9)$$

其中  $c_1, c_2 > 0$ .  $s_{au}$  定义为

$$s_{au} = \begin{cases} |e_1|^r \text{sign}(e_1), & \bar{s} = 0 \text{ or } \bar{s} \neq 0, |e_1| \geq \mu; \\ l_1 e_1 + l_2 \text{sign}(e_1) e_1^2, & \bar{s} \neq 0, |e_1| < \mu. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $l_1 = (2-r)\zeta^{r-1}$ ,  $l_2 = (r-1)\zeta^{r-2}$ ,  $r \in (0, 1)$ ,  $\bar{s} = \dot{e}_1 + k_1 e_1 + k_2 |e_1|^r \text{sign}(e_1)$ ,  $\mu$  为非常小的正整数. 这里  $k_1, k_2$  是不为0的正实数,  $0 < k_1 < 1, k_2 > 1$ .

**引理2**<sup>[15]</sup> 考虑误差动态系统(8)和滑模面(9), 如果  $s = \bar{s} = 0$ , 则跟踪误差  $e_i (i = 1, 2)$  在有限时间内收敛于零.

选取第1个Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2. \quad (11)$$

对上式求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 = e_1 (s - c_1 e_1 - c_2 s_{au}) = \\ &\begin{cases} s e_1 - c_1 e_1^2 - c_2 |e_1|^{r+1}, \\ \bar{s} = 0 \text{ or } \bar{s} \neq 0, |e_1| \geq \mu; \\ s e_1 - c_1 e_1^2 - c_2 l_1 e_1^2 - c_2 l_2 |e_1|^3, \\ \bar{s} \neq 0, |e_1| < \mu. \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可知, 当  $s = 0$  时,  $\dot{V}_1 \leq 0$  成立. 选取第2个Lyapunov函数为

$$V_2 = V_s + V_1, \quad (13)$$

其中  $V_s = \frac{1}{2} s^2$ . 对  $V_2$  求导, 可得

$$\dot{V}_2 = s \dot{s} + \dot{V}_1 = e_1 (s - c_1 e_1 - c_2 s_{au}) + s \dot{s} =$$

$$\begin{cases} s(e_1 + \dot{s}) - c_1 e_1^2 - c_2 |e_1|^{r+1}, \\ \bar{s} = 0 \text{ or } \bar{s} \neq 0, |e_1| \geq \mu; \\ s(e_1 + \dot{s}) - c_1 e_1^2 - c_2 l_1 e_1^2 - c_2 l_2 |e_1|^3, \\ \bar{s} \neq 0, |e_1| < \mu. \end{cases} \quad (14)$$

滑模函数  $s$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{e}_1 + c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{s}_{au} = \\ &bu + D - \ddot{x}_d + (c_1 + c_2 \Phi_1) \dot{e}_1. \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \\ &\begin{cases} r |e_1|^{r-1} \text{sign}(e_1), & \bar{s} = 0 \text{ or } \bar{s} \neq 0, |e_1| \geq \mu; \\ l_1 + 2l_2 \text{sign}(e_1) e_1, & \bar{s} \neq 0, |e_1| < \mu. \end{cases} \\ u &= -\frac{1}{b} [(c_1 + c_2 \Phi_1)(s - c_1 e_1 - c_2 s_{au}) - \\ &\ddot{x}_d + \hat{D} + e_1 + \rho_2 s + \rho_1 |s|^{g(s)} \text{sign}(s)]. \end{aligned} \quad (16)$$

$\rho_1, \rho_2 > 0$ .  $g(s)$  的表达式<sup>[16]</sup>为

$$g(s) = \begin{cases} p_1/q_1, & |s| \geq 1; \\ q_1/p_1, & |s| < 1. \end{cases} \quad (17)$$

其中  $p_1, q_1$  为正奇数, 且  $p_1 > q_1 > 0$ .

将式(16)和(17)代入(15), 得到

$$\dot{s} = -\rho_1 \text{sig}(s)^{g(s)} - \rho_2 s - e_1 + D - \hat{D}. \quad (18)$$

从而得到

$$\dot{V}_2 = -c_1 e_1^2 - c_2 \Phi_2 - \rho_1 |s|^{g(s)+1} - \rho_2 s^2 + s \eta_3. \quad (19)$$

其中  $\Phi_2$  定义为

$$\Phi_2 = \begin{cases} |e_1|^{r+1}, & \bar{s} = 0 \text{ or } \bar{s} \neq 0, |e_1| \geq \mu; \\ l_1 e_1^2 + l_2 |e_1|^3, & \bar{s} \neq 0, |e_1| < \mu. \end{cases} \quad (20)$$

## 3 稳定性分析

**引理3**<sup>[17]</sup> 对于扩展Lyapunov函数不等式

$$\dot{V}(x) \leq -\lambda_{v1} V(x) - \lambda_{v2} V^p(x). \quad (21)$$

其中:  $V(x)$  关于状态  $x \in R$  的Lyapunov函数  $\lambda_{v1}, \lambda_{v2} > 0, p \in (0, 1)$ . 对于任何初始状态  $V(x_0) = V_0$ , Lyapunov函数能够在有限时间内收敛至原点, 收敛时间为

$$T \leq \frac{1}{\lambda_{v1}(1-p)} \ln \left[ \frac{\lambda_{v1}}{\lambda_{v2}} V^p(x_0) + 1 \right]. \quad (22)$$

**定理1** 考虑由二质量伺服系统、控制器、有限时间扩张观测器组成的闭环控制系统, 所有信号稳定并且跟踪误差能够在有限时间内收敛到足够小的区域内.

**证明** 选取第3个Lyapunov函数

$$V = V_2 + \frac{1}{2}\eta_3^2. \quad (23)$$

其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -c_1e_1^2 - c_2\Phi_2 - \rho_1|s|^{g(s)+1} - \\ & \rho_2s^2 + s\eta_3 + \eta_3\dot{\eta}_3 \leq \\ & -ce_1^2 - c_2\Phi_2 - \rho_1|s|^{g(s)+1} - \\ & \rho_2s^2 + |s|\eta_3 + \eta_3\dot{\eta}_3. \end{aligned} \quad (24)$$

根据Young's不等式,得到

$$|s|\eta_3 \leq \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\eta_3^2. \quad (25)$$

式(24)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -ce_1^2 - c_2\Phi_2 - \rho_1|s|^{g(s)+1} - \left(\rho_2 - \frac{1}{2}\right)s^2 + \\ & \eta_3\dot{\eta}_3 + \frac{1}{2}\eta_3^2 \leq L_1V + L_2. \end{aligned} \quad (26)$$

其中:  $L_1 = \min\{2\rho_2 - 1, 2\rho_1, 2c, 1\}$ ,  $L_2 = \eta_3\dot{\eta}_3 - c_2\Phi_2$  为有界常值. 因为估计误差也有界, 根据文献[18]可知,  $s$ 、 $e_1$ 、 $e_2$  有限时间不逃逸, 系统有限时间稳定.  $\square$

**定理2** 假设跟踪误差动态方程(8)满足假设1, 在所提出控制策略下, 滑模流形  $s$  在有限时间收敛到  $|s| \leq \Theta$ , 跟踪误差  $e_1, e_2$  有限时间分别收敛到  $|e_1| \leq \Lambda_{e_1}$  和  $|e_2| \leq \Lambda_{e_2}$ . 有

$$|s| \leq \Theta = \min\left(\frac{|\xi_3 - e_1|}{\rho_2}, \left(\frac{|\xi_3 - e_1|}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{g(s)}}\right),$$

$$|e_1| \leq \Lambda_{e_1} = \max\left\{\mu, \frac{\Lambda}{2c_1}, \left|\frac{\Lambda}{2c_2}\right|^{\frac{1}{r}}\right\},$$

$$|e_2| \leq \Lambda_{e_2} = \Theta - c_1\Lambda_{e_1} - c_2\Lambda_{e_1}^r.$$

**证明** 第1步: 估计误差  $\eta_3$  在有限时间内收敛到有界常数时, 分两种情况分析滑模量的趋近情况. 第1种情况为

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = s\dot{s} = st(\ddot{e}_1 + c_1\dot{e}_1 + c_2\dot{s}_{au}) = \\ -\rho_2s^2 - \rho_1|s|^{g(s)+1} + s\eta_3 - se_1 = \\ -\left(\rho_2 - \frac{\eta_3 - e_1}{s}\right)s^2 - \rho_1|s|^{g(s)+1}. \end{aligned} \quad (27)$$

当  $\rho_2 - \frac{\eta_3 - e_1}{s} > 0$  时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = \\ -2\left(\rho_2 - \frac{\eta_3 + e_1}{s}\right)V_s - 2^{\frac{g(s)+1}{2}}\rho_1V_s^{\frac{g(s)+1}{2}} \leq \\ -\varpi_1V_s - \varpi_2V_s^{\frac{g(s)+1}{2}}. \end{aligned} \quad (28)$$

其中:  $0 < \varpi_1 \leq 2\left(\rho_2 - \frac{\eta_3 - e_1}{s}\right)$ ,  $\varpi_2 = 2^{\frac{g(s)+1}{2}}\rho_1$ . 由引理3可知, 系统状态能够从任意初始状态在有限时间内趋向于滑模面. 为了保证系统的有限时间稳

定特性, 需要满足条件  $\rho_2 - \frac{\eta_3 - e_1}{s} > 0$ , 即

$$|s| > \frac{|\eta_3 - e_1|}{\rho_2}. \quad (29)$$

又因为  $|\eta_3| \leq \xi_3$ , 可得

$$\frac{|\eta_3|}{\rho_2} \leq \frac{|\xi_3 - e_1|}{\rho_2} = \Theta_1. \quad (30)$$

因此, 只要  $|s| > \Theta_1$ , 滑模变量  $s$  便可以在有限时间内到达  $|s| \leq \Theta_1$ .

将式(27)改写为(30)的形式, 滑模变量的第2种趋近运动情况分析如下:

$$\dot{V}_s = -\rho_2s^2 - \left(\rho_1 - \frac{\eta_3 - e_1}{|s|^{g(s)}\text{sign}(s)}\right)|s|^{g(s)+1}. \quad (31)$$

同理可得, 滑模变量  $s$  可以在有限时间内到达下述范围:

$$|s| \leq \left(\frac{|\xi_3 - e_1|}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{g(s)}} = \Theta_2. \quad (32)$$

第2步: 分析在到达阶段误差状态  $e_1, e_2$  的收敛特性. 将控制器代入式(8)中第2个方程, 可得

$$\dot{e}_2 = -(c_1 + c_2\Phi)\dot{e}_1 - \rho_2s - \rho_1|s|^{g(s)}\text{sign}(s) + \eta_3. \quad (33)$$

假设  $\dot{e}_1 = 0$ , 得到

$$\Phi_2 = \begin{cases} \left(\frac{\eta_3 - e_1}{s} - \rho_2\right)s - \rho_1\text{sig}(s)^{g(s)} \neq 0, \\ |s| > \Theta_1; \\ -\rho_2s - \left(\rho_1 - \frac{\eta_3 - e_1}{\text{sig}(s)^{g(s)}}\right)\text{sig}(s)^{g(s)} \neq 0, \\ \bar{s} \neq 0, |s| > \Theta_2. \end{cases} \quad (34)$$

由式(34)可以看出, 当  $|s| > \Theta_1$  或者  $|s| > \Theta_2$  时, 并不是到达阶段的终端吸引子,  $\dot{e}_1 = 0$  能够保证滑模面的有限时间趋近特性. 滑模变量  $s$  在有限时间内到达  $|s| \leq \Theta = \min(\Theta_1, \Theta_2)$ . 当  $|e_1| \geq \mu$  时, 有

$$e_2 + c_1e_1 + c_2|e_1|^r\text{sign}(e_1) = \Lambda, |\Lambda| < \Theta. \quad (35)$$

将式(33)改写为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 + \left(c_1 - \frac{\Lambda}{2e_1}\right)e_1 + \\ \left(c_2 - \frac{\Lambda}{2|e_1|^r\text{sign}(e_1)}\right)|e_1|^r\text{sign}(e_1) = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

根据引理2可知, 只要

$$c_1 - \frac{\Lambda}{2e_1} > 0, c_2 - \frac{\Lambda}{2|e_1|^r\text{sign}(e_1)} > 0,$$

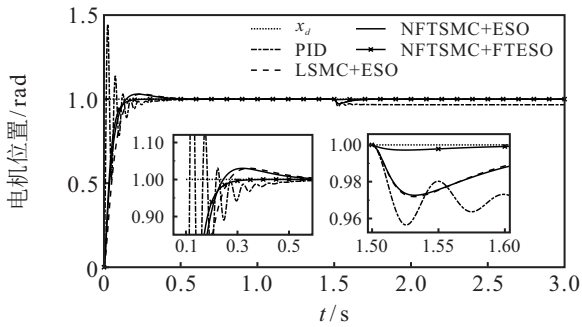
式(33)即为非奇异快速终端滑模面,  $e_1$  有限时间收敛到  $|e_1| \leq \Lambda_{e_1}$ ,  $e_2$  有限时间收敛到  $|e_2| \leq \Lambda_{e_2}$ .  $\square$

## 4 仿真分析

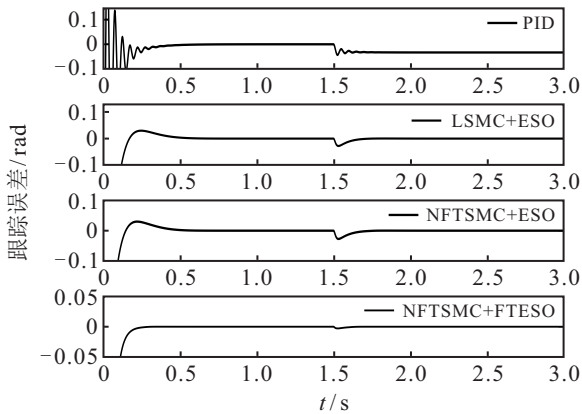
为了验证所提出算法的有效性, 选取基于传统扩张状态观测器的线性滑模控制器 (extended

state observer based linear sliding mode control, LSMC+ESO)<sup>[19]</sup>、PID控制器作为比较,模型仿真参数设置为电机惯量  $J_m = 0.026 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,负载惯量  $J_l = 0.026 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,弹性系数  $K_t = 60 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ ,电机摩擦系数  $b_m = 0.5$ ,负载摩擦系数  $b_l = 6$ . 控制器仿真参数取值如下:

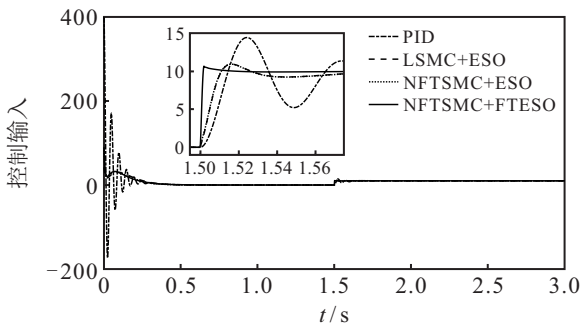
- 1) NFTSMC+FTESO方法控制参数:  $c_1 = 50, c_2 = 1, \rho_1 = 3, \rho_2 = 30, p_1 = 5, q_1 = 3, \omega_0 = 300, \kappa = 0.7, \zeta = 1/1000, \mu = 1/10$ ;
- 2) NFTSMC+ESO控制器参数:  $c_1 = 50, c_2 = 1, \rho_1 = 3, \rho_2 = 30, p_1 = 5, q_1 = 3, \omega_0 = 300, \kappa = 0.7$ ;
- 3) LSMC+ESO方法控制参数:  $c_1 = 50, c_2 = 1, \rho_1 = 3, \rho_2 = 30, p_1 = 5, q_1 = 3, \omega_0 = 300, \kappa = 0.7$ ;
- 4) PID方法控制参数:  $k_p = 300, k_i = 0, k_d = 1$ , 另一种情况同为  $k_p = 300, k_i = 0, k_d = 1$ .



(a) 位置跟踪



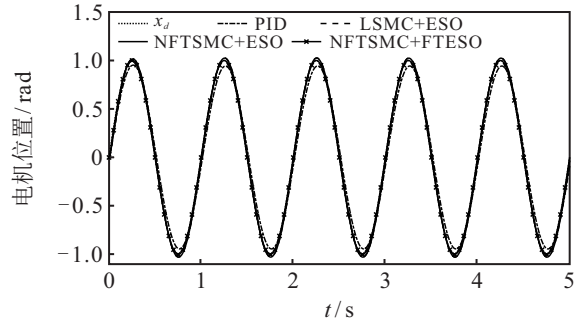
(b) 跟踪误差



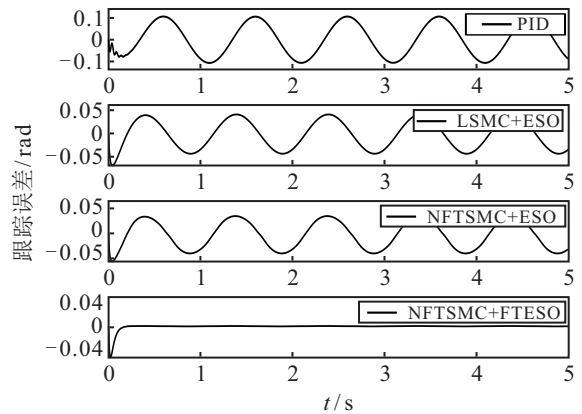
(c) 控制信号

图1 阶跃仿真结果

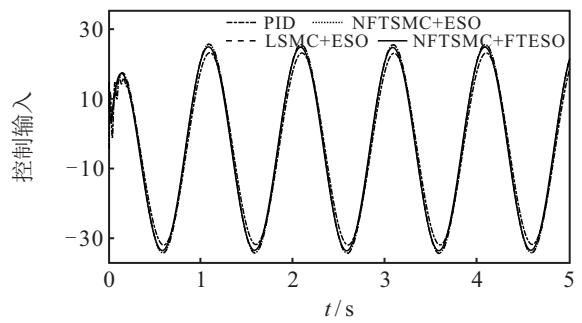
第1种情况:当跟踪阶跃信号时,设参考信号  $x_d = 1$ ,在1.5s时加入阶跃扰动信号  $d = 10 \text{ N}$ . 仿真结果如图1所示;第2种情况:当跟踪正弦信号时,设  $x_d = \sin(0.5\pi t)$ ,加入时变扰动信号  $d = 0.1 \sin(0.5\pi t)$ ,仿真结果如图2所示.



(a) 位置跟踪



(b) 跟踪误差



(c) 控制信号

图2 正弦仿真结果

图1分别给出了阶跃信号的位置跟踪(图1(a))、跟踪误差(图1(b))以及控制信号(图1(c)),由图1可见,PID控制和线性滑模控制的收敛时间分别约为0.6s和0.7s,本文方法收敛时间约为0.3s. 在1.5s突加外界扰动时,PID控制器无法恢复跌落之前的状态,线性滑模控制约在0.25s恢复稳态,而本文方法在0.1s内即可恢复稳态.

正弦信号跟踪仿真结果如图2所示,在受外界时变信号的影响下,PID控制和线性滑模控制的稳态误差范围分别为  $-0.04 \sim 0.04 \text{ rad}$  和  $-0.06 \sim$

0.05 rad(图2(b)), 本文方法的稳态误差范围大约为  $-0.04 \sim 0.0002$ , 且控制量未出现抖振(图2(c)). 此外, 图3给出了情况1和情况2下有无扰动的仿真结果, 通过比较可知, 所提出算法在存在扰动的情况下也能够保证系统的跟踪精度.

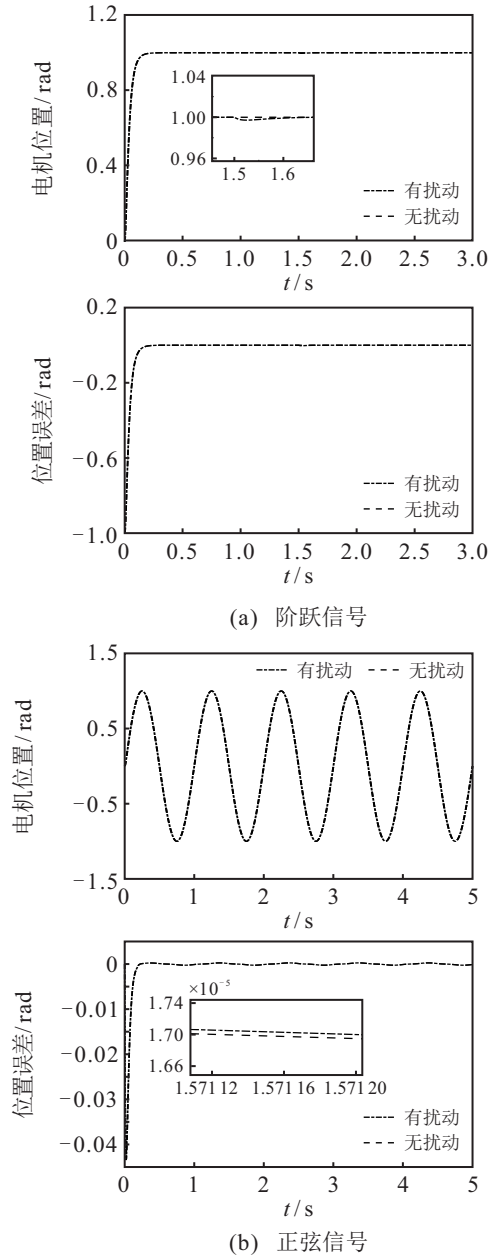


图3 有无扰动仿真结果对比

## 5 实验验证

### 5.1 实验装置

通过实验验证所提出算法的有效性, 实验平台为四电机驱动伺服系统, 由4个松下交流电机作为驱动电机, 其脉宽调制放大器集成在驱动板卡(Panasonic MCDT3520)中, 采用米格永磁同步电机(180ST-M35105)作为负载, 其编码器分辨率为360 rad/64 000转; 上位机通过编码器和传感器的采样信号, 实时采集电机和负载的位置和速度, 并提供相应的控制命令

实现电机的在线控制.

### 5.2 实验结果

为了验证所提出算法的有效性, 采用正弦信号作为参考信号, 实验结果如图4所示. 图4(a)给出了正弦期望轨迹下双惯量伺服系统的位置跟踪结果, 图4(b)给出了跟踪误差. 由图4可见, 本文控制算法的跟踪精度更高且跟踪误差更小. 通过比较NFTSMC+FTESO和NFTSMC+ESO发现, NFTSMC+FTESO产生的跟踪误差更小, 这是由于采用有限时间扩张观测器能够有效估计未知扰动. 在这4种控制算法中, PID控制方法产生了最大的跟踪误差. 从实验结果可以看出, 所提出控制算法能够有效提高二质量系统的跟踪性能.

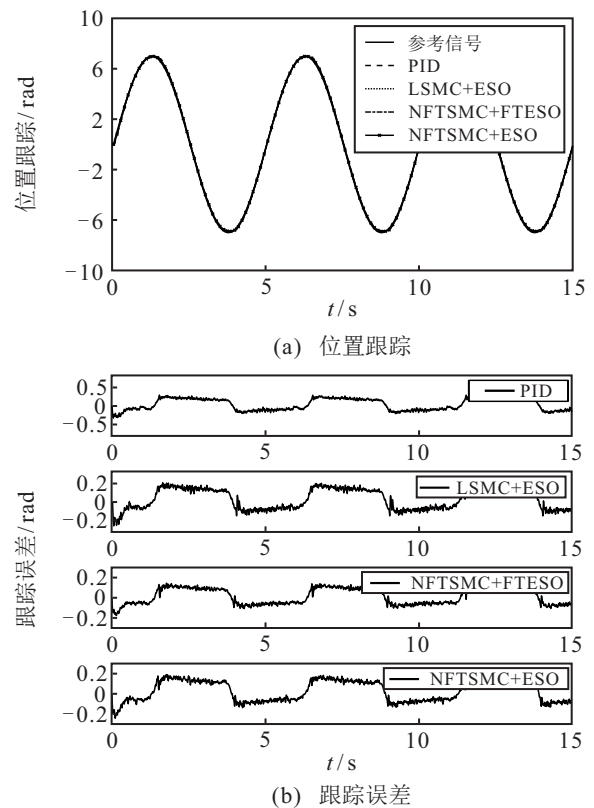


图4 正弦信号跟踪

## 6 结论

本文结合有限时间扩张状态观测器和非奇异快速终端滑模设计位置环控制器, 确保了电机位置状态能够在有限时间内实现参考信号的跟踪, 所设计的有限时间观测器能够有效估计位置扰动. 在时变外部干扰和突变阶跃干扰两种情况下分别进行仿真验证, 实验结果表明, 所提出方法的抗扰能力更强, 具有更好的跟踪性能.

### 参考文献(References)

[1] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002,

- 38(12): 2159-2167.
- [2] Yang L, Yang J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865-1879.
- [3] Tian Y, Cai Y L, Deng Y F. A fast nonsingular terminal sliding mode control method for nonlinear systems with fixed-time stability guarantees[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 60444-60454.
- [4] Zheng J C, Wang H, Man Z H, et al. Robust motion control of a linear motor positioner using fast nonsingular terminal sliding mode[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(4): 1743-1752.
- [5] Qiao L, Zhang W D. Adaptive second-order fast nonsingular terminal sliding mode tracking control for fully actuated autonomous underwater vehicles[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2019, 44(2): 363-385.
- [6] Van M, Mavrouniotis M, Ge S S. An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(7): 1448-1458.
- [7] Wang Y Y, Zhu K W, Yan F, et al. Adaptive super-twisting nonsingular fast terminal sliding mode control for cable-driven manipulators using time-delay estimation[J]. *Advances in Engineering Software*, 2019, 128: 113-124.
- [8] Yin L J, Deng Z H, Huo B Y, et al. Finite-time synchronization for chaotic gyros systems with terminal sliding mode control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(6): 1131-1140.
- [9] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. *控制与决策*, 2011, 26(2): 161-169.  
(Ding S H, Li S H. A survey for finite-time control problems[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(2): 161-169.)
- [10] 黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析[J]. *系统科学与数学*, 2012, 32(10): 1287-1307.  
(Huang Y, Xue W C. Active disturbance rejection control: Methodology, applications and theoretical analysis[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287-1307.)
- [11] Chen W J, Kong K, Tomizuka M. Dual-stage adaptive friction compensation for precise load side position tracking of indirect drive mechanisms[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(1): 164-175.
- [12] Wang S B, Ren X M, Na J, et al. Robust tracking and vibration suppression for nonlinear two-inertia system via modified dynamic surface control with error constraint[J]. *Neurocomputing*, 2016, 203: 73-85.
- [13] 王树波, 李冬伍, 任雪梅. 基于未知动态观测器双惯量伺服系统低频主动谐振抑制[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(12): 2535-2542.  
(Wang S B, Li D W, Ren X M. Low frequency active resonance suppression based on unknown dynamics estimator for dual inertia servo systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(12): 2535-2542.)
- [14] Zhao D J, Yang D G. Model-free control of quad-rotor vehicle via finite-time convergent extended state observer[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2016, 14(1): 242-254.
- [15] Lu K F, Xia Y Q. Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. *Automatica*, 2013, 49(12): 3591-3599.
- [16] 陈强, 朱健宏, 陶玫玲. 基于两相幂次趋近律的航天器姿态控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1145-1152.  
(Chen Q, Zhu J H, Tao M L. Two-phase power reaching law-based spacecraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1145-1152.)
- [17] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [18] Li S, Tian Y P. Finite-time stability of cascaded time-varying systems[J]. *International Journal of Control*, 2007, 80(4): 646-657.
- [19] Castañeda H, Salas-Peña O S, de León-Morales J. Extended observer based on adaptive second order sliding mode control for a fixed wing UAV[J]. *ISA Transactions*, 2017, 66: 226-232.

### 作者简介

沙磊(1996—), 男, 硕士生, 从事伺服系统驱动控制的研究, E-mail: 291002864@qq.com;

王树波(1983—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事伺服系统智能控制等研究, E-mail: wangshubo1130@126.com;

刘逸坚(1998—), 男, 硕士生, 从事伺服系统扰动补偿控制的研究, E-mail: 17852001600@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)