

控制与决策

Control and Decision

基于神经网络逼近的异构多智能体系统二分拟一致性

严浩远, 刘小洋, 曹进德

引用本文:

严浩远, 刘小洋, 曹进德. 基于神经网络逼近的异构多智能体系统二分拟一致性[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1312–1318.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0611>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

输出死区下的随机多智能体系统一致性饱和控制

Consensus saturation control for stochastic multi-agent systems with output dead zones

控制与决策. 2023, 38(5): 1249–1257 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0296>

状态时延和全状态约束下的多智能体系统自适应事件触发控制

Adaptive event-triggered control for multi-agent systems with state time-delays and full state constraints

控制与决策. 2022, 37(4): 892–902 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1046>

低阶多智能体系统快速一致性优化设计的解析方法

Analytic solutions to the optimal design for fast consensus of low-order multi-agent systems

控制与决策. 2022, 37(10): 2543–2551 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0151>

符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制

Tracking control for one class of nonlinear bipartite consensus systems under signed network

控制与决策. 2022, 37(7): 1909–1914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1390>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

基于神经网络逼近的异构多智能体系统二分拟一致性

严浩远¹, 刘小洋^{1†}, 曹进德²

(1. 江苏师范大学 计算机科学与技术学院, 江苏 徐州 221116; 2. 东南大学 数学学院, 南京 211189)

摘要: 研究一类具有未知动力学的二阶异构非线性多智能体系统二分拟一致性问题. 针对二阶多智能体系统中未知的非线性动态, 基于神经网络逼近理论设计一类自适应控制协议, 以保证所有智能体最终收敛到有界区域内. 借助 Lyapunov 稳定性理论和不等式技巧得到异构多智能体系统实现领导-跟随二分拟一致性的充分性条件, 并给出一致性误差的上界. 最后通过数值仿真验证了理论结果的有效性.

关键词: 多智能体系统; 二分拟一致性; 神经网络逼近; 未知非线性动力学; 协同控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0611

引用格式: 严浩远, 刘小洋, 曹进德. 基于神经网络逼近的异构多智能体系统二分拟一致性[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1312-1318.

Bipartite quasi-consensus of heterogeneous multi-agent systems based on neural network approximation

YAN Hao-yuan¹, LIU Xiao-yang^{1†}, CAO Jin-de²

(1. School of Computer Science and Technology, Jiangsu Normal University, Xuzhou 221116, China; 2. School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: This paper investigates the bipartite quasi-consensus for a class of second-order heterogeneous nonlinear multi-agent systems with unknown dynamics. Based on the neural network approximation theory, a new neuro-adaptive controller is designed to ensure all agents can eventually converge to a bounded region of the leader. Several sufficient conditions of quasi-consensus and the upper bounds of error for the multi-agent systems are obtained with the help of the Lyapunov stability theorem and inequality technique. Finally, some numerical simulations are provided to illustrate the feasibility and practicality of the theoretical results.

Keywords: multi-agent systems; bipartite quasi-consensus; neural network approximation; unknown nonlinear dynamics; cooperative control

0 引言

多智能体系统是由多个交互智能体组成的网络化系统, 通常被用来解决单个智能体难以执行的复杂任务. 近年来, 由于多智能体系统协同控制在水面航行器、协同无人机以及导弹武器系统等领域的广泛应用而成为热门课题^[1]. 多智能体系统的一致性概念不断出新, 按一致性达成的时间不同可以分为有限时间一致性、固定时间一致性、预设时间一致性等^[2-4]; 按一致性达成的效果不同可以分为完全一致性、拟一致性等^[5-6]. 文献[7]提出了两种牵制控制算法, 基于 Lyapunov 稳定性定理, 减少控制项数目的同时实现了多智能体系统在外部干扰下的固定时间

一致性. 文献[8]设计了一种全阶滑模面, 结合超扭曲算法设计了一种分布式有限时间一致性协议, 并利用 Lyapunov 定理进行了主从系统的有限时间一致性分析. 这些研究工作有效推动了多智能体系统一致性理论的发展.

值得注意的是, 上述研究中多智能体系统的动力学都是同构且是已知、确定的^[5], 然而实际生活中同一个系统的不同智能体之间也很可能存在差异, 即动力学是异构或未知的. 近年来, 许多国内外学者基于神经网络的逼近定理, 提出了一类自适应控制策略以解决具有未知动力学的多智能体系统一致性问题. 例如, 文献[9]提出一种基于神经网络的自适应控

收稿日期: 2022-04-14; 录用日期: 2022-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(62276119); 江苏师范大学研究生科研与实践创新计划项目(2021XKT1398).

责任编辑: 杨涛.

[†]通讯作者. E-mail: xyliu@jsnu.edu.cn.

制协议,考虑了传感器与执行器故障的一类分数阶非线性多智能体系统的一致性问题. 文献[10]提出一种新的有限时间稳定性判据,通过设计自适应神经网络追踪控制协议,实现了二阶非线性多智能体系统有限时间一致性. 文献[11]针对一类传感器饱和的非线性多智能体系统,采用神经网络逼近控制的方法设计了一种自触发一致性控制方案. 综上所述,利用神经网络优良的函数逼近能力,一致性方案不再受到许多严格条件的限制,可以应用于更一般的非线性多智能体系统.

另一方面,在实际应用中,网络节点之间不仅存在合作关系还存在竞争关系,这样的网络称为符号网络. Altafini^[12]首次探讨了同时存在合作、对抗关系下的多智能体系统的一致性问题,并提出了二分一致性的概念. 与传统一致性目标相比,二分一致性是指所有智能体最终能达到数值大小相同、符号相反的状态. 随后,文献[13]研究了有向符号网络上多智能体系统的有限时间二分一致性,文献[14]研究了具有动态领导者的线性多智能体的领导-跟随二分一致性. 但是,目前对二阶多智能体系统的研究相对较少^[15].

基于以上讨论,本文主要考虑一类具有未知非线性动力学的二阶异构多智能体系统,在满足符号图结构平衡的条件下,运用神经网络逼近理论进行系统的二分拟一致性问题研究. 通过设计合适的一致性控制协议和神经网络自适应更新率,最终实现具有未知动力学的异构多智能体系统的领导-跟随二分拟一致性,并给出一致性误差的上界.

1 基础知识

1.1 符号说明

本文将使用以下数学符号: \mathbf{R} 、 \mathbf{R}^n 分别为实数集与 n 维向量空间, $\mathbf{I}_n = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^n$ 为 n 维单位列向量, \mathbf{I}_N 、 \mathbf{O}_N 分别为 N 维单位方阵和零方阵, $\text{diag}\{\dots\}$ 为对角矩阵. \mathbf{A}^T 为 \mathbf{A} 的转置. $\lambda_{\min}(\mathbf{P})$ 、 $\lambda_{\max}(\mathbf{P})$ 分别为对称矩阵 \mathbf{P} 所有特征值的最小值和最大值. 对于所有的向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$, 符号 $\|x\|$ 、 $\|x\|_\infty$ 分别为其欧几里德范数和无穷范数, 对于矩阵 \mathbf{W} , $\|\mathbf{W}\|_F$ 为 Frobenius 范数. \otimes 为矩阵的克罗内克积, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数.

1.2 代数图论

考虑由 N 个智能体构成的网络系统, 令 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 表示无向符号图, 节点集为 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为该无向图的边集, $\mathcal{A} = (a_{ij})_{N \times N}$ 为符号图的加权邻接矩阵, $a_{ij} \neq 0$ 为节点 v_i 与 v_j 之间连接

边的权值,若无连接边则 $a_{ij} = 0$. 文中不考虑自环,即 $a_{ii} = 0, \forall i = 1, 2, \dots, N$.

对于符号图 \mathcal{G} , 如果节点集 \mathcal{V} 分成的两个集合 \mathcal{V}_1 、 \mathcal{V}_2 满足 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset, \mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}, \forall i, j \in \mathcal{V}_q (q \in \{1, 2\}), a_{ij} \geq 0$ 且 $\forall i \in \mathcal{V}_q, j \in \mathcal{V}_r, q \neq r (q, r \in \{1, 2\}), a_{ij} \leq 0$, 则称 \mathcal{G} 为结构平衡图, 否则称为结构非平衡图. 符号图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵定义为 $\mathbf{L} = (l_{ij})_{N \times N}$, 表示如下:

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1, j \neq i}^N |a_{ij}|, & j = i; \\ -a_{ij}, & j \neq i. \end{cases}$$

文中假设多智能体系统中领导者只发送信息,不接收其他智能体的信息传输. 当第 i 个跟随者可以直接从领导者接收到信息时,记 $\gamma_i = 1$, 否则 $\gamma_i = 0$. 记对角阵 $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\}$.

2 问题描述

考虑一类由 N 个智能体构成的二阶异构非线性多智能体系统, 每个智能体的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = f_i(x_i(t), v_i(t)) + u_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中: $x_i(t) = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in \mathbf{R}^n$ 和 $v_i(t) = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})^T \in \mathbf{R}^n$ 分别为智能体的位置和速度, $f_i(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 为连续且未知的光滑函数, $u_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 为外部控制.

领导者的动力学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = v_0(t), \\ \dot{v}_0(t) = f_0(x_0(t), v_0(t)). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_0(t) \in \mathbf{R}^n$ 和 $v_0(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别为领导者的位置和速度, $f_0(x_0(t), v_0(t)) \in \mathbf{R}^n$ 为未知的光滑函数.

假设1 无向连通图 \mathcal{G} 是结构平衡的.

假设2 非线性光滑函数 $f_0(x_0(t), v_0(t))$ 满足如下条件:

- 1) $\|f_0(x_0(t), v_0(t))\| < f_M, f_M > 0$;
- 2) $f(-x_0(t), -v_0(t)) = -f(x_0(t), v_0(t))$.

引理1^[16] 对于结构平衡图 \mathcal{G} , 存在对角矩阵 $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\} (d_i \in \{-1, 1\}, i = 1, 2, \dots, N)$, 使得矩阵 \mathbf{DAD} 所有元素非负, 且将节点集分为两部分 $\mathcal{V}_1 = \{i | d_i > 0\}$ 和 $\mathcal{V}_2 = \{i | d_i < 0\}$.

定义1 对于式(1)和(2), 取任意初值的 $x_i(t)$ 、 $x_0(t)$, 若存在一个非负常数 κ 使得下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - d_i x_0(t)\| \leq \kappa,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - d_i v_0(t)\| \leq \kappa, \quad (3)$$

则称多智能体系统(1)和(2)实现了领导-跟随二分拟一致性.

引理2^[17] 如果假设1成立,则拉普拉斯矩阵 L 的特征值满足

$$0 \leq \lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L).$$

引理3^[18] 对于具有合适维数的矩阵 A, B, C , 若满足 $A^T = A, C^T = C$, 则线性矩阵不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} > 0$$

等价于如下两个线性矩阵不等式:

- 1) $A > 0, C - B^T A^{-1} B > 0$;
- 2) $C > 0, A - B C^{-1} B^T > 0$.

引理4^[19] 设函数 $V(t)$ 为初值有界的正连续函数, 如果 $V(t) \leq -aV(t) + b(a > 0, b > 0)$, 则如下不等式成立:

$$V(t) \leq V(0)e^{-at} + \frac{b}{a}(1 - e^{-at}). \quad (4)$$

选用径向基神经网络逼近不确定的光滑连续函数 $f_i(x_i(t), v_i(t))$, 其中隐藏层第 j 个神经元的高斯核函数为

$$\varphi_j = \exp\left(-\frac{(x_i - \mu_j)^T(x_i - \mu_j)}{\hat{b}_j^2}\right).$$

其中: $j = 1, 2, \dots, r_i, r_i$ 为神经网络隐含层节点数, μ_j 为高斯核函数的中心, \hat{b}_j 为方差.

根据 Stone-Weierstrass 万能逼近定理, 对于任意连续的光滑向量函数 $f_i(x_i(t), v_i(t))$, 均存在一个理想权重矩阵 W_i , 使得

$$f_i(x_i(t), v_i(t)) = W_i^T \varphi_i(z_i) + \epsilon_i(z_i) \quad (5)$$

成立. 其中: $z_i = (x_i, v_i) \in \Omega_i (\Omega_i \subset \mathbf{R}^{2n})$, $W_i \in \mathbf{R}^{s \times n}$ 为常实数矩阵, s 为神经网络节点数目, $\varphi_i(z_i) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^s$ 为已知的基函数向量, 神经网络逼近误差 $\epsilon_i(z_i) \in \mathbf{R}^n$. 对于基函数向量、逼近误差和理想权重矩阵满足

$$\begin{aligned} \|\varphi_i(z_i)\| &\leq \varphi_M, \|\epsilon_i(z_i)\| \leq \epsilon_M, \\ \|W_i\|_F &\leq W_M, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\varphi_M, \epsilon_M, W_M$ 均为大于零的常数.

3 主要结论

考虑结构平衡图下的异构多智能体系统的领导-跟随二分拟一致性的问题. 对于符号网络下的多智能体系统, 定义一致性追踪误差为 $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - d_i x_0(t), \tilde{v}_i(t) = v_i(t) - d_i v_0(t)$. 由假设2可得如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i(t) = \tilde{v}_i(t), \\ \dot{\tilde{v}}_i(t) = f_i(x_i(t), v_i(t)) - d_i f_0(x_0(t), v_0(t)) + u_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

令 $\tilde{L} = L + \Gamma$, 注意到 $D\tilde{L}D = DLD + D\Gamma D = DLD + \Gamma$, 由假设1、引理1和引理2可知, 矩阵 DLD 对角线元素非负且非对角线元非正, 因此 $D\tilde{L}D$ 是一个严格对角占优的且主对角元素全为正的定正矩阵, 记 $\bar{L} = D\tilde{L}D$.

定义局部一致性追踪误差

$$\begin{aligned} h_i^x(t) &= \sum_{j=1}^N |a_{ij}|(x_i(t) - \text{sign}(a_{ij})x_j(t)) + \gamma_i(x_i(t) - d_i x_0(t)), \\ h_i^v(t) &= \sum_{j=1}^N |a_{ij}|(v_i(t) - \text{sign}(a_{ij})v_j(t)) + \gamma_i(v_i(t) - d_i v_0(t)). \end{aligned} \quad (8)$$

注意到, 对于 $\forall d_i \in \{\pm 1\}, i = 1, 2, \dots, N$, 无论是 $i, j \in \mathcal{V}_q, q \in \{1, 2\}$, 还是 $i \in \mathcal{V}_q, j \in \mathcal{V}_r, q \neq r$ 且 $q, r \in \{1, 2\}$, 均有 $d_i d_j a_{ij} > 0$. 可得

$$\begin{aligned} a_{ij} d_i &= |a_{ij}| d_j, \\ |a_{ij}| d_i &= a_{ij} \text{sign}(a_{ij}) d_i = |a_{ij}| d_j \text{sign}(a_{ij}), \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

基于此, 由式(8)可得

$$h^x(t) + h^v(t) = (\tilde{L} \otimes I_n)(\tilde{x}(t) + \tilde{v}(t)). \quad (9)$$

其中: $h^x(t) = [h_1^x(t), h_2^x(t), \dots, h_N^x(t)]^T, h^v(t) = [h_1^v(t), h_2^v(t), \dots, h_N^v(t)]^T$. 记 $\tilde{x}(t) = [\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_N(t)], \tilde{v}(t) = [\tilde{v}_1(t), \tilde{v}_2(t), \dots, \tilde{v}_N(t)]$, 定义如下变换:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= (D \otimes I_n) \tilde{x}(t), \bar{v}(t) = (D \otimes I_n) \tilde{v}(t), \\ e^x(t) &= (D \otimes I_n) h^x(t), e^v(t) = (D \otimes I_n) h^v(t). \end{aligned}$$

进一步将误差系统(7)改写为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= - \left(\begin{bmatrix} O_N & -I_N \\ O_N & O_N \end{bmatrix} \otimes I_n \right) \delta(t) + \\ &\quad \begin{bmatrix} O_{Nn} \\ F_x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} O_{Nn} \\ DF_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{Nn} \\ U \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta(t) &= [\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, \dots, \bar{x}_N^T, \bar{v}_1^T, \bar{v}_2^T, \dots, \bar{v}_N^T]^T, \\ F_x &= [f_1^T, f_2^T, \dots, f_N^T]^T, F_0 = [f_0^T, f_0^T, \dots, f_0^T]^T, \\ U &= [u_1^T, u_2^T, \dots, u_N^T]^T. \end{aligned}$$

由于理想权重矩阵 W_i 是未知的, 需要事先估计, 令 $w_i(t) = \|W_i\|_F^2, \hat{w}_i(t)$ 为 $w_i(t)$ 的估计. 基于神经网络

络逼近式(5),为了在结构平衡图下实现多智能体系统的一致性,设计如下一致性控制协议:

$$u_i(t) = -k_i(e_i^x(t) + e_i^v(t)) - \zeta_i \hat{w}_i^T(t) \|\varphi_i(z_i)\|^2 (e_i^x(t) + e_i^v(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (11)$$

其中: $k_i > 0, \zeta_i > 0$. 设计神经网络自适应更新率

$$\dot{\hat{w}}_i(t) = \rho_i (\zeta_i \|\varphi_i(z_i)\|^2 \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 - c_i \hat{w}_i(t)). \quad (12)$$

其中: $\rho_i > 0, \zeta_i > 0$.

定理1 若假设1和假设2成立,则多智能体系统(1)和(2)在神经网络自适应控制器(11)、(12)以及充分大的控制增益 k_i 下可实现领导-跟随二分拟一致性.

证明 记 $\tilde{w}_i(t) = \hat{w}_i(t) - w_i(t)$ 为权重误差,构造Lyapunov泛函 $V(t) = V_1(t) + V_2(t)$. 其中

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \delta^T(t) (\mathbf{P} \otimes I_n) \delta(t), \quad (13)$$

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} \tilde{w}_i^T(t) \tilde{w}_i(t). \quad (14)$$

这里

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2\bar{\mathbf{L}} & \bar{\mathbf{L}} \\ \bar{\mathbf{L}} & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

根据前文对 $\bar{\mathbf{L}}$ 的分析可以得到 $\bar{\mathbf{L}}$ 为非奇异矩阵,由于 $\bar{\mathbf{L}} > 0, \bar{\mathbf{L}}^T = \bar{\mathbf{L}}, 2\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{L}}^{-1}\bar{\mathbf{L}}^T > 0$,结合引理3易知矩阵 \mathbf{P} 是正定的. 沿误差系统(7)对 $V(t)$ 关于时间 t 求导,并结合式(5)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\delta^T(t) ((\mathbf{P}\mathbf{Q} \otimes I_n) + (\mathbf{Q}^T\mathbf{P} \otimes I_n)) \delta(t) + \\ & \delta^T(t) (\mathbf{P} \otimes I_n) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Nn} \\ \mathbf{F}_x \end{bmatrix} - \delta^T(t) (\mathbf{P} \otimes I_n) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Nn} \\ \mathbf{D}\mathbf{F}_0 \end{bmatrix} + \\ & \delta^T(t) (\mathbf{P} \otimes I_n) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Nn} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} \tilde{w}_i^T(t) \dot{\hat{w}}_i(t) = \\ & -\delta^T(t) (\mathbf{S} \otimes I_n) \delta(t) + \\ & \sum_{i=1}^N (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T (W_i^T \varphi_i(z_i) + \epsilon_i(z_i)) - \\ & \sum_{i=1}^N (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T d_i f_0(x_0(t), v_0(t)) + \\ & \sum_{i=1}^N (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T u_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} \tilde{w}_i^T(t) \dot{\hat{w}}_i(t). \quad (16) \end{aligned}$$

其中: $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_N & -I_N \\ \mathbf{O}_N & \mathbf{O}_N \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_N & -\bar{\mathbf{L}} \\ -\bar{\mathbf{L}} & -\bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}.$

基于假设1,进一步可得

$$\begin{aligned} (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T W_i^T \varphi_i(z_i) & \leq \\ |\sqrt{2\zeta_i} (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T W_i^T \varphi_i(z_i)| \cdot \frac{1}{\sqrt{2\zeta_i}} & \leq \\ \zeta_i ((e_i^x(t) + e_i^v(t))^T W_i^T \varphi_i(z_i))^2 + \frac{1}{4\zeta_i} & \leq \\ \zeta_i w_i \|\varphi_i(z_i)\|^2 \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \frac{1}{4\zeta_i}. \quad (17) \end{aligned}$$

同理可以得到

$$-d_i (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T f_0(x_0(t), v_0(t)) \leq p_i \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \frac{f_M^2}{4p_i}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T \epsilon_i(z_i) & \leq \\ q_i \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i}, \quad (19) \end{aligned}$$

其中 p_i, q_i 均为正常数. 结合式(17)~(19),有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \delta^T(t) (\mathbf{S} \otimes I_n) \delta(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \zeta_i w_i^T \|\varphi_i(z_i)\|^2 \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^N (p_i + q_i) \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^N (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T u_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} \tilde{w}_i(t) \dot{\hat{w}}_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{4\zeta_i} + \frac{f_M^2}{4p_i} + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i} \right). \quad (20) \end{aligned}$$

进一步,将式(6)、(11)和(12)代入(20),得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \delta^T(t) (\mathbf{S} \otimes I_n) \delta(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \zeta_i w_i^T \|\varphi_i(z_i)\|^2 \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^N (p_i + q_i) \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N k_i (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T (e_i^x(t) + e_i^v(t)) - \\ & \sum_{i=1}^N \zeta_i \hat{w}_i(t) \|\varphi_i(z_i)\|^2 (e_i^x(t) + e_i^v(t))^T (e_i^x(t) + \\ & e_i^v(t)) + \sum_{i=1}^N \zeta_i \tilde{w}_i(t) \varphi_M^2 \|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N c_i \tilde{w}_i \dot{\hat{w}}_i + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{4\zeta_i} + \frac{f_M^2}{4p_i} + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i} \right). \quad (21) \end{aligned}$$

令 $k_i - p_i + q_i = k_0$,有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \delta^T(t)(\mathbf{S} \otimes I_n)\delta(t) - k_0\|e_i^x(t) + e_i^v(t)\|^2 - \\ & \sum_{i=1}^N c_i \tilde{w}_i \hat{w}_i + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{4\zeta_i} + \frac{f_M^2}{4p_i} + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i} \right) = \\ & -k_0 \delta^T(t) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}} & \mathbf{O}_N \\ \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}} & \mathbf{O}_N \\ \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix} \delta(t) - \\ & \delta^T(t) \left(\begin{bmatrix} \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \\ \bar{\mathbf{L}} & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix} \otimes I_n \right) \delta(t) - \\ & \sum_{i=1}^N c_i \tilde{w}_i \hat{w}_i + \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{4\zeta_i} + \frac{f_M^2}{4p_i} + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

根据 $\tilde{w}_i = \hat{w}_i - w_i$, 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{w}_i^2 + \hat{w}_i^2 - w_i^2) &= \frac{1}{2}(2\hat{w}_i^2 - 2\hat{w}_i w_i) = \\ \hat{w}_i(\hat{w}_i - w_i) &= \tilde{w}_i \hat{w}_i. \end{aligned}$$

结合 $w_i = \|W_i\|_F^2$ 和式(6)可得

$$\begin{aligned} -c_i \tilde{w}_i \hat{w}_i &= -\frac{1}{2}c_i \tilde{w}_i^2 - \frac{1}{2}c_i \hat{w}_i^2 + \frac{1}{2}c_i w_i^2 \leq \\ -\frac{1}{2}c_i \tilde{w}_i^2 + \frac{1}{2}c_i w_i^2 &\leq -\frac{1}{2}c_i \tilde{w}_i^2 + \frac{1}{2}c_i W_M^2. \end{aligned} \quad (23)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}} & \mathbf{O}_N \\ \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}} & \mathbf{O}_N \\ \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_N & \bar{\mathbf{L}} \\ \bar{\mathbf{L}} & \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix}, \\ \eta &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{4\zeta_i} + \frac{f_M^2}{4p_i} + \frac{\epsilon_M^2}{4q_i} + \frac{1}{2}c_i W_M^2 \right). \end{aligned}$$

取

$$\begin{aligned} k_0 &> \lambda_{\min}^{-1}(\mathbf{M}) \left(\lambda_{\max}(\mathbf{N}) + \frac{\theta}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \right), \\ \theta &= \min\{c_1 \rho_1, c_2 \rho_2, \dots, c_N \rho_N\}. \end{aligned}$$

将式(23)代入(22), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\delta^T(t)((k_0 \mathbf{M} - \mathbf{N}) \otimes I_n)\delta(t) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N c_i \tilde{w}_i^2 + \eta \leq \\ & -\frac{\theta}{2} \delta^T(t)(\mathbf{P} \otimes I_n)\delta(t) - \frac{\theta}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_i} \tilde{w}_i^2 + \eta \leq \\ & -\theta V(t) + \eta. \end{aligned} \quad (24)$$

由引理4可知

$$V(t) \leq V(0)e^{-\theta t} + \frac{\eta}{\theta}(1 - e^{-\theta t}). \quad (25)$$

回顾式(13)可得

$$\lambda_{\min}(\mathbf{P} \otimes I_n)\|\delta\|^2 \leq 2V(t). \quad (26)$$

结合式(28)和(27), 得到异构多智能体系统(2)与领导者(1)的一致性误差收敛到如下有界区域:

$$\mathcal{C} = \left\{ \delta \in \mathbf{R}^{2N} : \|\delta\| \leq \sqrt{\frac{2(V(0) + \eta/\theta)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P} \otimes I_n)}} \right\}. \quad (27)$$

定理1得证. \square

注1 定理1基于结构平衡图得到了异构多智能体系统二分一致性的结论, 若系统拓扑为结构非平衡图, 参照文献[20], 则此时二分一致性退化为稳定性. 即在结构平衡图下, 本文所考虑的二分一致性转变为多智能体系统的稳定性.

注2 式(25)中参数 η 的大小可以通过神经网络自适应率中的 ρ_i 、 c_i 进行调节, 由式(24)可知, 一致性误差可以缩小到原点很小的邻域.

注3 所研究的异构多智能体系统同时考虑了智能体间的协作交互和对抗交互, 如果智能体间异构性消失且智能体的非线性动力学均已知, 则本文拟一致性结果将会变为完全一致性.

注4 在已有的神经网络自适应控制算法中^[21], 神经网络自适应率采用矩阵或向量运算的形式进行自我调节, 造成计算负担和程序运行成本的增加. 本文自适应率以标量运算的形式设计, 具有计算量小、运行成本低的特点. 此外, 选择RBF神经网络进行函数逼近, 相比BP神经网络^[21]具有全局最优、收敛速度快、逼近精度高的优点.

4 数值仿真

考虑如图1所示的无向结构平衡图. 假设多智能体系统中包括1个领导者节点和5个跟随者节点, 即 $N = 5$. 将跟随者节点集划分为2个子集 $V_1 = \{2, 5\}$, $V_2 = \{1, 3, 4\}$, 对应的矩阵 $\mathbf{D} = \text{diag}\{1, -1, 1, 1, -1\}$. 在此基础上, 异构非线性多智能体系统建模如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = \begin{bmatrix} a_{i1}x_{i1}(t)v_{i1}(t) + \sin(a_{i1}v_{i1}(t)) \\ a_{i2}x_{i2}(t)v_{i2}(t) + \cos(a_{i2}x_{i2}^2(t)) \end{bmatrix} + u_i(t), \end{cases}$$

其中 $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

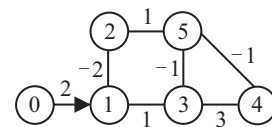


图1 异构多智能体系统拓扑

表1为 a_{i1} 、 a_{i2} 取值. 取5个跟随者智能体的初值分别为 $x_1(0) = (-3, -2)$, $x_2(0) = (-2, -1)$, $x_3(0) = (-0.5, 0.5)$, $x_4(0) = (-1, -1.5)$, $x_5(0) = (2, 2)$;

表1 第*i*个智能体的参数 a_{i1} 、 a_{i2}

<i>i</i>	1	2	3	4	5
a_{i1}	0.6	-0.6	-0.7	-1.4	1.5
a_{i2}	0.3	0.4	-0.8	-1.3	-0.9

$v_1(0) = (-3, -3), v_2(0) = (-2, -1.5), v_3(0) = (-1.5, -1.5), v_4(0) = (-1, -1), v_5(0) = (2, 2).$

领导者建模动态为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = v_0(t), \\ \dot{v}_0(t) = \begin{bmatrix} -x_{01}(t) + 0.2(1 - x_{01}^2(t))v_{01}(t) \\ -x_{02}(t) - 0.5(1 + x_{02}^2(t))v_{02}(t) \end{bmatrix}. \end{cases}$$

领导者的位置和速度初值分别为 $x_0(0) = (-1, 2), v_0(0) = (0, 2)$. 采用的RBF神经网络隐含层有36个神经元, 中心 $\mu_j (j = 1, 2, \dots, 36)$ 均匀分布在区间 $[-1, 1] \times [-1, 1]$ 中. 核函数的宽度 $\hat{b}_j (j = 1, 2, \dots, 36)$ 取值为2. 领导者和跟随者信息交互矩阵 $\Gamma = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0\}$. 以第1个跟随者节点第1维为例, 采用RBF神经网络逼近后绘制的不确定非线性动力学函数图像如图2所示.

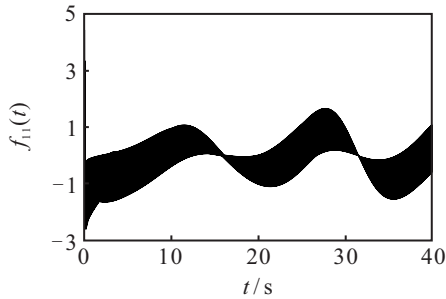


图2 $f_1(x_1(t), v_1(t))$ 第1维图像

式(30)选择一类具有代表性的非线性动力学函数作为未知的目标函数, 将其代入RBF神经网络逼近迭代求解模型中, 通过解出每一时刻函数中 $x_i(t), v_i(t)$ 各个分量的状态解, 即可得到如图2所示的神经网络逼近的未知函数图像.

一致性控制协议(11)中取 $k_i = 15, \zeta_i = 1$, 神经网络权值自适应更新率(12)中取 $\rho_i = 1, c_i = 0.8$, 以满足定理1的条件.

结构平衡拓扑下多智能体系统每个节点的同步仿真结果如图3~图6所示, 其中 $i = 0, 1, \dots, 5$. 可以看出, 异构多智能体系统(1)中5个节点各自的位置、速度状态 $x_i(t)$ 和 $v_i(t)$ 均能最终实现与目标 $x_0(t), v_0(t)$ 的二分拟一致性, 从而验证了定理1的有效性.

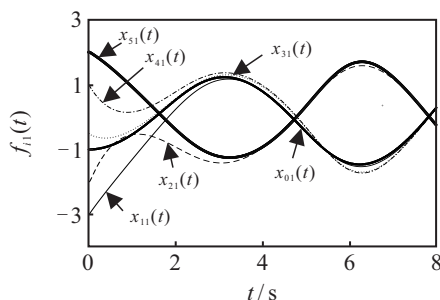


图3 位置状态 x_{i1} 拟一致性

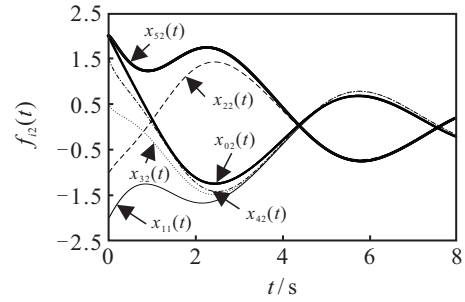


图4 位置状态 x_{i2} 拟一致性

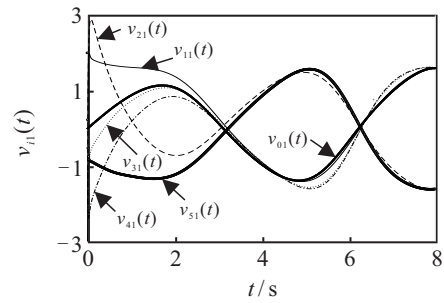


图5 速度状态 v_{i1} 拟一致性

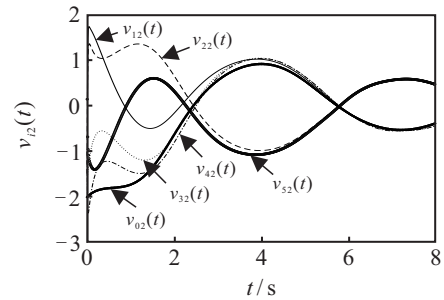


图6 速度状态 v_{i2} 拟一致性

5 结论

本文基于Lyapunov稳定性理论, 研究了具有未知动力学的二阶异构多智能体系统二分拟一致性控制问题. 基于神经网络逼近理论的控制协议以及神经网络权值自适应更新率, 提出了相应的一致性判别准则, 保证异构多智能体系统最终实现了领导-跟随二分拟一致的目标. 所提出方法有效避免了传统方法中由于向量运算导致的过重的计算负担, 并且将过往系统动力学中确定的系统函数推广到不确定情形, 同时将一致性方法进一步推广到二分拟一致性. 最后通过数值仿真实验验证了理论结果的可行性和有效性.

参考文献(References)

[1] 段书晴, 陈森, 赵志良. 一阶多智能体受扰系统的自抗扰分布式优化算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(6): 1559-1566.
(Duan S Q, Chen S, Zhao Z L. Active disturbance rejection distributed optimization algorithm for first-order multi-agent disturbance systems[J]. Control and Decision, 2022, 37(6): 1559-1566.)

- [2] Liu X Y, Lam J, Yu W W, et al. Finite-time consensus of multiagent systems with a switching protocol[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(4): 853-862.
- [3] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 563-570.
- [4] Ni J K, Liu L, Tang Y, et al. Predefined-time consensus tracking of second-order multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(4): 2550-2560.
- [5] Song Q, Cao J D, Yu W W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(9): 553-562.
- [6] Wang Z, Cao J. Quasi-consensus of second-order leader-following multi-agent systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(4): 545.
- [7] Hao L L, Zhan X S, Wu J, et al. Fixed-time group consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021, 19(1): 200-208.
- [8] Mondal S, Ghommam J, Saad M. Homogeneous finite-time consensus control for higher-order multi-agent systems by full order sliding mode[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2018, 31(5): 1186-1205.
- [9] Zhang X L, Zheng S Q, Ahn C K, et al. Adaptive neural consensus for fractional-order multi-agent systems with faults and delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 6889(99): 1-14.
- [10] Zhang L L, Chen B, Lin C. Adaptive neural consensus tracking control for a class of 2-order multi-agent systems with nonlinear dynamics[J]. Neurocomputing, 2020, 404: 84-92.
- [11] Chen D X, Liu X L, Yu W W, et al. Neural-network based adaptive self-triggered consensus of nonlinear multi-agent systems with sensor saturation[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2021, 8(2): 1531-1541.
- [12] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(4): 935-946.
- [13] Wang H, Yu W W, Wen G H, et al. Finite-time bipartite consensus for multi-agent systems on directed signed networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2018, 65(12): 4336-4348.
- [14] Wen G H, Wang H, Yu X H, et al. Bipartite tracking consensus of linear multi-agent systems with a dynamic leader[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2018, 65(9): 1204-1208.
- [15] Wen G X, Chen C L P, Liu Y J, et al. Neural network-based adaptive leader-following consensus control for a class of nonlinear multiagent state-delay systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(8): 2151-2160.
- [16] Mao K, Liu X, Cao J, et al. Finite-time bipartite synchronization of coupled neural networks with uncertain parameters[J]. Physica A, 2022, 585: 126431.
- [17] Zhao L, Jia Y M, Yu J P. Adaptive finite-time bipartite consensus for second-order multi-agent systems with antagonistic interactions[J]. Systems & Control Letters, 2017, 102: 22-31.
- [18] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, et al. Linear matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. New York: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994: 7-24.
- [19] Hou Z G, Cheng L, Tan M. Decentralized robust adaptive control for the multiagent system consensus problem using neural networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics, 2009, 39(3): 636-647.
- [20] Ren J, Song Q, Gao Y B, et al. Leader-following consensus of nonlinear singular multi-agent systems under signed digraph[J]. International Journal of Systems Science, 2021, 52(2): 277-290.
- [21] Wen G H, Wang P J, Huang T W, et al. Robust neuro-adaptive containment of multileader multiagent systems with uncertain dynamics[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(2): 406-417.

作者简介

严浩远(1997—),男,硕士生,从事复杂网络、神经网络、多智能体系统协同控制等研究, E-mail: 2020200462@jsnu.edu.cn;

刘小洋(1979—),男,教授,博士,从事复杂网络、神经网络、多智能体系统协同控制等研究, E-mail: xyliu@jsnu.edu.cn;

曹进德(1963—),男,教授,博士生导师,从事复杂系统与复杂网络的理论与应用、神经网络及其动力学分析等研究, E-mail: jdcao@seu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)