

控制与决策

Control and Decision

非仿射非线性多智能体系统迭代学习一致跟踪

曹伟, 乔金杰, 孙明

引用本文:

曹伟, 乔金杰, 孙明. 非仿射非线性多智能体系统迭代学习一致跟踪[J]. 控制与决策, 2023, 38(4): 929–934.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1069>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于分布式观测器的多自主水下机器人确定学习控制](#)

Deterministic learning control of multiple autonomous underwater vehicles based on a distributed observer

控制与决策. 2023, 38(2): 388–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0958>

[多智能体系统的事件触发无模型迭代学习双向一致性](#)

Event-triggered model-free adaptive iterative learning bipartite consensus control for multi-agent systems

控制与决策. 2022, 37(10): 2552–2558 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0401>

[基于事件驱动的多智能体有限时间分群一致控制](#)

Finite-time group consensus for second-order multi-agent systems with event-triggered control

控制与决策. 2022, 37(11): 2925–2933 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0162>

[基于自适应滑模的不确定Euler-Lagrange多智能体系统抗扰动蜂拥控制](#)

Adaptive sliding mode control based flocking control of uncertain Euler-Lagrange multi-agent systems subject to unknown external disturbances

控制与决策. 2022, 37(9): 2418–2424 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0292>

[自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性](#)

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

非仿射非线性多智能体系统迭代学习一致跟踪

曹伟^{1†}, 乔金杰², 孙明¹

1. 齐齐哈尔大学 计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006;
2. 齐齐哈尔大学 经济与管理学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要: 为了解决非仿射非线性多智能体系统在给定时间区间上一致性完全跟踪问题, 基于迭代学习控制方法设计一种分布式一致性跟踪控制算法. 首先, 由引入的虚拟领导者与所有跟随者组成多智能体系统的通信拓扑, 其中虚拟领导者的作用是提供期望轨迹. 然后, 在只有部分跟随者能够获得领导者信息的条件下, 利用每个跟随者及其邻居的跟踪误差构造每个跟随者的迭代学习一致性跟踪控制器. 同时采用中值定理将非仿射非线性多智能体系统转化仿射形式, 并基于压缩映射方法证明所提算法的收敛性, 给出算法的收敛条件. 理论分析表明, 在智能体的非线性函数未知情况下, 利用所提算法可以使非仿射非线性多智能体系统在给定时间区间上随迭代次数增加逐次实现一致性完全跟踪. 最后, 通过仿真算例进一步验证所提算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 非仿射非线性系统; 迭代学习控制; 跟踪控制; 一致性; 虚拟领导者

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1069

引用格式: 曹伟, 乔金杰, 孙明. 非仿射非线性多智能体系统迭代学习一致跟踪 [J]. 控制与决策, 2023, 38(4): 929-934.

Iterative learning consensus tracking for non-affine nonlinear multi-agent systems

CAO Wei^{1†}, QIAO Jin-jie², SUN Ming¹

1. College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China; 2. College of Economics and Management, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

Abstract: In order to solve the problem of consensus tracking in the given time interval for non-affine nonlinear multi-agent systems, a distributed consensus tracking control algorithm is designed based on an iterative learning control method. A communication topology of multi-agent systems is firstly composed of an introduced virtual leader and all followers, where the role of the virtual leader is to provide the desired trajectory, and then the iterative learning consensus tracking controller for each follower is constructed by using the tracking error of each follower and its neighbors under the condition that only some followers can obtain leader information. At the same time, the non-affine nonlinear multi-agent systems are transformed into affine forms using the mean value theorem, and the convergence of the proposed algorithm is proved based on the contraction mapping method, and thus the convergence conditions of the algorithm are given. Theoretical analysis shows that when the nonlinear function of the agent is unknown, the proposed algorithm can make the non-affine nonlinear multi-agent systems achieve consistent tracking gradually with the increase of iterations in the given time interval. Finally, a simulation example is given to further verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: multi-agent systems; non-affine nonlinear systems; iterative learning control; tracking control; consensus; virtual leader

0 引言

多智能体系统通过各个智能体之间的信息和协调合作可以解决大规模复杂控制问题, 并且与昂贵的单个系统相比具有更高的性能和效率^[1-2]. 因此多智

能体系统的相关问题吸引了众多学者关注, 其研究成果在交通运输^[3-4]、移动机器人^[5-6]和无人机^[7-8]等领域得到了广泛应用.

多智能体的一致性问题是其协同控制研究的热

收稿日期: 2021-06-20; 录用日期: 2022-01-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71803095); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(18YJC790130); 黑龙江省自然科学基金项目(LH2020G009); 黑龙江省省属本科高校基本科研业务费面上项目(145109141).

责任编辑: 关治洪.

[†]通讯作者. E-mail: yiyuqq168@163.com.

点之一^[9-10]. 一致性是指多智能体系统中的各个智能体通过构造的控制协议相互传递信息, 最终使所有智能体的状态或输出趋于一致^[11]. 目前, 在多智能体系统一致性问题的研究成果中, 多数成果是随时间趋于无穷时实现各个智能体的一致性, 即渐近一致性. 而在实际工程中往往要求在有限时间内达到一致性, 因此许多学者提出了有限时间一致性控制^[12-14]和固定时间一致性控制^[15-17].

另一方面, 针对在给定时间区间上重复运行的系统, 迭代学习控制是一种可使输出在给定时间区间上实现期望轨迹完全跟踪的有效控制方法^[18]. 其基本原理就是采用“边学边干”的学习方法, 即在不需已知被控对象模型信息的条件下, 只利用以往的跟踪误差不断修正当前控制输入, 直到输出完全跟踪上期望轨迹为止^[19]. 因此, 该方法具有控制器设计不依赖被控系统的数学模型, 且控制器结构简单, 便于工程实现的优点^[20].

鉴于上述迭代学习控制方法的优点, 近年来已有不少学者利用迭代学习控制实现了多智能体系统的编队控制^[21-23]和一致性控制^[24-29]. 例如: 文献[21]针对连续时间非线性多智能体系统, 提出了一种基于迭代学习的编队控制方法, 在通信拓扑结构可变条件下实现了期望队形; 文献[22-23]分别针对线性和非线性离散时间多智能体系统, 利用分布式迭代学习控制算法, 使所有智能体都能在给定时间区间上完美地实现所需的相对编队; 文献[24]提出了一种分布式迭代学习控制协议, 解决了具有随机噪声和测量受限线性离散时间多智能体系统的一致性跟踪问题; 文献[25-26]基于迭代学习控制方法, 研究了时滞分布参数多智能体系统的一致性控制问题; 文献[27]针对广义多智能体系统, 在定向拓扑和只有部分跟随者能够接收领导者信息的条件下, 提出的一致性控制协议可以保证跟随者状态沿迭代轴在给定时间区间上收敛到领导者的轨迹; 文献[28]通过引入带有初始状态误差的迭代学习控制协议, 实现了分数阶多智能体系统的一致性跟踪; 文献[29]针对线性离散时间多智能体系统, 仅利用每个智能体及其邻居的输入和输出数据, 构造了一种分布式数据驱动迭代学习一致控制协议, 该协议可以保证所有智能体都能在给定时间区间上达到一致目标. 值得注意的是, 文献[21-29]都是围绕仿射多智能体系统进行的研究, 目前尚未检索到利用迭代学习控制方法实现非仿射非线性多智能体系统一致性跟踪的相关成果. 然而, 现实生活中许多实际系统都是非仿射非线性系统形式^[30], 如超音速飞行器^[31]、磁悬浮系统^[32]等. 因此开展非仿射非线性多

智能体系统一致性跟踪问题研究是十分有意义的事情.

综合以上分析, 为了使非仿射非线性多智能体系统在给定时间区间上实现一致性完全跟踪, 同时也为了分布式控制器的设计不需要已知智能体的精确数学模型, 本文提出一种分布式迭代学习一致性跟踪控制算法. 首先, 利用引入的虚拟领导者产生期望轨迹, 并将所有跟随者与虚拟领导者组成多智能体的通信拓扑. 然后, 在只有部分跟随者能够获得领导者信息的条件下, 通过拓扑中的通信权值和每个跟随者及其邻居的跟踪误差不断修正控制输入, 使控制输入随迭代次数的增加逐次逼近理想输入, 从而使每个跟随者逐次跟踪上领导者轨迹. 在算法的收敛性证明过程中, 利用中值定理将非仿射非线性多智能体系统转化为仿射形式, 并基于压缩映射方法推导出算法的收敛条件. 理论分析和仿真结果均表明, 所提算法可以使所有跟随者的输出随迭代次数增加在给定时间区间上一致性完全跟踪上期望轨迹.

1 问题描述

本文考虑由 N 个同构智能体组成的非仿射非线性多智能体系统, 其中第 j 个智能体模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_{j,k}(t) = f(x_{j,k}(t), u_{j,k}(t), t), \\ y_{j,k}(t) = Cx_{j,k}(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $j = 1, 2, \dots, N$ 是第 j 个智能体; $k = 0, 1, 2, \dots$ 是迭代学习次数, 即重复运行次数; $t \in [0, T]$ 是重复运行的给定时间; $x_{j,k}(t) \in R^n$ 是第 j 个智能体的状态向量; $u_{j,k}(t) \in R^r$ 是第 j 个智能体的控制输入; $y_{j,k}(t) \in R^m$ 是第 j 个智能体的输出; $f(\cdot)$ 是未知的非线性函数; C 是适当维数的参数矩阵.

假设1 每个智能体的非线性函数 $f(x_{j,k}(t), u_{j,k}(t), t)$ 关于 x, u 的偏导数 A_k, B_k 存在, 且 B_k 有界, 关于 t 可微, 其中 $A_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\xi'_k \\ u=\eta'_k}}, B_k = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=\xi'_k \\ u=\eta'_k}}$, A_k 和 B_k 为 ξ'_k, η'_k, t 的函数. 由微分中值定理可知 ξ'_k 介于 $x_{j,k}(t)$ 与 $x_{j,k+1}(t)$ 之间, η'_k 介于 $u_{j,k}(t)$ 与 $u_{j,k+1}(t)$ 之间.

假设2 各智能体都存在唯一期望控制 $u_d(t)$ 使状态和输出分别为期望值 $x_d(t)$ 和 $y_d(t)$, 即

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) = f(x_d(t), u_d(t), t), \\ y_d(t) = Cx_d(t). \end{cases} \quad (2)$$

假设3 每个智能体的初始状态 $x_{j,k}(0) = x^0, x^0$ 为固定值, 且 $e_{j,k}(0) = y_d(0) - y_{j,k}(0) = 0$.

注1 因假设3是保证迭代学习控制算法一致性完美跟踪的基本条件. 这个初始条件可以等价

$x_{j,k}(0) = x_d(0)$,但在一些特殊情况下,假设3可以放松为允许某些初始状态设定在任意点上.例如,当 $C = [0, C_1]$ 时,相应的系统状态可分为 $x_{j,k}(t) = [(x_{j,k}^1(t))^T, (x_{j,k}^2(t))^T]^T$,这时 $x_{j,k}^1(0)$ 可以设定为任意值,但 $x_{j,k}^2(0)$ 需满足 $y_d(0) = C_1 x_{j,k}^2(0)$.

由于在多智能体系统中各智能体能够获得哪些信息,取决于多智能体之间的通信拓扑结构,有必要先介绍相关的图论知识.在本文拓扑结构中期望轨迹是由引入的虚拟领导者产生的,并且仅有部分智能体(跟随者)能获得期望轨迹信息(领导者信息).

本文采用图 $\zeta = (v, \varepsilon, A)$ 描述多智能体的通信拓扑.其中: $v = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 是图的节点, v 中每个节点代表一个智能体; $\varepsilon \subseteq v \times v$ 是节点与节点之间的边,表示两个智能体之间的通信情况,边的权值表示信息的影响力; A 是图的邻接矩阵. $(i, j) \in \varepsilon$ 表示节点 i 与 j 构成的边,用邻接矩阵 A 表示节点 i 与 j 的联系,其对角线元素 $a_{i,i} = 0$.如果节点 i 与 j 之间有联系,则 $a_{i,j} = a_{j,i} > 0$;否则 $a_{i,j} = 0$.定义 $L_1 = D - A$ 是图 ζ 的Laplacian矩阵.其中: $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$, $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{i,j}$ 是节点 i 的度, $j \in N_i, N_i = \{j\}$ 是节点 i 的邻居节点集合.

当在图 ζ 中加入虚拟领导者并将其编号为0时,可以用新图 $\bar{\zeta} = \{0 \cup v, \bar{\varepsilon}, \bar{A}\}$ 表示包含虚拟领导者在内的所有智能体之间的信息关系,其中 $\bar{\varepsilon}$ 和 \bar{A} 为新边和邻接矩阵.此时用 s_i 表示跟随者 i 与领导者之间的联系: $s_i = 0$ 表示跟随者 i 与领导者没有联系,不能获得领导者信息; $s_i > 0$ 表示跟随者 i 与领导者有直接联系,能够获得领导者信息.

假设4 图 $\bar{\zeta}$ 中包含生成树,虚拟领导者0是生成树的根.

注2 假设4要求在通信拓扑中没有孤立的智能体,如果存在孤立的智能体,则该智能体不能实现一致性跟踪(该智能体不可控),因此假设4是一致性跟踪的一个必要条件.

根据上述图论知识,为了使非仿射非线性多智能体在给定时间区间上一致完全跟踪目标轨迹,本文对每个智能体设计的迭代学习控制算法如下:

$$\begin{aligned} u_{j,k+1}(t) = & \\ u_{j,k}(t) + \Gamma \left[\sum_{i \in N_j} a_{j,i} (\dot{e}_{j,k}(t) - \dot{e}_{i,k}(t)) + s_j \dot{e}_{j,k}(t) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $e_{j,k}(t) = y_d(t) - y_{j,k}(t)$ 是第 j 个跟随者的跟踪误差, $e_{i,k}(t) = y_d(t) - y_{i,k}(t)$ 是第 i 个跟随者的跟踪误差, $y_d(t)$ 是期望轨迹, Γ 是学习增益.

为简便分析,记

$$\begin{aligned} x_k(t) &= [x_{1,k}^T(t), x_{2,k}^T(t), \dots, x_{N,k}^T(t)]^T, \\ u_k(t) &= [u_{1,k}^T(t), u_{2,k}^T(t), \dots, u_{N,k}^T(t)]^T, \\ y_k(t) &= [y_{1,k}^T(t), y_{2,k}^T(t), \dots, y_{N,k}^T(t)]^T, \\ e_k(t) &= [e_{1,k}^T(t), e_{2,k}^T(t), \dots, e_{N,k}^T(t)]^T, \\ f(x_k(t), u_k(t), t) &= \\ & [f(x_{1,k}^T(t), u_{1,k}^T(t), t), \\ & f(x_{2,k}^T(t), u_{2,k}^T(t), t), \dots, f(x_{N,k}^T(t), u_{N,k}^T(t), t)]^T, \\ y_d(t) &= \mathbf{1}_N \otimes y_d(t). \end{aligned}$$

其中: $\mathbf{1}_N$ 是 $N \times 1$ 的全1矩阵, \otimes 是Kronecker积.因此可以将式(1)和(3)改写为以下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = f(x_k(t), u_k(t), t), \\ y_k(t) = (I \otimes C)x_k(t). \end{cases} \quad (4)$$

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + [(L + S) \otimes \Gamma] \dot{e}_k(t). \quad (5)$$

其中: I 是相应维数的单位矩阵, L 是图 $\bar{\zeta}$ 的Laplacian矩阵, $S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_N)$.

本文控制目标是通过设计的迭代学习控制算法(5),使满足假设1~假设4的非仿射非线性多智能体系统(4)在给定时间区间上一致性完全跟踪期望轨迹.

2 收敛性分析

先给出以下相关定义,以方便后文收敛性证明.

定义1 向量函数 $h(t)$ 在时间 $t \in [0, T]$ 上的 λ 范数定义为

$$\|h\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{e^{-\lambda t} \|h(t)\|\}, \lambda > 0,$$

其中 $\|\cdot\|$ 是 R^n 上的一种范数^[33].

下面给出本文的主要结果.

定理1 采用迭代学习控制算法(5),控制满足假设1~假设4的非仿射非线性多智能体系统(4),如果学习增益 Γ 满足

$$\|I - (L + S) \otimes (CB_k \Gamma)\| = \rho < 1, \quad (6)$$

则系统输出随迭代次数增加逐次逼近期望轨迹,当迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时,所有跟随者的输出 $y_k(t)$ 能够在给定时间区间上一致完全跟踪领导者轨迹 $y_d(t)$,即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\|_\lambda = 0.$$

证明 根据跟踪误差的定义可得

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= y_d(t) - y_{k+1}(t) = \\ & y_d(t) - y_k(t) + y_k(t) - y_{k+1}(t) = \\ & e_k(t) - (I \otimes C)(x_{k+1}(t) - x_k(t)). \end{aligned} \quad (7)$$

由于式(4)中状态方程的解析式较难获得,为了推导

出迭代学习控制算法(5)的收敛条件,需要利用中值定理将非仿射非线性系统(4)的状态方程转化为仿射形式.

令 $\delta x_k(t) = x_{k+1}(t) - x_k(t)$, $\delta u_k(t) = u_{k+1}(t) - u_k(t)$, 将 $x_{k+1}(t)$ 在 $x_k(t)$ 处展开, 则由式(4)的第1式可得

$$\delta \dot{x}_k(t) = A_k \delta x_k(t) + B_k \delta u_k(t), \quad (8)$$

其中 A_k 和 B_k 的含义见假设1. 结合式(5)、(7)、(8)和假设3可得

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) = & e_k(t) - (I \otimes C) \times \\ & \int_0^t \Phi_k(t, \tau) B_k [u_{k+1}(\tau) - u_k(\tau)] d\tau = \\ & e_k(t) - (I \otimes C) \times \\ & \int_0^t \Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma) \dot{e}_k(\tau) d\tau = \\ & e_k(t) - (I \otimes C) \Phi_k(t, t) B_k ((L + S) \otimes \Gamma) e_k(t) + \\ & (I \otimes C) \Phi_k(t, 0) B_k ((L + S) \otimes \Gamma) e_k(0) + \\ & (I \otimes C) \int_0^t \frac{\partial [\Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma)]}{\partial \tau} e_k(\tau) d\tau = \\ & e_k(t) - [(L + S) \otimes (CB_k \Gamma)] e_k(t) + \\ & (I \otimes C) \int_0^t \frac{\partial [\Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma)]}{\partial \tau} e_k(\tau) d\tau = \\ & [I - (L + S) \otimes (CB_k \Gamma)] e_k(t) + \\ & (I \otimes C) \int_0^t \frac{\partial [\Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma)]}{\partial \tau} e_k(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\Phi_k(t, \tau)$ 是式(8)的状态转移矩阵的简写. 式(9)两端取范数, 则有

$$\begin{aligned} \|e_{k+1}(t)\| \leq & \|I - (L + S) \otimes (CB_k \Gamma)\| \|e_k(t)\| + \|(I \otimes C)\| \times \\ & \int_0^t \left\| \frac{\partial [\Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma)]}{\partial \tau} \right\| \|e_k(\tau)\| d\tau. \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)两端同时乘以 $e^{-\lambda t}$, $\lambda > 0$, 则有

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t} \|e_{k+1}(t)\| \leq & \|I - (L + S) \otimes (CB_k \Gamma)\| e^{-\lambda t} \|e_k(t)\| + \\ & b_1 b_2 \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} e^{-\lambda \tau} \|e_k(\tau)\| d\tau. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $b_2 = \sup_{t \in [0, T], \tau \in [0, t]} \left\| \frac{\partial [\Phi_k(t, \tau) B_k ((L + S) \otimes \Gamma)]}{\partial \tau} \right\|$, $b_1 = \|(I \otimes C)\|$. 根据 λ 范数定义, 由式(11)可得

$$\begin{aligned} \|e_{k+1}\|_\lambda \leq & \rho \|e_k\|_\lambda + b_1 b_2 \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \|e_k\|_\lambda = \\ & \left(\rho + b_1 b_2 \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda} \right) \|e_k\|_\lambda = \bar{\rho} \|e_k\|_\lambda, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\bar{\rho} = \rho + b_1 b_2 \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda}$. 由定理1的收敛条件(6)可知 $0 < \rho < 1$, 当选取 λ 足够大时, 可使 $0 < \bar{\rho} < 1$ 成立. 因此, 根据式(12)可知有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\|_\lambda = 0$, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t)$. \square

3 仿真结果与分析

为了验证算法(5)的有效性, 考虑如下非仿射非线性多智能体系统, 其通信拓扑结构如图1所示. 该系统包括1个虚拟领导者和4个同构跟随者, 其中第 $j (j \in [1, 2, 3, 4])$ 个跟随者为

$$\begin{cases} \dot{x}_{j,k}^1(t) = x_{j,k}^2(t) + \sin(u_{j,k}(t)), \\ \dot{x}_{j,k}^2(t) = -x_{j,k}^1(t) - 2x_{j,k}^2(t) + u_{j,k}(t) + \\ \quad 0.5 \sin(x_{j,k}^1(t) u_{j,k}(t)), \\ y_{j,k}(t) = x_{j,k}^2(t). \end{cases} \quad (13)$$

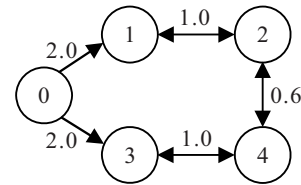


图1 通信拓扑结构

图1中的节点0代表虚拟领导者, 其作用是给定期望轨迹. 由图1可知, 只有跟随者1和跟随者3能够获得领导者的信息, 且 $S = \text{diag}(2, 0, 2, 0)$, Laplacian 矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1.6 & 0 & -0.6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -0.6 & -1 & 1.6 \end{bmatrix}.$$

采用分布式算法(5)控制由图1与式(13)组成的多智能体系统. 假设重复运行时间 $t \in [0, 1]$, 跟随者一致跟踪的期望轨迹为 $y_d(t) = 12t^2(1 - t)$. 选取每个跟随者的初始控制 $u_{j,0}(t) = 0$, 每次重复运行时每个跟随者的初始状态 $x_{j,k}^1(0) = 0.5$, 初始状态 $x_{j,k}^2(0) = 0$, 学习增益 $\Gamma = 0.3$. 仿真结果如图2~图5所示.

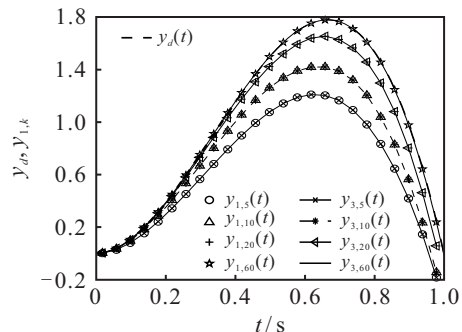


图2 不同迭代次数下跟随者1和跟随者3的输出跟踪

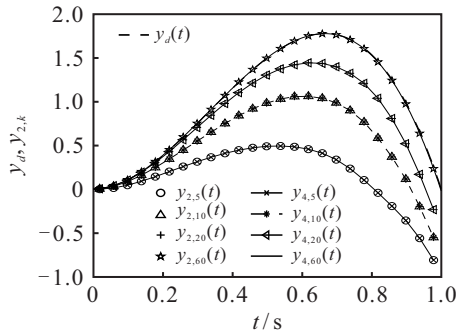


图3 不同迭代次数下跟随者2和跟随者4的输出跟踪

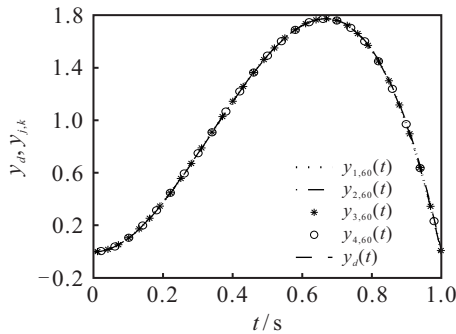


图4 第60次迭代时4个跟随者的输出跟踪

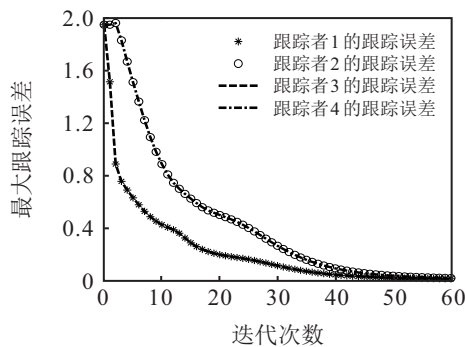


图5 4个跟随者的最大跟踪误差

图2是跟随者1和跟随者3在不同迭代次数时对领导者轨迹的跟踪曲线,图3是跟随者2和跟随者4在不同迭代次数时对领导者轨迹的跟踪曲线,图4是在第60次迭代时所有跟随者对领导者轨迹的跟踪曲线,图5是4个跟随者的最大跟踪误差随迭代次数的收敛曲线。

由图2~图4可以看出,在只有部分跟随者(跟随者1和跟随者3)能够获得领导者信息的条件下,本文算法可以使所有跟随者的输出随迭代次数增加逐次逼近领导者轨迹,当第60次迭代时所有跟随者的输出在给定时间区间 $[0, 1]$ 上一致完全跟踪上领导者轨迹.同时由图5也可以看出,随迭代次数增加,所有跟随者的最大跟踪误差也逐渐收敛到零.其原因在于,每一次迭代都要对控制输入修正一次,由算法的收敛性可知,当迭代次数趋于无穷时,控制输入收敛于期望控制,从而使输出逐次逼近期望轨迹,即使得跟踪误差随迭代次数增加逐渐收敛到零.由于通信拓扑

结构图1是对称的,即跟随者1和跟随者3对称,跟随者2和跟随者4也对称.因此,在图2、图3和图5中跟随者1与跟随者3的曲线重合,跟随者2与跟随者4的曲线也重合。

虽然本文考虑的网络拓扑为无向图,但对于有向图的情况,本文算法依然适用,只是由通信拓扑图获得的Laplacian矩阵不同而已,只要满足收敛条件(6)即可。

4 结论

本文针对非仿射非线性多智能体系统,在只有部分跟随者能够获得领导者信息条件下,利用每个智能体及其邻居的跟踪误差,构造了一种分布式迭代学习一致跟踪控制算法,并基于压缩映射方法证明了所提算法的收敛性,给出了算法收敛的充分条件.研究表明,所设计的控制算法能够使所有跟随者随迭代次数增加在给定时间区间上逐次逼近领导者轨迹,当迭代次数趋于无穷时,在整个给定时间区间上可实现一致性完全精确跟踪.同时,分布式控制器设计不需要已知智能体的精确数学模型,仅利用每个跟随者及其邻居的跟踪误差不断修正控制输入,便可以实现所有跟随者对期望轨迹的一致性完全跟踪。

参考文献(References)

- [1] Zhang Z Q, Hao F, Zhang L, et al. Consensus of linear multi-agent systems via event-triggered control[J]. International Journal of Control, 2014, 87(6): 1243-1251.
- [2] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [3] Rossi E, Tognon M, Carli R, et al. Cooperative aerial load transportation via sampled communication[J]. IEEE Control Systems Letters, 2020, 4(2): 277-282.
- [4] Daugherty G, Reveliotis S, Mohler G. Optimized multiagent routing for a class of guidpath-based transport systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2019, 16(1): 363-381.
- [5] Xiao H Z, Li Z J, Philip Chen C L. Formation control of leader-follower mobile robots' systems using model predictive control based on neural-dynamic optimization[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(9): 5752-5762.
- [6] Alonso-Mora J, Montijano E, Nägele T, et al. Distributed multi-robot formation control in dynamic environments[J]. Autonomous Robots, 2019, 43(5): 1079-1100.
- [7] Liu Y Y, Montenbruck J M, Zelazo D, et al. A distributed control approach to formation balancing and maneuvering of multiple multirotor UAVs[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 870-882.
- [8] Li X, Zhu D Q. An adaptive SOM neural network method for distributed formation control of a group of AUVs[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,

- 2018, 65(10): 8260-8270.
- [9] Zhang H G, Zhang J L, Yang G H, et al. Leader-based optimal coordination control for the consensus problem of multiagent differential games via fuzzy adaptive dynamic programming[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(1): 152-163.
- [10] Meng D Y, Du M J, Jia Y M. Interval bipartite consensus of networked agents associated with signed digraphs[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(12): 3755-3770.
- [11] 董滔, 李小丽, 赵大端. 基于事件触发的三阶离散多智能体系统一致性分析[J]. *自动化学报*, 2019, 45(7): 1366-1372.
(Dong T, Li X L, Zhao D D. Event-triggered consensus of third-order discrete-time multi-agent systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(7): 1366-1372.)
- [12] Hua C C, Sun X L, You X, et al. Finite-time consensus control for second-order multi-agent systems without velocity measurements[J]. *International Journal of Systems Science*, 2017, 48(2): 337-346.
- [13] Yu S H, Long X J. Finite-time consensus for second-order multi-agent systems with disturbances by integral sliding mode[J]. *Automatica*, 2015, 54: 158-165.
- [14] Zhang L L, Hua C C, Guan X P. Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of non-linear multi-agent systems with unknown disturbances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(8): 877-883.
- [15] Liu J, Zhang Y L, Sun C Y, et al. Fixed-time consensus of multi-agent systems with input delay and uncertain disturbances via event-triggered control[J]. *Information Sciences*, 2019, 480: 261-272.
- [16] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. *Automatica*, 2015, 54: 305-309.
- [17] Wei X Y, Yu W W, Wang H, et al. An observer-based fixed-time consensus control for second-order multi-agent systems with disturbances[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, 66(2): 247-251.
- [18] Ahn H S, Chen Y Q, Moore K L. Iterative learning control: Brief survey and categorization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2007, 37(6): 1099-1121.
- [19] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140.
- [20] Bristow D A, Tharayil D, Alleyne A G. A survey of iterative learning control: A learning-method for high-performance tracking control[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, 26(3): 96-114.
- [21] Liu Y, Fan Y M, Jia Y M. Iterative learning formation control for continuous-time multi-agent systems with randomly varying trial lengths[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(14): 9268-9287.
- [22] Meng D Y, Jia Y M. Formation control for multi-agent systems through an iterative learning design approach[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(2): 340-361.
- [23] Meng D Y, Jia Y M, Du J P, et al. High-precision formation control of nonlinear multi-agent systems with switching topologies: A learning approach[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(13): 1993-2018.
- [24] Liu C, Shen D, Wang J R. Iterative learning control of multi-agent systems with random noises and measurement range limitations[J]. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(7): 1465-1482.
- [25] Lan Y H, Wu B, Shi Y X, et al. Iterative learning based consensus control for distributed parameter multi-agent systems with time-delay[J]. *Neurocomputing*, 2019, 357: 77-85.
- [26] Dai X S, Wang C, Tian S P, et al. Consensus control via iterative learning for distributed parameter models multi-agent systems with time-delay[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(10): 5240-5259.
- [27] Gu P P, Tian S P. Consensus control of singular multi-agent systems based on iterative learning approach[J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2019, 37(2): 535-558.
- [28] Luo D H, Wang J R, Shen D. Consensus tracking problem for linear fractional multi-agent systems with initial state error[J]. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2020, 25(5): 766-785.
- [29] Bu X H, Zhu P P, Hou Z S, et al. Finite-time consensus for linear multi-agent systems using data-driven terminal ILC[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 67(10): 2029-2033.
- [30] 张强, 王翠, 许德智. 一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统鲁棒自适应backstepping控制[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 769-780.
(Zhang Q, Wang C, Xu D Z. Robust adaptive backstepping control for a class of non-affine nonlinear system with full states constraints and input saturation[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(4): 769-780.)
- [31] Zhang S, Wang Q, Dong C Y. Extended state observer based control for generic hypersonic vehicles with nonaffine-in-control character[J]. *ISA Transactions*, 2018, 80: 127-136.
- [32] Boulkroune A, Farza M, M'Saad M. Fuzzy approximation-based indirect adaptive controller for multi-input multi-output non-affine systems with unknown control direction[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2012, 6(17): 2619-2629.
- [33] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 285-286.
(Sun M X, Huang B J. *Iterative learning control*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999: 285-286.)

作者简介

曹伟(1977—), 男, 教授, 博士, 从事迭代学习控制、多智能体系统协同控制等研究, E-mail: yiyuqq168@163.com;

乔金杰(1979—), 女, 教授, 博士, 从事系统工程、管理科学与工程等研究, E-mail: cau1980@163.com;

孙明(1979—), 男, 教授, 博士, 从事神经网络、系统优化与控制等研究, E-mail: gjg1998@126.com.