

控制与决策

Control and Decision

基于学习的线性多智能体系统弹性最优协同容错控制

崔萌, 王鑫, 邓超

引用本文:

崔萌,王鑫,邓超. 基于学习的线性多智能体系统弹性最优协同容错控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1303–1311.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1373>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

带有执行器故障的多水面船固定时间分布式滑模协同控制

Fixed-time distributed sliding mode cooperative control for multiple surface vessels with actuator faults

控制与决策. 2023, 38(5): 1239–1248 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0747>

非仿射非线性多智能体系统迭代学习一致跟踪

Iterative learning consensus tracking for non-affine nonlinear multi-agent systems

控制与决策. 2023, 38(4): 929–934 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1069>

网络攻击下多智能体系统动态事件触发一致性

Dynamic event-triggered consensus of multi-agent systems under cyber-attacks

控制与决策. 2023, 38(5): 1295–1302 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0725>

DoS攻击下一类二阶多智能体系统的安全分组一致性研究

Security group consensus for second-order multi-agent systems with cooperative-competitive interactions subject to DoS attacks

控制与决策. 2022, 37(11): 2887–2896 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0495>

DoS攻击下信息物理系统的无模型 H_∞ 控制

Model-free H_∞ control for cyber-physical systems under DoS attacks

控制与决策. 2022, 37(10): 2565–2574 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0278>

基于学习的线性多智能体系统弹性最优协同容错控制

崔萌¹, 王鑫^{1†}, 邓超²

(1. 黑龙江大学 数学科学学院, 哈尔滨 150086; 2. 南京邮电大学 碳中和先进技术研究院, 南京 210042)

摘要: 针对一类线性多智能体系统, 研究其在网络间歇性拒绝服务攻击下的最优同步控制问题. 首先, 在时变非对称通讯网络拓扑结构下, 提出一种弹性最优协同容错控制策略, 并优化多智能体的合作二次性能指标, 然后证明全局跟踪误差在出现执行器故障和网络攻击时仍然渐进收敛. 进一步, 当考虑多智能体子系统模型参数未知, 同时系统发生执行器故障的情况下, 提出利用局部系统状态和输入信息的自学习迭代算法求解代数 Riccati 方程, 计算子系统的反馈控制器增益, 实现弹性协同容错控制目标. 最后, 通过 Chua 电路网络仿真算例验证所提出的控制方法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 弹性最优协同容错控制; 间歇性拒绝服务攻击; 策略迭代; 切换拓扑

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1373

引用格式: 崔萌, 王金, 邓超. 基于学习的线性多智能体系统弹性最优协同容错控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1303-1311.

Learning-based resilient optimal cooperative fault tolerant control for linear multi-agent systems

CUI Meng¹, WANG Xin^{1†}, DENG Chao²

(1. School of Mathematical Sciences, Heilongjiang University, Harbin 150086, China; 2. Institute of Advanced Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210042, China)

Abstract: In this paper, the resilient optimal coordination control of linear multi-agent systems (MASs) under network intermittent denial of service (DoS) attacks is studied. Firstly, a resilient optimal fault-tolerant control strategy for MASs under a time-varying asymmetric communication network is proposed, and the cooperative quadratic performance index of the global agent network is optimized. Then, it is proved that the global tracking errors can asymptotically convergent to zero even in the case of actuator failures and network attacks. Further, when considering the unknown parameters in a MAS model with the actuator failures, a self-learning iterative algorithm based on local system state and input information is proposed to solve the algebraic Riccati equation (ARE). Each agent feedback controller gain can be obtained to achieve the flexible cooperative fault-tolerant control objective. Finally, the effectiveness of the proposed control method is verified by the Chua's circuit network in a simulation example.

Keywords: multi-agent system; elastic optimal cooperative fault-tolerant control; intermittent denial of service; strategy iteration; switching topology

0 引言

多智能体系统的分布式协同控制已在无人机集群、多航天器和多移动机器人的编队中受到广泛关注^[1-3]. 根据多智能体系统中是否带有领导者, 多智能体系统的协同控制问题可分为一致性控制问题^[4]和协同跟踪控制问题^[5]. 同时多智能体系统的通信拓扑结构可以按照其是否随时间变化分为固定拓扑^[6]、切

换拓扑^[7]和间歇通讯拓扑等. 随着多智能体系统分布式协同控制的发展, 为了节约网络和计算资源, 降低成本, 如何减少能量消耗是必须考虑的问题, 相关研究见文献[8-14]. 文献[8]对现有的分布式优化算法及其在电力系统中的应用进行了详细的综述; 文献[12]研究了有向拓扑下离散多智能体系统的能量成本优化问题, 并假设通讯拓扑是强连接和平衡的;

收稿日期: 2022-07-31; 录用日期: 2022-11-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62203233); 黑龙江省自然科学基金项目(YQ2021F014); 江苏省自然科学基金项目(BK20220393); 南京邮电大学科研启动基金项目(NY221007).

责任编辑: 杨涛.

[†]通讯作者. E-mail: xinwang@hlju.deu.cn.

文献[13]研究了二阶和三阶多智能体系统在无向图下的一致性控制和收敛率优化问题;文献[14]研究了一般有向拓扑上线性多智能体系统的全分布式最优控制问题。

众所周知,系统模型信息对于多智能体系统开展一系列研究的重要性。然而,任何实际系统中或多或少都存在一定程度的不确定性,主要来自两个方面:一是外部环境对系统的影响引起的各种干扰^[15];二是系统本身的模型不确定性,例如未建模动力学^[16]和参数不确定性^[17]等。自适应动态规划^[18-20]是一种基于数据的智能控制方法,其学习和优化功能非常接近人脑智能,其基于强化学习原理,通过环境反馈模拟人脑进行学习,是一种重要的最优控制方法。文献[18]基于强化学习机制,提出了一种基于数据的离散非线性切换系统最优控制方案;文献[19]采用迭代自适应动态规划方法,针对异构多智能体微分图对策略的一致性问题的,提出了一种最优分布式同步控制方案。

另一方面,可靠的通信网络是多智能体系统子系统之间传递信息的关键。然而,由于多智能体系统网络通讯的不可靠性,包括通讯故障、环境和传感器测量范围限制,子系统故障和通信故障(网络故障)频繁发生,将严重影响多智能体系统的正常运行。近年来,针对网络子系统故障和不可靠通讯作用下多智能体系统的协同容错控制受到广泛关注。文献[21]针对有多个异构的部分失效故障和执行器偏置故障问题,发展了一种协同容错控制方法;文献[22]考虑执行器故障的线性多智能体系统的协同输出调节问题,引入了一个引理来保证执行器故障下调节器方程的可解性;当故障对系统产生影响时,文献[23]提出了一种算法来恢复丢失数据而达到一致性。特别地,在众多网络攻击中,间歇性拒绝服务(denial of service, DoS)攻击^[24-27]是一种常见的攻击方式,它通过攻击系统缺陷使系统瘫痪,无法正常运作。然而,在有向切换拓扑结构下,当系统模型参数未知,同时发生执行器故障和拒绝服务攻击时,如何设计容错控制器,使控制行为能够适应外部环境的变化和内部组织确保各子系统达到同步状态的条件是目前面临的困难和挑战。

受到上述讨论的启发,本文研究当DoS攻击和未知执行器故障同时发生时,具有未知模型参数的多智能体系统的弹性最优容错控制器的设计问题。本文的理论创新分为以下3个方面:

1) 本文研究有向切换网络下线性多智能体系统的最优容错跟踪控制问题,假设含有的通信网络为有向生成树的时变通信网络拓扑,对网络拓扑约束进一

步放宽。

2) 与已有的关于多智能体系统的最优跟踪问题^[5]不同,本文针对系统发生未知执行器故障和间歇性DoS攻击时,提出弹性最优容错控制策略,使控制行为能够适应外部环境的变化,既保证多智能体系统达到领导跟随一致,又优化合作性能指标。

3) 本文另一个关键创新是在不使用多智能体子系统模型参数知识的情况下,设计弹性最优容错控制器。与之前的研究^[28]相比,不需要系统模型参数信息,这是本文研究的一个技术突破。为此,基于数据驱动的自适应动态规划方法,提出一种利用系统状态和输入信息的自学习迭代算法求解代数Riccati方程(ARE),以获得最优的反馈控制器增益,然后通过导出的静态反馈增益设计自适应最优容错控制器,保证协同二次型性能指标最优。此外,提出包含切换信号和间歇性DoS攻击的全局Lyapunov函数,证明同步误差渐近收敛。

1 问题描述

1.1 代数图论

定义 $\mathcal{G}_{\sigma(t)} = \{V_c, \varepsilon_g\}$ 表示 n 个智能体单元间的有向通讯拓扑图,其中 $V_c = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$ 表示有 N 个节点的集合。切换信号 $\sigma(t)$ 定义为 $[0, +\infty) \rightarrow \mathcal{P}$,其中 \mathcal{P} 为所有可能通讯拓扑构成的集合。如果节点 v_i 能够接收节点 v_j 的信息,则集合 ε_g 中包含边 (v_j, v_i) 。如果存在根节点,使得根节点有通向图中所有其他节点的路径,则有向图包含一棵生成树。同时假设根节点 v_r 总是传输数据,从不接收数据,即当 $i \neq r$ 时, $(v_i, v_r) \notin \varepsilon_g$ 。定义 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 的邻接矩阵为 $[a_{ij}]_{(N+1)(N+1)}$,如果 $(v_j, v_i) \in \varepsilon_g$,则 $a_{ij} = 1$,否则为0, $i \neq j$,且 $a_{ii} = 0, i \in \{0, 1, \dots, N\}$ 。本文假设领导-跟随结构的多智能体系统通信网络拓扑是时变的,即 $N+1$ 智能体子系统之间的网络拓扑可用切换有向图 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 描述。设 $\mathcal{L}_{\sigma(t)}$ 表示与 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 相关联的Laplacian矩阵,定义如下:

$$\mathcal{L}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0_{1 \times N} \\ \mathcal{L}_{2\sigma(t)} & \mathcal{L}_{1\sigma(t)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: $\mathcal{L}_{2\sigma(t)} = [a_{11}^{\sigma(t)}, a_{12}^{\sigma(t)}, \dots, a_{1N}^{\sigma(t)}]^T \in \mathcal{R}^{N \times 1}$, $\mathcal{L}_{1\sigma(t)} = [\mathcal{L}_{1ij}^{\sigma(t)}]_{N \times N} \in \mathcal{R}^{N \times N}$,对于所有 $m \in N$ 和时间区间 $[t_m, t_{m+1})$, $\mathcal{L}_{2\sigma(t)}$ 和 $\mathcal{L}_{1\sigma(t)}$ 为常数矩阵。Laplacian矩阵 $\mathcal{L}_{2\sigma(t)}$ 定义为 $\mathcal{L}_{2\sigma(t)} = D^{\sigma(t)} - E^{\sigma(t)}$, $D^{\sigma(t)} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$ 。假设存在驻留时间 τ_m 使得 $t_{m+1} - t_m \geq \tau_m$,则区间 $[t_m, t_{m+1})$ 多智能体系统中的通信拓扑是固定的。时间序列 t_1, t_2, \dots 称为通信图变化的切换序列。

1.2 多智能体系统模型

本文考虑到具有领导-跟随结构的多智能体系统,系统的模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= Ax_0(t), \\ \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + Bu_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2)$$

其中:领导者的状态向量为 $x_0(t) \in \mathbf{R}^n$,跟随子系统 i 的状态为 $x_i(t) \in \mathbf{R}^n, u_i(t) \in \mathbf{R}^q$ 为跟随子系统的控制输入. 对于矩阵 A 和 B ,假设 (A, B) 是稳定的. 对于第 i 个跟随子系统,考虑如下执行器故障模型:

$$u_{i,h}^F(t) = (1 - \Gamma_{i,h}(t))u_{i,h}(t). \quad (3)$$

其中: $h = 1, 2, \dots, q$ 为第 i 个智能体的第 h 个执行器;执行器的输入信号记为 $u_{i,h}(t), u_{i,h}^F(t)$ 为执行器的故障输出信号; $\Gamma_{i,h}(t)$ 为未知的连续有界故障失效因子,满足 $0 < \underline{\Gamma}_{i,h} \leq \Gamma_{i,h}(t) \leq \bar{\Gamma}_{i,h} \leq 1, \bar{\Gamma}_{i,h}$ 和 $\underline{\Gamma}_{i,h}$ 分别为 $\Gamma_{i,h}(t)$ 的上界和下界. 特别地: $\Gamma_{i,h}(t) = 0$ 表示执行器没有故障,即第 i 个智能体的第 h 个执行器是健康的或正常的; $0 < \underline{\Gamma}_{i,h} \leq \Gamma_{i,h}(t) \leq \bar{\Gamma}_{i,h} < 1$ 表示第 h 个执行器发生失效故障.

令

$$u_i^F(t) = [u_{i,1}^F(t), u_{i,2}^F(t), \dots, u_{i,q}^F(t)]^T, \quad (4)$$

$$\Gamma_i(t) = \text{diag}\{\Gamma_{i,1}(t), \Gamma_{i,2}(t), \dots, \Gamma_{i,q}(t)\}. \quad (5)$$

执行器故障模型的统一形式为

$$u_i^F(t) = (I_q - \Gamma_i(t))u_i(t). \quad (6)$$

定义 1^[24] 对于时间间隔 (T_1, T_2) ,如果存在两个实数 $N_0 \geq 0$ 和 $\tau_a > 0$ 使得

$$N_\sigma(T_1, T_2) \leq N_0 + \frac{\mathcal{T}(T_1, T_2)}{\tau_a}, \quad (7)$$

则称 τ_a 为拓扑平均驻留时间. $N_\sigma(T_1, T_2)$ 和 $\mathcal{T}(T_1, T_2)$ 分别为间隔 (T_1, T_2) 上的拓扑切换次数和总运行时间长度.

假设 1 通讯拓扑图 $\{\mathcal{G}_p: p \in \mathcal{P}\}$ 在时间区间 $t \in [t_0, t_1) \cup [t_m^f, t_m^{f+1}), m = 0, 1, \dots, f = 1, 2, \dots, l_{m-1}$ 是固定且连通的. 所有跟随者节点的子图都是有向的,且领导者至少有一条到任意跟随者的有效路径.

引理 1^[25] 对于非奇异矩阵 \mathcal{L}_1 ,有矩阵 $G = \text{diag}(g_1, g_2, \dots, g_N)$,使得

$$G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G = \Pi > 0.$$

其中: $g_i > 0, \forall i = 1, 2, \dots, N$.

由假设 1 可知 $\mathcal{L}_{1p}(p \in \mathcal{P})$ 是非奇异矩阵. 通过引理 1 可以得到 $G^p \mathcal{L}_{1p} + \mathcal{L}_{1p}^T G^p = \Pi^p > 0$,其中 $G^p = \text{diag}(g_1^p, g_2^p, \dots, g_N^p)$. 定义

$$\begin{aligned} a_p &= \lambda_{\min}(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p}), \quad \tilde{a} = \min_{p \in \mathcal{P}}(a_p); \\ b_p &= \lambda_{\max}(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p}), \quad \tilde{b} = \max_{p \in \mathcal{P}}(b_p). \end{aligned} \quad (8)$$

需要强调的是,在大多数实际环境中,由于网络故障的影响,智能体子系统与其邻接智能体之间的通信,信号传输过程可能是不连续的. 因此,假设系统会在不连续的时间区间接受来自邻居的通讯信息. 通过分析定义时间间隔的集合,即通信网络在 $t \in \Omega_H$ 时失效;相反,每个节点通常在 $t \in \Omega_N$ 处接收互联信息,其中

$$\Omega_N = \bigcup_{m \in \mathcal{N}^+} [t_m^1, t_{m+1}) \cup [t_0, t_1), \quad (9)$$

$$\Omega_H = \bigcup_{m \in \mathcal{N}^+} [t_m, t_m^1). \quad (10)$$

每个区间 $[t_m, t_{m+1})$ 包含下列互不重叠的子区间: $[t_m^0, t_m^1), \dots, [t_m^{l_{m-1}}, t_m^1)$. 特别指出 $t_{m-1}^{l_{m-1}} = t_m = t_m^0$.

假设 2 对于任意 $m \in \mathcal{N}^+$,每一次间歇性通信故障的时间上界为 \bar{f} ,即 $|t_m^1 - t_m| \leq \bar{f}$.

本文的目标是考虑切换有向通讯网络 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 下领导-跟随结构的多智能体系统,设计弹性最优协同容错控制算法,使得即使智能体子系统模型参数未知、执行器发生故障,以及遭受间歇性拒绝攻击时,全局跟踪误差能够渐进稳定,同时优化合作二次型性能指标,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, i = 1, 2, \dots, N$.

注 1 多智能体系统协同优化控制中普遍存在的一个问题是优化全局性能一般需要全局信息,而分布式协议不具备全局信息. 多智能体系统的协同优化控制由于通讯网络拓扑结构与智能体系统动力学相互作用而变得复杂. 与协同最优控制问题相比,在切换拓扑下,存在间歇性DoS攻击和执行器故障的分布式最优容错控制问题将变得更加复杂,因为间歇性DoS攻击和执行器故障通常会导致系统性能变差甚至不稳定. 因此,系统模型参数未知、子系统执行器故障和间歇性DoS攻击同时发生时,设计弹性最优协同容错控制器,使得全局跟踪误差渐近稳定,并同时优化合作性能是非常重要的问题.

2 主要结果

在本节中,首先给出协同容错控制器设计方法,然后利用多Lyapunov函数方法,结合代数图理论,分析基于拓扑划分的平均驻留时间的设计条件,最后证明全局跟踪误差收敛性. 此外,静态反馈控制器增益可以通过迭代算法计算,无需进行先验系统辨识.

定义

$$\psi = (G\mathcal{L}_1 \otimes I_p)(X - 1_N \otimes x_0). \quad (11)$$

其中: $\psi = [\psi_1^T, \psi_2^T, \dots, \psi_N^T]^T, \psi_i = g_i \sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i - x_j)$ 和 $X = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T$. 由 \mathcal{L}_1 的非奇异性可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\psi\| = 0$, 当且仅当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$. 下面对式(11)求导, 可得

$$\dot{\psi} = \begin{cases} (I_N \otimes A)\psi^{\sigma(t)} + (G^{\sigma(t)}\mathcal{L}_{1\sigma(t)} \otimes B)(I_{Nq} - \text{diag}\{\Gamma_1(t), \Gamma_2(t), \dots, \Gamma_N(t)\}) \times U^{\sigma(t)}, & t \in \Omega_N; \\ (I_N \otimes A)\psi, & t \in \Omega_H. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $U = [u_1^T, u_2^T, \dots, u_N^T]^T$. 值得注意的是, 只有在式(12)中的跟踪误差系统稳定的情况下, 才能达成全局跟踪控制的目标, 相关的证明会在下面的定理给出.

针对第 i 个子系统设计如下协同容错控制器:

$$u_i = -c(I_{q_i} - \bar{\Gamma}_i)^{-1}K\psi_i. \quad (13)$$

其中: $c > 0$ 为耦合增益; 对于任意的 $i, \bar{\Gamma}_i$ 为已知常数, 表示 $\Gamma_i(t)$ 的上界. 进而式(13)所示的第 i 个子系统协同容错控制器可以写成如下全局形式:

$$U = -(I_{qN} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})^{-1}(I_N \otimes cK)\psi. \quad (14)$$

令

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= c\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 G\mathcal{L}_1 \otimes PBR^{-1}B^T P - \\ &\quad \mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes PBR^{-1}B^T P + \mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes Q, \\ \zeta &= (I_{Nq} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})(c^{-1}\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 G\mathcal{L}_1 \otimes \\ &\quad R)(I_{Nq} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\}), \end{aligned}$$

其中 P 为正定阵. 进而定义全局性能指标函数

$$J = \int_0^\infty \frac{1}{2}(\psi^T \bar{Q}\psi + U^T \zeta U)dt. \quad (15)$$

由假设1和引理1可知 $G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G > 0$.

引理2 假设存在正定矩阵 $Q \geq 0, R > 0$, 以及常数 $c \geq \lambda_{\max}(\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1) / \lambda_{\min}\left\{\frac{1}{2}(G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G)\right\}$, 且向量 ψ 和 U 由式(11)和(14)定义, 则 $\psi^T \bar{Q}\psi$ 是半正定的, $U^T \zeta U$ 是正定的.

证明 根据 \bar{Q} 和 ζ 的定义可知

$$\begin{aligned} \psi^T \bar{Q}\psi &= \psi^T \left(c\frac{1}{2}(G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G) \otimes PBR^{-1}B^T P - \right. \\ &\quad \left. \mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes PBR^{-1}B^T P + \right. \\ &\quad \left. \mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes Q \right) \psi \geq \psi^T (I_N \otimes Q)\psi, \quad (16) \end{aligned}$$

$$U^T \zeta U = \frac{1}{2}U^T c^{-1}(I_{Nq} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\}) \times$$

$$\begin{aligned} &((\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1) \otimes R) \times \\ &(I_{Nq} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})U. \quad (17) \end{aligned}$$

根据 $Q \geq 0, R > 0, c \geq \lambda_{\max}(\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1) / \lambda_{\min}\left\{\frac{1}{2}(G\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_1^T G)\right\}$, 式(16)和(17)可得 $\psi^T \bar{Q}\psi \geq 0$ 和 $U^T \zeta U > 0$, 即 $\psi^T \bar{Q}\psi$ 是半正定的, $U^T \zeta U$ 是正定的. \square

定理1 考虑多智能体系统(2)满足假设1和假设2, 设存在常数 $\alpha^* > 0$, 正定矩阵 P , 满足下列代数 Riccati 方程:

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0. \quad (18)$$

$K = R^{-1}B^T P$, 平均驻留时间 τ_a 满足 $\alpha_1 = \alpha^* - \frac{\ln \kappa_1}{\tau_a} > 0, \kappa_1 = \kappa e^{(\alpha^* + \beta^*)\bar{f}}, m \in \mathcal{N}^+, \kappa = \max\left\{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)\bar{a}}, \frac{\lambda_{\min}(P)\bar{a}}{\lambda_{\max}(P)\bar{b}}, \lambda_{\max}(P)\bar{b}\right\}$. 则多智能体系统通过设计容错控制器(14)保证闭环跟踪误差系统(12)渐近收敛, 同时优化合作二次性能指标(15), 即对于 $i = 1, 2, \dots, N$, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$.

证明 设辅助函数 $\mathcal{H}(\psi, U) = \frac{1}{2}(U^T + \psi^T(I_N \otimes cK^T)(I_{qN} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})^{-1})\zeta(U + (I_{qN} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})^{-1}(I_N \otimes cK)\psi)$. 基于 \bar{Q}, ζ 和 K 的表达式可以得出

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\psi, U) &\leq \frac{1}{2}U^T \zeta U + \frac{1}{2}\psi^T \bar{Q}\psi + \frac{1}{2}\psi^T (\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes \\ &\quad (PBR^{-1}B^T P - Q))\psi + \\ &\quad \psi^T (\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 G\mathcal{L}_1 \otimes PB) \times \\ &\quad (I_{qN} - \text{diag}\{\Gamma_1(t), \Gamma_2(t), \dots, \Gamma_N(t)\})U. \quad (19) \end{aligned}$$

进一步, 将式(18)中的代数 Riccati 方程代入(19)中, 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\psi, U) &\leq \frac{1}{2}U^T \zeta U + \frac{1}{2}\psi^T \bar{Q}\psi + \\ &\quad \frac{1}{2}\psi^T (\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes (PA + A^T P))\psi + \\ &\quad \psi^T (\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 G\mathcal{L}_1 \otimes PB) \times \\ &\quad (I_{qN} - \text{diag}\{\Gamma_1(t), \Gamma_2(t), \dots, \Gamma_N(t)\})U \leq \\ &\quad \frac{1}{2}U^T \zeta U + \frac{1}{2}\psi^T \bar{Q}\psi + \dot{\mathcal{V}}_1, \quad (20) \end{aligned}$$

其中 $\dot{\mathcal{V}}_1$ 为 Lyapunov 函数 $\mathcal{V}_1 = \frac{1}{2}\psi^T (\mathcal{L}_1^T G\mathcal{L}_1 \otimes P)\psi$ 的时间导数. 根据式(20)可以计算得到

$$J = \int_0^\infty \left(\frac{1}{2}U^T \zeta U + \frac{1}{2}\psi^T \bar{Q}\psi \right) dt \geq \int_0^\infty \mathcal{H}(\psi, U) dt + \mathcal{V}_1(0) - \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{V}_1,$$

其中 $\mathcal{V}_1(0)$ 为 \mathcal{V}_1 的初始值. 当且仅当全局控制输入 $U = -(I_{qN} - \text{diag}\{\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_N\})^{-1}(I_N \otimes cK)\psi$, 则

$\mathcal{H}(\psi, U) \geq 0$ 成立, 且 $\mathcal{H}(\psi, U) = 0$, 其中控制器 $u_i(t)$ 设计为式(13). 因此, 可以得到

$$J^* \geq \mathcal{V}_1(0) - \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{V}_1, \quad (21)$$

以及 $J^* = \mathcal{V}_1(0)$ 是最优性能指标的充要条件是协同容错控制器是式(6)的形式. 当系统发生执行器故障和间歇性 DoS 攻击时, 误差系统(12)的协同容错控制问题可转化为误差切换系统的稳定性问题.

进而, 构造分段 Lyapunov 函数如下:

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \psi^{\sigma(t)T}(t) (\mathcal{L}_{1\sigma(t)}^T \otimes I_N) (G^{\sigma(t)} \otimes P) \psi^{\sigma(t)}(t), & t \in \Omega_N; \\ \psi^T(t) (I_N \otimes P) \psi(t), & t \in \Omega_H. \end{cases} \quad (22)$$

接下来的证明过程将分成3个部分.

第1部分: 当 $t \in \Omega_N$, 即有 $t \in [t_0, t_1) \cup [t_m^f, t_m^{f+1})$ 时, $m = 0, 1, 2, \dots, f = 1, 2, \dots, l_m - 1$. 当 $t \in [t_m^f, t_m^{f+1})$ 时, 设 $\sigma(t) = p, p \in \mathcal{P}, \mathcal{V}_{2\sigma(t)}(t)$ 沿误差系统(12)在每个区间上的时间导数满足

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}_{2p}(t) &\leq -\lambda_{\min}^{-1}(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes P) \lambda_{\min}(-He(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \times \\ &\quad \mathcal{L}_{1p} \otimes PA - c\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes BK)) \times \\ &\quad \frac{1}{2} \psi^p T(t) (\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes P) \psi^p(t) = \\ &\quad -\alpha^* \mathcal{V}_{2p}(t). \end{aligned} \quad (23)$$

其中: $\alpha^* = \lambda_{\min}^{-1}(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes P) \lambda_{\min}(-He(\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes PA - c\mathcal{L}_{1p}^T G^p \mathcal{L}_{1p} G^p \mathcal{L}_{1p} \otimes BK)); He(W) = W^T + W, W$ 为任意方阵. 根据式(23)可以得到

$$e^{\alpha^* t} (\dot{\mathcal{V}}_{2p}(t) + \alpha^* \mathcal{V}_{2p}(t)) \leq 0. \quad (24)$$

将式(24)两边从 t_m^f 到 t_m^{f+1-} 积分, 可得

$$\int_{t_m^f}^{t_m^{f+1-}} e^{\alpha^* \tau} (\dot{\mathcal{V}}_{2p}(\tau) + \alpha^* \mathcal{V}_{2p}(\tau)) d\tau \leq 0, \quad (25)$$

即

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_m^f)}(t_m^{f+1-}) \leq e^{-\alpha^*(t_m^{f+1-}-t_m^f)} \mathcal{V}_{2\sigma(t_m^f)}(t_m^f). \quad (26)$$

然后, 根据式(8)和(22)可以得到

$$\begin{aligned} a_0 \|\psi(t)\|^2 &\leq a_p \psi^T(t) (I_N \otimes P) \psi(t) \leq \mathcal{V}_{2p}(t) \leq \\ b_p \psi^T(t) (I_N \otimes P) \psi(t) &\leq b_0 \|\psi(t)\|^2. \end{aligned} \quad (27)$$

其中: $a_0 = \lambda_{\min}(P) \tilde{a}, b_0 = \lambda_{\max}(P) \tilde{b}$. 进一步计算可得

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_m^{f+1})}(t_m^{f+1}) \leq \kappa \mathcal{V}_{2\sigma(t_m^f)}(t_m^{f+1-}). \quad (28)$$

其中: $m = 0, 1, 2, \dots, f = 1, 2, \dots, l_m - 1$. 对于发生 $l_m - 1$ 次连续切换的时间区间 $t \in [t_m^1, t_m^{l_m})$, $m = 0, 1, 2, \dots$, 可以得到

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_m^{l_m-1})}(t_m^{l_m-1}) \leq \mathcal{V}_{2\sigma(t_m^1)}(t_m^1) \kappa^{l_m-2} e^{-\sigma^*(t_{m+1}-t_m^1)}. \quad (29)$$

同样的, 对于 $t \in [t_0, t_1)$, 有

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_0^{-1})}(t_1^-) \leq \mathcal{V}_{2\sigma(t_0)}(t_0) \kappa^{l_0-2} e^{-\sigma^*(t_1-t_0)}. \quad (30)$$

第2部分: 当 $t \in \Omega_H$, 即 $t \in [t_m, t_m^1)$ 时, $m \in \mathcal{N}^+$. 当网络遭受间歇性 DoS 攻击时, $\mathcal{V}_{2\sigma(t)}$ 沿系统(12)轨迹对时间的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}_{2\sigma(t)}(t) &\leq \lambda_{\max}^{-1}(I_N \otimes P) \lambda_{\max}(He(PA)) \times \\ &\quad \psi^T(t) (I_N \otimes P) \psi(t) = \beta_1 \mathcal{V}_{2\sigma(t)}(t), \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\beta_1 = \lambda_{\max}^{-1}(I_N \otimes P) \lambda_{\max}(He(PA))$. 根据式(31)有

$$e^{-\beta_1 t} (\dot{\mathcal{V}}_{2\sigma(t)}(t) - \beta_1 \mathcal{V}_{2\sigma(t)}(t)) \leq 0. \quad (32)$$

从 t_m 到 t_m^1 对式(32)两侧进行积分, 有

$$\int_{t_m}^{t_m^1} e^{-\beta_1 \tau} (\dot{\mathcal{V}}_{2\sigma(\tau)}(\tau) - \beta_1 \mathcal{V}_{2\sigma(\tau)}(\tau)) d\tau \leq 0. \quad (33)$$

从而

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_m)}(t_m^1) \leq e^{\beta_1(t_m^1-t_m)} \mathcal{V}_{2\sigma(t_m)}(t_m). \quad (34)$$

根据式(29)和(34), 对于 $m \in \mathcal{N}^+$, 在区间 $[t_m, t_{m+1})$ 上, 可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{2\sigma(t_{m+1})}(t_{m+1}) &\leq \\ \mathcal{V}_{2\sigma(t_m)}(t_m) \kappa^{l_m} e^{-\alpha^*(t_{m+1}-t_m)+(\alpha^*+\beta_1)\bar{f}}. \end{aligned} \quad (35)$$

应用 $\kappa_1 = \kappa e^{(\alpha^*+\beta_1)\bar{f}}$ 和 $\alpha_1 = \alpha^* - \frac{\ln \kappa_1}{\tau_a} > 0$, 根据定义1, 选取 $N_0 = 0$, 有

$$\mathcal{V}_{2\sigma(t_{m+1})}(t_{m+1}) \leq \mathcal{V}_{2\sigma(t_m)}(t_m) e^{-\alpha_1(t_{m+1}-t_m)}. \quad (36)$$

第3部分: 对于任意 $t > 0$, 存在一个非负整数 m 使得 $t \in [t_m, t_{m+1})$, 结合式(30)与(36), 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{2\sigma(t)}(t) &\leq \kappa \mathcal{V}_{2\sigma(t_0)}(t_0) e^{-\alpha^*(t_1-t_0)} \kappa^{l_0-1} e^{-\alpha_1(t-t_1)} \leq \\ \mathcal{V}_{2\sigma(t_0)}(t_0) e^{-\alpha_1(t-t_0)}. \end{aligned}$$

通过以上结论, 利用式(22)定义的 Lyapunov 函数可知, 存在 $a_0 > 0$ 使得

$$0 \leq a_0 \|\psi(t)\|^2 \leq e^{-\alpha_1(t-t_0)} \mathcal{V}_{2\sigma(t_0)}(t_0). \quad (37)$$

这意味着对于每一个跟随智能体子系统协同跟踪误差(12)渐近收敛于零, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$. \square

注2 本文研究了带有间歇性 DoS 攻击发生和未知执行器故障的多智能体系统的弹性最优协同容错控制问题. 难点之一是如何设计最优容错控制策略, 使控制行为能够适应外部环境的变化, 保证二次性能指标最优. 另一方面是如何保证子系统达到领导跟随一致. 为了克服这些困难, 通过定义新的二次

型性能指标,并引入代数Riccati方程,求解式(13)中的最优控制器增益 K .特别地,当系统参数矩阵未知时,由于代数Riccati方程中有矩阵信息存在,文献[27]中的自适应在线迭代算法在本文中不再适用.下一节将提出一种通过迭代求解代数Riccati方程的算法来计算最优控制器增益矩阵.

3 基于学习的策略迭代算法

当多智能体子系统模型参数信息准确已知时,直接求解代数Riccati方程式(18)即可得到反馈增益矩阵.然而,当矩阵 A 和 B 参数未知时,不能通过求解式(18)直接得到反馈增益矩阵.为了克服这一困难,本文提出一种迭代求解策略.首先,假设存在初始条件已知.根据迭代算法思想,对于每个 $k \in \mathcal{Z}^+$,即迭代次数,求出满足式(18)的对称正定矩阵 P_i^k ,利用 $K_i^{k+1} = R_i^{-1}B^T P_i^k$ 得到 K_i^{k+1} .为了计算最优控制的反馈增益矩阵,根据 $\psi_i = g_i \sum_{j=0}^N a_{ij}(x_i - x_j)$,第 i 个跟踪误差系统延着时间的导数可写为

$$\dot{\psi}_i = A\psi_i + g_i(d_i + a_{i0})Bu_i - g_i \sum_{j=1}^N a_{ij}Bu_j. \quad (38)$$

令 $A_k = A - BK_i^k$,则式(38)可以描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i = & \\ & A_k\psi_i + B\left(K_i^k\psi_i + g_i(d_i + a_{i0})u_i - g_i \sum_{j=1}^N a_{ij}u_j\right). \end{aligned} \quad (39)$$

则 ψ_i 沿着式(39)的解满足

$$\begin{aligned} & \psi_i(t + \rho t)^T P_i^k \psi_i(t + \rho t) - \psi_i^T(t) P_i^k \psi_i(t) = \\ & 2 \int_t^{t+\rho t} \psi_i^T P_i^k \left(A_k \psi_i + B \left(K_i^k \psi_i + g_i \times \right. \right. \\ & \left. \left. (d_i + a_{i0})u_i - g_i \sum_{j=1}^N a_{ij}u_j \right) \right) d\tau = \\ & - \int_t^{t+\rho t} \psi_i^T Q_i^k \psi_i d\tau + 2 \int_t^{t+\rho t} \left(K_i^k \psi_i + \right. \\ & \left. g_i(d_i + a_{i0})u_i - g_i \sum_{j=1}^N a_{ij}u_j \right)^T R_i K_i^{k+1} \psi_i d\tau, \end{aligned} \quad (40)$$

其中 $Q_i^k = Q_i + K_i^{kT} R_i K_i^k$.进而,根据文献[20]的迭代方法,式(40)可以用以下方程表示:

$$\begin{aligned} & \psi_i(t + \rho t)^T P_i^k \psi_i(t + \rho t) - \psi_i^T(t) P_i^k \psi_i(t) = \\ & - I_{\psi_i \psi_i} \text{vec}(Q_i^k) + 2I_{\psi_i \psi_i} (I_N \otimes K_i^{kT} R_i) \text{vec}(K_i^{k+1}) + \\ & 2g_i(d_i + a_{i0})I_{u_i \psi_i} (I_N \otimes R_i) \text{vec}(K_i^{k+1}) - \\ & 2g_i \sum_{j=1}^N a_{ij} I_{u_j \psi_i} (I_N \otimes R_i) \text{vec}(K_i^{k+1}). \end{aligned} \quad (41)$$

接下来,假设矩阵 $\hat{P}_i \in \mathbf{R}^{\frac{1}{2}n(n+1)}$ 和 $\bar{\psi}_i \in \mathbf{R}^{\frac{1}{2}n(n+1)}$ 定

义为

$$\begin{aligned} \hat{P}_i = & [P_{i11}, 2P_{i12}, \dots, 2P_{i1n}, P_{i22}, 2P_{i23}, \dots, \\ & 2P_{i(n-1)n}, P_{inn}]^T, \\ \bar{\psi}_i = & [\psi_{i1}^2, \psi_{i1}\psi_{i2}, \dots, \psi_{i1}\psi_{in}, \psi_{i2}^2, \psi_{i2}\psi_{i3}, \dots, \\ & \psi_{i(n-1)}\psi_{in}, \psi_{in}^2]^T. \end{aligned}$$

同时,对于 $0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_m$, $\xi_{\psi_i \psi_i} \in \mathbf{R}^{m \times \frac{1}{2}n(n+1)}$, $I_{\psi_i \psi_i} \in \mathbf{R}^{m \times n^2}$, $I_{u_i \psi_i} \in \mathbf{R}^{m \times qn}$, $I_{u_j \psi_i}$ 有如下定义:

$$\begin{aligned} \xi_{\psi_i \psi_i} = & [\bar{\psi}_i(t_1) - \bar{\psi}_i(t_0), \bar{\psi}_i(t_2) - \bar{\psi}_i(t_1), \dots, \\ & \bar{\psi}_i(t_m) - \bar{\psi}_i(t_{m-1})]^T, \\ I_{\psi_i \psi_i} = & \left[\int_{t_0}^{t_1} \psi_i \otimes \psi_i d\tau, \int_{t_1}^{t_2} \psi_i \otimes \psi_i d\tau, \dots, \right. \\ & \left. \int_{t_{m-1}}^{t_m} \psi_i \otimes \psi_i d\tau \right]^T, \\ I_{u_i \psi_i} = & \left[\int_{t_0}^{t_1} u_i \otimes \psi_i d\tau, \int_{t_1}^{t_2} u_i \otimes \psi_i d\tau, \dots, \right. \\ & \left. \int_{t_{m-1}}^{t_m} u_i \otimes \psi_i d\tau \right]^T, \\ I_{u_j \psi_i} = & \left[\int_{t_0}^{t_1} u_j \otimes \psi_i d\tau, \int_{t_1}^{t_2} u_j \otimes \psi_i d\tau, \dots, \right. \\ & \left. \int_{t_{m-1}}^{t_m} u_j \otimes \psi_i d\tau \right]^T. \end{aligned}$$

对于任意给定的稳定矩阵 K_i^k ,式(41)的更新算法可以设计成如下形式:

$$\Upsilon^k \begin{bmatrix} \text{vec}(\hat{P}_i^k) \\ \text{vec}(K_i^{k+1}) \end{bmatrix} = \Lambda^k, \quad (42)$$

其中 $\Upsilon^k \in \mathbf{R}^{m \times [\frac{1}{2}n(n+1)+qn]}$ 和 $\Lambda^k \in \mathbf{R}^m$ 分别为

$$\Upsilon^k = [\xi_{\psi_i \psi_i}, \Xi], \quad \Lambda^k = -I_{\delta_i \delta_i} \text{vec}(Q_i^k),$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi = & -2I_{\psi_i \psi_i} (I_N \otimes K_i^{kT} R_i) - 2g_i(d_i + a_{i0}) \times \\ & I_{u_i \psi_i} (I_N \otimes R_i) + 2g_i \sum_{j=1}^N a_{ij} I_{u_j \psi_i} (I_N \otimes R_i). \end{aligned}$$

假设 Υ^k 是满列秩,式(42)可由下式计算得到:

$$\begin{bmatrix} \text{vec}(\hat{P}_i^k) \\ \text{vec}(K_i^{k+1}) \end{bmatrix} = (\Upsilon^{kT} \Upsilon^k)^{-1} \Upsilon^{kT} \Lambda^k, \quad (43)$$

可见式(43)等价于(18)的作用.在这种情况下不再需要矩阵 A 和 B 的信息.

注3 与文献[20]中的迭代方法类似,为了保证上述算法的收敛性,假设存在整数 $m_0 > 0$,则对于任意常数 $m > m_0$,可知

$$\text{rank} \left(\left[I_{\psi_i \psi_i}, I_{u_i \psi_i} - \sum_{j=1}^N I_{u_j \psi_i} \right] \right) = \frac{n(n+1)}{2} + qn. \quad (44)$$

那么,对于任意 $k \in \mathcal{Z}_+$, Υ^k 具有列满秩.

下面将给出具体算法步骤:

算法1 基于学习的协同容错控制算法.

1) 对于 $u_i = -c(I_q - \bar{\Gamma}_i)^{-1}K_i^0\psi_i$, 作为周期区间 $[t_0, t_m]$ 输入, 其中 K_i^0 是稳定的. 计算 $\xi_{\psi_i\psi_i}, I_{\psi_i\psi_i}, I_{u_i\psi_i}$ 和 $I_{u_j\psi_i}$ 满足式(44)中规定的秩要求. 令 $k = 0$, 并给定常数 $\varepsilon > 0$.

2) 应用式(43)计算并得到 P_i^k 和 K_i^{k+1} .

3) 若 $k \geq 1$ 时, $\|P_i^k - P_i^{k-1}\| > \varepsilon$, 则设 $k = k + 1$, 重复步骤2); 否则, 根据式(43)输出 $P_i = P_i^k$ 和 $K_i = K_i^{k+1}$.

4) 使用 $u_i = -c(I_q - \bar{\Gamma}_i)^{-1}K_i\psi_i$ 作为近似反馈控制策略, 算法结束.

注4 特别指出, 当 $t \in \Omega_H$, 即发生网络间歇性 DoS 攻击时, 子系统无法接受任何信号, 令控制输入为0. 在这段时间内, 设 $I_{u_i\psi_i}$ 和 $I_{u_j\psi_i}$ 为0, 迭代过程为上述算法的特例, 此处略.

注5 利用系统的输入和状态信息计算控制器, 将代数 Riccati 方程式(18)改写为(42), 采用算子 \hat{P}_i 和控制器增益 $K_i^{k+1} = R_i^{-1}BP_i^k$. 此外, 如果秩条件(44)成立, 则(42)等价于(43). 然后直接求解(43)得到控制器增益. \hat{P}_i^k 序列和 K_i^{k+1} 是收敛的, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} K_i^k = K_i^*$, $\lim_{k \rightarrow \infty} P_i^k = P_i^*$, 这样保证了算法的收敛性.

4 数值仿真

在本节中, 通过 Chua 电路网络数值仿真算例验证所提出方法的有效性. 对文献[29]描绘的单个 Chua 电路进行建模, 可得如下微分方程动态系统:

$$\begin{aligned} C_1 \dot{z}_1(t) &= \frac{1}{v}(-z_1 + z_2) - f(z_1), \\ C_2 \dot{z}_2(t) &= \frac{1}{v}(z_1 - z_2) + i_3, \\ L \dot{i}_3(t) &= -(z_2 + v_0 i_3). \end{aligned}$$

根据文献[29]的结果, 将反馈控制与电感串联成电压源 $u(t)$, 从而定义系统的状态空间模型描述如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & p & 0 \\ q & -q & r \\ 0 & -v & -z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{bmatrix}.$$

其中: $x_{i1} = z_{i1}, x_{i2} = z_{i2}, x_{i3} = i_{i3}, p = 1/(vC_1), q = 1/(vC_2), r = 1/C_2, z = 1/L, d = v_0/L$. 系统参数选取 $p = 30, q = 0.05, r = 10, z = 10$ 和 $v = 0.001$.

假设多智能体系统的切换拓扑图如图1所示, 切换规则为 $L_1 \rightarrow L_3 \rightarrow L_4 \rightarrow L_2 \rightarrow L_3 \rightarrow L_4, \dots$, 切换信号如图2所示. 相关的初始值和参数给定为: $x_1(0) = [6, -1, 0]^T, x_2(0) = [7, 0, 9]^T, x_3(0) = [5, 0, 8]^T, x_4(0) = [1, 2, 7]^T; c = 5; Q_i = \text{diag}[1, 1, 1], i = 1, 2, 3, 4; R_i = \text{diag}[1, 1, 1], i = 1, 2, 3, 4;$

$g_1 = 5, g_2 = 2, g_3 = 1, g_4 = 0.5; \bar{\Gamma}_1 = \bar{\Gamma}_3 = \bar{\Gamma}_4 = 0.9I_3, \bar{\Gamma}_2 = 0.8I_3; \varepsilon = 10^{-6}$.

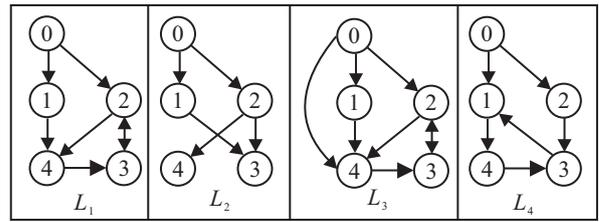


图1 有向切换拓扑

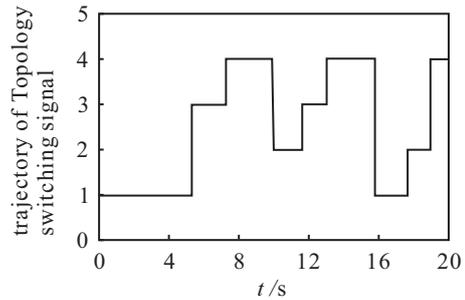


图2 拓扑切换信号

在这里, 假设执行器故障模式为: 1) 所有子系统在6s之前均正常运行; 2) 在 $t = 6s$ 时, 在第2个子系统的第1个执行器中损失有效性为90%. 仿真在 $t \in [3.6s, 5.3s] \cup [8.5s, 10s]$ 区间中通信通道发生间歇性 DoS 攻击, 导致通讯中断.

仿真结果如图3~图6所示. 图3~图5分别表示子系统的不同状态曲线, 可以看出跟随者的状态和领导者的状态最终达到一致; $\|K_i^k - K_i^*\|$ 如图6所示, 其中横坐标表示迭代次数, 可以看出, 当 $\|P_i^k - P_i^{k-1}\| \leq 10^{-6}$ 满足时, K_i^k 收敛到其最佳值. 上述仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

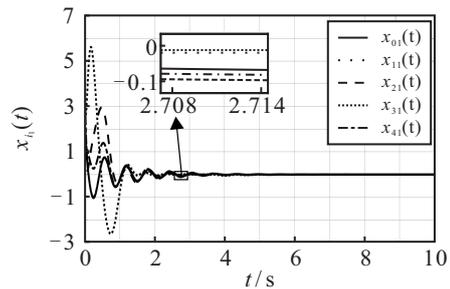


图3 多智能体系统状态 $x_{i1}(t)$ 的响应

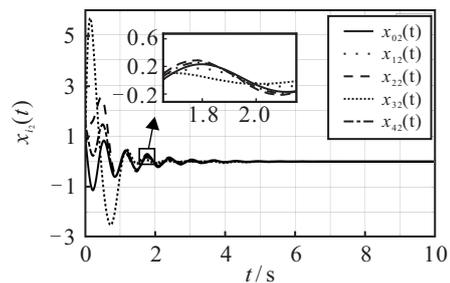


图4 多智能体系统状态 $x_{i2}(t)$ 的响应

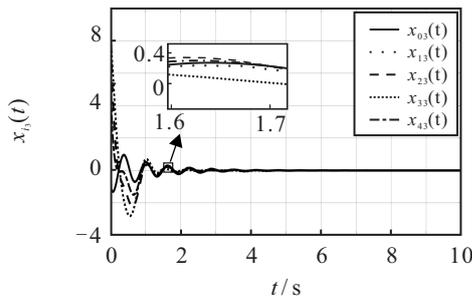


图5 多智能体系统状态 $x_{i3}(t)$ 的响应

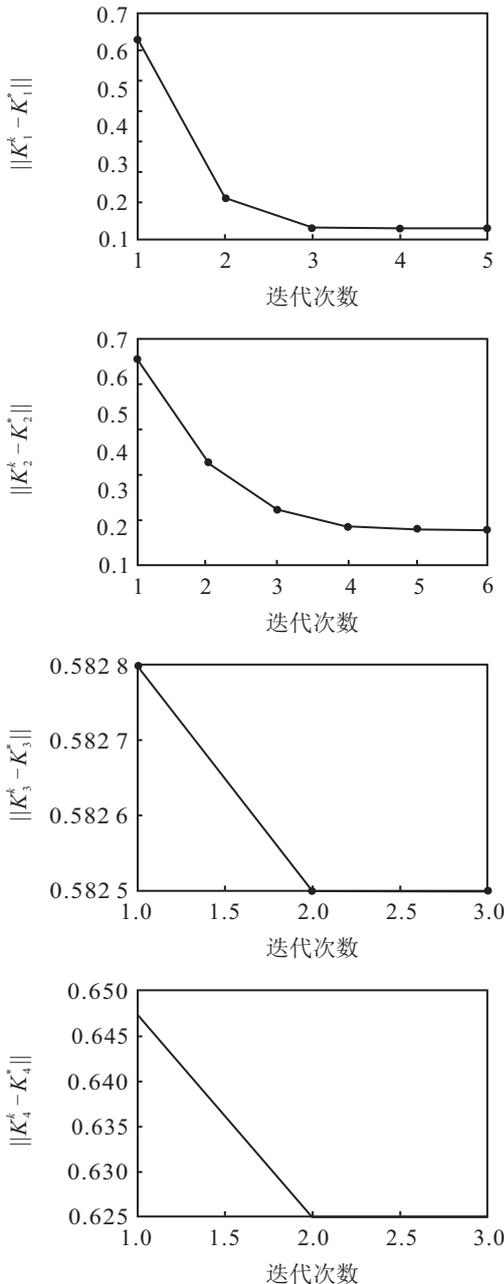


图6 $\|K_i^k - K_i^*\|$ 的响应

5 结论

本文研究了一类模型参数未知的线性多智能体系统在发生DoS攻击和执行器故障下的弹性最优协同容错控制设计问题. 在有向切换拓扑结构下, 提出了最优协同容错控制策略, 使二次型性能指标最优,

并且证明了全局跟踪误差系统的渐近稳定性. 特别地, 在系统动力学参数未知的情况下, 提出了一种利用系统状态和输入信息的自学习迭代算法求解代数Riccati方程, 以获得最优的反馈控制增益. 最后, 通过仿真验证了所提控制方法的有效性.

在实际应用中, 每个智能体可以配备一个嵌入式微处理器. 微处理器通常具有有限的能量资源和计算能力. 因此, 未来的工作将研究多智能体系统事件驱动最优协同容错控制问题.

参考文献(References)

- [1] Zhu J W, Gu C Y, Ding S X, et al. A new observer-based cooperative fault-tolerant tracking control method with application to networked multi-axis motion control system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(8): 7422-7432.
- [2] 王帅磊, 周绍磊, 代飞扬, 等. 多航天器分布式事件触发分组姿态协同控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(2): 323-332.
(Wang S L, Zhou S L, Dai F Y, et al. Distributed event-triggered group attitude coordinated control of multi-spacecraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(2): 323-332.)
- [3] 张志伟, 滕英元, 杨慧欣, 等. 具有速度、加速度约束的机器人编队避障控制[J]. 控制理论与应用, 2020(6): 1388-1396.
(Zhang Z W, Teng Y Y, Yang H X, et al. Obstacle avoidance control for robots formation with speed and acceleration constraints[J]. Control Theory & Applications, 2020(6): 1388-1396.)
- [4] Wang X, Park J H, Liu H, et al. Cooperative output-feedback secure control of distributed linear cyber-physical systems resist intermittent DoS attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(10): 4924-4933.
- [5] Zhang Z, Yan W S, Li H P. Distributed optimal control for linear multiagent systems on general digraphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(1): 322-328.
- [6] Liu C, Zhou Q, Hu X G. Group consensus of heterogeneous multi-agent systems with fixed topologies[J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2015, 8(4): 294-311.
- [7] Yan B, Shi P, Lim C C, et al. Optimally distributed formation control with obstacle avoidance for mixed-order multi-agent systems under switching topologies[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(13): 1853-1863.
- [8] Yang T, Yi X, Wu J, et al. A survey of distributed

- optimization[J]. *Annual Reviews in Control*, 2019, 47: 278-305.
- [9] Yang T, Wu D, Fang H Z, et al. Distributed energy resource coordination over time-varying directed communication networks[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2019, 6(3): 1124-1134.
- [10] Yi X L, Zhang S J, Yang T, et al. A primal-dual SGD algorithm for distributed nonconvex optimization[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, 9(5): 812-833.
- [11] Yi X L, Zhang S, Yang T, et al. Zeroth-order algorithms for stochastic distributed nonconvex optimization[J]. *Automatica*, 2022, 142: 110353.
- [12] Yang T, Wan Y, Wang H, et al. Global optimal consensus for discrete-time multi-agent systems with bounded controls[J]. *Automatica*, 2018, 97: 182-185.
- [13] 戴家浩, 易静文, 柴利. 低阶多智能体系统快速一致性优化设计的解析方法[J]. *控制与决策*, 2022, 37(10): 2543-2551.
(Dai J H, Yi J W, Chai L. Analytic solutions to the optimal design for fast consensus of low-order multi-agent systems[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2543-2551.)
- [14] Zhang Z, Li H P, Yan W S. Fully distributed control of linear systems with optimal cost on directed topologies[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(1): 336-340.
- [15] Liu Y, Jia Y M. Consensus problem of high-order multi-agent systems with external disturbances: An H_∞ analysis approach[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, 20(14): 1579-1593.
- [16] Hu G Q. Robust consensus tracking for an integrator-type multi-agent system with disturbances and unmodelled dynamics[J]. *International Journal of Control*, 2011, 84(1): 1-8.
- [17] Dong Z Y, Wang X, Zhang X, et al. A nonsingular M-matrix-based global exponential stability analysis of higher-order delayed discrete-time Cohen-Grossberg neural networks[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 385: 125401.
- [18] Li X, Dong L, Xue L, et al. Hybrid reinforcement learning for optimal control of non-linear switching system[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2022.3156287.
- [19] Wei Q L, Liu D, Lewis F L, et al. Optimal distributed synchronization control for continuous-time heterogeneous multi-agent differential graphical games[J]. *Information Sciences*, 2015, 317: 96-113.
- [20] Jiang Y, Jiang Z P. Computational adaptive optimal control for continuous-time linear systems with completely unknown dynamics[J]. *Automatica*, 2012, 48(10): 2699-2704.
- [21] Wang X, Yang G H. Fault-tolerant consensus tracking control for linear multiagent systems under switching directed network[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(5): 1921-1930.
- [22] Deng C, Yang G H. Distributed adaptive fault-tolerant control approach to cooperative output regulation for linear multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2019, 103: 62-68.
- [23] Acharya D S, Mishra S K. Optimal consensus recovery of multi-agent system subjected to agent failure[J]. *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, 2020, 29(6): 2050017.
- [24] Wang X, Yang G H. Adaptive reliable coordination control for linear agent networks with intermittent communication constraints[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018, 5(3): 1120-1131.
- [25] Li Z K, Wen G H, Duan Z S, et al. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(4): 1152-1157.
- [26] Deng C, Yue D, Che W W, et al. Cooperative fault-tolerant control for a class of nonlinear MASs by resilient learning approach[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2022.3176392.
- [27] Sader M, Chen Z, Liu Z, et al. Distributed robust fault-tolerant consensus control for a class of nonlinear multi-agent systems with intermittent communications[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, 403: 126166.
- [28] Zhao L, Yang G H. Cooperative adaptive fault-tolerant control for multi-agent systems with deception attacks[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(6): 3419-3433.
- [29] Chua L O, Itoh M, Kocarev L, et al. Chaos synchronization in Chua's circuit[J]. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 1993, 3(1): 93-108.

作者简介

崔萌(1995—),女,硕士生,从事多智能体系统协同控制的研究, E-mail: cuimeng127717@163.com;

王鑫(1985—),男,副教授,硕士生导师,从事群体智能系统协调控制、信息物理系统智能感知与安全控制等研究, E-mail: xinwang@hlju.deu.cn;

邓超(1988—),男,教授,博士,从事分布式容错、智能电网二次控制等研究, E-mail: dengchao_neu@126.com.

(责任编辑: 闫妍)