

控制与决策

Control and Decision

基于两阶段分布鲁棒优化的列车停站方案与时刻表协同研究

张春田, 戚建国, 杨凯, 杨立兴, 高自友, 高原

引用本文:

张春田, 戚建国, 杨凯, 杨立兴, 高自友, 高原. 基于两阶段分布鲁棒优化的列车停站方案与时刻表协同研究[J]. *控制与决策*, 2023, 38(4): 1065–1073.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.2058>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

考虑双重不确定性的公交时刻表分布鲁棒优化模型

A distributionally robust optimization model for the bus timetabling problem under two-fold uncertainties

控制与决策. 2023, 38(4): 1056–1064 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1688>

基于分布鲁棒优化的城市轨道交通网络末班车衔接研究

Distributionally robust optimization for the last-train connection planning problem in urban rail transit networks

控制与决策. 2023, 38(1): 248–256 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1143>

考虑多编组站协调分工的枢纽重空车流组织优化

Heavy and empty wagon flow assignment with work division among multi-marshalling stations in railway terminal

控制与决策. 2023, 38(2): 510–518 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1002>

考虑多重覆盖的应急设施多级协同布局鲁棒优化

Robust optimization of hierarchical cooperative layout of emergency facilities considering multiple coverage

控制与决策. 2022, 37(7): 1853–1861 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0687>

基于鲁棒优化的云医疗资源配置问题

Robust optimization based medical resource allocation problem in cloud healthcare system

控制与决策. 2021, 36(2): 469–474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0455>

基于两阶段分布鲁棒优化的列车停站方案与时刻表协同研究

张春田^{1,2}, 戚建国^{2†}, 杨凯¹, 杨立兴², 高自友¹, 高原³

(1. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044; 2. 北京交通大学 轨道交通控制与安全国家重点实验室, 北京 100044; 3. 北京理工大学 管理与经济学院, 北京 100081)

摘要: 列车停站方案与列车时刻表协同优化能够克服两者单独优化难以实现系统最优的弊端, 从而可以得到旅客满意和企业期望的运营方案. 首先, 针对多场景不确定旅客需求概率分布信息已知的情形, 综合考虑轨道与车站站线占用等约束, 以极小化列车总行程时间、各场景未被满足旅客需求以及列车冗余之和为目标, 构建列车停站方案与时刻表两阶段随机规划模型. 在此基础上, 进一步考虑旅客需求场景概率分布信息部分已知的情形, 构建与之相对应的两阶段分布鲁棒优化模型. 其次, 借助 L_∞ 范数非精确集, 将所构建的列车停站方案与时刻表两阶段分布鲁棒协同优化模型转换为等价的混合整数线性规划模型, 并利用 Visual C++ 平台调用 GUROBI 进行求解. 最后, 将所构建模型应用到武汉-广州高速铁路走廊上验证其有效性, 结果表明, 相比于随机优化模型, 分布鲁棒优化模型只需付出较小的代价, 即可抵御旅客需求概率分布不确定性带来的影响, 且可以改善最坏情形下解的质量, 为得到鲁棒性较强的铁路列车停站方案与时刻表提供一定的理论依据.

关键词: 铁路运输; 列车时刻表; 停站方案; 不确定旅客需求

中图分类号: U292.4

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.2058

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 张春田, 戚建国, 杨凯, 等. 基于两阶段分布鲁棒优化的列车停站方案与时刻表协同研究[J]. 控制与决策, 2023, 38(4): 1065-1073.

Two-stage distributionally robust optimization for integrated train stop planning and timetabling

ZHANG Chun-tian^{1,2}, QI Jian-guo^{2†}, YANG Kai¹, YANG Li-xing², GAO Zi-you¹, GAO Yuan³

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. State Key Laboratory of Rail Traffic Control and Safety, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 3. School of Management and Economics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The integrated optimization of train stop planning and train timetabling problems can improve the quality of obtained solution, compared with separately optimizing these two issues, which can help to obtain the operation scheme with passenger satisfaction and enterprise expectation. With the probability distribution of passenger demands in multiple scenarios being known, a two-stage stochastic programming model for the integrated optimization of train stop plan and timetable is first developed to minimize the sum of the total travel time of trains, the number of unsatisfied passenger demands and the number of redundant services in all scenarios. On this basis, for the situation that the probability distribution information of each scenario of passenger demands is partially known, a two-stage distributionally robust optimization model is developed. And for computational convenience, a L_∞ -norm-based ambiguity set is adopted to transform the model into a mixed integer linear programming model. Finally, a series of numerical experiments are carried out on the Wuhan-Guangzhou high-speed railway corridor to verify the effectiveness of the developed models, where the Visual C++ software with the GUROBI solver is applied to obtain the optimized train stop plan and timetable. The results show that compared with the stochastic programming model, the distributionally robust optimization model can resist the uncertainty of probability distribution with only few cost and improve the solution in the worst case, and has certain reference value for generating more robust train stop plan and timetable.

Keywords: railway transportation; train timetable; train stop planning; uncertain passenger demand

收稿日期: 2021-11-25; 录用日期: 2022-04-08.

基金项目: 中央高校基本科研业务费资助项目(2021RC241); 国家自然科学基金项目(71825004, 72001019, 72288101); 轨道交通控制与安全国家重点实验室(北京交通大学)开放课题基金项目(RCS2022K001).

责任编辑: 龙建成.

†通讯作者. E-mail: qijianguo@bjtu.edu.cn.

0 引言

铁路运输作为重要的陆路运输方式之一,以其运量大、速度快、能耗低、准点、安全等优势承担着越来越多的运输服务。随着旅客出行需求的不断增加,铁路网也在日益完善。据国家铁路局统计,截至2020年底,我国铁路运营里程已达14.6万公里。在铁路网络逐步扩大以及列车载客量不断增加的大环境下,如何为旅客提供更高质量的服务已成为铁路运营公司亟待解决的问题。

在实际运营过程中,列车时刻表是为旅客提供服务最直观的展示文件,它决定了列车在各个车站到达、出发和通过时刻。列车时刻表的制定不仅要考虑常规的安全运行约束,还要考虑出发-到达(OD)的旅客需求。一般而言,有更多旅客上下车需求的车站需要更多的列车进行停靠;而为了保证旅客服务质量,减少旅客(特别是长途旅客)在途时间,又需要对列车停站数量进行一定的限制。因此,为了提高铁路系统的服务质量,决策者必须综合考虑旅客需求、列车停站方案以及列车时刻表3个方面。

近年来,国内外学者针对列车停站方案与列车时刻表问题做了大量研究。牛丰等^[1]以最小化区段内开行列车总停站次数为目标,通过将车站到发客流量处理为不确定变量,构建了基于不确定旅客需求的高速铁路列车停站方案优化模型。毕明凯等^[2]采取快慢车搭配形式,以极小化列车总运行时间为目标,构建了基于随机OD客流需求的市郊铁路停站方案优化模型。闫海峰等^[3]以最小化列车运行线铺画在运行图上占用时间为目标,构建了高速铁路列车停站方案优化模型,以提高线路通过能力的利用率。简星等^[4]以最小化运行线总占用时间为目标,构建了基于能力利用的高速铁路列车停站方案优化模型,并设计模拟退火算法进行求解。许若曦等^[5]以最小化所有旅客的时间损失(列车停站和换乘等待带来的时间损失)为目标,构建了列车停站方案优化模型,并采用遗传算法求解。相比于列车停站方案优化问题,更多学者关注于列车时刻表有关的研究。郭根材等^[6]建立面向周期列车运行图的接续约束生成模型,以在有效避免列车接续约束间冲突的同时确保换乘客流的服务质量。廖正文等^[7]以最小化列车总旅行时间为目标,构建了基于累积流变量的列车运行图0-1整数规划模型,并设计拉格朗日松弛求解算法求解该问题。江峰等^[8]借助时空网络建模技术,以全图运行线总利润最大为目标,构建了高速铁路列车运行图新增运行线局部调整模型。周文梁等^[9]将城际客流均

衡分配与列车运行图优化相结合,以降低旅客乘车时间、换乘等待时间以及提高旅客始发、终到时间满意度为目标,构建了城际列车运行图优化的双层规划模型。高如虎等^[10]研究了新增列车条件下列车时刻表优化问题,将灵活构架下的列车时刻表问题刻画为网络多商品流模型,并设计交替方向乘子法(ADMM)求解该问题。

如上述文献所示,列车停站方案与时刻表通常是独立分开进行决策和研究的。首先,由经验丰富的线路规划人员根据预测旅客需求生成初始的停站方案,并将生成的停站方案发送给时刻表编制者。时刻表编制者通过考虑各种运营约束,生成可行的时刻表。然而,由于铁路资源的有限性,上述逐步优化的方式极易导致旅客需求难以满足或者列车在时间或空间上存在冲突的情况,可能需要反复迭代以得到较好的运营方案,从而耗费大量的人力物力。鉴于此,为了得到系统较优的列车停站方案与时刻表,提高铁路系统的服务质量,减少管理者的工作强度,近年来一些学者开始关注于列车停站方案与时刻表协同优化问题。如Yang等^[11]以极小化总的列车停站时间和延误时间为目标,构建了列车时刻表与停站方案协同优化混合整数线性规划模型,并借助CPLEX求解该模型。Yue等^[12]以列车利润最大化为目标,建立了包含停站时间和停站次数惩罚的整数规划模型,并采用列生成算法对模型进行求解。刘璐等^[13]借助时间-空间-状态三维网络,构建基于旅客需求的停站方案与列车运行图协同优化0-1整数规划模型,以实现运营总费用最小化。Dong等^[14]研究考虑与时间相关的乘客需求的通勤铁路列车停站方案和时刻表优化问题,构建了一个复杂的混合整数非线性规划模型,并借助自适应大邻域搜索算法求解。值得注意的是,由于旅客需求、列车停站方案、列车时刻表之间的内在关联,只有将旅客需求纳入铁路列车停站方案和时刻表协同优化的研究中,所获得方案才更具有意义。

另一方面,上述考虑旅客需求的列车停站方案与时刻表协同优化研究中,大多是基于确定性旅客需求开展的。然而,由于在铁路运营规划过程中,列车停站方案和时刻表往往基于预测的旅客需求,在投入运营前几个月完成编制,忽略旅客需求的不确定性可能会导致某些情形下旅客需求得不到满足或者列车出现较大虚糜。为了获得更加鲁棒的铁路运输组织协同优化方案,Cacchiani等^[15]针对不确定旅客需求场景概率分布已知的情形,对列车停站方案与时刻表协同优化问题进行研究,构建了3类基于轻鲁棒技术的混

合整数线性规划模型,以对潜在的旅客需求施加不同的保护措施。

考虑到列车实际运营过程中,车站内部站线数量对列车停站与越行操作具有重要的影响,本文首先通过增加站线分配约束扩展Cacchiani等^[15]的名义模型,在此基础上通过考虑场景概率分布信息部分已知的不确定旅客需求,构建基于不确定旅客需求的列车停站方案和时刻表两阶段分布鲁棒协同优化模型,并利用 L_∞ 范数非精确集对该模型进行重构,从而推导出该模型的计算可处理形式。

1 模型构建

1.1 铁路列车停站方案与时刻表协同优化问题

考虑一条由 $|N|$ 个车站组成的铁路线路,车站集合为 $N = \{1, 2, \dots, |N| - 1, |N|\}$. 其中: 1为起点站, $|N|$ 为终点站. 给定计划列车数量 $|K|$ 及其始发站与终到站,研究如何在保证运营安全的前提下,充分利用铁路资源,生成系统较优的列车停站方案与时刻表,以尽可能满足旅客需求. 列车时刻表编制问题本质上是确定列车在各车站的到达、出发和通过时刻,需要考虑列车的出发时间窗以及区间运营时间等约束. 由于铁路系统资源的限制,为了保障列车运营安全,需考虑主线及车站站线占用约束。

考虑到列车运力的限制,本文假定具有相同OD的旅客可以选择不同的列车进行出行,且只能乘坐在其出发站和终到站同时停靠的列车. 此外,由于铁路旅客需求通常呈现出高度的不确定性,运营企业总是希望尽可能地降低运营成本. 从旅客的角度而言,总是希望所有的运输需求都能得到满足. 但无论是从运营企业还是旅客的角度出发,总是希望能够在尽可能短的时间内完成旅程. 为此,在综合考虑以上各种实际约束的条件下,以极小化列车总运行时间、未被满足旅客需求以及列车冗余为目标,研究旅客需求不确定条件下列车停站方案与时刻表协同优化问题。

1.2 模型的相关符号

为方便建模,表1给出了构建模型所需的符号和参数及定义. 其中 $D_{ij}^{\min} = \min\{D_{ij}(1), D_{ij}(2), \dots, D_{ij}(|\Omega|)\}$. 此外,构建模型所需的决策变量包括:

1) 列车时刻表与停站方案相关决策变量.

$a_{k,i}$: 列车到站时刻,表示列车 k 到达车站 i 的时刻;

$d_{k,i}$: 列车离站时刻,表示列车 k 离开车站 i 的时刻;

$x_{k,i}$: 0-1决策变量,如果列车 k 在车站 i 停靠则为1,否则为0;

表1 参数与变量

符号	定义
K	列车集合
k, k'	列车标识
$N(N_k)$	车站集合(列车 k 通过车站集合)
$S(S_k)$	车站对应区段集合(列车 k 通过区段集合)
$O(K)/D(k)$	列车 k 的始发/终到站
i, j	车站标识
s	区段标识
P_i	车站 i 的站线集合
q	车站站线标识
$\Omega(\Omega)$	场景集合(场景数量)
ω	场景标识
$D_{ij}(\omega)$	场景 ω 下期望由车站 i 出发终到车站 j 的旅客人数
D_{ij}^{\min}	所有场景中由车站 i 到车站 j 的最少旅客人数
h_i^a/h_i^d	相邻列车到达/离开车站 i 的最小间隔
h^{da}	同一站线上最小发车-到达时间
τ_i	列车在车站 i 停靠的最小停站时间
$t_{i,run}^k$	列车 k 在区段 i 上的运行时间
τ_k^{de}/τ_k^{dl}	列车 k 在始发站的最早/最晚出发时间
\mathcal{X}	最大列车停站总数量
Cap^k	列车 k 定员数量

$O_{k,k',i}$: 0-1决策变量,如果列车 k 在车站 i 的发车时刻早于列车 k' 则为1,否则为0;

$\lambda_{k,i,q}$: 0-1决策变量,如果列车 k 在车站 i 被分配到站线 q 上则为1,否则为0.

2) 旅客分配相关决策变量.

r_{ij}^k : 期望由车站 i 出发终到车站 j ,并且分配到列车 k 上的旅客数量.

3) 旅客分配相关随机决策变量.

$r_{ij}^-(\omega)$: 场景 ω 下期望由车站 i 出发终到车站 j 的未被满足旅客数量;

$r_{ij}^+(\omega)$: 场景 ω 下由车站 i 出发终到车站 j 的冗余分配旅客数量.

1.3 两阶段随机规划模型

由于本文拟构建的两阶段分布鲁棒优化模型是以两阶段随机规划模型为基础的,首先构建基于不确定旅客需求(场景概率已知)的列车停站方案与时刻表两阶段随机规划模型,即

$$\min F = \sum_{k \in K} (a_{k,D(k)} - d_{k,O(k)}) + E[Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))]. \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{k \in K} r_{ij}^k \geq D_{ij}^{\min}, \forall i, j \in N; \quad (2)$$

$$\sum_{i \leq i' < j > i'} r_{ij}^k \leq Cap^k, \forall k \in K, i' \in N; \quad (3)$$

$$r_{ij}^k \leq x_{k,i} \cdot Cap^k, \forall k \in K, i, j \in N, i < j; \quad (4)$$

$$r_{ij}^k \leq x_{k,j} \cdot Cap^k, \forall k \in K, i, j \in N, i < j; \quad (5)$$

$$x_{k,O(k)} = 1, \forall k \in K; \quad (6)$$

$$x_{k,D(k)} = 1, \forall k \in K; \quad (7)$$

$$\tau_k^{de} \leq d_{k,O(k)} \leq \tau_k^{dl}, \forall k \in K; \quad (8)$$

$$a_{k,i+1} - d_{k,i} = t_{i,run}^k, \forall k \in K, i \in S_k; \quad (9)$$

$$\tau_i \cdot x_{k,i} \leq d_{k,i} - a_{k,i} \leq U \cdot x_{k,i}, \forall i \in N_k; \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in S_k} x_{k,i} \leq \mathcal{X}; \quad (11)$$

$$d_{k',i} - d_{k,i} \geq h_i^d - M \cdot (1 - O_{k,k',i}), \\ \forall i \in (N_k \setminus \{D(k)\}) \cap N_{k'} \setminus \{D(k')\}; \quad (12)$$

$$d_{k,i} - d_{k',i} \geq h_i^d - M \cdot O_{k,k',i}, \\ \forall i \in (N_k \setminus \{D(k)\}) \cap N_{k'} \setminus \{D(k')\}; \quad (13)$$

$$a_{k',i} - a_{k,i} \geq h_i^a - M \cdot (1 - O_{k,k',i-1}), \\ \forall i \in (N_k \setminus \{O(k)\}) \cap N_{k'} \setminus \{O(k')\}; \quad (14)$$

$$a_{k,i} - a_{k',i} \geq h_i^a - M \cdot O_{k,k',i-1}, \\ \forall i \in (N_k \setminus \{O(k)\}) \cap N_{k'} \setminus \{O(k')\}; \quad (15)$$

$$\sum_{q \in P_i} \lambda_{k,i,q} = 1, \forall k \in K, i \in N_k; \quad (16)$$

$$\lambda_{k,i,1} + x_{k,i} = 1, \forall k \in K, i \in N_k; \quad (17)$$

$$a_{k',i} - d_{k,i} \geq h^{da} - M \cdot (3 - O_{k,k',i} - \lambda_{k,i,q} - \lambda_{k',i,q}), \\ \forall q \in P_i; \quad (18)$$

$$a_{k,i} - d_{k',i} \geq h^{da} - M \cdot (2 + O_{k,k',i} - \lambda_{k,i,q} - \lambda_{k',i,q}), \\ \forall q \in P_i; \quad (19)$$

$$x_{k,i}, O_{k,k',i}, \lambda_{k,i,q} \in \{0, 1\}; \quad (20)$$

$$d_{k,i} \geq 0, \forall k \in K, i \in N; \quad (21)$$

$$a_{k,i} \geq 0, \forall k \in K, i \in N. \quad (22)$$

where $Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega)) =$

$$\min \sum_{i \leq i'} \sum_{j > j'} \lambda [r_{ij}^-(\omega) + r_{ij}^+(\omega)]; \quad (23)$$

$$r_{ij}^-(\omega) \geq D_{ij}(\omega) - \sum_{k \in K} r_{ij}^k, \forall i, j \in N; \quad (24)$$

$$r_{ij}^+(\omega) \geq \sum_{k \in K} r_{ij}^k - D_{ij}(\omega), \forall i, j \in N; \quad (25)$$

$$r_{ij}^-(\omega) \geq 0, r_{ij}^+(\omega) \geq 0, \forall i, j \in N. \quad (26)$$

上述两阶段随机规划模型的第1阶段为“here-and-now”过程,第2阶段为“wait-and-see”过程,两个阶段决策是相互影响的.具体地, E 表示期望值,当给定第1阶段决策向量 $(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r})$ 并输入随机数向量 $\boldsymbol{\xi}(\omega)$ 时,用 $Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))$ 表示第2阶段目标.

目标函数(1)中第1项表示列车总行程时间.约束(2)确保实际运营中最小的期望旅客需求必须得到满足.约束(3)用于保证列车上的旅客数量不超过

列车的承载能力,是铁路运营规划中的基本约束.约束(4)和(5)确保旅客只能选择同时在其出发和终到站均停靠的列车,并同时考虑列车容量限制.注意到,上述约束中“ $i < j$ ”代表铁路线路中车站 i 的编号小于车站 j 的编号.约束(6)和(7)确保列车的运营区段不被改变.约束(8)~(11)用于保证列车实际运行过程中一些特定的要求.约束(8)确保列车在给定的始发时间窗 $[\tau_k^{de}, \tau_k^{dl}]$ 内出发.约束(9)规定了列车的区间运行时间.约束(10)用于确保每列列车在车站 i 的最小停站时间不能小于 τ_i ,且最大停站时间不能超过 U (可根据实际需求设置).约束(11)对列车总停靠车站数量进行限制.从理论层面讲,约束(11)可合理利用已知信息缩小解的搜索空间,加快模型求解的速度.约束(12)~(15)为列车安全间隔约束,用于确保列车的安全运行.约束(16)~(19)为车站站线选择约束,确保满足车站容量的限制.车站站线约束主要由站线分配约束(约束(16)、(17))和列车出发-到达安全间隔约束(约束(18)、(19))两部分组成.为清晰起见,图1展示了典型站台站线设置情况.

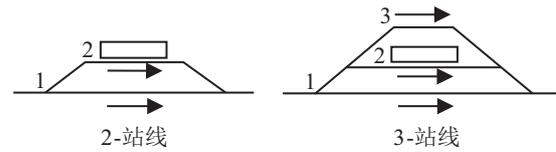


图1 站台站线设置

由图1可见,为了确保列车的安全运行,需要为每一列列车分配相应的站线以确保列车完成停站或通过操作.如果列车直接通过该车站,则可以直接利用站线1(约束(17)),否则将使用站线2或站线3,且每一列列车只能使用其中的一条站线(约束(16)).此外,如果在车站 i ,列车 k 和列车 k' 使用相同的站线,则它们之间的出发与到达间隔必须大于安全间隔时间 h^{da} (约束(18)和(19)).

式(23)表示第2阶段模型目标旨在使未被满足以及冗余的分配旅客数量之和最小,其中 λ 为第2阶段目标惩罚参数.式(24)和(25)为随机旅客需求被满足情况计算约束,约束(24)用来计算每个场景下未被满足的旅客需求,约束(25)用来计算冗余的旅客数量,即列车容量存在空闲的情况.

在该两阶段随机规划模型中,若旅客需求的不确定性可通过一组经常发生的有限场景(即离散概率分布)进行描述,则上述均值部分可以转换成如下易处理的形式:

$$E_P[Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))] = \\ Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}. \quad (27)$$

其中: $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{|\Omega|})^T, p_\omega > 0$ 为每个场景发生的概率, $\sum_{\omega \in \Omega} p_\omega = 1$. 从实际应用角度看, 该方法对于连续分布仍然是有效的, 因为可以采用样本均值法(SAA)估计连续分布的期望值. 基于上述分析, 两阶段随机规划模型(SP)可以归纳如下:

$$\text{SP} \begin{cases} \min \mathbf{a} - \mathbf{d} + Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}; \\ \text{s.t. 约束(2) ~ (26)}. \end{cases} \quad (28)$$

1.4 两阶段分布鲁棒优化模型构建

通过对上一节进行拓展, 本节旨在考虑旅客需求场景概率分布信息部分已知的情况, 通过非精确集 \mathcal{P} 刻画旅客需求的不确定性, 进而构建如下两阶段分布鲁棒优化(DRO)模型:

$$\text{DRO} \begin{cases} \min \mathbf{a} - \mathbf{d} + \sup_{P \in \mathcal{P}} E_P[Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))]; \\ \text{s.t. 约束(2) ~ (26)}. \end{cases} \quad (29)$$

式(29)中, 采用 min-max 鲁棒准则, 使用 $\sup_{P \in \mathcal{P}} \{\cdot\}$ 表示可能的最坏情形.

1.4.1 L_∞ 范数非精确集

DRO 模型求解的关键在于设计一个有效的非精确集, 其应该具备以下特征: 1) 便于利用有关参数分布的有效信息; 2) 易于得到可处理形式且可由精确方法或优化求解器(如 CPLEX 或 GUROBI)求解; 3) 保证与真实分布之间的逼近程度(距离). 考虑到 L_∞ 范数非精确集满足以上条件, 一些学者^[16-17] 已将 L_∞ 范数非精确集应用于 DRO 模型得到其计算可处理形式. 因此, 本文亦采用 L_∞ 范数非精确集 \mathcal{P} 求解所构建的模型, 具体为

$$\mathcal{P} = \{\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \boldsymbol{\pi} | e^T \boldsymbol{\pi} = 0, \|\boldsymbol{\pi}\|_\infty \leq \Psi\}.$$

其中: \mathbf{p}_0 为参考分布(即概率分布已知的部分); \mathbf{e} 为单位向量; $\boldsymbol{\pi} \in R^S$ 为波动向量; $\Psi \in [0, 1]$ 为波动上界. 注意到, $e^T \boldsymbol{\pi} = 0$ 用来确保概率 \mathbf{p} 之和为 1.

1.4.2 确定性等价转换

基于上述非精确集, 可得到如下模型转化定理.

定理 1 假设概率分布 \mathcal{P} 属于 L_∞ 范数非精确集, 则模型(29)可表示为如下等价形式:

$$\begin{aligned} & \min \mathbf{a} - \mathbf{d} + Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}_0 + \\ & \quad \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\gamma}. \\ \text{s.t. } & \mathbf{e}\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\gamma} = Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega)); \\ & \boldsymbol{\beta} \geq 0, \boldsymbol{\gamma} \geq 0; \end{aligned}$$

$$\text{约束(2) ~ (26)}. \quad (30)$$

其中 $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}) \in R \times R^{|\mathcal{P}|} \times R^{|\mathcal{P}|}$ 为辅助变量.

证明 有

$$\begin{aligned} & \max_{P \in \mathcal{P}} E_P[Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))] = \\ & \max_{P \in \mathcal{P}} Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}. \end{aligned} \quad (31)$$

在 L_∞ 范数非精确集下, 式(31)为线性规划问题. 此时, 上述等式可以改写为

$$\begin{aligned} & \max_{P \in \mathcal{P}} Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p} = \\ & Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}_0 + \\ & \max_{\boldsymbol{\pi}} \{Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \boldsymbol{\pi} | e^T \boldsymbol{\pi} = 0, \\ & \|\boldsymbol{\pi}\|_\infty \leq \Psi\}, \end{aligned}$$

其中 $\|\boldsymbol{\pi}\|_\infty = \min_{1 \leq \omega \leq |\mathcal{P}|} |\pi_\omega|$.

鉴于此, $\max_{\boldsymbol{\pi}} \{Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \boldsymbol{\pi} | e^T \boldsymbol{\pi} = 0, \|\boldsymbol{\pi}\|_\infty \leq \Psi\}$ 可以写为

$$\begin{aligned} & \max_{\boldsymbol{\pi}} Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \boldsymbol{\pi}; \\ \text{s.t. } & e^T \boldsymbol{\pi} = 0, -\boldsymbol{\Phi} \leq \boldsymbol{\pi} \leq \boldsymbol{\Phi}. \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\boldsymbol{\Phi} = \Psi \mathbf{e}$. 式(32)对应的对偶问题为

$$\begin{aligned} & \min_{r^-, r^+, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\gamma}. \\ \text{s.t. } & \mathbf{e}\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\gamma} = Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega)); \\ & \boldsymbol{\beta} \geq 0, \boldsymbol{\gamma} \geq 0. \end{aligned} \quad (33)$$

因此, 模型(31)的对偶形式可以表示为

$$\begin{aligned} & \min_{r^-, r^+, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}} Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega))^T \mathbf{p}_0 + \\ & \quad \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\gamma}; \\ \text{s.t. } & \mathbf{e}\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\gamma} = Q(\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{x}, \mathbf{o}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}(\omega)); \\ & \boldsymbol{\beta} \geq 0, \boldsymbol{\gamma} \geq 0. \end{aligned} \quad (34)$$

综上, 在 L_∞ 范数非精确集下, 可以得到模型(29)易于计算的线性形式. \square

注 1 对比所提出的两阶段 DRO 模型与传统两阶段 SP 模型可见, 如果令 L_∞ 范数非精确集中的参数 $\Psi = 0$, 可以得到与传统两阶段 SP 模型中同样的精确概率分布, 则 DRO 模型(30)退化为传统两阶段 SP 模型(28). 因此, 所提出的两阶段 DRO 模型本质上是两阶段 SP 模型的推广, 两阶段 SP 模型为两阶段 DRO 模型的特殊情况.

2 算例分析

2.1 基础数据

为验证所构建分布鲁棒优化模型的有效性, 以武广高铁为背景设计数值实验. 所有实验均在 CPU 为

i5-8265U、内存为8G的电脑中,使用Visual C++调用GUROBI优化软件编程进行求解,并通过合理设置GUROBI中“Method”“Presolve”和“CutPasses”等相关参数信息,加快模型求解速度.

考虑360 min的规划时域,选取包含16座车站和15个区段的武广高速铁路(全长共1 069 km)作为研究对象,其区段运行时间 $t_{i,run} = 17, 8, 17, 14, 15, 9, 16, 7, 9, 17, 27, 15, 10, 6, 9$ (min),其中 $i = 1, 2, \dots, 15$ (区段1代表武汉-咸宁北,区段2代表咸宁北-赤壁北,依次类推).在实际运营中,一般只有较大的关键车站才可能被选择作为列车的始发或终到车站,本文考虑武汉和长沙南作为始发站,广州南作为终到站.具体地,考虑25列列车,其中15列列车由武汉开往广州南(出发时间窗[1,90] min)、10列列车由长沙南开往广州南(出发时间窗[40,120] min).

为了确保列车安全运营,相邻两列列车间最小到达(h_i^a)、发车(h_i^d)、到-发(h^{da})间隔时间以及列车在中间站最小停站时间均设置为3 min,最大停站时间设置为20 min,假定所有列车载客能力均为800.由于商业数据的保护,旅客需求的真实数据难以获取,本

文基于现有的列车运行计划,依据关键车站发送较多旅客的原则生成基于OD的旅客需求.在所研究的铁路走廊中,考虑由武汉到广州方向的旅客,共生成120组OD对,其中第1组OD对包含由武汉-咸宁北的所有旅客需求,第2组OD对包含由咸宁北-赤壁北的所有旅客,依次类推.

下面从两个方面设计数值实验:1)对参数 λ 进行灵敏度分析,以分析不同 λ 值对求解方案的影响;2)设置不同的 Ψ 值进行样本外性能分析实验,以展示DRO模型的鲁棒性能.在所有数值实验中,除特别说明外,均假定求解器寻找到gap小于1%的解或者计算时间达到5 400 s时算法终止.

2.2 结果分析

2.2.1 参数 λ 的灵敏度分析

为了对模型进行验证,首先验证不同惩罚参数 $\lambda = \{0.1, 1, 10, 100\}$ 对所得结果的影响.具体地,考虑5个不同的旅客需求场景,共随机生成217 668名旅客需求,设置 $p_0 = (0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)^T$.在上述参数设置下,具体求解结果如表2所示.

表2 不同参数 λ 下SP和DRO模型的结果对比

λ	模型	目标值	列车行程时间	未满足量	冗余量	停站数量	计算时间/s	gap/%
$\lambda = 0.1$	SP	5 214.06	4 382	30 486	11 117	114	5 400	1.60
	$\Psi = 0.20$	5 287.56	4 406	31 880	10 284	116	5 400	2.07
$\lambda = 1$	SP	12 720.6	4 400	30 486	11 117	118	2 347	0.96
	$\Psi = 0.20$	13 220.4	4 406	31 513	10 633	116	2 581	0.97
$\lambda = 10$	SP	88 088	4 882	30 486	11 117	157	1 320	0.72
	$\Psi = 0.20$	92 694	4 550	31 502	10 644	160	858	0.32
$\lambda = 100$	SP	836 894	4 834	30 486	11 117	199	3 159	0.07
	$\Psi = 0.20$	886 107	4 667	31 774	10 372	174	3 597	0.05

由表2可知,上述实验均在可接受时间内找到gap小于2.1%的解.此外,随着与旅客满意度相关的惩罚参数 λ 值不断增加,列车总旅行时间以及停站数量均有一定程度的增加,但所有实验中未被满足旅客需求以及冗余数量没有明显变化趋势,这是由于未被满足旅客需求与分配客票冗余量存在一定的负相关关系.通过对上述几组实验计算结果进行分析可以看出,当 λ 取值为1时,得到的列车总旅行时间、旅客满意度以及计算时间都相对较优,因此在后续实验中可将 λ 设置为1.在实际运营中,如果铁路运营公司愿意接受更长列车旅行时间(如 $\lambda = 10$),则可通过增加停站数量以更好地应对旅客需求的波动性.为了更清晰地展示计算结果,本文给出当 $\lambda = 1$ 时,SP模型与

DRO模型(取 $\Psi = 0.20$)所得列车时刻表(图2和图3)和旅客在列车上的分配情况(图4和图5).

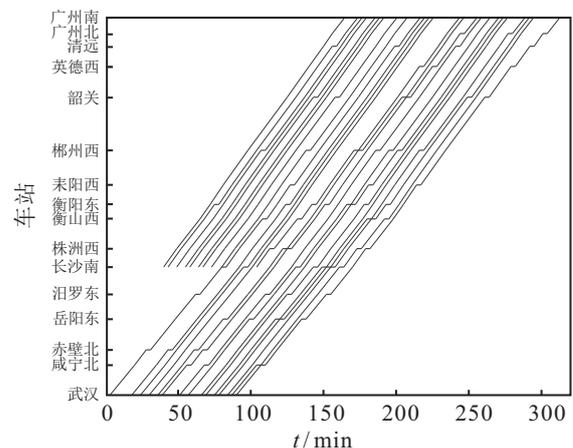


图2 求解SP模型所得的时刻表

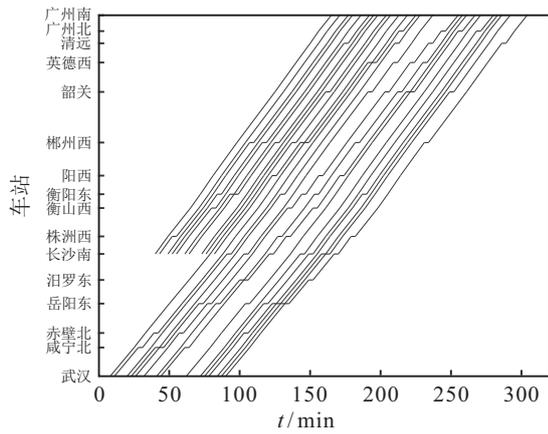


图3 求解DRO模型($\Psi=0.20$)所得的时刻表

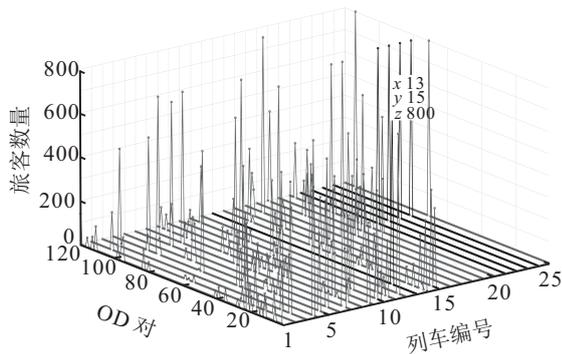


图4 求解SP模型所得旅客在每列列车的分配情况

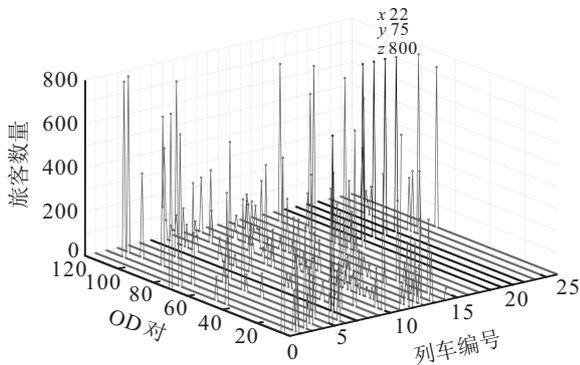


图5 求解DRO模型所得旅客在每列列车的分配情况

由图2和图3可知, 尽管DRO模型中场景概率分布信息部分已知, 但是求解DRO模型所得时刻表总运营时域与SP模型所得结果基本吻合, 且两个模型中均存在5列直达列车. 由此可见, 在场景概率难以获取的情况下, 尽管DRO模型需要付出一定的代价(如更多的停靠车站、更长的旅行时间), 但仍然可以得到较好的解. 为了追踪旅客在每列列车的分配情况, 图4和图5分别给出SP模型和DRO模型($\Psi = 0.20$)所得的旅客分配情况.

分析图4和图5可知, SP模型所得结果中直达列车为13、21、22、23和24, DRO模型所得结果中直达列车为7、19、20、21以及22. 值得注意的是, 上述直达列车运输的均为两座较大车站之间的旅客需求. 例如, 图4中标记 $(X, Y, Z) = (13, 15, 800)$ 代表列车13运输OD对编号为15的旅客800名(列车满载), 其中第15个OD对代表由武汉(始发站)到广州南(终到站)的旅客; 图5中标记 $(X, Y, Z) = (22, 75, 800)$ 代表列车22运输OD对编号为75的旅客800名(列车满载), 其中第75个OD对代表由长沙南(关键车站)到广州南(终到站)的旅客. 上述一站直达列车可以在保证列车满载的情况下, 通过避免中间站停靠产生时间损失来为长距离旅客提供高质量运输服务.

此外, 由表2还可以看出, 当参数 λ 相同时, 对比SP模型和DRO模型, 由于DRO模型中场景概率分布信息部分已知, 其所得方案目标值更高.

2.2.2 DRO模型的性能分析

为了分析参数 Ψ 的波动对DRO模型所得结果的影响, 本节在 $\lambda = 1$ 时, 令 $\Psi = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.20$ 进行一系列数值实验, 实验结果如表3所示.

表3 不同参数 Ψ 下SP和DRO模型的结果对比

λ	模型	目标值	列车行程时间	未满足量	冗余量	停站数量	计算时间/s	gap/%
$\lambda = 1$	SP	12 720.6	4 400	30 486	11 117	118	2 347	0.96
	$\Psi = 0.02$	12 792.7	4 411	30 486	11 117	119	3 088	0.91
	$\Psi = 0.04$	12 830.7	4 3 88	30 486	11 117	113	2 421	0.99
	$\Psi = 0.06$	12 899.6	4 400	30 623	11 084	120	2 490	0.98
	$\Psi = 0.08$	12 935.6	4 385	30 645	11 106	115	2 364	0.98
	$\Psi = 0.10$	13 006.7	4 406	31 197	10 738	118	5 400	1.19
	$\Psi = 0.12$	13 028.4	4 385	31 197	10 738	115	5 400	1.02
	$\Psi = 0.14$	13 074.2	4 388	31 197	10 738	116	5 400	1.05
	$\Psi = 0.16$	13 122.9	4 394	31 197	10 738	118	5 400	1.08
	$\Psi = 0.18$	13 168.7	4 397	31 197	10 738	116	5 400	1.10
	$\Psi = 0.20$	13 220.4	4 406	31 513	10 633	116	2 581	0.97

由表3可知,随着波动参数 ψ 值的不断增加,所得方案目标函数值也在不断增加.值得注意的是, ψ 值的增加并没有造成目标值的大幅度增加,且不同实验所得解的偏差未发生巨大变化,表明所提出的DRO模型在场景概率分布信息部分已知时,仍具有较强的适用性.为了更好地展示DRO模型与SP模型所得结果的偏差,进一步计算DRO模型的分布鲁棒代价PDR(即两种模型目标值的比较指标),其定义如下:

$$PDR = \frac{DRO^* - SP^*}{SP^*} \times 100\%$$

其中 DRO^* 和 SP^* 分别为DRO模型和SP模型所得最优解目标函数值.基于该定义可知,PDR的最大值不超过4%,表明DRO模型只需付出较小的代价,即可抵御概率分布的不确定性.

为了更好地比较所提出DRO模型和SP模型的表现性能,随机生成30个场景和10000组场景概率作为对比实验数据进行实验.通过分析所生成10000组概率中的最小概率值,取波动参数 ψ 为0.0005,并将 λ 值设置为10.具体地,首先利用已知数据随机设置一组概率值优化DRO模型和SP模型,进而固定每个模型所产生的最佳第1阶段决策.随后,利用已知的第1阶段决策,分别优化两类模型在这10000组不同概率分布情形下的数值实例,所得结果在样本外性能分析如表4所示.

表4 SP和DRO模型样本外性能分析

模型	度量			
	均值	25分位点	75分位点	最差解
SP	92370.19	91870.33	92882.53	95066.3
DRO	92328.64	91830.05	92840.58	95025.4

表4给出了均值、25分位点、75分位点以及10000组实验中最差解4种度量标准.可以看出,由于DRO模型允许场景概率分布信息存在不确定性,而SP模型只能处理场景概率分布信息确定的情形,在场景概率分布信息只有部分已知时,DRO模型所得结果在4种度量标准下均优于SP模型所得结果,且DRO模型可以改善最坏情形下的解.

3 结论

本文研究了不确定旅客需求下列车停站方案与时刻表协同优化问题,当旅客需求场景概率分布信息部分已知时,基于分布鲁棒优化方法建立上述两个问题的协同优化模型,并通过设计 L_∞ 范数非精确集,推导出原模型的计算可处理形式.通过算例研究得到主要结论如下:

1) 除了考虑常规的轨道占用约束外,还考虑了车站站线分配,以更好地确保铁路资源不被重复占用,进而保证列车在微观路径上的可行性.

2) 通过借助 L_∞ 范数非精确集,将所提出列车停站方案与时刻表两阶段分布鲁棒协同优化模型等价地转换为混合整数线性规划模型,进而运用商业优化软件求解所提出的模型.

3) 通过进行数值实验发现,所提出分布鲁棒优化模型只需付出较小的代价,即可抵御概率分布的不确定性.此外,在场景概率分布信息部分已知时,分布鲁棒优化可以改善最坏情形下的解,对实际运营具有一定的指导意义.

参考文献(References)

- [1] 牛丰, 戚建国, 秦进. 基于不确定客流的高速铁路列车停站方案优化方法[J]. 铁道学报, 2016, 38(7): 1-7.
(Niu F, Qi J G, Qin J. Optimization model for train stopping plan on high-speed railway corridor with uncertain passenger demands[J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(7): 1-7.)
- [2] 毕明凯, 何世伟, 黎浩东, 等. 基于随机客流OD的市郊铁路停站方案优化研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(10): 1-7.
(Bi M K, He S W, Li H D, et al. Research on optimization of suburban railway stop schedule based on random traffic OD[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(10): 1-7.)
- [3] 闫海峰, 于丽. 高速铁路列车停站方案优化研究[J]. 交通运输工程与信息学报, 2019, 17(3): 8-16.
(Yan H F, Yu L. Optimization of high-speed railway stop schedule plan[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2019, 17(3): 8-16.)
- [4] 简星, 闫海峰, 张守帅. 基于能力利用的高速铁路列车停站方案优化模型[J]. 交通运输工程与信息学报, 2019, 17(2): 146-152.
(Jian X, Yan H F, Zhang S S. High-speed railway stopping schedule optimization model based on capacity utilization[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2019, 17(2): 146-152.)
- [5] 许若曦, 聂磊, 付慧伶. 面向提升旅客出行效率的高速铁路列车停站方案优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2020, 20(2): 174-180.
(Xu R X, Nie L, Fu H L. Train stop plan optimization of high-speed rail for improving passenger travel efficiency[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 174-180.)
- [6] 郭根材, 聂磊, 佟璐. 高速铁路网周期性列车运行图接续约束生成模型[J]. 铁道学报, 2015, 37(8): 1-7.

- (Guo G C, Nie L, Tong L. Train connection model for cyclic timetable of high speed rail network[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(8): 1-7.)
- [7] 廖正文, 苗建瑞, 孟令云, 等. 基于拉格朗日松弛的双线铁路列车运行图优化算法[J]. 铁道学报, 2016, 38(9): 1-8.
(Liao Z W, Miao J R, Meng L Y, et al. An optimization algorithm for double-track railway train timetabling based on Lagrangian relaxation[J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(9): 1-8.)
- [8] 江峰, 倪少权, 吕红霞. 基于拉格朗日松弛的高速铁路列车运行图新增运行线局部调整模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(4): 163-170.
(Jiang F, Ni S Q, Lv H X. A high-speed railway new-added train timetable partial adjustment model based on Lagrangian relaxation[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2018, 18(4): 163-170.)
- [9] 周文梁, 张先波, 屈林影, 等. 基于客流均衡分析的城际铁路列车运行图优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(1): 231-238.
(Zhou W L, Zhang X B, Qu L Y, et al. Optimization of intercity railway train schedule based on passengers equilibrium analysis[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(1): 231-238.)
- [10] 高如虎, 牛惠民. 基于ADMM方法的新增列车条件下灵活的列车时刻表优化算法研究[J]. 铁道学报, 2021, 43(2): 21-29.
(Gao R H, Niu H M. Study on additional train timetable algorithm in flexible manner based on ADMM approach[J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(2): 21-29.)
- [11] Yang L X, Qi J G, Li S K, et al. Collaborative optimization for train scheduling and train stop planning on high-speed railways[J]. Omega, 2016, 64: 57-76.
- [12] Yue Y X, Wang S F, Zhou L S, et al. Optimizing train stopping patterns and schedules for high-speed passenger rail corridors[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2016, 63: 126-146.
- [13] 刘璐, 孟令云, 李新毅, 等. 考虑旅客需求的停站方案与列车运行图一体化模型与算法[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(2): 518-527.
(Liu L, Meng L Y, Li X Y, et al. Integrated optimization of stopping pattern and train timetable for passenger demand[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(2): 518-527.)
- [14] Dong X L, Li D W, Yin Y H, et al. Integrated optimization of train stop planning and timetabling for commuter railways with an extended adaptive large neighborhood search metaheuristic approach[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2020, 117: 102681.
- [15] Cacchiani V, Qi J G, Yang L X. Robust optimization models for integrated train stop planning and timetabling with passenger demand uncertainty[J]. Transportation Research—Part B: Methodological, 2020, 136: 1-29.
- [16] Ma L, Liu Y K, Liu Y. Distributionally robust design for bicycle-sharing closed-loop supply chain network under risk-averse criterion[J]. Journal of Cleaner Production, 2020, 246: 118967.
- [17] Wang W Q, Yang K, Yang L X, et al. Two-stage distributionally robust programming based on worst-case mean-CVaR criterion and application to disaster relief management[J]. Transportation Research—Part E: Logistics and Transportation Review, 2021, 149: 102332.

作者简介

张春田(1993—), 女, 博士生, 从事铁路列车运行组织优化的研究, E-mail: ChuntianZhang@bjtu.edu.cn;

戚建国(1990—), 男, 讲师, 博士, 从事铁路运输组织与轨道交通运营管理等研究, E-mail: qijianguo@bjtu.edu.cn;

杨凯(1986—), 男, 副教授, 博士, 从事交通系统科学与工程等研究, E-mail: kaiyang@bjtu.edu.cn;

杨立兴(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事交通运输规划与管理等研究, E-mail: lxyang@bjtu.edu.cn;

高自友(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事运输与物流管理、复杂系统建模和交通运输系统复杂性等研究, E-mail: zygao@bjtu.edu.cn;

高原(1986—), 男, 特别研究员, 博士生导师, 从事交通/物流网络设计等研究, E-mail: gaoyuan@bit.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)