

控制与决策

Control and Decision

基于改进DWA的多无人水面艇分布式避碰算法

张伟龙, 单梁, 常路, 戚志东, 戴跃伟

引用本文:

张伟龙, 单梁, 常路, 戚志东, 戴跃伟. 基于改进DWA的多无人水面艇分布式避碰算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(4): 951–962.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1744>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法

An algorithm of model predictive control for formation control of a multi-UAV system considering multiple constraints
控制与决策. 2023, 38(3): 706–714 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0382>

未知环境下基于改进DWA的多机器人编队控制

Multi-robot formation control in unknown environment based on improved DWA
控制与决策. 2022, 37(10): 2524–2534 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1817>

分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计

Distributed unmanned aerial vehicle platoon control with dynamic obstacle avoidance
控制与决策. 2022, 37(9): 2226–2234 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0141>

基于凸面体圆弧航路的无人机自主避障算法

Autonomous obstacle avoidance algorithm designed for UAV based on convex circular trajectory
控制与决策. 2021, 36(3): 653–660 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0768>

USV&AUV水下目标协同搜索与打击航迹规划

Coordinated path planning of USV&AUV for an underwater target
控制与决策. 2021, 36(4): 825–834 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1038>

基于改进DWA的多无人水面艇分布式避碰算法

张伟龙¹, 单梁^{1†}, 常路¹, 戚志东¹, 戴跃伟²

(1. 南京理工大学自动化学院, 南京 210094; 2. 南京信息工程大学电子与信息工程学院, 南京 210044)

摘要: 针对多艘无人水面艇 (USV) 相遇自主避碰问题, 考虑可能存在异常行驶的 USV, 基于改进动态窗口法 (DWA) 提出一种包含碰撞风险检测和行驶职责划分的分布式避碰算法. 首先, 引入障碍物预测轨迹和权重因子改进传统 DWA 的距离评价函数, 提高 USV 躲避多个动态障碍物的能力, 同时, 结合国际海上避碰规则 (COLREGS) 引入新的规则评价函数约束 USV 的避让动作; 然后, 引入期望速度和航向改进现有碰撞风险检测算法, 减少因碰撞风险变化导致的轨迹波动; 接着, 针对 COLREGS 仅规定两船相遇时的行驶职责划分问题, 提出一种考虑异常 USV 的多 USV 职责划分方法; 最后, 基于 Matlab 实现多 USV 相遇自主避碰仿真. 实验结果表明, 即使存在异常 USV, 分布式避碰算法依旧保证正常 USV 能够作出符合 COLREGS 的安全避让动作.

关键词: 多无人水面艇; 动态窗口法; 分布式避碰; 国际海上避碰规则; 碰撞风险检测; 职责划分

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1744

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 张伟龙, 单梁, 常路, 等. 基于改进 DWA 的多无人水面艇分布式避碰算法 [J]. 控制与决策, 2023, 38(4): 951-962.

Distributed collision avoidance algorithm for multiple unmanned surface vessels based on improved DWA

ZHANG Wei-long¹, SHAN Liang^{1†}, CHANG Lu¹, QI Zhi-dong¹, DAI Yue-wei²

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: A distributed algorithm is proposed to solve the problem of unmanned surface vessels (USV) avoiding collision with other normal and abnormal USVs based on the improved dynamic window approach (DWA). The algorithm also includes collision risk detection and responsibility division for driving. Firstly, prediction trajectories of obstacles and weighting factors are utilized to improve the distance evaluation function of the traditional DWA, which can avoid multiple dynamic obstacles better. While a novel rule evaluation function considering international regulations for preventing collisions at sea (COLREGS) is introduced to constrain actions of USVs. Secondly, an existing collision risk detection method is modified by adding desired velocity and course to reduce the fluctuation caused by changes of collision risk. Then, we propose a responsibility division method for multiple USVs to handle the problem that COLREGS only specify the method for two ships encounter, which takes abnormal USVs into consideration. Finally, simulations of multiple USVs collision avoidance are realized based on Matlab. The results show that USVs utilizing the distributed collision avoidance algorithm can make safe actions in accordance with COLREGS even if there are abnormal USVs.

Keywords: multiple USVs; dynamic window approach; distributed collision avoidance; international regulations for preventing collisions at sea; collision risk detection; responsibility division

0 引言

无人水面艇 (unmanned surface vessel, USV) 是一种无人操作的水面舰艇, 由 GNC 系统、通信系统以及数据采集设备 (如 GPS 和 IMU) 等组成^[1]. USV 具有

体型小、机动性高以及造价低等优点, 可广泛应用于执行海上救援、编队巡查、海面清理以及测绘任务. 为了确保 USV 安全行驶到目标点, 导航技术不可或缺. 尽管当前导航技术日臻成熟, 但在众多海上事故

收稿日期: 2021-10-11; 录用日期: 2022-01-11.

基金项目: 江苏省自然科学基金项目 (BK20191286); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (30920021139).

责任编辑: 谢晖.

[†]通讯作者. E-mail: shanliang@njust.edu.cn.

中船舶之间的碰撞仍占多数^[2]. 因此,避免船舶之间的碰撞依旧是当前热门的研究方向. 文献[3]表明,56%的海上碰撞是由于船只违反COLREGS引起的. 因此,近年来多数研究考虑了COLREGS对于船舶避碰动作的约束.

文献[4]结合DQN与COLREGS实现了单艘欠驱动无人船的避障. 文献[5]直接选用合适的正态分布函数作为USV的行驶轨迹. 文献[6]基于改进VO算法实现船只避碰,该算法将COLREGS视为速度空间的一组附加约束. 文献[7]基于改进VO和FSM设计了一类结合COLREGS的智能避碰系统. 文献[8]结合COLREGS改进了人工势场法的斥力场,确保船只能够躲避多个随机行驶的其他船只. 文献[9]提出了一种基于MPC的船舶避碰方法,该方法与DWA算法类似,对控制量采样并对预测轨迹进行风险评估,然后输出风险值最小的轨迹对应的控制量.

上述研究通过融合VO算法、强化学习等方法和COLREGS实现船舶避碰. 这些研究均假设仅有一艘船主动避碰,其他船只按既定轨迹或随机行驶. 然而,实际环境更为复杂,存在多艘自主行驶的船只. 因此,越来越多的研究针对存在多艘自主避碰船只的海上环境展开. 目前,可将现有研究分为集中式和分布式两种类型的避碰算法,两者主要区别在于是否存在控制中心调配各船只间的动作.

集中式避碰方面,文献[10]为USV集群避碰设定了一类协商协议,通过集中规划得到各船的避碰策略. 文献[11]根据每艘船的操纵性和COLREGS判断各船的优先级,然后根据优先级的高低依次得到每艘船的让路对象和避让程度. 分布式避碰方面,文献[12]提出了一种基于推理的避碰算法,该算法根据实时观察数据推断出他船的避碰策略. 文献[13]考虑了异常船只干扰,提出一类线性扩展避碰算法. 文献[14]提出了一种基于流速势的人工势场模型,并将该模型与COLREGS相结合,实现了多船分布式避碰.

针对存在异常USV的多艘USV相遇自主避碰问题,本文结合COLREGS改进了传统DWA的评价函数,并提出一种基于改进DWA的分布式避碰算法.

DWA算法作为一种局部路径规划算法,常被用于无人车的实时在线动态避障^[15]. 现有研究中,文献[16]通过增加预测碰撞函数使得DWA能够更好地实现多无人车避障. 文献[17]改进了DWA的评价函数,提高了机器人逃离局部最优的能力. 文献[18]将改进的DWA算法应用于实际USV运动控制中. 文献[19]针对DWA在未知环境下易陷入局部极小值的问

题,结合Q-learning对agent进行训练,使得DWA的参数能够自适应在线调整. 文献[20]将DWA算法应用于单艘USV局部路径规划并考虑了COLREGS约束.

目前,关于DWA在多艘USV自主避碰方面的研究较少,因此,本文围绕该问题展开研究,主要工作如下.

1) 针对传统DWA面对动态障碍物避障效果差以及未考虑COLREGS约束问题,对传统距离评价函数进行修改,并引入新的规则评价函数. 改进DWA保证USV在相遇避碰时能够作出符合规则的避让动作,并与其他USV保持安全距离.

2) 针对多艘USV相遇时各船的行驶职责划分问题,本文提出了一种基于COLREGS的多USV行驶职责划分方法. 该方法将不遵守规则行驶的异常USV纳入考虑,首先检测碰撞风险并判断其他USV的行驶状态,然后基于COLREGS两两划分各USV的行驶职责.

3) 针对环境中存在异常USV的多USV自主避碰问题,提出了一种基于改进DWA的分布式避碰算法. 该算法首先根据相对距离判断其他USV的行驶状态;然后,对各USV间的碰撞风险进行分析;接着,对USV的行驶职责进行划分;最后,根据改进DWA得到的最优速度作为USV未来时刻的行驶速度.

1 问题描述

1.1 问题定义与假设

本文研究了多艘USV相遇自主避碰问题,环境中可能存在不遵守COLREGS的异常USV. 自主避碰的USV集合定义为 $\{OS_i | i=1, 2, \dots, N_o\}$, OS_i 探测到的其他USV集合定义为 $\{TS_j | j=1, 2, \dots, N_t\}$, 并作出如下假设.

假设1 所有USV的类型一致,且 OS_i 皆采用所提出分布式避碰算法.

假设2 不考虑风、浪和洋流等外界环境干扰.

假设3 OS_i 能够借助雷达和声呐等传感器获取 TS_j 的位置、航向角以及航速这3种状态信息.

1.2 USV运动学模型

本文主要研究USV在二维水平面上的运动,因此USV的3自由度操纵模型^[20-21]如下式所示:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \mathbf{R}(\varphi)\boldsymbol{\nu}, \\ \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \varphi]^T$ 为东北坐标系 $\{X_I\}$ 中USV的位置和航向角; $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]^T$ 为船体坐标系 $\{X_b\}$ 中USV的纵荡速度、横荡速度和航向角速度; $\boldsymbol{\omega}$ 为受风、浪以及洋流等环境干扰产生的力,本文中 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$; $\mathbf{R}(\varphi)$ 为

旋转变换矩阵,具体如下:

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

M 为系统惯性矩阵,定义为

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

这里: m 为USV的船体质量, $X_{\dot{u}}$ 、 $Y_{\dot{v}}$ 、 $Y_{\dot{r}}$ 、 $N_{\dot{v}}$ 以及 $N_{\dot{r}}$ 为附加质量系数, I_z 为 z 轴转动惯量.

科里奥利向心力矩阵为

$$C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu).$$

其中

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m\nu \\ 0 & 0 & m\nu \\ m\nu & -m\nu & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$C_A(\nu) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}\nu + \frac{Y_{\dot{r}} + N_{\dot{v}}}{2}r \\ 0 & 0 & X_{\dot{u}}u \\ Y_{\dot{v}}\nu + \frac{Y_{\dot{r}} + N_{\dot{v}}}{2}r - X_{\dot{u}}u & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

阻尼系数矩阵 $D(\nu) = D_L + D_{NL}(\nu)$. 其中: 线性阻尼 D_L 和非线性阻尼 $D_{NL}(\nu)$ 分别为

$$D_L = - \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & Y_r \\ 0 & N_v & N_r \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$D_{NL}(\nu)\nu = - \begin{bmatrix} X_{|u|u}|u|u + X_{uuu}u^3 \\ Y_{|v|v}|v|v + Y_{vvv}v^3 \\ N_{|r|r}|r|r + N_{rrr}r^3 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

X_u 、 Y_v 、 N_r 、 N_v 、 Y_r 、 $X_{|u|u}$ 、 X_{uuu} 、 $Y_{|v|v}$ 、 Y_{vvv} 、 $N_{|r|r}$ 以及 N_{rrr} 均为水动力系数.

τ 为伺服系统提供的控制力和力矩,即

$$\tau = [F_x, 0, l_r F_y]^T. \quad (8)$$

其中: F_x 为螺旋桨产生的纵向力, F_y 为舵产生的侧向

力, l_r 为USV重心到舵的距离. 本文研究对象为欠驱动USV,因此 y 方向没有控制力. 由于USV转弯时存在侧滑,本文采用了横荡速度估计值^[20],即

$$\hat{v}(u, r) = \text{sgn}(mur - Y_r r) \times \frac{Y_v + \sqrt{Y_v^2 - 4Y_{|v|v}|mur - Y_r r|}}{2Y_{|v|v}}, \quad (9)$$

其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数. 本文部分常用的变量及其对应含义如表1所示.

表1 部分变量及其含义

变量	含义	变量	含义
u_{oi}	OS _{<i>i</i>} 纵荡速度	φ_{tj}	TS _{<i>j</i>} 航向角
φ_{oi}	OS _{<i>i</i>} 航向角	d_{ij}	OS _{<i>i</i>} 与TS _{<i>j</i>} 间的距离
u_{tj}	TS _{<i>j</i>} 纵荡速度		

1.3 国际海上避碰规则COLREGS

COLREGS是由国际海事组织制定的避免海上船舶间碰撞的交通规则. COLREGS规定了3种相遇情况,分别为对遇(head on)、交叉相遇(cross)以及追越(overtaking). 其中, cross又包含了 cross-left(左舷交叉相遇)和 cross-right(右舷交叉相遇)两种情况. 由于COLREGS只定量划分了overtaking的区域,本文采用文献[21]对小型无人船的COLREGS区域划分方式,如图1(a)所示.

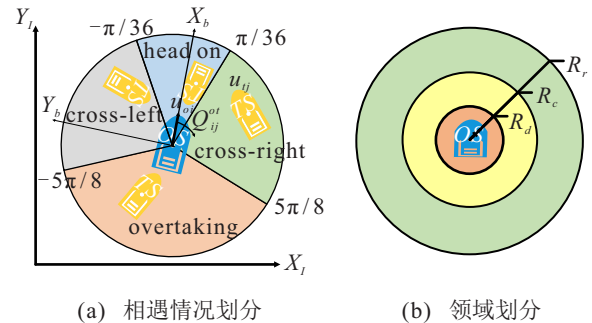


图1 两船相遇情况以及领域划分

针对各相遇情况, COLREGS规定了各船的行驶职责,分为直行方和让路方,如图2所示.

各相遇情况的量化标准和OS_{*i*}对应的行驶职责如表2所示.

表2中, $Q_{ij}^{ot} \in [-\pi, \pi]$ 为TS_{*j*}相对OS_{*i*}的舷角, 按规定右舷为正, 左舷为负. $\varphi_{ij}^{ot} \in [-\pi, \pi]$ 为TS_{*j*}相对

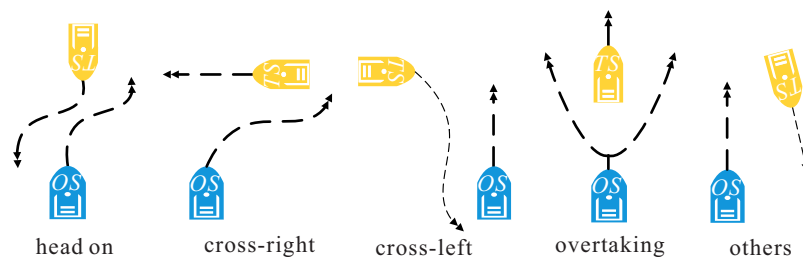


图2 两船相遇行驶职责划分

表2 相遇情况量化标准与行驶职责

相遇情况	简称	量化标准	行驶职责
head on	HO	$\left\{(Q_{ij}^{ot} < \frac{\pi}{36}) \cap (\varphi_{ij}^{ot} \geq \frac{35}{36}\pi)\right\}$	让路
cross-right	CR	$\left\{(\frac{\pi}{36} \leq Q_{ij}^{ot} < \frac{5}{8}\pi) \cap (\varphi_{ij}^{ot} \geq \frac{\pi}{36})\right\}$	让路
cross-left	CL	$\left\{(-\frac{5}{8}\pi \leq Q_{ij}^{ot} < -\frac{\pi}{36}) \cap (\varphi_{ij}^{ot} \leq -\frac{\pi}{36})\right\}$	直行
overtaking	OT	$\left\{(u_{oi} > u_{tj}) \cap (Q_{ji}^{to} \geq \frac{5}{8}\pi) \cap (\varphi_{ji}^{to} \leq \frac{3}{8}\pi)\right\}$	让路
others	无	$\{(Q_{ij}^{ot}, \varphi_{ij}^{ot}, Q_{ji}^{to}, \varphi_{ji}^{to}, u_{oi}, u_{tj}) \notin \text{all above}\}$	直行

OS_i 的速度与 OS_i 船体坐标系 {X_b} 中 x 轴构成的夹角。Q_{ji}^{to} 与 φ_{ji}^{to} 则为 OS_i 相对 TS_j 的角度值。考虑到环境中可能存在异常 USV, 本文将 USV 的领域划分为 3 部分, 如图 1 (b) 所示。其中: R_d 为安全半径, R_c 为规则约束半径, R_r 为最大探测半径。当 d_{ij} ∈ [R_r, +∞) 时, OS_i 无需考虑 TS_j 的行驶状态; 当 d_{ij} ∈ [R_c, R_r) 时, OS_i 需要遵守 COLREGS 约束行驶; 当 d_{ij} ∈ [2R_d, R_c) 时, OS_i 则根据碰撞风险判断是否需要主动避让。当 d_{ij} ∈ [0, 2R_d) 时, 则视为碰撞。

2 改进 DWA 算法

DWA 算法作为无人车常用的局部动态避障方法, 现将其应用至 USV, 需结合 USV 运动特性与工作环境进行改进。首先, 本文引用了文献 [20] 的速度窗口生成方法; 然后, 针对传统评价函数作出如下改进。

1) 改进了距离评价函数 dist(u, r)。传统距离评价函数 dist(u, r) 面对动态障碍物的避障效果较差, 改进后得到新的距离评价函数为 dist'(u, r)。

2) 新增了规则评价函数 colr(u, r)。USV 在海上行驶时, 需要遵循 COLREGS, 因此本文引入 colr(u, r) 确保 USV 避碰动作符合规则约束。

2.1 速度窗口生成

传统 DWA 假设系统最大线加速度 \dot{u}_{\max} 和角加速度 \dot{r}_{\max} 不变。然而, USV 为非线性系统, 加速度与当前运动状态相关, 因此该假设不合理。文献 [20] 中给出了 \dot{u}_{\max} 、 \dot{r}_{\max} 与 u、r 间的关系, 如下式所示:

$$\begin{cases} \dot{u}_{\max} = (F_x^{\max} + X_u u + X_{|u|u}|u|u + X_{uuu}u^3)/m, \\ \dot{r}_{\max} = (F_y^{\max} l_r + N_r r + N_{|r|r}|r|r + N_{rrr}r^3)/I_z. \end{cases} \quad (10)$$

DWA 生成速度空间时, 首先根据 USV 的当前运动状态以及加速度得到速度取值范围 V_d 为

$$V_d = \{(u_d, r_d) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} | u_d \in [u + \dot{u}_{\min} dt, u + \dot{u}_{\max} dt] \wedge r_d \in [r - \dot{r}_{\max} dt, r + \dot{r}_{\max} dt]\}. \quad (11)$$

其中: \dot{u}_{\min} 为最小线加速度, dt 为仿真时间。受物理参数影响, USV 速度存在最大最小值限制, 即

$$V_r = \{(u_r, r_r) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} | u_r \in [0, u_{\max}] \wedge r_r \in [-r_{\max}, r_{\max}]\}, \quad (12)$$

其中 u_{max} 和 r_{max} 分别为 USV 的最大纵荡速度和航向角速度。考虑到 USV 行驶的安全性, 需要对 USV 减速情况进行约束, 如下式所示:

$$V_a = \{(u_a, r_a) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} | u_a \leq \sqrt{2d_{\min}\dot{u}_{\min}} \wedge r_a \leq \sqrt{2d_{\min}\dot{r}_{\max}}\}. \quad (13)$$

最终, 可得到下一时刻的速度取值范围为

$$V = V_d \cap V_r \cap V_a. \quad (14)$$

2.2 评价函数改进

生成 V 后, DWA 对纵荡和航向角速度区间分别离散采样得到 N_u 和 N_r 个速度值, 并为每组速度 [u, r] 生成预测轨迹。得到多条预测轨迹后, DWA 根据目标函数为每条轨迹打分。传统 DWA 的目标函数包含速度、航向以及距离 3 种评价函数, 面对动态障碍物的避障效果较差且没有考虑 USV 的行驶约束。因此, 本文改进了传统 DWA 的距离评价函数并新增了规则评价函数, 得到新的目标函数 F'(u, r) 如下式所示:

$$F'(u, r) = \sigma[w_1 \cdot \text{heading}(u, r) + w_2 \cdot \text{velocity}(u, r) + w_3 \cdot \text{dist}'(u, r) + w_4 \cdot \text{colr}(u, r)]. \quad (15)$$

其中: heading(u, r) 为航向评价函数, velocity(u, r) 为速度评价函数, dist'(u, r) 为改进的距离评价函数, colr(u, r) 为规则评价函数, (u, r) 为离散采样得到的待评价速度, w₁、w₂、w₃ 和 w₄ 分别为对应评价函数的权重因子, σ 为标准化因子。

2.2.1 航向评价函数 heading(u, r)

航向评价函数 heading(u, r) 衡量了 OS_i 偏离目标点的程度。希望 OS_i 能够径直朝目标点行驶。因此, OS_i 航向角偏差越大, 评分越低。本文将目标点转换至 OS_i 的 {X_b} 中计算偏差值, 如下式所示:

$$\text{heading}(u, r) = \pi - |\Phi|, \quad (16)$$

其中 Φ ∈ [-π, π] 为 OS_i 的目标点在自身预测轨迹末端的船体坐标系 {X_b} 中与 x 轴形成的夹角。

2.2.2 速度评价函数 $velocity(u, r)$

速度评价函数 $velocity(u, r)$ 体现了 OS_i 行驶的快慢. OS_i 在保证安全行驶的条件下应当尽快到达目标点, 因此速度越大, 得分越高, 有

$$velocity(u) = |u|. \quad (17)$$

2.2.3 改进距离评价函数 $dist'(u, r)$

传统DWA的距离评价函数 $dist(u, r)$ 将机器人的预测轨迹与障碍物当前位置的最短距离作为评分标准, 如图3(a)所示. 当障碍物速度较大时, 传统DWA的避障效果较差. 因此, 本文根据障碍物的预测轨迹得到改进距离评价函数 $dist'(u, r)$, 原理如图3(b)所示.

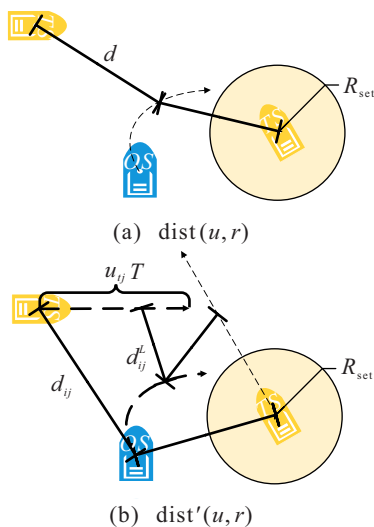


图3 距离评价函数原理对比

图3(b)中: T 为预测时间; d_{ij}^L 为 OS_i 与 TS_j 两者预测轨迹在预测第 L 时刻的相对距离, $L \in \{1, 2, \dots, T/(dt)\}$. 首先假设 TS_j 作匀速直线运动, 然后通过计算预测 T 时段内 OS_i 与 TS_j 两者预测轨迹的最短距离衡量 OS_i 预测轨迹的危险度. $dist'(u, r)$ 为

$$dist'(u, r) = \begin{cases} 0, & \min(d_{ij}^L) \leq 2R_d; \\ \sum_{j=1}^{N_d} \lambda_{ij}^d \min(d_{ij}^L), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (18)$$

其中: N_d 为集合 dan_list (生成方式见第3.2节) 中USV的个数, $\min(\cdot)$ 为取最小值函数, λ_{ij}^d 为权重因子. λ_{ij}^d 体现了 OS_i 针对 TS_j 的避让优先级, 即

$$\lambda_{ij}^d = \begin{cases} 0, & N_d = 0; \\ 1, & N_d = 1; \\ \frac{\sum_{m=1}^{N_d} d_{im} - d_{ij}}{(N_d - 1) \sum_{m=1}^{N_d} d_{im}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (19)$$

其中 d_{ij} 越小, 权重因子 λ_{ij}^d 越大.

2.2.4 新增规则评价函数 $colr(u, r)$

规则评价函数 $colr(u, r)$ 体现了 OS_i 的避让动作对COLREGS的遵守程度. OS_i 在规则约束下的避让动作幅度越大, 得分越高, 原理如图4所示.

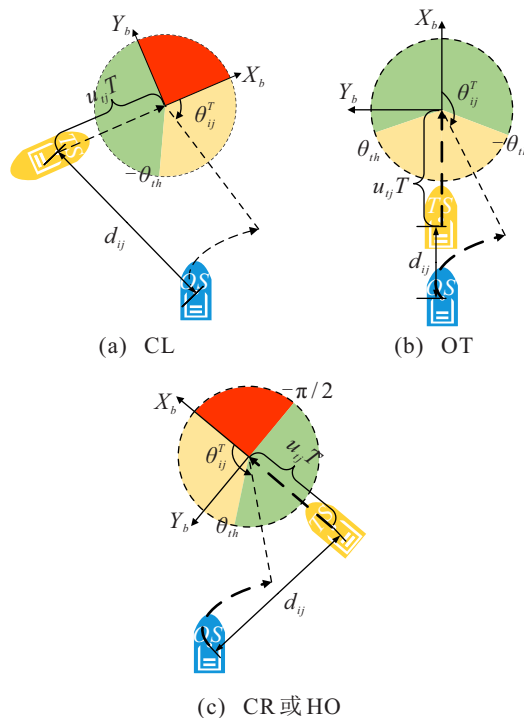


图4 规则评价函数 $colr(u, r)$ 原理

图4中: θ_{ij}^T 为 OS_i 预测轨迹终点在 TS_j 轨迹终点船体坐标系 $\{X_b\}$ 中与 x 轴的夹角; $\theta_{th} > 0$ 为设定阈值, 用于防止 OS_i 跟随 TS_j 行驶. 同样假设 TS_j 作匀速直线运动, 然后通过计算 OS_i 与 TS_j 两者预测轨迹终点的相对位置衡量 OS_i 预测轨迹的合规程度. 由图4可得到 $colr(u, r)$ 的具体表达为

$$colr(u, r) = \sum_{j=1}^{N_c} \lambda_{ij}^c G(\mathbf{H}_{ij}, \theta_{ij}^T). \quad (20)$$

其中: N_c 为集合 col_list 中USV的个数, λ_{ij}^c 为权重因子, \mathbf{H}_{ij} 为 OS_i 与 TS_j 的相遇情况. col_list 和 \mathbf{H}_{ij} 均由第3.2节得到.

$$\lambda_{ij}^c = \begin{cases} 0, & N_c = 0; \\ 1, & N_c = 1; \\ \frac{\sum_{m=1}^{N_c} d_{im} - d_{ij}}{(N_c - 1) \sum_{m=1}^{N_c} d_{im}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (21)$$

$G(\cdot)$ 为计算 OS_i 针对 TS_j 规则得分的函数. 根据两者相遇情况 \mathbf{H}_{ij} 可将 $G(\cdot)$ 分为3部分, 如下式所示:

$$G(\mathbf{H}_{ij}, \theta_{ij}^T) = \begin{cases} G_1(\cdot), & \mathbf{H}_{ij} = CL; \\ G_2(\cdot), & \mathbf{H}_{ij} = OT; \\ G_3(\cdot), & \mathbf{H}_{ij} = CR \text{ or } HO. \end{cases} \quad (22)$$

其中 $G_1(\cdot)$ 、 $G_2(\cdot)$ 和 $G_3(\cdot)$ 分别对应了图4中3种情况下的规则函数. 当 OS_i 需要主动为左舷来船 TS_j 避让时, 采用规则函数 $G_1(\cdot)$, 即

$$G_1(\mathbf{H}_{ij}, \theta_{ij}^T) = \begin{cases} |\theta_{ij}^T|, & -\theta_{th} \leq \theta_{ij}^T < 0; \\ 0, & 0 \leq \theta_{ij}^T < \frac{\pi}{2}; \\ \theta_{th}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (23)$$

当 OS_i 追越 TS_j 时, 需要主动从一侧超过 TS_j . 因此采用规则函数 $G_2(\cdot)$, 即

$$G_2(\mathbf{H}_{ij}, \theta_{ij}^T) = \begin{cases} \pi - |\theta_{ij}^T|, & \theta_{th} < |\theta_{ij}^T|; \\ \pi - \theta_{th}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (24)$$

当 OS_i 为CR或HO情况下的 TS_j 让路时, 采用规则函数 $G_3(\cdot)$, 即

$$G_3(\mathbf{H}_{ij}, \theta_{ij}^T) = \begin{cases} |\theta_{ij}^T|, & 0 < \theta_{ij}^T \leq \theta_{th}; \\ 0, & -\frac{\pi}{2} < \theta_{ij}^T \leq 0; \\ \theta_{th}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (25)$$

当 OS_i 自主避碰范围内存在 TS_j 时, 应侧重于安全避碰. 因此本文对 OS_i 的权重系数 w_4 进行调整, 有

$$w_4 = \begin{cases} w_4, & N_d = 0; \\ \frac{w_4}{2}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (26)$$

由式(15)~(26)求取每条轨迹的评分后, 取目标函数 $F'(u, r)$ 最大的速度 (u^*, r^*) 作为 OS_i 下一时刻的行驶速度, 如下式所示:

$$(u^*, r^*) = \arg \max_{(u, r) \in V} F'(u, r). \quad (27)$$

本文中, 改进DWA的具体流程如下.

step 1: 传入参数 col_list , dan_list , \mathbf{H} ;

step 2: 初始化参数 $w_1, w_2, w_3, w_4, \sigma, N_u, N_r, T$;

step 3: 根据式(10)~(14)求取候选速度空间 V ;

step 4: 根据 N_u 和 N_r 对速度空间 V 进行离散化处理, 得到离散速度空间 \bar{V} ;

step 5: 遍历 \bar{V} , 由式(1)和(9)求取预测轨迹, 接着由式(16)~(25)求取评价函数对应的评分;

step 6: 对每条轨迹的每项评分进行归一化处理, 然后由式(15)和(26)求取每条轨迹的总得分;

step 7: 由式(27)找到得分最高的轨迹对应的速度 (u^*, r^*) 并输出.

3 基于改进DWA的分布式避碰算法

针对存在异常USV的多艘USV相遇自主避碰问题, 本节实现了一种基于第2节改进DWA的分布式避碰算法, 具体包括改进碰撞风险检测、多USV行驶职责划分以及改进DWA求解最优速度.

3.1 改进碰撞风险检测算法

当两艘船舶相遇避碰时, 通常需要先检测船舶间的碰撞风险. 文献[20]算法根据两船的相对位置和速度判断碰撞风险, 原理如图5(a)所示.

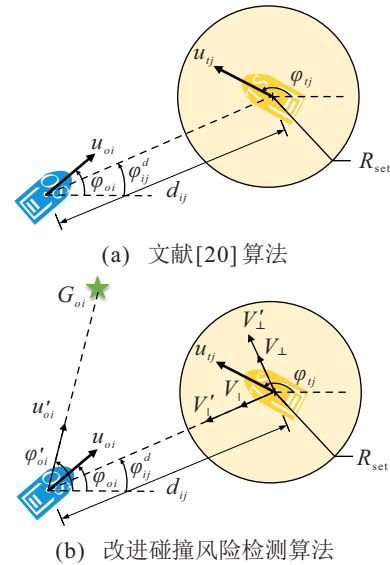


图5 碰撞风险检测算法原理对比

基于文献[20]方法, OS_i 当前时刻判断出与 TS_j 不存在碰撞风险后, 会期望在下一时刻径直朝目标点行驶, 进而又存在碰撞风险. 如此循环往复, OS_i 的行驶轨迹会存在波动. 针对该问题, 本文引入期望航速和航向角改进了碰撞风险检测算法, 如图5(b)所示. 图5(b)中: u'_{oi} 和 φ'_{oi} 为 OS_i 径直朝目标点行驶的期望航速和航向角, φ_{ij}^d 为 OS_i 和 TS_j 连线与 $\{X_I\}$ 中 x 轴的夹角, G_{oi} 为 OS_i 的目标点, R_{set} 为设定的安全半径. 本文中, $u'_{oi} = u_{max}$, R_{set} 为

$$R_{set} = \begin{cases} 2R_d, & d_{ij} < R_c; \\ R_c, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (28)$$

由 OS_i 与 TS_j 当前的纵荡速度和航向角, 得到

$$\begin{cases} V_{\parallel} = u_{tj} \cos(\varphi_{tj} - \varphi_{ij}^d) - u_{oi} \cos(\varphi_{oi} - \varphi_{ij}^d), \\ V_{\perp} = u_{tj} \sin(\varphi_{tj} - \varphi_{ij}^d) - u_{oi} \sin(\varphi_{oi} - \varphi_{ij}^d), \\ V'_{\parallel} = u_{tj} \cos(\varphi_{tj} - \varphi_{ij}^d) - u'_{oi} \cos(\varphi'_{oi} - \varphi_{ij}^d), \\ V'_{\perp} = u_{tj} \sin(\varphi_{tj} - \varphi_{ij}^d) - u'_{oi} \sin(\varphi'_{oi} - \varphi_{ij}^d). \end{cases} \quad (29)$$

因此, OS_i 与 TS_j 之间存在碰撞风险的条件为

$$\begin{cases} (d_{ij} V_{\perp})^2 \leq R_{set}^2 (V_{\perp}^2 + V_{\parallel}^2), \\ (d_{ij} V'_{\perp})^2 \leq R_{set}^2 (V'_{\perp}^2 + V'_{\parallel}^2), \\ V_{\parallel} < 0, \\ V'_{\parallel} < 0. \end{cases} \quad (30)$$

3.2 多USV行驶职责划分方法

COLREGS 规定了两船相遇行驶职责划分策略. 现针对多USV相遇情况, 本文基于COLREGS提出了

一种考虑异常船只的多USV行驶职责划分方法。

判断他船行驶状态时,文献[7]根据他船一段时间内的航向累积变化判断。由于USV体型较小,航向受外界环境干扰易产生抖动。因此本文直接根据OS_i与TS_j间的距离d_{ij}判断TS_j的状态。

此外,避碰过程中两USV的相遇情况会不断地

改变,进而导致行驶轨迹产生波动。因此本文引入矩阵A判断OS_i针对TS_j的避让动作是否结束,从而提升轨迹的平滑度^[6]。此外,使用矩阵H存放OS_i与TS_j的相遇情况,用于式(22)中规则函数的选择。因此,本文提出如图6所示的多USV行驶职责划分流程。

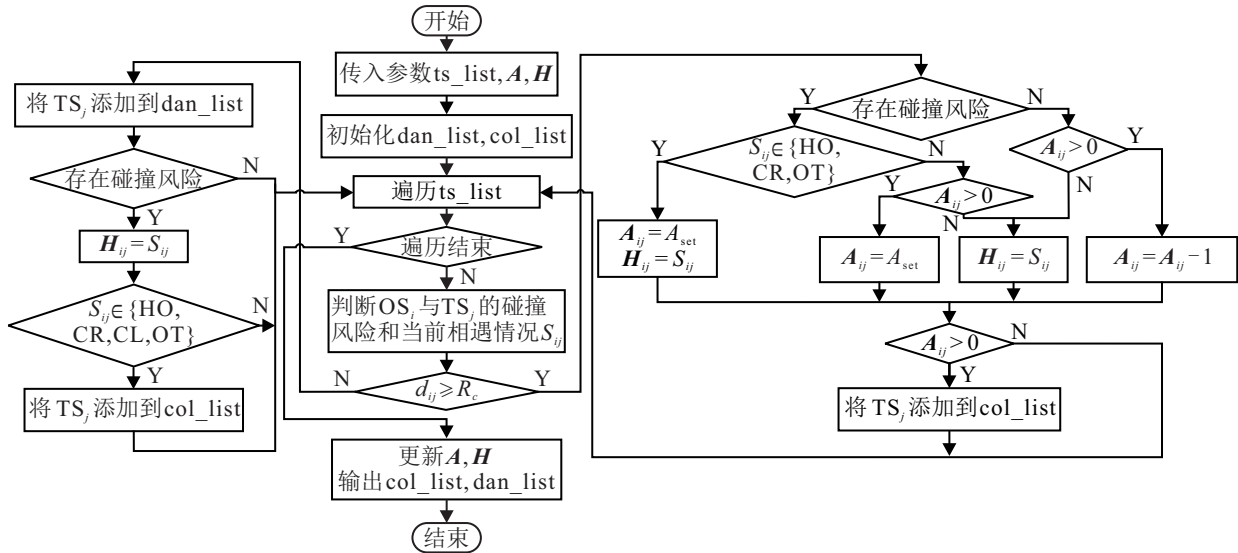


图6 多USV行驶职责划分流程

图6中,集合ts_list即{TS_j|j=1,2,...,N_t},存放了OS_i当前时刻观测到的各TS_j状态信息。

3.3 分布式避碰算法具体流程

本文针对多USV相遇自主避碰问题,为每艘遵守规则行驶的USV提供了一种分布式避碰算法。本节介绍该算法的具体实现流程。

当OS_i由图6得到H、col_list和dan_list后,分布式避碰算法基于改进DWA求解下一时刻的最优速度(u*, r*)。然而,受权重参数的影响,OS_i的速度不可避免地存在抖动。因此,获取(u*, r*)后增加了如下式所示的平滑处理:

$$(u_s^*, r_s^*) = \alpha(u_{oi}, r_{oi}) + (1 - \alpha)(u^*, r^*), \quad (31)$$

其中α∈[0,1]为平滑因子。该处理确保平滑值在当前速度与最优速度之间,因此满足加速度约束。α越大,当前速度影响越大,速度曲线越平滑,但应对突发情况的能力越差。

综上所述,对于环境中任意一艘自主避碰的OS_i,基于改进DWA的分布式避碰算法具体流程如下。

- step 1: 初始化参数A、H、ts_list、traj_list、dt;
- step 2: 若USV到达目标点则执行step 9,否则执行step 3~step 8;
- step 3: 由探测范围R_r更新ts_list;
- step 4: 由图6得到col_list、dan_list并更新A、H;

- step 5: 由改进DWA求取最优速度(u*, r*);
- step 6: 由式(31)求取平滑最优速度(u_s*, r_s*);
- step 7: 由式(1)和(9)更新OS_i的状态信息;
- step 8: 将OS_i状态信息存入traj_list;
- step 9: OS_i到达目标点后将traj_list输出。

4 仿真实验与分析

本文仿真中所有USV的型号皆为Viknes 830,具体参数见文献[20]。所有自主避碰USV皆采用第3.3节算法且初始参数相同,如表3所示。

表3 分布式避碰算法初始参数

算法参数	具体值	算法参数	具体值
w ₁	0.06	R _d	10 m
w ₂	0.08	R _c	200 m
w ₃	0.45	R _r	1 000 m
w ₄	0.2	α	0.5
σ	1	θ _{th}	$\frac{5}{8}\pi$
T	10 s	dt	0.5 s
N _u	10	A _{set}	10
N _r	50		

为了验证第3.3节算法的可行性,需要对USV的初始状态进行随机处理,本文随机初始化过程如下。

step: 1 构建如图7所示的初始仿真环境,分为小范围密集环境和大范围未知环境。两种环境均被分为8个区域,同颜色的区域两两构成1组。小范围密集区域尺寸为600 m × 600 m,用于验证所提出算法在

USV 相对密集情况下的行驶安全性. 大范围未知区域尺寸为 $1\ 600\text{ m} \times 1\ 600\text{ m}$, 用于体现在 USV 探测范围有限的情况下所提出算法的可行性.

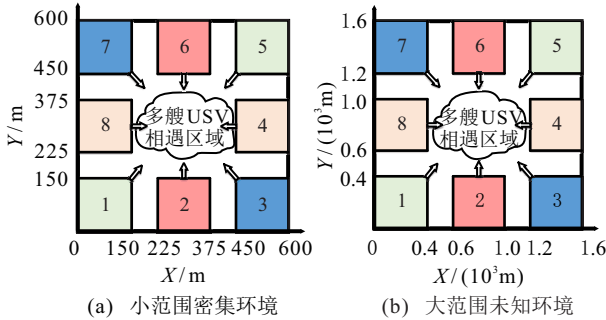


图7 初始仿真环境构建

step: 2 在不同区域内逐个生成正常 USV. 随机初始状态值 $\varphi_0 \in [0, 2\pi]$ 、 $u_0 \in [0, u_{\max}]$ 和 $r_0 \in [-r_{\max}, r_{\max}]$, 然后在同组另一区域内随机生成目标点.

step: 3 在剩余区域随机生成不遵守 COLREGS 行驶的异常 USV. 异常 USV 始终保持匀速直线运动, 纵荡速度 $u_0 \in [u_{\max}/2, u_{\max}]$, 航向角速度 $r_0 = 0$.

4.1 单 USV 自主避碰

仿真1 此仿真用于验证 $\text{dist}'(u, r)$ 和 $\text{colr}(u, r)$ 的作用. 该仿真在图7(a)的环境内随机生成了20组不同的初始环境, 每组环境均包含1艘正常 USV 和4艘异常 USV, 正常 USV 的统计指标对比如图8所示.

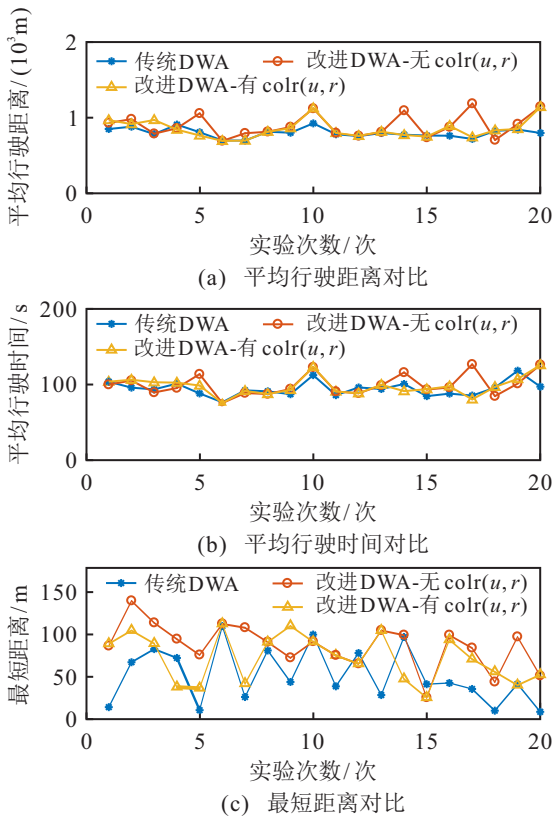
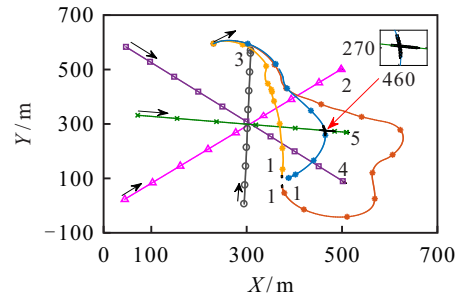


图8 仿真1统计指标对比

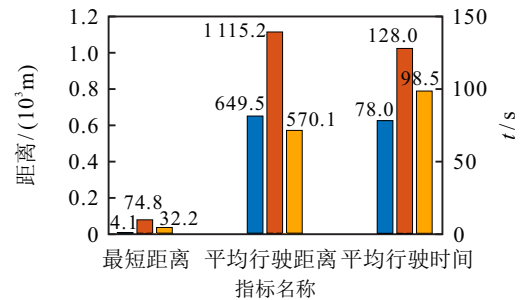
现以其中第5组为例, 初始条件如表4所示, 仿真结果如图9所示.

表4 仿真1初始条件

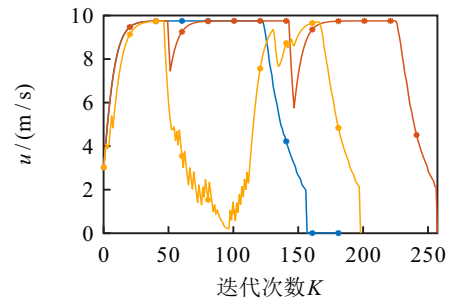
船号	位置 (m)	目标点 (m)	航向角 (rad)	纵荡速度 (m/s)	航向角速度 (rad/s)	行驶状态
1	[227.5, 593.9]	[370.6, 85.2]	0.47	2.99	-0.01	正常
2	[41.1, 19.4]	[509.4, 513.8]	0.81	8.48	0	异常
3	[292.0, 1.8]	[306.4, 586.9]	1.55	6.95	0	异常
4	[43.6, 581.8]	[513.9, 70.0]	5.46	7.48	0	异常
5	[68.3, 329.3]	[524.5, 263.9]	6.14	8.36	0	异常



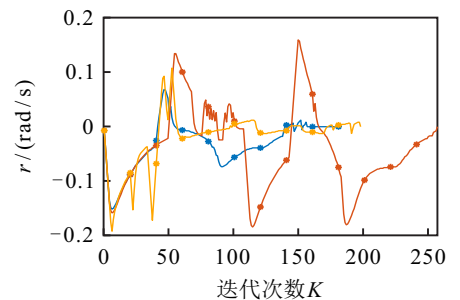
(a) 行驶轨迹对比



(b) 指标对比



(c) 纵荡速度 u 对比



(d) 航向角速度 r 对比

图9 仿真1避碰结果对比

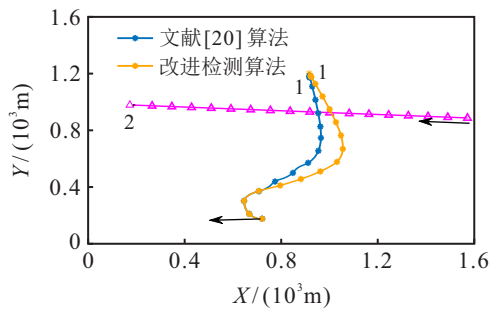
由图9(a)和图9(b)可见,传统DWA导致USV 1与USV 5碰撞,最短距离为4.1 m. 与传统DWA相比, $dist'(u, r)$ 使得USV 1左转避让幅度更大并从USV 5的前方绕行,确保USV 1的行驶安全性. 对比图9(a)中的红、黄色轨迹可知, $colr(u, r)$ 促使作为让路方的USV 1从右舷来船的船尾处驶过,作出符合COLREGS的避让动作.

综上所述,由图8和图9可见,改进DWA的改进距离评价函数 $dist'(u, r)$ 确保USV避碰时能够与多个动态障碍物保持安全距离,而规则评价函数 $colr(u, r)$ 用于指导USV如何遵守COLREGS约束行驶.

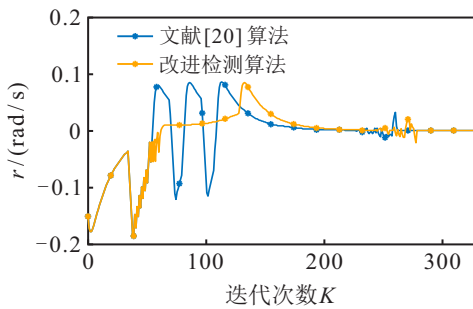
仿真2 此仿真用于验证第3.1节改进碰撞风险检测算法的效果,初始条件如表5所示,对比结果如图10所示.

表5 仿真2初始条件

船号	位置 (m)	目标点 (m)	航向角 (rad)	纵荡 速度 (m/s)	航向角 速度 (rad/s)	行驶 状态
1	[727.5, 169.7]	[920.4, 1211.7]	3.19	0.90	-0.14	正常
2	[1571.5, 892.1]	[183.5, 985.2]	3.07	8.12	0	异常



(a) 行驶轨迹对比



(b) 航向角速度r对比

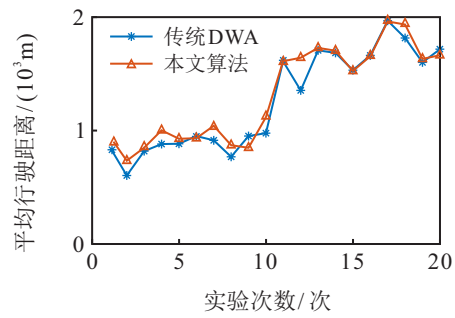
图10 仿真2避碰结果对比

由图10可见,文献[20]算法导致USV 1的行驶轨迹存在波动. 而改进的检测算法引入USV期望速度和航向角判断碰撞风险,使得USV 1的避让幅度更大,行驶轨迹更为平滑,不需要频繁地调整航向.

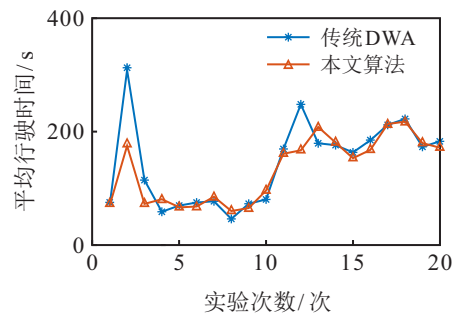
4.2 多USV自主避碰

仿真3 此仿真研究了多艘USV相遇自主避碰且无异常USV的情况,随机生成了10组小范围密集

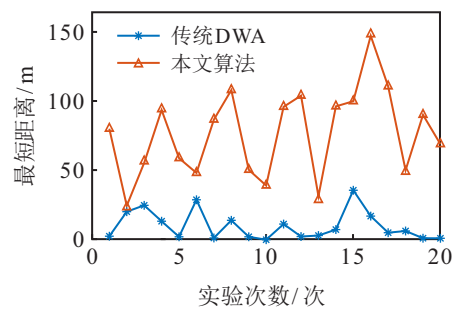
和10组大范围未知共20组不同的仿真环境,每组环境中均有5艘正常USV,统计指标对比如图11所示.



(a) 平均行驶距离对比



(b) 平均行驶时间对比



(c) 最短距离对比

图11 仿真3统计指标对比

以第14组为例,初始条件如表6所示.

表6 仿真3初始条件

船号	位置 (m)	目标点 (m)	航向角 (rad)	纵荡 速度 (m/s)	航向角 速度 (rad/s)	行驶 状态
1	[1403.0, 146.5]	[27.3, 1234.0]	1.42	5.62	-0.13	正常
2	[27.3, 1363.9]	[1341.5, 48.1]	0.78	4.65	0.24	正常
3	[827.6, 1550.0]	[630.6, 296.2]	2.19	0.44	-0.21	正常
4	[1382.6, 1467.3]	[351.1, 264.9]	4.39	6.00	0.08	正常
5	[350.2, 787.0]	[1323.2, 868.5]	0.89	0.72	0.13	正常

图12为各USV的避碰过程,每艘USV根据探测范围内的其他USV信息进行避碰.如图12(a)所示,传统DWA导致USV 2与USV 4发生碰撞.而所提出算法在 $K \in [160, 200]$ 时,使得USV 4提前右转为USV 2让路,安全地从其船尾处驶过.因此,针对USV探测范围有限的多艘USV相遇自主避碰问题,第3.3节分布式算法确保各USV能够安全到达目标点并遵守COLREGS避碰.

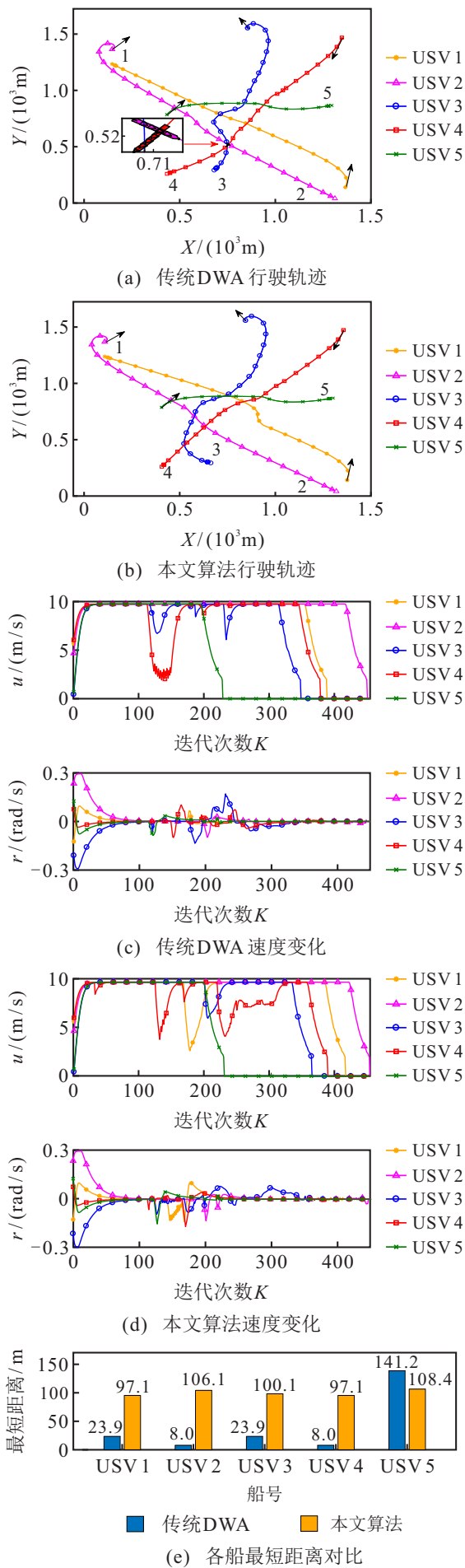


图12 仿真3避碰结果对比

仿真4 此仿真研究了多USV相遇自主避碰且有异常USV的情况,共随机生成了20组仿真环境,每组环境均有5艘正常USV和3艘异常USV.正常USV的统计指标对比如图13所示.

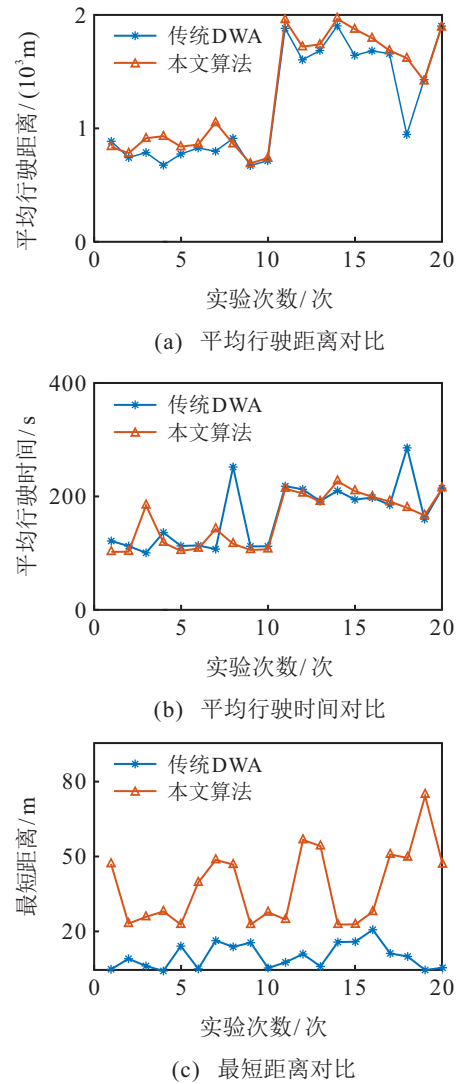


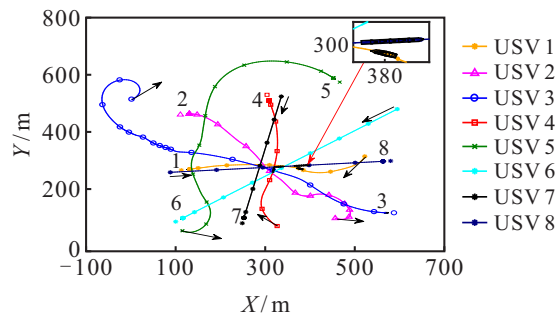
图13 仿真4统计指标对比

以第5组为例,初始条件如表7所示.

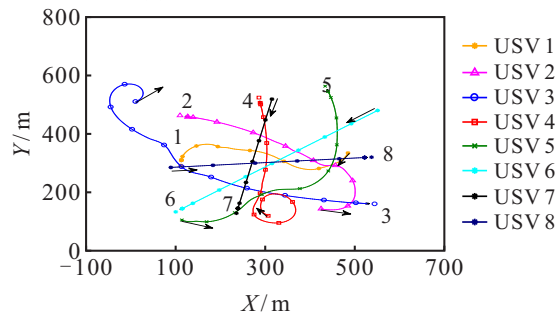
表7 仿真4初始条件

船号	位置 (m)	目标点 (m)	航向角 (rad)	纵荡 速度 (m/s)	航向角 速度 (rad/s)	行驶 状态
1	[524.2, 331.5]	[115.4, 286.6]	4.18	8.73	-0.15	正常
2	[458.3, 130.6]	[113.3, 466.5]	6.11	1.23	0.01	正常
3	[5.1, 516.2]	[590.0, 147.6]	0.82	10.20	0.26	正常
4	[329.0, 105.4]	[306.4, 531.0]	2.33	0.67	-0.03	正常
5	[117.9, 90.2]	[468.4, 572.0]	5.95	6.63	0.23	正常
6	[596.6, 484.7]	[102.9, 119.5]	3.78	8.03	0	异常
7	[338.2, 525.5]	[251.3, 114.6]	4.50	7.66	0	异常
8	[90.9, 279.6]	[581.8, 316.5]	0.07	10.33	0	异常

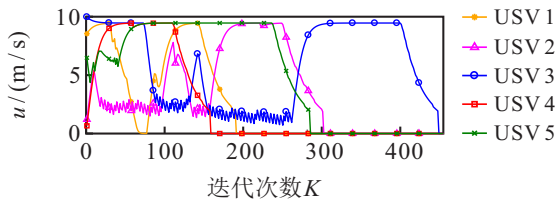
图14为所有正常USV的避碰结果,全局环境对于每艘正常USV均是已知的.由图14(a)和图14(e)可见,传统DWA导致USV 1与USV 8发生碰撞.而所提出算法在 $K \in [20, 40]$ 判断USV 1与USV 8构成HO情况后,使得USV 1主动从USV 8的左舷处驶过,成



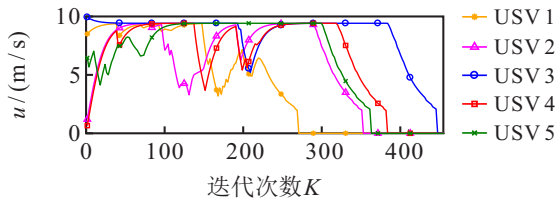
(a) 传统DWA行驶轨迹



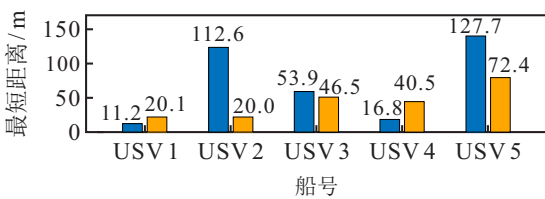
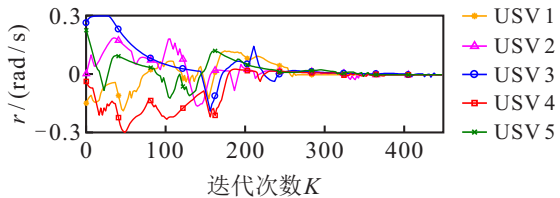
(b) 本文算法行驶轨迹



(c) 传统DWA速度变化



(d) 本文算法速度变化



(e) 各船最短距离对比

图 14 仿真4避碰结果对比

功避免了两者碰撞. 因此, 在船只相对密集且存在异常USV的环境中, 第3.3节算法同样能够保证正常USV的行驶安全性, 同时遵守COLREGS约束避碰.

5 结论

本文针对存在异常USV的多艘USV相遇自主避碰问题, 提出了一种基于改进DWA的分布式避碰算法, 包含了改进碰撞风险检测、多USV行驶职责划分以及改进DWA求解最优速度3部分. 首先, 针对传统DWA躲避动态障碍物效果差以及没有结合USV行驶规则这两个问题, 改进了传统距离评价函数并且结合COLREGS引入新的规则评价函数; 然后, 改进现有的碰撞风险检测算法, 减少了USV的轨迹波动; 接着, 本文基于COLREGS提出了一种考虑异常USV干扰的多USV行驶职责划分方法; 最后, 基于Matlab对比了传统DWA与改进DWA的避障效果, 并验证了分布式避碰算法的有效性. 仿真结果表明, 即便环境中存在不遵守规则行驶的异常船只, 分布式避碰算法依然能够保证各USV的行驶安全性.

本文中, 各USV在开阔水域中进行避碰, 运动不受环境限制. 未来可围绕受限水域下的多USV相遇自主避碰问题展开研究.

参考文献(References)

- [1] Liu Z X, Zhang Y M, Yu X, et al. Unmanned surface vehicles: An overview of developments and challenges[J]. Annual Reviews in Control, 2016, 41: 71-93.
- [2] Kim D, Hirayama K, Okimoto T. Distributed stochastic search algorithm for multi-ship encounter situations[J]. Journal of Navigation, 2017, 70(4): 699-718.
- [3] Statheros T, Howells G, Maier K M. Autonomous ship collision avoidance navigation concepts, technologies and techniques[J]. Journal of Navigation, 2008, 61(1): 129-142.
- [4] Cheng Y, Zhang W D. Concise deep reinforcement learning obstacle avoidance for underactuated unmanned marine vessels[J]. Neurocomputing, 2018, 272: 63-73.
- [5] Wang Y L, Yu X M, Liang X, et al. A COLREGs-based obstacle avoidance approach for unmanned surface vehicles[J]. Ocean Engineering, 2018, 169: 110-124.
- [6] Kuwata Y, Wolf M T, Zargitsky D, et al. Safe maritime autonomous navigation with COLREGS, using velocity obstacles[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2014, 39(1): 110-119.
- [7] Wang S B, Zhang Y J, Li L B. A collision avoidance decision-making system for autonomous ship based on modified velocity obstacle method[J]. Ocean

- Engineering, 2020, 215: 107910.
- [8] Lyu H G, Yin Y. COLREGS-constrained real-time path planning for autonomous ships using modified artificial potential fields[J]. Journal of Navigation, 2019, 72(3): 588-608.
- [9] Johansen T A, Perez T, Cristofaro A. Ship collision avoidance and COLREGS compliance using simulation-based control behavior selection with predictive hazard assessment[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(12): 3407-3422.
- [10] Ma Y, Zhao Y J, Incecik A, et al. A collision avoidance approach via negotiation protocol for a swarm of USVs[J]. Ocean Engineering, 2021, 224: 108713.
- [11] Tam C, Bucknall R. Cooperative path planning algorithm for marine surface vessels[J]. Ocean Engineering, 2013, 57: 25-33.
- [12] Wang T F, Wu Q, Zhang J F, et al. Autonomous decision-making scheme for multi-ship collision avoidance with iterative observation and inference[J]. Ocean Engineering, 2020, 197: 106873.
- [13] Zhang J F, Zhang D, Yan X P, et al. A distributed anti-collision decision support formulation in multi-ship encounter situations under COLREGs[J]. Ocean Engineering, 2015, 105: 336-348.
- [14] Lee M C, Nieh C Y, Kuo H C, et al. A collision avoidance method for multi-ship encounter situations[J]. Journal of Marine Science and Technology, 2020, 25(3): 925-942.
- [15] Fox D, Burgard W, Thrun S. The dynamic window approach to collision avoidance[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 1997, 4(1): 23-33.
- [16] Missura M, Bennewitz M. Predictive collision avoidance for the dynamic window approach[C]. International Conference on Robotics and Automation. Montreal, 2019: 8620-8626.
- [17] 常路, 单梁, 戴跃伟, 等. 未知环境下基于改进DWA的多机器人编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2524-2534.
(Chang L, Shan L, Dai Y W, et al. Multi-robot formation control in unknown environment based on improved DWA[J]. Control and Decision, 2022, 37(10): 2524-2534.)
- [18] Eriksen B O H, Wilthil E F, Flåten A L, et al. Radar-based maritime collision avoidance using dynamic window[C]. IEEE Aerospace Conference. Piscataway: IEEE, 2018: 1-9.
- [19] Chang L, Shan L, Jiang C, et al. Reinforcement based mobile robot path planning with improved dynamic window approach in unknown environment[J]. Autonomous Robots, 2021, 45(1): 51-76.
- [20] Loe \varnothing A G. Collision avoidance for unmanned surface vehicles[D]. Trondheim: Institutt for Teknisk Kybernetikk, 2008.
- [21] Xu X L, Lu Y, Liu X C, et al. Intelligent collision avoidance algorithms for USVs via deep reinforcement learning under COLREGs[J]. Ocean Engineering, 2020, 217: 107704.

作者简介

张伟龙(1995—), 男, 博士生, 从事无人艇路径规划、编队控制算法的研究, E-mail: 117110022187@njust.edu.cn;

单梁(1979—), 男, 副教授, 博士, 从事移动机器人技术、智能检测、控制算法等研究, E-mail: shanliang@njust.edu.cn;

常路(1994—), 男, 博士生, 从事机器人控制算法、机器学习算法的研究, E-mail: 116110001162@njust.edu.cn;

戚志东(1976—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性系统控制、电力电子技术等研究, E-mail: qizhidong@sina.com;

戴跃伟(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统工程、网络信息安全等研究, E-mail: dywjust@163.com.

(责任编辑: 魏冰)