

控制与决策

Control and Decision

欠驱动无人船非奇异固定时间鲁棒包容控制

马俊达, 谭冲, 刘可

引用本文:

马俊达, 谭冲, 刘可. 欠驱动无人船非奇异固定时间鲁棒包容控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1286–1294.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1038>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[带有执行器故障的多水面船固定时间分布式滑模协同控制](#)

Fixed-time distributed sliding mode cooperative control for multiple surface vessels with actuator faults
控制与决策. 2023, 38(5): 1239–1248 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0747>

[基于固定时间扰动观测器的水面无人艇精确编队控制](#)

Fixed-time disturbance observer-based accurate formation control of unmanned surface vehicles
控制与决策. 2023, 38(2): 379–387 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1208>

[基于RBF神经网络的多关节机器人固定时间滑模控制](#)

Fixed-time sliding mode control of multi-joint robot based on RBF neural network
控制与决策. 2022, 37(11): 2790–2798 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0421>

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制](#)

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm
控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

欠驱动无人船非奇异固定时间鲁棒包容控制

马俊达^{1,3†}, 谭冲¹, 刘可²

- (1. 哈尔滨理工大学 自动化学院, 哈尔滨 150000;
2. 哈尔滨理工大学 测控技术与通信工程学院, 哈尔滨 150000;
3. 省级复杂智能系统与集成重点实验室, 哈尔滨 150000)

摘要: 针对外界干扰下的欠驱动无人船包容控制问题, 提出一种新型非奇异固定时间滑模控制策略. 整个控制器设计过程分为运动学回路设计和动力学回路设计. 在运动学回路设计中, 利用图论知识和固定时间稳定性理论设计非奇异固定时间分布式虚拟控制律, 使得所有跟随船在固定时间内收敛于领导船张成的凸包内; 在动力学回路设计中, 为实现对虚拟控制律的跟踪控制, 利用固定时间滑模控制法设计鲁棒包容控制律. 最后, 证明系统跟踪误差在固定时间收敛于平衡点, 且与船舶的初始状态无关. 仿真结果验证了所提出控制策略的有效性.

关键词: 无人船; 多船编队系统; 包容控制; 固定时间控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1038

引用格式: 马俊达, 谭冲, 刘可. 欠驱动无人船非奇异固定时间鲁棒包容控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1286-1294.

Nonsingular fixed-time robust containment control for underactuated unmanned surface vehicle

MA Jun-da^{1,3†}, TAN Chong¹, LIU Ke²

- (1. College of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150000, China; 2. College of Measurement and Control Technology and Communication Engineering, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150000, China; 3. Provincial Key Laboratory of Complex Intelligent System and Integration, Harbin 150000, China)

Abstract: For the containment control problem of underactuated ships with external disturbances, a novel nonsingular fixed-time sliding control scheme is developed. The whole controller design process is divided into two steps: kinematics loop design and dynamics loop design. In the kinematic design, a new nonsingular fixed-time distributed virtual control law is designed by using graph theory knowledge and fixed-time stability theory, so that all the followers converge to the convex hull by a group of leaders in fixed time. In the dynamic design, in order to realize the tracking control of the virtual control law, a robust containment controller is developed through utilizing fixed-time sliding mode control. Subsequently, it is well proven that all the tracking errors could converge to the equilibrium point in fixed time without dependence of initial states of ships. Finally, the efficiency of the proposed methodology is illustrated by numerical simulation.

Keywords: unmanned surface vehicle; multi-ship system; containment control; fixed-time control

0 引言

近些年来, 无人水面船 (unmanned surface vehicle, USV) 编队控制已成为行业内的研究热点. 多 USV 编队系统协同作业通过设计控制律, 使得一组 USV 保持期望队形并执行特定任务^[1]. 相较于传统大型单体船, 多 USV 协同作业具备成本低、鲁棒性强和活动范围大等优点. 从多智能体角度分类, 多 USV 编队控制包括基于行为法^[2]、虚拟结构法^[3]、领导者-跟随

者法^[4]和包容控制法^[5]等. 其中, 包容控制相较于其他方法仅需要领导船感知环境信息, 跟随船与领导船进行信息交互, 从而实现跟随船收敛于领导船所张成区域内的控制目标^[6]. 因此, 多 USV 包容控制作为一种新型多船编队形式, 逐渐引起国内外学者的广泛关注.

从执行器数量角度, USV 可分为全驱动系统和欠驱动系统. 全驱动 USV 编队控制相对简单, 常以运

收稿日期: 2022-06-12; 录用日期: 2022-12-07.

基金项目: 黑龙江省自然科学基金联合引导项目 (LH2022F033).

责任编委: 杨涛.

†通讯作者. E-mail: majunda2016@163.com.

动力学-动力学模型为研究对象,利用经典非线性控制算法,结合多智能体知识,提出编队控制解决方案.然而对于多数USV而言,其主要推进力源于螺旋桨推进器以及舵机,即在侧向上缺少实际控制输入,属于一类欠驱动系统,因此控制难度较大.文献[7]通过引入坐标变换将欠驱动系统进行转化,并结合图论知识实现了固定/切换拓扑结构下的队形生成;文献[8]在Cartesian坐标系下建立新的编队控制方程,并利用反步法和Lyapunov理论提出了欠驱动USV领导者-跟随者控制方法;文献[9]考虑了船间避碰与通信范围约束下的欠驱动USV编队控制问题,通过引入非线性坐标变换和附加控制量实现对欠驱动船的操控;文献[10]通过在运动学回路中引入饱和函数约束编队偏差,将编队控制问题转化为镇定问题,同时在动力学回路中在线估计并补偿外界干扰;针对模型不确定性和环境干扰,文献[11]提出了一种基于动态面神经网络的鲁棒编队控制策略;文献[12]考虑了船间避碰和通信保持条件下的领导者-跟随者编队控制问题.一方面,上述文献均采用坐标变换方式将欠驱动USV编队问题转化为镇定问题以适应特定编队场景,但不易扩展至其他编队控制;另一方面,文献[10]和文献[11]分别采用神经网络技术和自适应法在线估计外界干扰,但在线运算量较大且需要动态补偿.因此,针对欠驱动USV编队控制问题,提出一种基于无需坐标变换的简化方式,同时能快速补偿外界干扰的简便控制策略仍值得探讨.

收敛速度是衡量多智能体编队控制效果的重要性能指标.从时间优化角度看,多智能体有限时间控制具备收敛快、精度高等优点,能够保证各个智能体在特定时间内实现队形集结^[13].由于欠驱动系统结构的特殊性,目前大多数欠驱动USV编队控制成果仅实现了渐近收敛^[7-12],而对于有限时间收敛的研究较少^[14-16].文献[14]研究了在视线距离和角度约束下的欠驱动USV领导者-跟随者容错编队控制,但仅实现了原点附近范围的有限时间收敛;文献[15]通过基于非奇异滑模法实现了有限时间编队控制;文献[16]考虑了不匹配扰动、纵向速度和艏向角受限下的多USV有限时间直线路径协同控制问题.然而,文献[14-16]的有限时间控制存在着收敛时间依赖系统初始状态的问题,会增大估算收敛时间的保守性.为此,固定时间收敛概念被提出并成为近几年多智能体控制领域的研究前沿^[17].区别于有限时间控制,固定时间控制能够保证多智能体系统在固定时间内收敛,且收敛时间与初始状态无关.文献[18]首先研究

了二阶线性系统固定时间一致性问题;针对一阶非线性系统,文献[19]和文献[20]均基于固定时间理论和图论知识提出了固定时间包容控制策略.然而,上述方法仅适用于一阶系统,若扩展至二阶系统则需对虚拟控制律求导,使得系统在临近平衡点处时产生奇异现象,降低了系统可靠性.因此,以欠驱动USV为研究对象,利用固定时间稳定性理论,设计一种非奇异包容控制策略值得探究.

综上,本文针对外界干扰下的欠驱动USV包容控制问题,以固定时间控制理论为基础,综合滑模控制与图论知识,提出一种具备固定收敛特性的非奇异鲁棒包容控制律.本文的重要贡献如下:1)针对有限/固定时间编队控制常见的奇异性问题,本文在运动学回路设计中提出一种基于包容控制偏差的切换固定时间控制律,使包容控制偏差较小时切换至可导数学形式,规避了以往有限/固定时间控制律求导时产生奇异现象;2)针对欠驱动船舶侧向缺乏控制输入的问题,本文在动力学设计中引入关于速度跟踪偏差微分项的固定时间滑模面,通过对该滑模面的微分引出艏向控制输入,完成对船舶侧向的间接控制,实现固定时间包容控制目标;3)针对船舶易受外界干扰,本文在滑模控制律的设计中增加关于扰动上界的符号项,无需在线观测估计外界扰动,避免了在线估计带来的计算量较大的问题.

1 知识预备与问题描述

1.1 代数图论

假定 $n+m$ 艘船舶之间的通信拓扑结构可用图 $G=(V,E,A)$ 表示.其中: $V=\{v_1,v_2,\dots,v_{n+m}\}$ 表示节点的集合, $E\subseteq V\times V$ 表示边的集合, $A=[a_{ij}]\in R^{(n+m)\times(n+m)}$ 表示该图的邻接矩阵.有向边 $(v_i,v_j)\in E$ 表示 v_j 可从 v_i 获取信息.定义 $N_i=\{v_j\in V|(v_i,v_j)\in E\}$ 为节点 v_i 的邻居矩阵:当 $v_j\in N_i$ 时, $a_{ij}=1$;否则 $a_{ij}=0$.对于所有节点,令 $a_{ii}=0$,即不包括自环.若对于 $\forall i$,有 $a_{ij}=a_{ji}$,则称该图为无向拓扑图,且其邻接矩阵为对称阵;反之,则称该图为有向拓扑图.图 G 的Laplacian矩阵 $L=\{l_{ij}\}\in R^{(n+m)\times(n+m)}$ 定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n+m} a_{ij}, & j = i; \\ l_{ij} = -a_{ij}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

对于无向图 G , L 的所有非负特征值为正数;对于有向图 G , L 的所有非负特征值均有正实部.

定义1^[18] 若 $\forall j(i=1,2,\dots,n+m)$ 有 $a_{ij}=0$,则称船 i 为领导者;若存在 j 有 $a_{ij}=1$,则称船 i 为跟

随者.

定义2^[19] 设集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是实向量空间 R^n 的子集, 集合 X 的凸包定义为

$$\text{Co}(X) = \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \mid x_i \in X, \lambda_i > 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right\}.$$

1.2 固定时间稳定性理论与判据

考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x), f(0) = 0, x(0) = x_0 \in R^n. \quad (1)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 表示系统状态, $f: U \rightarrow R^n$ 为定义域 U 到 R^n 的非线性向量函数, $x(0) = x_0$ 表示系统初始状态.

定义3^[13] 假设系统(1)为Lyapunov意义下稳定, 若存在有限时间 $T(x_0)$, 对于所有 $t \geq T(x_0)$ 有 $x(t) = 0$ 恒成立, 则系统(1)是全局有限时间稳定的.

定义4^[20] 若系统(1)为有限时间稳定, 收敛时间 $T_s(x_0)$ 存在确定上界, 且上界值与状态变量无关, 则称系统(1)是全局固定时间稳定的.

引理1^[21] 考虑系统(1), 若存在连续可微正定函数 $V(x)$, 正实数 $\mu_1, \mu_2, \alpha \in (1, +\infty)$ 及 $\beta \in (0, 1)$, 有

$$\dot{V}(x) \leq -\mu_1 V^\alpha(x) - \mu_2 V^\beta(x), \quad (2)$$

则系统(1)是全局固定时间稳定的, 且收敛时间满足

$$T_s \leq \frac{1}{\mu_1(\alpha - 1)} + \frac{1}{\mu_2(1 - \beta)}. \quad (3)$$

引理2^[22] 考虑如下系统:

$$\dot{x} = -\gamma_1 x^{c_1/c_2} - \gamma_2 x^{d_1/d_2}, x \in R. \quad (4)$$

若 $\gamma_1, \gamma_2 > 0$, c_1, c_2, d_1, d_2 为正常数, 且满足 $c_1 > c_2, d_1 < d_2$, 则该系统在固定时间内收敛, 且 T_s 时间上界满足

$$T_s \leq T_{\max} = \frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{c_2}{c_1 - c_2} + \frac{1}{\gamma_2} \cdot \frac{d_2}{d_2 - d_1}. \quad (5)$$

引理3^[20] 考虑2阶系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = v_{\text{nom}}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $x_1, x_2 \in R$ 为系统状态; $v_{\text{nom}} \in R$ 为控制输入且满足

$$v_{\text{nom}} = -(\text{sig}^{q_1}(x_1) + x_1 + \text{sig}^{q_2}(x_1)) - (\text{sig}^{q_3}(x_2) + x_2 + \text{sig}^{q_4}(x_2)), \quad (7)$$

$\text{sig}^{q_i}(x_j) = \text{sign}(x_j) \cdot |x_j|^{q_i}$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$). 若对于任意 $q \in (0, 1)$ 有

$$q_1 = \frac{q}{2-q}, q_2 = q, q_3 = \frac{4-3q}{2-q}, q_4 = \frac{4-3q}{3-2q}, \quad (8)$$

则闭环系统(6)的原点是固定时间稳定的.

引理4^[23] 若存在任意一个实向量 $x \in R^n$ 和正常数 a, b , 则有以下不等式:

$$\|x\|_a \leq \|x\|_b \leq n^{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} \|x\|_a. \quad (9)$$

1.3 欠驱动船舶数学模型

忽略USV在横摇、升沉以及艏摇, 则第 i 艘欠驱动USV三自由度非线性数学模型^[24] 为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i \cos \psi_i - v_i \sin \psi_i, \\ \dot{y}_i = u_i \sin \psi_i + v_i \cos \psi_i, \\ \dot{\psi}_i = r_i; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{u}_i = \frac{m_{22i}}{m_{11i}} v_i r_i - \frac{d_{ui}}{m_{11i}} u_i + \frac{1}{m_{11i}} \tau_{ui} + \frac{1}{m_{11i}} \tau_{wui}, \\ \dot{v}_i = -\frac{m_{11i}}{m_{22i}} u_i r_i - \frac{d_{vi}}{m_{22i}} v_i + \frac{1}{m_{22i}} \tau_{vwi}, \\ \dot{r}_i = \frac{m_{11i} - m_{22i}}{m_{33i}} u_i v_i - \frac{d_{ri}}{m_{33i}} r_i + \frac{1}{m_{33i}} \tau_{ri} + \frac{1}{m_{33i}} \tau_{wri}. \end{cases} \quad (11)$$

其中: (x_i, y_i) 与 ψ_i 分别表示USV _{i} 在大地坐标系下的位置信息以及艏向角信息; u_i, v_i 以及 r_i 分别用来表示USV _{i} 纵向速度、侧向速度以及艏向角速度信息; $m_{11i}, m_{22i}, m_{33i}$ 用来表示USV包含附加质量在内的惯性参数; d_{ui}, d_{vi}, d_{ri} 用来表示USV的水动力阻尼系数; τ_{ui}, τ_{ri} 分别表示USV的纵向推力和转向力矩; $\tau_{wui}, \tau_{wvi}, \tau_{wri}$ 表示USV受到的干扰力矩.

假设1 外界干扰 $\tau_{wui}, \tau_{wvi}, \tau_{wri}$ 有界, 且满足

$$|\tau_{wui}| \leq d_{M1}, |\tau_{wvi}| \leq d_{M2}, |\tau_{wri}| \leq d_{M3}. \quad (12)$$

1.4 控制问题描述

考虑多船编队中跟随船个数为 n , 分别标记为 $1, 2, \dots, n$; 领导船个数为 m , 标记为 $n+1 \sim n+m$. 假设领导船为虚拟领导者, 其动态特性如下:

$$\dot{p}_i = q_i. \quad (13)$$

其中: $i = n+1, n+2, \dots, n+m$; $p_i = [x_i; y_i]$ 和 $q_i = [u_i; v_i]$ 分别表示领导船 i 的位置和速度. 假设所有跟随船至少有一艘邻居船, 虚拟领导船均没有邻居船. 此时, 多船编队通信拓扑结构满足如下假设.

假设2 由跟随船(10)和(11)构成的通信拓扑是无向连通的, 任何一艘跟随船都有一艘领导船通过有向路径指向它, 领导船无需其他船的状态信息.

进一步, 由 n 艘跟随船和 m 艘虚拟领导船构成的编队系统Laplacian阵 L 定义为

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ 0_{m \times n} & 0_{m \times m} \end{bmatrix}.$$

其中: $L_1 \in R^{n \times n}$ 为跟随船之间的Laplacian阵, $L_2 \in R^{n \times m}$ 表示跟随船与领导船之间的Laplacian阵.

引理5^[23] 若编队系统满足假设1, 则 L_1 是对称正定阵, $-L_1^{-1}L_2$ 为非负矩阵且每行元素之和为1.

注1 令 $p_i = [x_i, y_i]^T$, $X_F = [p_1^T, p_2^T, \dots, p_n^T]^T$, $V_F = [q_1^T, q_2^T, \dots, q_n^T]^T$, $X_L = [p_{n+1}^T, p_{n+2}^T, \dots, p_{n+m}^T]^T$, $V_L = [q_{n+1}^T, q_{n+2}^T, \dots, q_{n+m}^T]^T$, $X_d = [p_{d1}^T, p_{d2}^T, \dots, p_{dn}^T]^T = -(L_1^{-1}L_2 \otimes I_2)X_L$, $E = X_F + (L_1^{-1}L_2 \otimes I_2)X_L$. 由定义2和引理5可知, 当跟随船位置向量 X_F 趋近于 X_d 时, 跟随船收敛于领导船张成的凸包 $\text{Co}\{p_i, i = n + 1, \dots, n + m\}$, 即实现了包容控制.

控制目标: 考虑假设1和假设2, 针对跟随船模型(10)和(11)以及领导船动态特性(13), 利用其自身状态信息、邻船信息以及部分领导船信息, 设计一种固定时间鲁棒滑模包容控制律, 使得跟随船在固定时间 T_s 内收敛于领导船张成的区域内, 即满足

$$\lim_{t \rightarrow T_s} \|X_F + (L_1^{-1}L_2 \otimes I_3)X_L\| = 0. \quad (14)$$

2 控制设计与稳定性分析

控制系统可分为运动学回路设计和动力学回路设计两部分: 1) 在运动学回路中, 利用船舶状态信息 x_i, y_i, ψ_i , 部分领导船位置速度 p_i, q_i 以及邻居船位置 x_j, y_j , 设计虚拟控制律 α_{ui} 和 α_{vi} ; 2) 在动力学回路中, 以镇定速度跟踪偏差 u_{ei}, v_{ei} 为目标, 设计包容控制律 τ_{ui} 和 τ_{ri} , 使得跟随船 i 实现固定时间包容控制目标(14). 控制系统原理框图如图1所示.

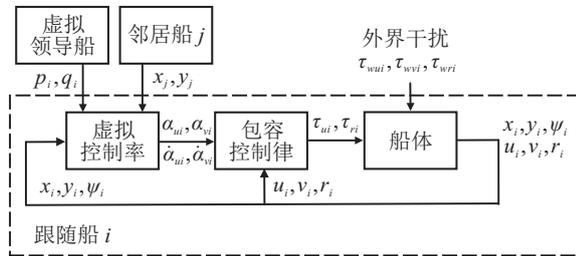


图1 包容控制系统结构框图

2.1 运动学回路设计

为便于运动学回路设计, 可将跟随船运动学方程(10)化为基于位置状态形式, 即

$$\dot{p}_i = R_i V_i = R_i \alpha_{Vi} + R_i e_{Vi}. \quad (15)$$

其中: $p_i = [x_i, y_i]^T$, $V_i = [u_i, v_i]^T$, $e_{Vi} = V_i - \alpha_{Vi}$,

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i \end{bmatrix},$$

$\alpha_{Vi} = [\alpha_{ui}, \alpha_{vi}]^T$ 表示待设计的虚拟控制律.

为实现固定时间包容控制, 设计虚拟控制律为

$$\alpha_{Vi} = R_i^{-1} \left[-l_0 \varphi_i - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi_i) \varphi_i^{k_1} - l_2 g_i(\varphi_i) - \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij} V_j \right]. \quad (16)$$

其中: $l_1, l_2 > 0$, $k_1 > 2$, $L_1^{-1}L_2 = [c_{ij}]_{n \times m}$, $\varphi_i =$

$[\varphi_{xi}, \varphi_{yi}]^T$, $g_i(\varphi_i) = [g_{xi}(\varphi_{xi}), g_{yi}(\varphi_{yi})]^T$. 这里

$$\varphi_{xi} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i - x_j) + \sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij}(x_i - x_j),$$

$$\varphi_{yi} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(y_i - y_j) + \sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij}(y_i - y_j);$$

$$g_{xi}(\varphi_{xi}) = \begin{cases} \text{sig}^{k_2}(\varphi_{xi}), & |\varphi_{xi}| > \varepsilon; \\ \beta_1 \text{sig}^{a_1}(\varphi_{xi}) + \beta_2 \text{sig}^{a_2}(\varphi_{xi}), & |\varphi_{xi}| \leq \varepsilon. \end{cases}$$

$$g_{yi}(\varphi_{yi}) = \begin{cases} \text{sig}^{k_2}(\varphi_{yi}), & |\varphi_{yi}| > \varepsilon; \\ \beta_1 \text{sig}^{a_1}(\varphi_{yi}) + \beta_2 \text{sig}^{a_2}(\varphi_{yi}), & |\varphi_{yi}| \leq \varepsilon. \end{cases}$$

$0 < k_2 < 1$, $a_1 > a_2 > 2$, $\beta_1, \beta_2 > 0$.

进一步, 给出如下定理.

定理1 针对运动学方程(15), 若虚拟控制律与实际速度满足 $\alpha_{Vi} = V_i$, 则控制目标(14)成立.

证明 根据系统运动状态分为以下两种情况.

1) $\|\varphi_i\| > \varepsilon$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

当 $\alpha_{Vi} = V_i$ 时, 结合式(15)和(16), 可得

$$\dot{E}_i = -l_0 \varphi_i - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi_i) - l_2 \text{sig}^{k_2}(\varphi_i). \quad (17)$$

定义 $E = [E_1^T, E_2^T, \dots, E_n^T]^T$, 则式(17)可写为

$$\dot{E} = -l_0 \varphi - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi) - l_2 \text{sig}^{k_2}(\varphi). \quad (18)$$

定义Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} E^T (L_1 \otimes I_2) E. \quad (19)$$

显然 $\varphi = (L_1 \otimes I_2)X_F + (L_2 \otimes I_2)X_L = (L_1 \otimes I_2)E$, 其中 $\varphi = [\varphi_1^T, \varphi_2^T, \dots, \varphi_n^T]^T$. 对式(19)求导, 得

$$\dot{V}_1 = E^T (L_1 \otimes I_2) \dot{E} = E^T (L_1 \otimes I_2) \{-l_0[(L_1 \otimes I_2)E] - l_1 \text{sig}^{k_1}[(L_1 \otimes I_2)E] - l_2 \text{sig}^{k_2}[(L_1 \otimes I_2)E]\} \leq -l_1 \|(L_1 \otimes I_2)E\|_{k_1+1}^{k_1+1} - l_2 \|(L_1 \otimes I_2)E\|_{k_2+1}^{k_2+1}. \quad (20)$$

根据引理4, 得

$$\|(L_1 \otimes I_2)E\|_{k_1+1}^{k_1+1} \geq [(nN)^{\frac{1}{k_1+1} - \frac{1}{2}}]^{k_1+1} \cdot [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_1+1}{2}} \cdot V_1^{\frac{1+k_1}{2}}, \quad (21)$$

$$\|(L_1 \otimes I_2)E\|_{k_2+1}^{k_2+1} \geq [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_2+1}{2}} \cdot V_1^{\frac{1+k_2}{2}}. \quad (22)$$

结合式(21)和(22), (20)可化为

$$\dot{V}_1 \leq -Q_1 \cdot V_1^{\frac{1+k_1}{2}} - Q_2 \cdot V_1^{\frac{1+k_2}{2}}. \quad (23)$$

其中

$$Q_1 = l_1 (nN)^{-\frac{k_1}{2}} \cdot [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_1+1}{2}},$$

$$Q_2 = l_2 [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_2+1}{2}}.$$

根据引理1, $\|E\|$ 将在固定时间内收敛于以零为原点、半径为 ε 的区域内, 其收敛时间上界 T_1 满足

$$T_1 \leq \frac{2}{Q_1(k_1 - 1)} + \frac{2}{Q_2(1 - k_2)}. \quad (24)$$

2) $\|\varphi_i\| \leq \varepsilon$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

当 $\alpha_{V_i} = V_i$ 时, 结合式(15)和(16), 可得

$$\begin{aligned} \dot{E} = & -l_0\varphi - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi) - \\ & l_2[\beta_1 \text{sig}^{a_1}(\varphi) + \beta_2 \text{sig}^{a_2}(\varphi)]. \end{aligned} \quad (25)$$

再次对式(19)两边求导, 并代入(25), 得

$$\begin{aligned} V_1 = E^T(L_1 \otimes I_2)\dot{E} \leq & \\ & -l_1\|(L_1 \otimes I_2)E\|_{k_1+1}^{k_1+1} - l_2\beta_1\|(L_1 \otimes I_2)E\|_{a_1+1}^{a_1+1} - \\ & l_2\beta_2\|(L_1 \otimes I_2)E\|_{a_2+1}^{a_2+1}. \end{aligned} \quad (26)$$

由于 $a_1 + 1 > k_2 + 1$, 根据引理4, 得

$$\begin{aligned} \|(L_1 \otimes I_2)E\|_{a_1+1}^{a_1+1} \geq & \\ (nN)^{\frac{(1-a_1)(k_2+1)}{2(a_1+1)}} \cdot [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_2+1}{2}} \cdot V_1^{\frac{1+k_2}{2}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \|(L_2 \otimes I_2)E\|_{a_2+1}^{a_2+1} \geq & \\ (nN)^{\frac{(1-a_2)(k_2+1)}{2(a_2+1)}} \cdot [\lambda_{\min}(L_2)]^{\frac{k_2+1}{2}} \cdot V_1^{\frac{1+k_2}{2}}. \end{aligned} \quad (28)$$

结合式(26), 可得

$$\dot{V}_2 \leq -Q_3 \cdot V_1^{\frac{1+k_1}{2}} - Q_4 \cdot V_1^{\frac{1+k_2}{2}}. \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} Q_3 = & l_1 \cdot [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_1+1}{2}}, \\ Q_4 = & l_2 \cdot (nN)^{\frac{(1-a_1)(k_2+1)}{2(a_1+1)}} \cdot [\lambda_{\min}(L_1)]^{\frac{k_2+1}{2}} + \\ & l_2 \cdot (nN)^{\frac{(1-a_2)(k_2+1)}{2(a_2+1)}} \cdot [\lambda_{\min}(L_2)]^{\frac{k_2+1}{2}}. \end{aligned}$$

同理, 结合引理1知 $\|E\|$ 将在固定时间内收敛于零, 其收敛时间上界 T_2 满足

$$T_2 \leq \frac{2}{Q_3(k_1 - 1)} + \frac{2}{Q_4(1 - k_2)}. \quad (30)$$

综上, 当 $\alpha_{V_i} = V_i$ 时, 包容控制跟踪偏差 $\|E\|$ 在收敛时间 $T_1 + T_2$ 内可收敛于零. \square

注2 为便于后续设计, 对运动学回路中的虚拟控制律(16)求导, 可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{ui} \\ \dot{\alpha}_{vi} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -r \sin \psi_i & r \cos \psi_i \\ -r \cos \psi_i & r \sin \psi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{xi} \\ \alpha_{yi} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \cos \psi_i & \sin \psi_i \\ -\sin \psi_i & \cos \psi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{xi} \\ \dot{\alpha}_{yi} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\alpha_{xi} = -l_0\varphi_{xi} - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi_{xi}) - l_2 g_{xi} - \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij} u_{ij},$$

$$\alpha_{yi} = -l_0\varphi_{yi} - l_1 \text{sig}^{k_1}(\varphi_{yi}) - l_2 g_{yi} - \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij} v_{ij}.$$

$\dot{g}_{xi} =$

$$\begin{cases} k_2 |\varphi_{xi}|^{k_2-1} \dot{\varphi}_{xi}, & |\varphi_{xi}| > \varepsilon; \\ \beta_1 a_1 |\varphi_{xi}|^{a_1-1} \dot{\varphi}_{xi} + \beta_2 a_2 |\varphi_{xi}|^{a_2-1} \dot{\varphi}_{xi}, & |\varphi_{xi}| \leq \varepsilon. \end{cases}$$

$\dot{g}_{yi} =$

$$\begin{cases} k_2 |\varphi_{yi}|^{k_2-1} \dot{\varphi}_{yi}, & |\varphi_{yi}| > \varepsilon; \\ \beta_1 a_1 |\varphi_{yi}|^{a_1-1} \dot{\varphi}_{yi} + \beta_2 a_2 |\varphi_{yi}|^{a_2-1} \dot{\varphi}_{yi}, & |\varphi_{yi}| \leq \varepsilon. \end{cases}$$

注3 文献[23]针对一阶系统提出如下固定时间包容控制律:

$$\alpha_{V_i} = -l_0\varphi_i - l_1\varphi_i^{k_1} - l_2\varphi_i^{k_2}. \quad (32)$$

其中: $l_1, l_2 > 0, k_1 > 2, 0 < k_2 < 1$. 显然, 当 $\varphi_i = 0$ 时将出现奇异性, 并不适合扩展至 n 阶系统. 为此, 本文在文献[23]的基础上, 结合切换函数提出一种非奇异固定时间控制策略, 即可避免 φ_i 在零点处控制律无穷大的问题.

2.2 动力学回路设计

2.2.1 纵向控制器设计

定义跟随船 i 的纵向速度跟踪偏差为

$$u_{ei} = u_i - \alpha_{ui}. \quad (33)$$

为实现 u_{ei} 在固定时间内镇定, 依据引理2设计如下关于 u_{ei} 的固定时间积分滑模面:

$$S_{ui} = u_{ei} + \int_0^t (\gamma_1 u_{ei}^{c_1/c_2} + \gamma_2 u_{ei}^{d_1/d_2}) d\tau. \quad (34)$$

对上述滑模面求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ui} = \dot{u}_i - \dot{\alpha}_{ui} + \gamma_1 u_{ei}^{c_1/c_2} + \gamma_2 u_{ei}^{d_1/d_2} = & \\ \frac{1}{m_{11i}} \cdot (m_{22i} v_i r - d_{ui} u_i + \tau_{ui} - m_{11i} \dot{\alpha}_{ui} + & \\ \gamma_1 m_{11i} u_{ei}^{c_1/c_2} + \gamma_2 m_{11i} u_{ei}^{d_1/d_2}). \end{aligned} \quad (35)$$

当系统状态处于滑模面时, 有 $S_{ui} = \dot{S}_{ui} = 0$. 不妨令等效控制律为

$$\begin{aligned} \tau_{ui} = & -m_{22i} v_i r + d_{ui} u_i + m_{11i} \dot{\alpha}_{ui} - \\ & \gamma_1 m_{11i} u_{ei}^{c_1/c_2} - \gamma_2 m_{11i} u_{ei}^{d_1/d_2}. \end{aligned} \quad (36)$$

为实现固定时间控制并抑制外界干扰, 设计纵向控制律为

$$\tau_{ui} = \tau_{u1i} + \tau_{u2i}. \quad (37)$$

其中: $l_3, l_4 > 0, l_5 = d_{M1}; k_3 > 1, 0 < k_4 < 1; \tau_{u2i} = -l_3 \text{sig}^{k_3}(S_{ui}) - l_4 \text{sig}^{k_4}(S_{ui}) - l_5 \text{sign}(S_{ui})$.

选择关于纵向跟踪偏差的 Lyapunov 函数

$$V_{2i} = \frac{1}{2} m_{11i} S_{ui}^2. \quad (38)$$

对式(38)两边同时求导, 并代入式(35), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2i} = m_{11i} S_{ui} \dot{S}_{ui} \leq & S_{ui} (-l_3 S_{ui}^{k_3} - l_4 S_{ui}^{k_4}) \leq \\ & -Q_{5i} \cdot V_{2i}^{\frac{1+k_3}{2}} - Q_{6i} \cdot V_{2i}^{\frac{1+k_4}{2}}. \end{aligned} \quad (39)$$

其中: $Q_{5i} = l_3 \cdot 2^{\frac{k_3+1}{2}} \cdot m_{11i}^{-\frac{k_3+1}{2}}, Q_{6i} = l_4 \cdot 2^{\frac{k_4+1}{2}} \cdot m_{11i}^{-\frac{k_4+1}{2}}$.

结合引理1知 u_{ei} 将在固定时间内收敛于零, 其收敛时间上界 T_{31i} 满足

$$T_{31i} \leq \frac{2}{Q_{5i}(k_3 - 1)} + \frac{2}{Q_{6i}(1 - k_4)},$$

因此, 跟随船的滑模面 S_{ui} 在时间 T_{31i} 内收敛于零.

显然, 当 $S_{ui} = \dot{S}_{ui} = 0$ 时, 有 $\dot{u}_{ei} = -\gamma_1 u_{ei}^{c_1/c_2} - \gamma_2 u_{ei}^{d_1/d_2} = 0$, 根据引理2知 u_{ei} 在时间 T_{32i} 内收敛于零.

综上, 所有跟随船的纵向速度跟踪偏差 u_{ei} 在固定时间 $T_3 = \max_i \{T_{31i} + T_{32i}\}$ 内收敛于零.

2.2.2 艏向控制器设计

定义跟随船 i 的横向速度跟踪偏差为

$$v_{ei} = v_i - \alpha_{vi}. \quad (40)$$

为实现 v_{ei} 在固定时间内镇定, 结合引理3设计如下关于 v_{ei} 的固定时间滑模面:

$$S_{vi} = \dot{v}_{ei} + \int_0^t (v_{nom1i} + v_{nom2i}) d\tau. \quad (41)$$

其中

$$v_{nom1i} = \text{sig}^{q_1}(v_{ei}) + v_{ei} + \text{sig}^{q_2}(v_{ei}),$$

$$v_{nom2i} = \text{sig}^{q_3}(\dot{v}_{ei}) + \dot{v}_{ei} + \text{sig}^{q_4}(\dot{v}_{ei}),$$

q_1, q_2, q_3, q_4 如引理3所示. 进一步, 对上述滑模面求导, 得

$$\dot{S}_{vi} = \ddot{v}_i - \ddot{\alpha}_{vi} + v_{nom1i} + v_{nom2i}, \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} \ddot{v}_i = & (-d_{22i}m_{33i}\dot{v}_i + m_{33i}\tau_{wvi} - m_{11i}m_{33i}\dot{u}_i r_i - \\ & m_{11i}u_i \tau_{ri} - m_{11i}u_i \tau_{wri})/m_{22i}m_{33i} + \\ & (m_{11i}d_{33i}u_i r_i + m_{11i}(m_{22i} - \\ & m_{11i})u_i^2 v_i)/m_{22i}m_{33i}. \end{aligned}$$

进一步, 得

$$\begin{aligned} \dot{S}_{vi} = & - \left(1 + \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij}\right) m_{11i} u_i \tau_{ri} / m_{22i} m_{33i} + \\ & G_0 + (m_{33i} \tau_{wvi} - m_{11i} u_i \tau_{wri}) / m_{22i} m_{33i}, \end{aligned} \quad (43)$$

其中

$$\begin{aligned} G_{0i} = & \left(1 + \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij}\right) (-d_{22i}m_{33i}\dot{v}_i - m_{11i}m_{33i}\dot{u}_i r_i + \\ & m_{11i}d_{33i}u_i r_i + m_{11i}(m_{22i} - m_{11i})u_i^2 v_i) / \\ & m_{22i}m_{33i} + l_1 k_1 (k_1 - 1) \varphi_{yi}^{k_1 - 2} (\dot{\varphi}_{yi})^2 + l_2 \ddot{y}_i - \\ & \ddot{\alpha}_{vi} + v_{nom1i} + v_{nom2i}. \end{aligned}$$

当系统状态处于滑模面时, 有 $S_{vi} = \dot{S}_{vi} = 0$. 结合式(43), 不妨令等效控制律为

$$\tau_{r1i} = -m_{22i}m_{33i}G_{0i}/b_{ui}, \quad (44)$$

其中 $b_{ui} = \left(1 + \sum_{j=n+1}^{n+m} c_{ij}\right) m_{11i} u_i$.

同理, 设计艏向控制律为

$$\tau_{ri} = \tau_{r1i} + \tau_{r2i}. \quad (45)$$

其中

$$\begin{aligned} \tau_{r2i} = & (-l_5 \text{sig}^{k_5}(S_{vi}) - l_6 \text{sig}^{k_6}(S_{vi}) - \\ & m_{33i} d_{M2} \text{sign}(S_{vi})(1 + |u_i|)) / b_{ui}; \end{aligned}$$

$l_5, l_6 > 0; k_5 > 1, 0 < k_6 < 1$.

选择关于横向跟踪偏差的 Lyapunov 函数

$$V_{3i} = \frac{1}{2} m_{22i} m_{33i} S_{vi}^2. \quad (46)$$

结合式(45), 对上式两边同时求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{3i} = & m_{22i} m_{33i} S_{vi} \dot{S}_{vi} \leq \\ & S_{vi} (-l_5 \text{sig}^{k_5}(S_{vi}) - l_6 \text{sig}^{k_6}(S_{vi})) \leq \\ & -Q_{7i} \cdot V_{3i}^{\frac{1+k_5}{2}} - Q_{8i} \cdot V_{3i}^{\frac{1+k_6}{2}}. \end{aligned} \quad (47)$$

其中

$$Q_{7i} = l_5 \cdot 2^{\frac{k_5+1}{2}} (m_{22i} m_{33i})^{-\frac{k_5+1}{2}},$$

$$Q_{8i} = l_6 \cdot 2^{\frac{k_6+1}{2}} (m_{22i} m_{33i})^{-\frac{k_6+1}{2}}.$$

结合引理1知 S_{vi} 将在固定时间内收敛于零, 其收敛时间上界 T_{41i} 满足

$$T_{41i} \leq \frac{2}{Q_{7i}(k_5 - 1)} + \frac{2}{Q_{8i}(1 - k_6)}.$$

因此, 跟随船的滑模面 S_{vi} 在时间 T_{41i} 内收敛于零. 显然, 当 $S_{vi} = \dot{S}_{vi} = 0$ 时有 $\ddot{v}_{ei} = -v_{nom1i} - v_{nom2i}$, 根据引理3知 v_{ei} 在时间 T_{42i} 内收敛于零.

综上, 所有跟随船的横向速度跟踪偏差 v_{ei} 在固定时间 $T_4 = \max_i \{T_{41i} + T_{42i}\}$ 内收敛于零.

2.3 稳定性分析

根据2.1节和2.2节的分析, 可得如下关键定理.

定理2 考虑由跟随船(10)、(11)和虚拟领导船(13)构成的编队系统, 并且假设1和假设2成立. 若针对跟随船的控制律设计为(37)和(45), 则跟随船在固定时间内收敛于虚拟领导船张成的区域内.

证明 控制系统分为运动学回路和动力学回路两部分: 在运动学回路中, 根据定理1知在 $\alpha_{Vi} = V_i$ 满足时, 系统将在 $T_1 + T_2$ 时间内实现控制目标(14); 在动力学回路中, 速度偏差 u_{ei} 和 v_{ei} 至多在 $T_3 + T_4$ 内镇定. 综上, 跟随船至多在 $T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ 内收敛于领导船张成的区域内. \square

3 仿真验证

本文以Cybership 2^[24]为跟随船参考模型来验证控制律(36)和(44)的控制效果,考虑系统包含3艘虚拟领导船和3艘跟随船,其通信拓扑结构如图2所示.

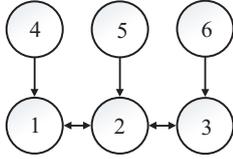


图2 通信拓扑结构

图2中,节点1~3分别表示跟随船1~跟随船3,节点4~6分别表示领导船4~领导船6,箭头表示船之间的信息传递方向,假设通信拓扑中所有边的权重均为1,则编队系统的Laplacian矩阵为

$$L_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

运动学回路的控制参数取为

$$l_1 = 0.1, l_2 = 0.1, k_1 = 2.1, k_2 = 0.5, \\ a_1 = 2.1, a_2 = 1.5, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.1.$$

动力学回路的控制参数取为

$$c_1 = 2, c_2 = 1, d_1 = 1, d_2 = 2, \\ \gamma_1 = 0.6, \gamma_2 = 0.1, k_3 = 2, k_4 = 0.5, \\ q_1 = 1/3, q_2 = 1/2, q_3 = 5/3, q_4 = 5/4, \\ l_3 = 0.02, l_4 = 0.02, l_5 = 0.02, l_6 = 0.02, \\ d_{M1} = d_{M2} = 0.06, d_{M3} = 0.08.$$

3.1 领导船运动轨迹为直线

假设3艘虚拟领导船的轨迹分别为直线,且跟随船不受外界扰动.设定虚拟领导船的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_4 = 0.15t + 1.5, & \begin{cases} x_5 = 0.15t, \\ y_4 = 0.15t; & \begin{cases} y_5 = 0.15t; \end{cases} \\ x_6 = 0.15t, \\ y_6 = 0.15t + 1.5. \end{cases} \end{cases}$$

3艘跟随船的初始状态分别为

$$x_1(0) = 0.5, y_1(0) = -1, \psi_1(0) = \pi/4, \\ u_1(0) = 0.01, v_1(0) = 0.01, r_1(0) = 0; \\ x_2(0) = -1, y_2(0) = -0.7, \psi_2(0) = \pi/3, \\ u_2(0) = 0, v_2(0) = 0, r_2(0) = 0; \\ x_3(0) = -0.5, y_3(0) = 0.5, \psi_3(0) = \pi/3, \\ u_3(0) = 0.01, v_3(0) = 0.01, r_3(0) = 0.$$

图3、图4展示的是领导船轨迹为直线情况下的

多船编队系统控制效果,仿真时长选为50 s.图3为编队运动轨迹,可以看出,跟随船1~3最终收敛于领导船4~6张成的三角区域内并沿直线前行.3艘跟随船跟踪偏差 $E_{X1} = [e_{x1}; e_{y1}]$, $E_{X2} = [e_{x2}; e_{y2}]$ 和 $E_{X3} = [e_{x3}; e_{y3}]$ 随时间变化曲线如图4所示.从该图可以看出,位置跟踪偏差在10 s内收敛于0.

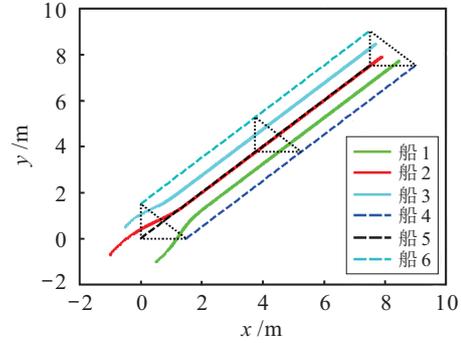


图3 领导船轨迹为直线时多船编队运动轨迹

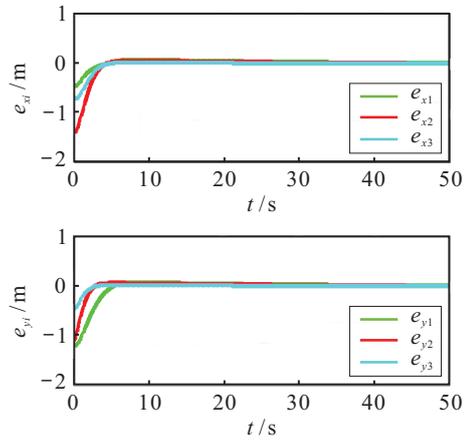


图4 领导船轨迹为直线时位置跟踪偏差变化曲线

3.2 领导船运动轨迹为曲线

考虑3艘虚拟领导船的轨迹分别为曲线,且跟随船受到时变干扰.设定虚拟领导船的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_4 = 3.16 \cos(\pi t/30 - 0.322), \\ y_4 = 3.16 \sin(\pi t/30 - 0.322); \\ x_5 = 2 \cos(\pi t/30), \\ y_5 = 2 \sin(\pi t/30); \\ x_6 = 1.41 \cos(\pi t/30 - 0.7096), \\ y_6 = 1.41 \sin(\pi t/30 - 0.7096). \end{cases}$$

3艘跟随船的初始状态分别为

$$x_1(0) = 3, y_1(0) = -1.5, \psi_1(0) = 0.1, \\ u_1(0) = 0.01, v_1(0) = 0.01, r_1(0) = 0; \\ x_2(0) = 2.2, y_2(0) = -1, \psi_2(0) = 0.1, \\ u_2(0) = 0.01, v_2(0) = 0.01, r_2(0) = 0; \\ x_3(0) = 1, y_3(0) = -1.5, \psi_3(0) = 0.1,$$

$$u_3(0) = 0.01, v_3(0) = 0.01, r_3(0) = 0.$$

当船体受到时变风浪流干扰时,通常可认为干扰由常值信号与正/余弦信号构成^[11,25],不妨假设跟随船受到干扰力矩为

$$\begin{aligned} \tau_{wui}(t) &= \tau_{wvi}(t) = 0.06 \cos(0.1t + \pi/3), \\ \tau_{wri}(t) &= 0.08 \sin(0.08t + \pi/4), \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

图5、图6展示的是多船编队系统控制效果,仿真时长同上.从图5可以看出,3艘跟随船都能收敛于3艘虚拟领导船,并随之做曲线运动;从图6可以看出,3艘跟随船的跟踪偏差在10s内均收敛于0,即跟踪轨迹为曲线条件下实现了固定包容控制目标.

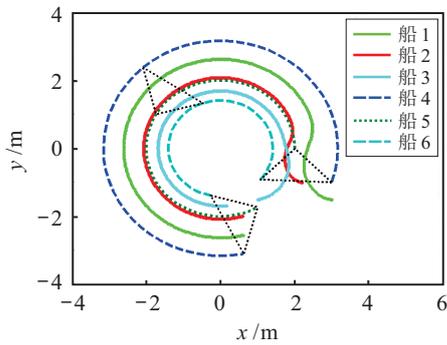


图5 领导船轨迹为曲线时多船编队运动轨迹

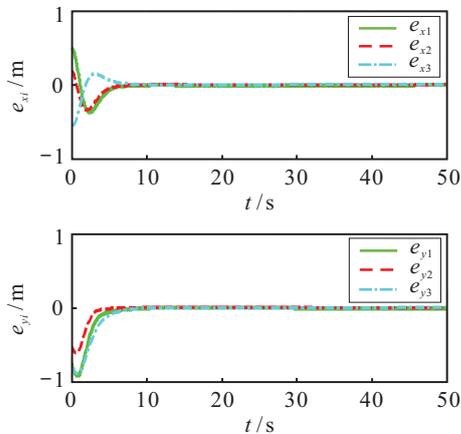


图6 领导船轨迹为曲线时位置跟踪偏差变化曲线

3.3 与其他算法比较

本节将本文所提出的控制算法与典型渐近稳定包容控制律进行对比,选择的仿真时间、领导船运动轨迹、编队拓扑结构、跟随船受到外界干扰、控制参数等均与3.2节一致.设计纵向控制律为

$$\begin{aligned} \tau_{ui} &= -m_{22i}v_i r + d_{ui}u_i + m_{11i}\dot{\alpha}_{ui} - \\ &\quad \gamma_1 m_{11i}u_{ei} - l_5 \text{sign}(S_{ui-1}). \end{aligned} \quad (48)$$

其中: γ_1 、 l_5 与式(37)一致; S_{ui-1} 选择渐近收敛滑模面,即

$$S_{ui-1} = u_{ei} + \gamma_1 \int_0^t u_{ei} d\tau. \quad (49)$$

设计艏向控制律为

$$\begin{aligned} \tau_{ri} &= (-m_{33i}d_{M2} \text{sign}(S_{vi-1})(1 + |u_i|) - \\ &\quad - m_{22i}m_{33i}G_{0i})/b_{ui}, \end{aligned} \quad (50)$$

其中渐近收敛滑模面取

$$S_{vi-1} = \dot{v}_{ei} + \gamma_1 v_{ei}. \quad (51)$$

图7为本文算法与上述渐近收敛包容控制算法下不同跟随船2的跟踪偏差 e_{xi-2} 、 e_{yi-2} 随时间变化曲线.表1为跟随船2在两种控制算法下的动态与稳态特性.由此可以看出:在动态特性方面,相较于渐近收敛包容控制,本文算法速度更快,如跟随船2的 e_{x2} 首次达到0的时间为7.8s,低于渐近收敛包容控制的8.9s;稳态特性方面,本文算法能够最终收敛于0,而渐近收敛包容控制因没有抑制干扰,故产生一定范围的稳态误差.

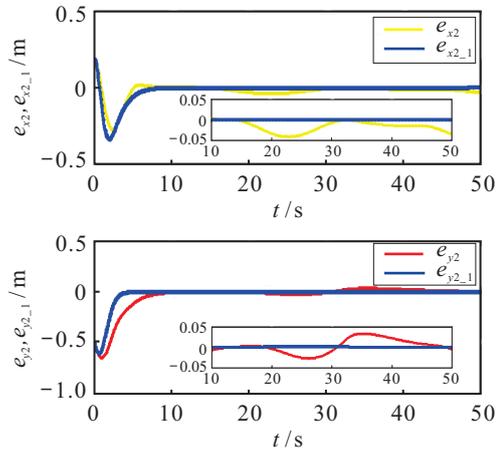


图7 不同算法下跟随船2跟踪偏差变化曲线

表1 跟随船2在不同算法下收敛特性分析

船2状态	e_{x2}	e_{x2-1}	e_{y2}	e_{y2-1}
首次为0时间/s	7.8	8.9	6.7	10.4
稳定状态/m	0	[0, -0.045]	0	[-0.24, 0.24]

4 结论

本文针对欠驱动USV固定时间鲁棒包容控制问题,提出了一种基于固定时间稳定性理论的非奇异滑模编队控制策略.在运动学回路中,结合图论知识和固定时间稳定性理论,设计了关于纵向速度和侧向速度的非奇异虚拟控制律,使得虚拟控制律连续可导;在动力学回路中,利用固定时间滑模控制设计了纵向推力和转向力矩以完成对虚拟控制律的跟踪.仿真结果表明,跟随船可以实现固定时间包容控制.

参考文献(References)

- [1] Peng Z H, Wang J, Wang D, et al. An overview of recent advances in coordinated control of multiple autonomous surface vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial

- Informatics, 2021, 17(2): 732-745.
- [2] Balch T, Arkin R C. Behavior-based formation control for multirobot teams[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(6): 926-939.
- [3] Fahimi F. Non-linear model predictive formation control for groups of autonomous surface vessels[J]. International Journal of Control, 2007, 80(8): 1248-1259.
- [4] 付明玉, 焦建芳. 基于虚拟领航者的船舶无源协调编队控制研究[J]. 自动化学报, 2014, 40(3): 439-448.
(Fu M Y, Jiao J F. Passive coordinated formation control for vessels based on virtual leader[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(3): 439-448.)
- [5] Peng Z H, Wang D, Wang W, et al. Containment control of networked autonomous underwater vehicles: A predictor-based neural DSC design[J]. ISA Transactions, 2015, 59: 160-171.
- [6] Lu Y Z, Dong X W, Li Q D, et al. Time-varying group formation-containment tracking control for general linear multiagent systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(10): 11055-11067.
- [7] Dong W. Cooperative control of underactuated surface vessels[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(9): 1569-1580.
- [8] 丁磊, 郭戈. 一种船队编队控制的 backstepping 方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 299-303.
(Ding L, Guo G. Formation control for ship fleet based on backstepping[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 299-303.)
- [9] Do K D. Formation control of underactuated ships with elliptical shape approximation and limited communication ranges[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1380-1388.
- [10] 林安辉, 蒋德松, 曾建平. 具有输入饱和的欠驱动船舶编队控制[J]. 自动化学报, 2018, 44(8): 1496-1504.
(Lin A H, Jiang D S, Zeng J P. Underactuated ship formation control with input saturation[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(8): 1496-1504.)
- [11] Peng Z H, Wang D, Chen Z Y, et al. Adaptive dynamic surface control for formations of autonomous surface vehicles with uncertain dynamics[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(2): 513-520.
- [12] Park B S, Yoo S J. An error transformation approach for connectivity-preserving and collision-avoiding formation tracking of networked uncertain underactuated surface vessels[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(8): 2955-2966.
- [13] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161-169.
(Ding S H, Li S H. A survey for finite-time control problems[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 161-169.)
- [14] Jin X. Fault tolerant finite-time leader-follower formation control for autonomous surface vessels with LOS range and angle constraints[J]. Automatica, 2016, 68: 228-236.
- [15] Li T S, Zhao R, Chen C L P, et al. Finite-time formation control of under-actuated ships using nonlinear sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(11): 3243-3253.
- [16] 李莉莉, 董凯, 郭戈. 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 363-370.
(Li L L, Dong K, Guo G. Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 363-370.)
- [17] Zuo Z Y, Han Q L, Ning B D, et al. An overview of recent advances in fixed-time cooperative control of multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(6): 2322-2334.
- [18] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. Automatica, 2015, 54: 305-309.
- [19] Ning B D, Zuo Z Y, Jin J, et al. Distributed fixed-time coordinated tracking for nonlinear multi-agent systems under directed graphs[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(2): 646-658.
- [20] 隋维舜, 段广仁, 张卯瑞. 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1049-1058.
(Sui W S, Duan G R, Zhang M R. Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft[J]. Control and Decision, 2021, 36(5): 1049-1058.)
- [21] Wang Z, Su Y X, Zhang L Y. Fixed-time attitude tracking control for rigid spacecraft[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(5): 790-799.
- [22] Zuo Z Y. Non-singular fixed-time terminal sliding mode control of non-linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(4): 545-552.
- [23] Cai Y L, Zhang H G, Zhang J, et al. Fixed-time leader-following/containment consensus for a class of nonlinear multi-agent systems[J]. Information Sciences, 2021, 555: 58-84.
- [24] Fossen T I. Marine control systems: Guidance, navigation, and control of ships, rigs and underwater vehicles[M]. Trondheim: Marine Cybernetics, 2002: 1-200.
- [25] 林安辉, 蒋德松, 曾建平. 具有未知动态的船舶编队输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1222-1229.
(Lin A H, Jiang D S, Zeng J P. Ship formation control via output feedback with unknown dynamics[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1222-1229.)

作者简介

马俊达(1988—), 男, 讲师, 博士, 从事船舶运动控制、船舶路径规划与决策、多智能体协同控制等研究, E-mail: majunda2016@163.com;

谭冲(1983—), 女, 副教授, 博士, 从事多智能体协同控制、预测控制等研究, E-mail: tanchong@hrbust.edu.cn;

刘可(1986—), 男, 讲师, 博士, 从事数据融合、信号处理等研究, E-mail: liuke@hrbust.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)