

# 控制与决策

Control and Decision

通信随机时滞条件下基于分布式模型预测的AUV编队控制

徐博, 王朝阳, 王潇雨, 沈浩

引用本文:

徐博, 王朝阳, 王潇雨, 沈浩. 通信随机时滞条件下基于分布式模型预测的AUV编队控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1363–1372.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0451>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法](#)

An algorithm of model predictive control for formation control of a multi-UAV system considering multiple constraints  
*控制与决策*. 2023, 38(3): 706–714 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0382>

[基于分布式模型预测控制的无人机编队控制](#)

Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm  
*控制与决策*. 2022, 37(7): 1763–1771 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0447>

[基于屏障控制函数的轮式机器人系统多目标分布式协同控制](#)

Multi-objective control of wheeled robot system using control barrier functions  
*控制与决策*. 2022, 37(9): 2235–2244 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0309>

[基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制](#)

Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method  
*控制与决策*. 2021, 36(5): 1273–1280 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1136>

[分布式多无人机的时变编队非线性控制设计](#)

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs  
*控制与决策*. 2021, 36(10): 2490–2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

# 通信随机时滞条件下基于分布式模型预测的 AUV编队控制

徐博<sup>1,2†</sup>, 王朝阳<sup>1</sup>, 王潇雨<sup>1</sup>, 沈浩<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 哈尔滨 150006; 2. 近地面探测技术重点实验室, 江苏 无锡 214000)

**摘要:** 考虑水声通信随机时滞条件下 AUV 编队协同控制问题, 提出一种基于分布式模型预测的 AUV 编队控制方法. 首先, 通过所设计的随机时滞通信同步策略, 将异步状态信息转换为同步状态信息; 然后, 结合虚拟轨迹、状态预测、控制约束以及编队内 AUV 状态信息描述协同编队代价函数, 将其引入局部滚动时域优化, 实现编队控制目标, 并利用李雅普诺夫理论验证编队控制器的稳定性; 最后, 将所提出方法与现有编队控制方法进行对比仿真, 仿真结果验证了其有效性.

**关键词:** AUV; 编队协同控制; 通信随机时滞; 虚拟轨迹; 分布式预测控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0451

**引用格式:** 徐博, 王朝阳, 王潇雨, 等. 通信随机时滞条件下基于分布式模型预测的 AUV 编队控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1363-1372.

## AUV formation control with communication stochastic delay based on distributed model prediction

XU Bo<sup>1,2†</sup>, WANG Zhao-yang<sup>1</sup>, WANG Xiao-yu<sup>1</sup>, SHEN Hao<sup>1</sup>

(1. College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150006, China;

2. Science and Technology on Near-Surface Detection Laboratory, Wuxi 214000, China)

**Abstract:** Considering the problem of AUV formation cooperative control in underwater acoustic communication with random time delay, this paper proposes a distributed model prediction based AUV formation control method. Firstly, the asynchronous state information is transformed into synchronous state information by the designed random time-delay communication synchronization strategy, and then the cooperative formation cost function is described by combining virtual trajectory, state prediction, control constraints and AUV state information. The formation control function is introduced into local rolling time domain optimization to achieve formation control objectives. The Lyapunov theory is used to prove the stability of formation controller. Finally, the proposed method is compared with the existing formation control methods, and the results verify its effectiveness.

**Keywords:** AUV; formation cooperative control; communication stochastic delay; virtual structure; distributed predictive control

## 0 引言

随着海洋装备体系的完善和进步, 自主水下航行器 (autonomous underwater vehicle, AUV) 因其智能化、模块化等优点在海洋监测、海洋勘探等多个领域得到了广泛应用<sup>[1-4]</sup>. 多 AUV 编队在复杂海洋环境中协同作业时具有良好的协同性、鲁棒性和容错性是

单 AUV 作业无法达到的, 因此水下编队协同控制领域成为近年来国内外专家学者关注的热点之一.

编队协同控制是指在期望时间内完成所需编队构型并加以保持. 针对这类问题, 国内外学者近年来在不同的协同控制方法上取得了一系列成果, 如领航者-跟随者法<sup>[5-6]</sup>、虚拟结构法<sup>[7-8]</sup>和基于行为法<sup>[9]</sup>等

收稿日期: 2022-03-22; 录用日期: 2022-08-05.

基金项目: 国防科技创新特区项目 (19-163-16-ZD-020-002-01); 国防科技卓越青年科学基金项目 (2020-JCJQ-ZQ-071); 国防基础科研计划项目 (JCKY2019604D003); 近地面探测技术重点实验室基金项目 (6142414211405).

责任编辑: 杨涛.

†通讯作者. E-mail: xubocarter@sina.com.

不同的协同控制方法. 文献[10]指出不同的协同控制方法均有各自的优势和局限, 领航者-跟随者法因其易实现并具有可伸缩性从而成为目前最广泛的控制策略之一, 但是当编队内领航者受损或领航者通信出现故障时, 多智能体编队系统的鲁棒性会急剧下降. 基于行为法可通过编队内部间的行为实现编队保持和避碰, 但是该方法数学模型难以建立导致系统从数学上进行定量描述困难. 针对编队收敛速度慢的问题, 文献[11-12]提出了一种基于有限时间编队控制, 其中文献[11]给出一种基于有限时间的扩张状态观测器的分布式编队控制算法, 提高了系统收敛速度, 但是这种方法对系统的初始状态要求较为苛刻, 因此文献[12]在此基础上引入事件触发通讯机制和固定时间理论, 实现编队系统的固定时间稳定且系统收敛时间与初始状态无关, 但是这两种方法并未考虑系统的未知扰动. 文献[13]在文献[12]的基础上增加模糊干扰观测器, 进一步提高了固定时间内对扰动估计的精确性. 文献[14]构造虚拟领航者, 其轨迹收敛于跟随者的参考轨迹并采用近似最优控制处理跟随者的位置扰动. 除此之外, 文献[15]提出将自适应滑模控制应用于编队控制器, 并在仿真和湖上实验中得到了有效验证.

以上方法通常假设编队内部间通信不受外界影响, 编队内所有AUV可不受时间空间的约束获取邻域内成员的状态信息. 但是在实际情况中, 随着AUV编队协同作业时间的增加, 通信负载会变大, 导致AUV编队出现通信时延、通信范围小以及通信失效等不利条件, 进而导致编队控制系统鲁棒性下降, 因此在通信受限条件下的AUV编队协同控制研究具有重要的意义.

针对时滞条件下多智能体编队控制系统的一致性问题, 文献[16]基于频域分析和矩阵理论提出了一种编队内个体的控制协议. 文献[17]通过内-外循环法简化了AUV的动力学方程, 所推导的控制器可改善复杂的系统动力学和协作反馈回路中的时间延迟问题. 文献[18]考虑到未知扰动和模型不确定性, 采用自抗扰控制技术对水面无人艇编队进行控制, 针对控制器输入存在的时滞现象, 增加延迟模块以解决由于输入延迟导致的控制器震荡问题. 除此之外, 文献[19]提出了一种基于行为的分布式多智能体编队控制和避障算法, 根据局部状态信息和环境信息对自身的状态改变量进行预测, 实现队形灵活避障和控制. 文献[20]结合状态反馈与自适应PID提出了新的一致性协议, 再将一致性问题通过状态空间分解转化

为渐近稳定问题. 文献[21]提出了一种分布式预测控制器, 能够解决通信时滞条件下的队形控制和避碰问题.

虽然上述文献在时滞条件下编队控制方向已取得很多进展, 但是仍然有一些问题需要考虑. 如文献[17-18]的研究重点是AUV动力学模型和控制输入产生的时滞, 对编队内个体间产生的通信时滞并未涉及. 文献[19]针对的主要问题是大规模多智能体移动过程中编队队形评估和通信能耗受限, 并不适用于水下AUV协同编队通信滞后和外部时变扰动的问题. 文献[21]提出的多智能体分布式控制器未考虑随机时滞的同时受未知扰动干扰的控制策略. 综合考虑上述问题, 本文在现有研究的基础上, 首先, 采用二阶离散时间系统模型对AUV编队进行描述, 并构建收敛于参考轨迹的虚拟领航者; 然后, 基于自身当前时刻状态信息和相邻个体带有时滞的状态信息提出通信一致策略, 通过缓存器将异步状态信息最终转换为同步状态信息; 最后, 设计分布式模型预测控制器从而实现AUV编队的跟踪控制, 并进行稳定性分析和数值仿真试验.

针对上述问题, 本文以多AUV编队为背景开展研究, 提出一种通信一致策略下基于模型预测的编队控制算法. 所设计的通信随机时滞同步策略, 将具有随机时滞的编队状态信息同步化处理, 进一步, 结合虚拟轨迹、状态预测、控制约束, 设计协同编队代价函数, 并引入至滚动时域优化控制问题, 完成控制目标的同时缓解状态信息的滞后性, 从而实现通信随机时滞条件下多AUV编队快速生成. 所设计的控制器既实现形成编队过程中的有界性收敛, 也能够保证收敛上界与任何全局信息和初始值无关, 同时提高编队内部状态信息的利用率. 最后通过仿真验证所提出算法的有效性.

## 1 问题描述

### 1.1 系统模型与假设

考虑带有虚拟领航者多AUV编队系统, 如图1所示. 假设当前时刻编队内所有AUV均有固定姿态且状态信息已知, 则AUV的平面运动学模型和动力学模型<sup>[7]</sup>可定义为

$$\dot{\eta}_i = R(\psi_i)v_i, \quad (1)$$

$$M_i\dot{v}_i + C_i(v_i)v_i + D_i(v_i)v_i = \sigma_i + \sigma_{iw}. \quad (2)$$

其中:  $\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]$  为AUV在惯性坐标系下的位置和航向,  $v_i = [u_i, v_i, r_i]$  为AUV的前进速度、横漂速度和艏摇角速度,  $\sigma_i = [\sigma_{ui}, \sigma_{vi}, \sigma_{ri}]$  和  $\sigma_{iw} = [\sigma_{iww}, \sigma_{iww}]$ ,

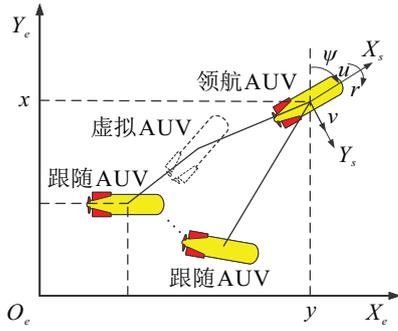


图1 领航-跟随AUV编队示意图

$\sigma_{iwr}$  分别为系统的控制输入和外部扰动, 旋转矩阵  $R(\psi_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为

$$R(\psi_i) = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

满足  $R(\psi_i)R^T(\psi_i) = I^{3 \times 3}$ ,  $D_i(v_i)$  和  $M_i$  分别为阻尼矩阵和惯性矩阵, 具体如下式所示:

$$D_i(v_i) = \begin{bmatrix} d_u & 0 & 0 \\ 0 & d_v & 0 \\ 0 & 0 & d_r \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$M_i = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 \\ 0 & 0 & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} d_u &= -X_u - X_{u|u}|u|, \\ d_v &= -Y_v - Y_{v|v}|v|, \\ d_r &= -N_r - N_{r|r}|r|. \end{aligned}$$

科里奥利和向心力矩阵  $C_i(v_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为

$$C_i(v_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_v v \\ 0 & 0 & m_u u \\ m_v v & -m_u u & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中  $m_u = m - X_{\dot{u}}$ 、 $m_v = m - Y_{\dot{v}}$  为能够更易调节AUV间的行为并保持编队稳定. 本文引入“虚拟轨迹”概念, 将编队协同控制问题转化为轨迹跟踪控制问题. 由式(1), 虚拟AUV在惯性坐标系下的轨迹如下:

$$\dot{\eta}_v = R(\psi_i)v_v, \quad (7)$$

其中  $\eta_v = [x_v \ y_v \ \psi_v]$  为虚拟轨迹. 基于实际情况考虑, 需要作出以下假设.

**假设1** 虚拟AUV速度在作为参考时有界.

**假设2** 领航AUV运行正常且状态信息可用.

**假设3** 不确定扰动  $\tau_{iwr}$  满足以下条件:

$$\|\sigma_{iwr}\| \leq W_0, \quad W_0 \in \mathbf{R}^+, \quad (8)$$

$$\|\dot{\sigma}_{iwr}\| \leq W_1, \quad W_1 \in \mathbf{R}^+. \quad (9)$$

**假设4** 假设随机通信时滞  $\tau_{ij}$  仅存在编队内AUV间的交互信息, 且不考虑通信丢包.

综上, 本文所解决的AUV协同编队控制问题可描述为: 在假设1~假设4的基础上, 设计分布式模型预测控制器, 使得编队系统在随机时滞条件下具有稳定性, 同时满足系统约束条件以及期望队形. 控制目标描述如下:

$$\lim_{t \rightarrow T_\infty} \|\eta_{f,i} - \eta_{e,i}\| = 0, \quad \forall i \in I_{[1,N]}; \quad (10)$$

$$\lim_{t \rightarrow T_\infty} \|\eta_{f,i} - \eta_{f,j} - \Delta e_{ij}\| = 0, \quad \forall i, j \in I_{[1,N]}. \quad (11)$$

其中:  $\eta_{f,i} = [x_{f,i}, y_{f,i}, \psi_{f,i}]^T$ 、 $\eta_{e,i} = [x_{e,i}, y_{e,i}, \psi_{e,i}]^T$  分别为编队内AUV的状态信息和期望状态信息,  $\Delta e_{ij}$  为AUV<sub>i</sub>与AUV<sub>j</sub>间的期望距离,  $T_\infty \in [0, \infty)$  为编队收敛时间.

### 1.2 预备知识与相关引理

在上述AUV集群编队内, 将所有AUV视作多个节点的集合, 编队的交互通信拓扑可用有向图  $G = (V, E, A)$  进行描述, 其中节点集  $W = \{1, 2, \dots, N\}$ , 边集  $E = \{e_{ij} : i, j \in V\}$ , 邻接矩阵  $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ . Laplacian矩阵  $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}_{N \times N}$  定义为  $L = D - A$ ,  $D$  为对角阵  $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$ ,  $d_i$  为

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (12)$$

若在通信拓扑中, 对于某节点  $i$  到所有节点均有至少一条有向连接, 则称编队拓扑存在以  $i$  为根节点的生成树.

**引理1** 对于至少含有一颗有向生成树的拓扑交互图, 其对应的Laplacian矩阵是正定的<sup>[22]</sup>.

**引理2** 若编队系统(1)对于任意初始状态  $x_i(0) \in X_i, i \in I_{[1,n]}$ , 均能够渐近稳定至原点, 则称该编队系统具有内部稳定性<sup>[23]</sup>.

## 2 控制器设计

本节首先给出通信随机时滞同步控制策略, 确保状态信息同步传输, 然后基于分布式MPC策略设计编队控制器, 实现编队控制.

### 2.1 通信随机时滞同步策略

在给出编队控制器前首先给出通信随机时滞同步策略, 如图2所示.

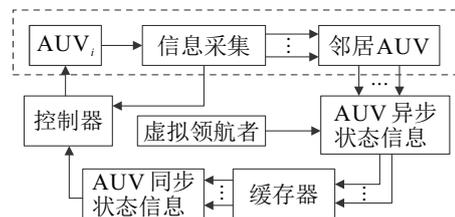


图2 通信时滞同步策略

在AUV编队系统中,通过缓存器将带有时间戳 $\tau$ 的状态信息整理后传递给相邻AUV. 编队内编号是随机的,因此对于任何AUV编队系统,设AUV向其相邻AUV $j$ 发送信息存在随机时滞 $\tau_{ij}$ ,令

$$\bar{\lambda} = \max\{\tau_{ij} : i = 1, 2, \dots, N, j \in N\}. \quad (13)$$

对于AUV $i$ 在 $k + \tau_{ij}$ 时刻接收到信息为相邻AUV $j$ 在 $k$ 时刻的状态信息. 通过数据缓存器将传递的状态信息设置一定的缓存时间 $h$ ,使得AUV可在 $k + h$ 时刻获得 $k$ 时刻的状态信息更新,具体状态信息如图3所示. 在离散系统中,需要将缓存时间同样进行离散化. 令缓存时间 $h = M\delta (M \geq \bar{\lambda}/\delta, M \in \mathbb{Z}^+)$ , $\delta$ 为采样周期. 因此当编队存在时滞时,对于离散时间系统的缓存时间应当满足

$$h \geq \max\{\tau_{ij} : i = 1, 2, \dots, N, j \in N\} \geq \delta. \quad (14)$$

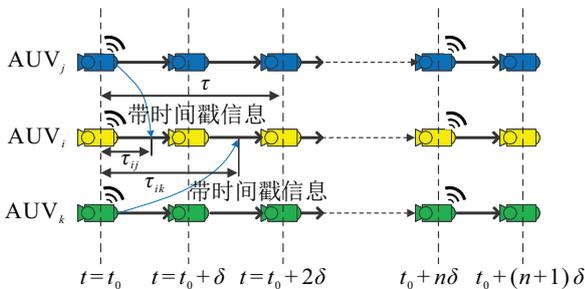


图3 AUV编队中的随机时滞

当编队内信息交互过程中存在通信随机时滞时,带有随机时滞的状态信息会通过通信拓扑导致系统内信息紊乱. 虽然此策略处理带有随机时滞的状态信息时由于缓存时间的存在具有一定保守性,但是当直接对随机时滞进行处理存在困难时,该方法可避免通信拓扑对通信时滞带来的影响.

## 2.2 分布式MPC控制器设计

在分布式控制器设计中,结合AUV $i \in I_{[1,N]}$ 的动力学模型,其跟踪控制动态过程可由如下状态空间表达式描述:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\xi}}_i = \bar{A}\bar{\xi}_i + \bar{B}u_i, \\ \bar{\Xi}_i = \bar{C}\bar{\xi}_i. \end{cases} \quad (15)$$

其中 $\bar{\xi}_i = [x_i, y_i, \psi_i, u_i, v_i, r_i]^T$ 和 $\bar{\Xi}_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T$ 分别为状态信息和系统输出. 注意编队中各AUV的状态方程彼此独立,即编队的跟踪控制动态过程由 $N$ 个非耦合的状态方程描述. 结合AUV运动模型 $\bar{A} = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & -M_i^{-1}D_i \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B} = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} \\ M_i^{-1} \end{bmatrix}$ 与 $\bar{C} = [I_{3 \times 3} \quad O_{3 \times 3}]$ ,将式(15)转换为如下离散时间系统:

$$\begin{cases} \xi_i(k+1) = A\xi_i(k) + Bu_i(k), \\ \Xi_i(k) = C\xi_i(k). \end{cases} \quad (16)$$

其中: $\xi_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ , $\Xi_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , $u_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , $A_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , $B_i \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ , $C_i \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ . 结合编队通信拓扑与编队成员集合 $H_i^k (i \in I_{[1,N]})$ 中AUV个体状态,解算出带有时滞的“最优”控制输入即当前时刻的“最优”输入. 为描述预测状态,定义当前预测状态量 $\hat{\xi}_i$ 、预测控制量 $\hat{u}_i$ 、预测输出量 $\hat{\Xi}_i$ .

$$\begin{cases} \hat{\xi}_i(k+1|k) = A\xi_i(k) + Bu_i(k), \\ \hat{\xi}_i(k+2|k) = A\hat{\xi}_i(k+1|k) + B\hat{u}_i(k+1|k) = \\ A^2\xi_i(k) + ABu_i(k) + B\hat{u}_i(k+1|k), \\ \vdots \\ \hat{\xi}_i(k+N_p|k) = A^{N_p}\xi_i(k) + A^{N_p-1}Bu_i(k) + \\ A^{N_p-2}B\hat{u}_i(k+1|k) + \dots + \\ A^{N_p-N_c}B\hat{u}_i(k+N_c-1|k). \end{cases} \quad (17)$$

其中 $N_p$ 和 $N_c$ 为预测区间和控制区间( $N_c \leq N_p$ ). 若控制区间远小于预测区间,则系统的控制效果无法得到保障,相反控制区间与预测区间近似一致,后一部分的控制范围收效甚微且会增加系统计算量. 基于预测状态可得到输出量

$$\begin{cases} \hat{\Xi}_i(k+1|k) = CA\xi_i(k) + CBu_i(k), \\ \hat{\Xi}_i(k+2|k) = CA\hat{\xi}_i(k+1|k) + CB\hat{u}_i(k+1|k) = \\ CA^2\xi_i(k) + CABu_i(k) + CB\hat{u}_i(k+1|k), \\ \vdots \\ \hat{\Xi}_i(k+N_p|k) = CA^{N_p}\xi_i(k) + CA^{N_p-1}Bu_i(k) + \\ CA^{N_p-2}B\hat{u}_i(k+1|k) + \dots + \\ CA^{N_p-N_c}B\hat{u}_i(k+N_c-1|k). \end{cases} \quad (18)$$

定义预测控制输入序列、预测输出序列为

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i(k) &= [\hat{\Xi}_i(k+1|k) \quad \hat{\Xi}_i(k+2|k) \quad \dots \quad \hat{\Xi}_i(k+N_p|k)]^T, \\ \hat{U}_i(k) &= [u_i(k) \quad \hat{u}_i(k+1|k) \quad \dots \quad \hat{u}_i(k+N_c-1|k)]^T. \end{aligned} \quad (19)$$

通常控制系统中输入随着系统收敛而减弱,因此将预测控制输入线性描述为

$$\begin{aligned} \hat{U}_i(k) &= [u_i(k) \quad \hat{u}_i(k+1|k) \quad \dots \quad \hat{u}_i(k+N_c-1|k)]^T = \\ & [u_i(k) \quad u_i(k) + \varsigma_i(k+1) \quad \dots \quad u_i(k) + \varsigma_i(k+N_c-1)]^T. \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\varsigma_i(k)$ 为控制输入的增量,设其为线性增量,则 $\hat{U}$

可简化为

$$\hat{U} = \Theta u_i(k), \quad (21)$$

其中  $\Theta = [1 \ \sigma_i(k+1) \ \dots \ \sigma_i(k+N_c-1)]^T$ . 整理后预测输出序列为

$$\hat{Y} = F\xi(k) + \Omega u_i(k), \quad (22)$$

其中

$$F = [CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{N_p}]^T, \\ \Omega = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 \\ CAB & CB & 0 \\ CA^2B & CAB & CB \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B \\ \dots & 0 & \\ \dots & 0 & \\ \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \\ \dots & CA^{N_p-N_c}B & \end{bmatrix} \rightarrow \Theta. \quad (23)$$

考虑到采样时间内AUV状态改变量受其机械结构影响,系统存在以下约束:

$$u_{\min} \leq \Delta u_i(k) \leq u_{\max}, \quad k = 1, 2, \dots, N_c, \quad (24)$$

其中  $\Delta u_i(k)$  为当前时刻与上一时刻输入改变量. 结合预测控制序列  $\hat{U}_i(k)$  可将控制输入约束整理为

$$\Psi_c \hat{U}_i(k) \leq \begin{bmatrix} U_{\max} \\ U_{\min} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

其中

$$\Psi_c = I_{N_c} \otimes [1 \ -1]^T, \\ U_{\max} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times N_c}^T \otimes u_{\max}, \\ U_{\min} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times N_c}^T \otimes u_{\min}. \quad (26)$$

此外引入如下终端约束:

$$\xi_i(0|t) = \xi_i(t), \quad \xi_i(N_p|t) = 0. \quad (27)$$

定义  $k$  时刻AUV<sub>*i*</sub>跟踪代价函数  $J_i^k$  为

$$J_i^k(\hat{Y}_i(k), \hat{Y}_j(k), \hat{U}_i(k), \Delta e_{ij}^k) = \sum_{s=1}^{N_p} \ell_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \hat{u}_i(s|k), \Delta e_{ij}^k) = \sum_{s=1}^{N_p} [e_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \Delta e_{ij}^k) + q_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{u}_i(s|k))] = \sum_{s=1}^{N_p} \left\| \sum_{j=1}^N a_{ij}^k (\hat{\Xi}_i(s|k) - \hat{\Xi}_j(s|k) - \Delta e_{ij}^k) \right\|_{G_i} +$$

$$\sum_{s=1}^{N_p} \|\hat{u}_i(s|k)\|_{G_i}. \quad (28)$$

其中:  $\Delta e_{ij}^k$  为AUV<sub>*i*</sub>与AUV<sub>*j*</sub>间的期望距离;  $a_{ij}^k$  为编队通信拓扑的邻接矩阵;  $e_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \Delta e_{ij}^k)$  为状态偏差代价函数;  $q_i(\hat{U}_i(k))$  为控制输入代价函数,描述个体 $i$ 的稳定性控制目标. 当编队队形误差近似为0时,有

$$J_i^k(\hat{Y}_i(k), \hat{Y}_j(k), \hat{U}_i(k), \Delta e_{ij}^k) = \sum_k^N e_i(0, 0, 0) + \sum_k^N q_i(0) = 0. \quad (29)$$

将编队保持问题转化为以下优化问题:

$$\min_{u_i(k)} J_i^k(\hat{Y}_i(k), \hat{Y}_j(k), \hat{U}_i(k), \Delta e_{ij}^k); \\ \text{s.t. } \Psi_c \hat{U}_i(k) \leq \begin{bmatrix} U_{\max} \\ U_{\min} \end{bmatrix}, \\ x_i(0|t) = x_i(t), \\ x_i(N|t) = 0. \quad (30)$$

对于式(30)的优化问题,可通过序列二次规划(sequential quadratic programming, SQP)、有效集法求解最优解. 通过此方法解得式(30)最优解序列为

$$U_i^*(k) = \{u_i^*(1|k), u_i^*(2|k), \dots, u_i^*(N_c|k)\}. \quad (31)$$

取第1项为下一时刻的控制输入,通过滚动优化,定义编队内个体 $i$ 的控制律为

$$\tilde{u}_i(k) = u_i^*(1|k), \quad \forall k \in I_{\geq 0}, \quad (32)$$

及其编队状态闭环系统

$$x_i(k+1) = f(x_i(k), \tilde{u}_i(k)), \quad (33)$$

可得在 $k$ 时刻AUV获取 $k - \tau_{ij}$ 时刻编队系统状态信息,再通过约束下DMPC模型的预测机制给出 $k - \tau_{ij}$ 后预测区间的编队状态并通过滚动时域优化求出 $k$ 时刻的最优输入. 综上,通信延迟条件下编队控制算法流程如图4所示.

### 算法1 通信时滞条件下编队控制算法.

step 1: 给出虚拟领航者参考轨迹和编队期望速度,并由领航者根据通信拓网络向跟随者广播编队期望状态信息(期望速度、期望轨迹).

step 2: 编队内AUV对带有随机时滞的状态信息通过缓存器进行同步处理,得到同步的状态信息.

step 3: 将其状态信息面向邻居AUV传递预测状态序列  $\hat{\xi}_i(k), k \in (0, T_n]$ .

step 4: 编队内AUV接收处理后的同步状态信息,并求解优化问题(30).

step 5: AUV选取最优解  $U_i^*(k)$  的第1项  $u_i^*(1|k)$  作为自身当前时刻输入.

step 6: 若编队任务继续,则返回至 step 3.

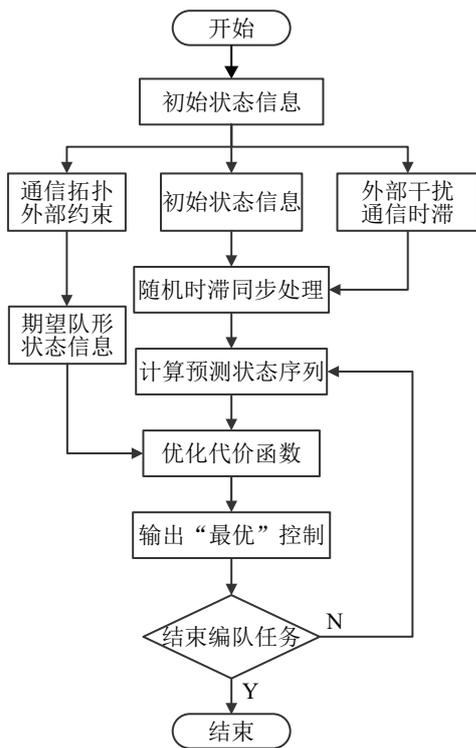


图4 通信时滞条件下编队控制算法

2.3 稳定性分析

为对AUV编队系统的内部稳定性进行分析,在k时刻将编队所有成员  $i \in I_{(1,N)}$  的代价函数(30)进行求和,有

$$\begin{aligned}
 J_i^k(\xi(k)) &= \sum_{i=1}^N J_i^k(\hat{Y}_i(k), \hat{Y}_j(k), \hat{U}_i(k), \Delta e_{ij}^k) = \\
 &\sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^{N_p} \ell_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \hat{u}_i(s|k), \Delta e_{ij}^k) = \\
 &\sum_{s=1}^{N_p} e_{\Sigma}(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \Delta e_{ij}^k) + \\
 &q_{\Sigma}(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{u}_i(s|k)), \tag{34}
 \end{aligned}$$

其中  $e_{\Sigma}$ 、 $q_{\Sigma}$  为各部分的和函数,即

$$\begin{aligned}
 e_{\Sigma}(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \Delta e_{ij}^k) &= \\
 &\sum_{i=1}^N e_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \Delta e_{ij}^k), \\
 q_{\Sigma}(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{u}_i(s|k)) &= \\
 &\sum_{i=1}^N q_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{u}_i(s|k)). \tag{35}
 \end{aligned}$$

假设5 代价函数中各子代价函数存在上下界条件,即

$$\begin{aligned}
 &\exists \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 > 0 \text{ and } F_1(x), F_2(x). \\
 &\text{s.t. } \alpha_1 F_1(x) \leq e_{\Sigma}(x, \tilde{y}) \leq \alpha_2 F_1(x); \\
 &\beta_1 F_2(x) \leq q_{\Sigma}(x) \leq \beta_2 F_2(x). \tag{36}
 \end{aligned}$$

其中  $F_1(x)$ 、 $F_2(x)$  为正定函数. 式(28)中各子代价函

数展开式为二次型正定代价函数,可反推假设成立.

假设6 编队系统是无偏的. 因此预测得到的编队系统状态与实际状态一致, 描述为: 对于任意  $\tilde{u}_i(k) = u_i^*(1|k), \forall k \in I_{\geq 0}$ , 有  $\xi_i(k+1) = \tilde{\xi}_i(k+1)$ .

综上,给出以下定理.

定理1 给定最小生成树通信网络G的编队系统,若假设5和假设6成立,对于优化问题(30)在每个周期的优化命题上均有可行解且能够求解得到全局最优,则闭环系统关于原点渐近稳定即编队内部稳定.

证明 优化问题(30)在每个周期的优化命题上均有可行解且能够求解得到全局最优,令每个周期的最优解  $U_i^*(k)$  作为Lyapunov函数,其正定性已在控制器设计中说明,因此现在需证其倒数的负定性. 根据假设5和假设6,在k+1时刻有

$$\begin{aligned}
 J_i^{k+1}(\xi_i(k+1)) &= \\
 &\min_u \sum_{s=1}^{N_p} \ell(\hat{\Xi}_i(s|k+1), \hat{\Xi}_j(s|k+1), \hat{u}_i(s|k+1), \Delta e_{ij}^k) = \\
 &\min \left\{ \sum_{s=1}^{N_p} \ell_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \hat{u}_i(s|k), \Delta e_{ij}^k) - \right. \\
 &\left. \ell_i(\hat{\Xi}_i(N_p|k), \hat{\Xi}_j(N_p|k), \hat{u}_i(N_p|k), \Delta e_{ij}^k) \right\}. \tag{37}
 \end{aligned}$$

代价函数是在k+1时刻进行优化的,因此在k+1前的决策变量对结果不造成影响,即对于任意  $u(k) \in U$ ,式(37)可进一步转化为

$$\begin{aligned}
 &-\ell_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \hat{u}_i(s|k), \Delta e_{ij}^k) + \\
 &\min_u \sum_{s=1}^{N_p} \ell_i(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), \hat{u}_i(s|k), \Delta e_{ij}^k) + \\
 &\min_u \ell_i(\hat{\Xi}_i(N_p|k), \hat{\Xi}_j(N_p|k), \hat{u}_i(N_p|k), \Delta e_{ij}^k) \leq \\
 &-\ell(\hat{\Xi}_i(s|k), \hat{\Xi}_j(s|k), u_i^*(k), \Delta e_{ij}^k) + J_i^k(\xi_i(k)) + \\
 &\min_u \ell_i(\hat{\Xi}_i(N_p|k), \hat{\Xi}_j(N_p|k), \hat{u}_i(N_p|k), \Delta e_{ij}^k). \tag{38}
 \end{aligned}$$

由于系统中已添加终端约束  $x_i(0|t) = x_i(t)$ ,  $x_i(N|t) = 0$ ,有

$$\min_u \ell_i(\hat{\Xi}_i(N_p|k), \hat{\Xi}_j(N_p|k), \hat{u}_i(N_p|k), \Delta e_{ij}^k) = 0. \tag{39}$$

同时,由于代价函数的正定性,得到

$$J_i^{k+1}(\xi_i(k+1)) < J_i^k(\xi_i(k)). \tag{40}$$

进一步地,k时刻编队所有成员  $i \in I_{(1,N)}$  代价函数的和函数  $\sum_{i=1}^N J_i^k(\xi_i(k))$  仍然具有此性质. 由Lyapunov稳定性定理可得,编队闭环系统渐近稳定. □

### 3 数值仿真

为验证所提出算法的有效性,考虑3艘AUV和1艘虚拟AUV的编队系统.

#### 3.1 仿真条件

其通信拓扑如图5所示. 为便于仿真分析,假设所有AUV的模型结构和参数是相同的,其模型参数如表1所示.

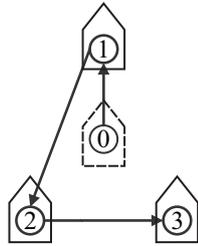


图5 编队通信拓扑  
表1 AUV相关参数

变量	取值	单位
$m$	185	kg
$X_u$	-70	kg/s
$Y_v$	-100	kg/s
$N_r$	-50	kg·m <sup>2</sup>
$X_{\dot{u}}$	-30	kg
$Y_{\dot{v}}$	-80	kg
$N_{\dot{r}}$	-30	kg·m <sup>2</sup>
$X_{u u }$	-200	kg/m
$Y_{v v }$	-100	kg/m
$N_{r r }$	-100	k·gm <sup>2</sup>

设虚拟AUV与领航者间通信不存在时滞,初始状态  $\eta_0(0) = [0 \ 10 \ 0]^T$ , 采样间隔为0.05 s, 编队整体期望速度为0.5 m/s, 受到外部干扰的时变扰动  $\sigma_{iw} = [0.03 \sin(t) \ 0.02 \cos(t) \ 0.3 \sin(t) \cos(t)]^T$ . AUV初始状态如表2所示. 此外, 本文模拟了水下声学通信延迟情况, 图5中AUV间通信支路时滞如图6和图7所示, 可以看出水声通信间的时滞具有随机性和不稳定性.

表2 AUV编队初始状态

状态	AUV <sub>1</sub>	AUV <sub>2</sub>	AUV <sub>3</sub>
$\eta(0)$	$[-5 \ 15 \ -2]^T$	$[2 \ 23 \ 0]^T$	$[-5 \ 0 \ 0]^T$
$v(0)$	$[0 \ 0.6 \ 0]^T$	$[0.4 \ 0.4 \ 1]^T$	$[0.6 \ 0 \ 0]^T$

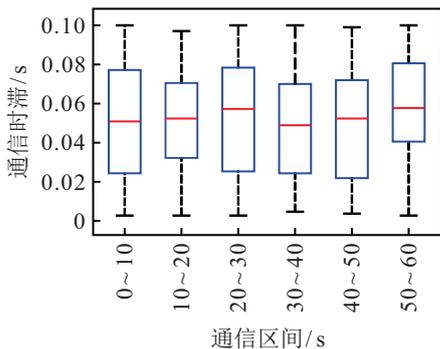


图6 AUV<sub>1</sub>和AUV<sub>2</sub>通信随机时滞

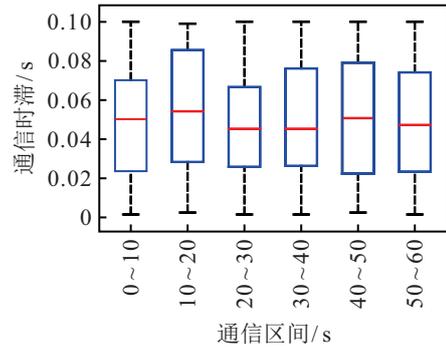


图7 AUV<sub>2</sub>和AUV<sub>3</sub>通信随机时滞

#### 3.2 仿真结果分析

为进一步验证所提出编队控制算法, 本文在上述条件的基础上与文献[21]所采用的DMPC进行对比. 图8和图9分别为存在上述通信时滞和噪声干扰条件下采用所提出通信时滞同步策略下分布式MPC(CS-DMPC)与文献[21]所提出方法得到的AUV编队运动轨迹. 由图8和图9可见, 这两种方法最终均可实现期望的编队构型并保持, 但是由于编队内部通信存在随机时滞和外部时变干扰, 在形成编队的过程中传统DMPC方法导致AUV接收到的状态信息不在同一时刻. 虽然通过DMPC的预测机制可快速收敛, 但是并不能消除其出现的不必要调整. 所提出编队控制方法在随机时滞和外部干扰条件下更具有优势.

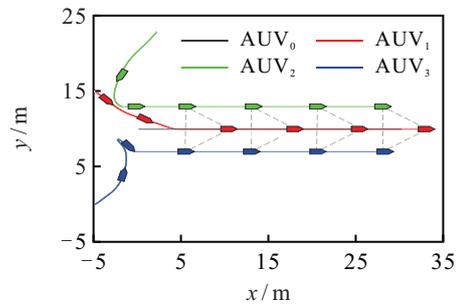


图8 通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC运动轨迹

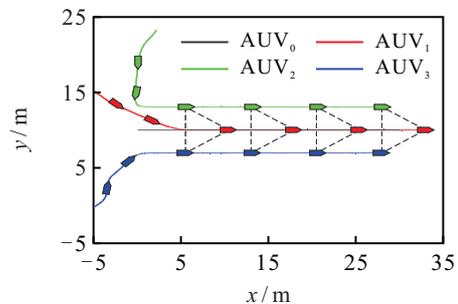


图9 通信时滞和外部干扰条件下DMPC运动轨迹

图10和图11为通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC和DMPC的速度大小. 相比于传统DMPC方法, 所提出方法的速度调节时间减少了16.6%, 峰值减少了30%. 由图10和图11可见, 在时滞和外部干

扰条件下,误差传递存在滞后性,会导致速度改变不及时,从而影响编队形成速度.图12和图13为所提出CS-DMPC方法编队系统在运动过程中的状态误差,图14和图15为DMPC方法编队系统在运动过程中的状态误差.由仿真结果可见,传统DMPC会出现一定的超调,而所提出方法在随机时滞和时变干扰下有良好的跟踪性能.图16和图17为两种方法编队系统在运动过程中的控制力矩,显然所提出方法在控制输入上更为平滑,从而保持良好的编队收敛性和鲁棒性.

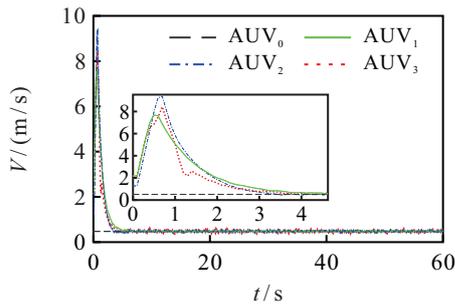


图10 通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC速度

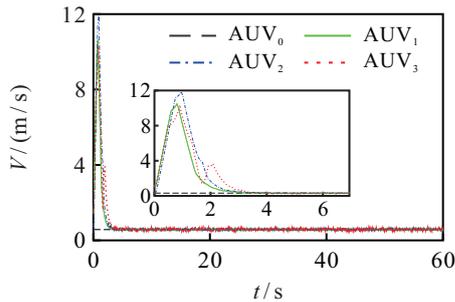


图11 通信时滞和外部干扰条件下DMPC速度

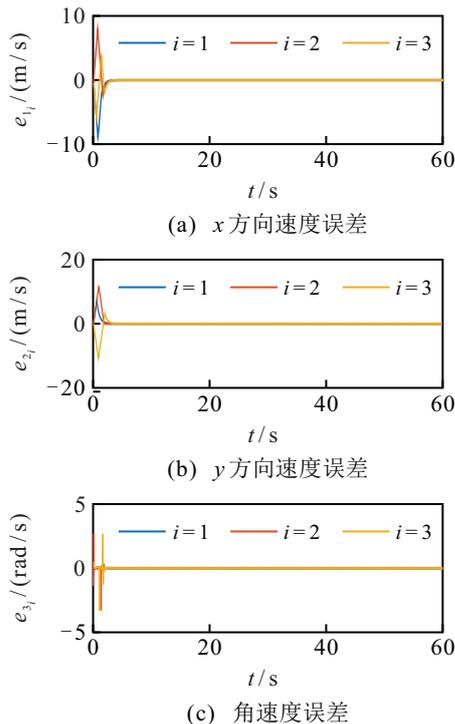


图12 通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC位置误差

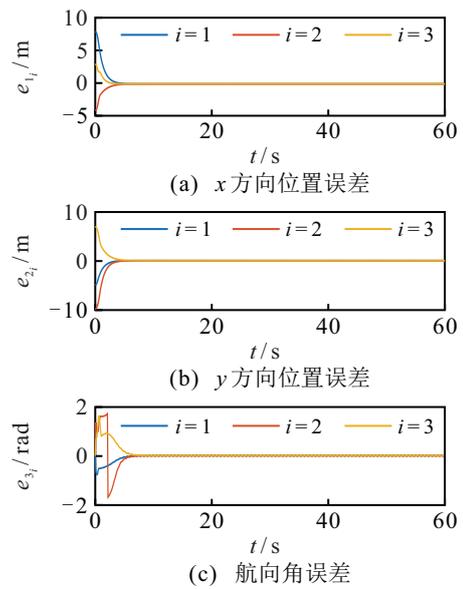


图13 通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC速度误差

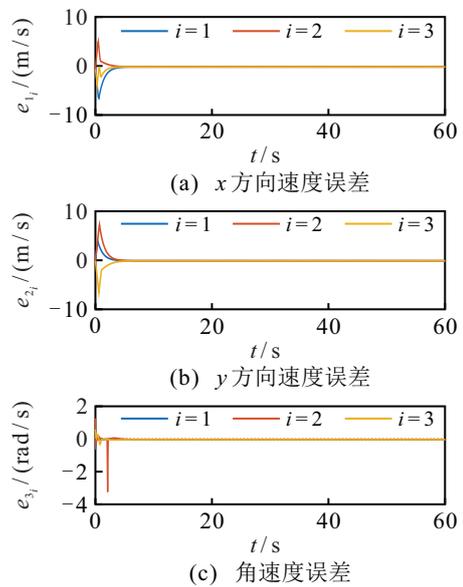


图14 通信时滞和外部干扰条件下DMPC位置误差

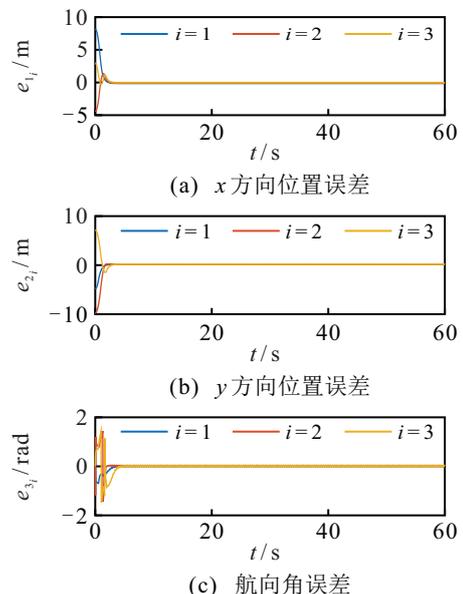


图15 通信时滞和外部干扰条件下DMPC速度误差

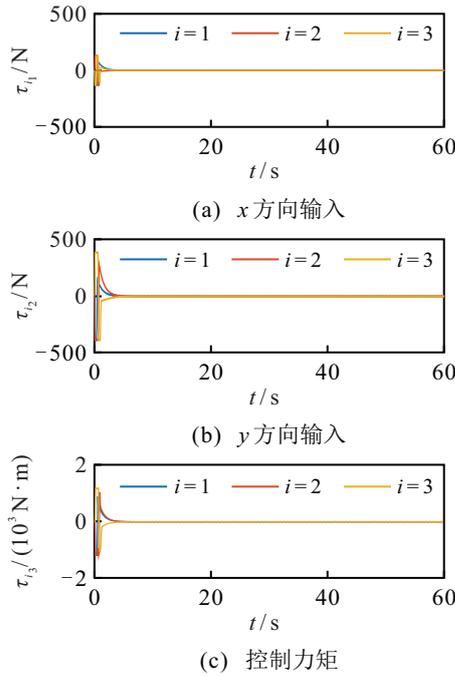


图 16 通信时滞和外部干扰条件下CS-DMPC控制输入

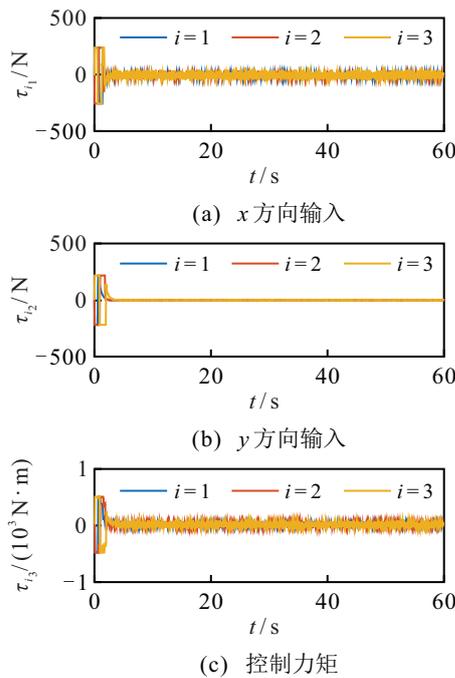


图 17 通信时滞和外部干扰条件下DMPC控制输入

图 18 和图 19 为两种方法编队系统在运动过程中的编队整体误差和相对速度误差. 综合上述仿

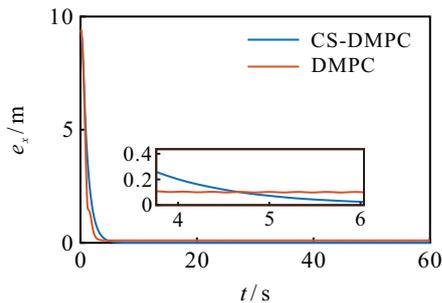


图 18 通信时滞和外部干扰条件下编队位置误差

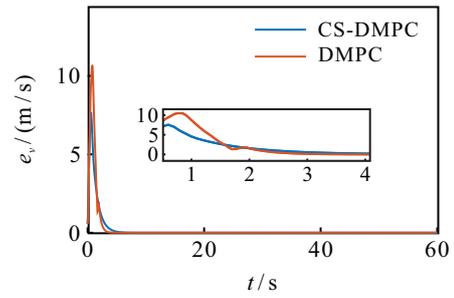


图 19 通信时滞和外部干扰条件下编队速度误差

真结果, 针对时延条件下协同编队控制, 所提出CS-DMPC方法与文献[21]所提出DMPC方法收敛速度接近. 但是当通信受到随机异步时滞和外部时变扰动影响时, 所提出随机时滞同步策略以及对编队设定的约束对编队系统鲁棒性和编队稳定性均有所提高.

### 4 结论

针对水声通信时滞条件下AUV协同编队控制问题, 本文提出了一种通信时滞同步策略下基于模型预测的编队控制方法. 通过设计随机时滞同步策略, 将带有随机时滞的状态信息进行同步处理. 在传统的DPMC编队协同代价函数基础上考虑输入衰减因素以及AUV编队在水下所受到条件约束, 再将编队协同代价函数引入滚动时域优化问题, 降低编队运动过程中所受随机时滞和外部时变扰动的影响. 结合Lyapunov稳定性理论与仿真结果, 验证了所提出控制方法的有效性.

### 参考文献(References)

- [1] Huang B, Song S, Zhu C, et al. Finite-time distributed formation control for multiple unmanned surface vehicles with input saturation[J]. Ocean Engineering, 2021, 233: 109158.
- [2] Elhaki O, Shojaei K. Neural network-based target tracking control of underactuated autonomous underwater vehicles with a prescribed performance[J]. Ocean Engineering, 2018, 167: 239-256.
- [3] Yang T T, Yu S H, Yan Y. Formation control of multiple underwater vehicles subject to communication faults and uncertainties[J]. Applied Ocean Research, 2019, 82: 109-116.
- [4] Liu M Y, Li W B, Pei X. Convex optimization algorithms for cooperative localization in autonomous underwater vehicles[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(5): 704-710.
- [5] Xiang X B, Lapierre L, Jouvencel B. Guidance based collision free and obstacle avoidance of autonomous vehicles under formation constraints[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(16): 599-604.
- [6] Chen H Z, Peng Y, Wang Y Y, et al. Leader-follower close formation control for underactuated surface vessel via terminal hierarchical sliding mode[J]. International

- Journal of Advanced Robotic Systems, 2020, 17(3): 172988142092101.
- [7] Do K D, Pan J. Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(3): 191-204.
- [8] Das B, Subudhi B, Pati B B. Cooperative formation control of autonomous underwater vehicles: An overview[J]. International Journal of Automation and Computing, 2016, 13(3): 199-225.
- [9] Ni J J, Yang S X. Bioinspired neural network for real-time cooperative hunting by multirobots in unknown environments[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(12): 2062-2077.
- [10] 刘安东, 秦冬冬. 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1273-1280.  
(Liu A D, Qin D D. Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method[J]. Control and Decision, 2021, 36(5): 1273-1280.)
- [11] Fu M Y, Yu L L. Finite-time extended state observer-based distributed formation control for marine surface vehicles with input saturation and disturbances[J]. Ocean Engineering, 2018, 159: 219-227.
- [12] 王洪斌, 高静, 苏博, 等. 基于事件触发的AUVs固定时间编队控制[J]. 自动化学报, 2022, 48(9): 2277-2287.  
(Wang H B, Gao J, Su B, et al. Fixed-time formation of AUVs based on event-triggered control[J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(9): 2277-2287.)
- [13] 苏博, 王洪斌, 高静. 事件触发策略下多AUV抗干扰固定时间编队控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 1113-1123.  
(Su B, Wang H B, Gao J. Anti-disturbance fixed-time formation control of multi-AUVs via event-triggered strategy[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(7): 1113-1123.)
- [14] Lavretsky E, Wise K A. Robust and adaptive control[M]. London: Springer, 2013: 355-385.
- [15] 李娟, 袁锐锴, 张宏瀚. 基于领航跟随法的多AUV编队控制算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(6): 237-246.  
(Li J, Yuan R K, Zhang H H. Research on multiple AUVs formation control algorithm based on leader-follower method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(6): 237-246.)
- [16] Liu C L, Tian Y P. Consensus of multi-agent system with diverse communication delays[C]. Chinese Control Conference. Zhangjiajie, 2007: 726-730.
- [17] Yang H Z, Wang C F, Zhang F M. A decoupled controller design approach for formation control of autonomous underwater vehicles with time delays[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(15): 1950-1958.
- [18] 周卫东, 刘一萌, 查羊羊. 抗时滞无人艇编队队形控制及变换[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(11): 1865-1869.  
(Zhou W D, Liu Y M, Zha Y Y. Anti-time-delay unmanned surface vehicle formation control and transformation[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2019, 40(11): 1865-1869.)
- [19] 罗家祥, 关振峰, 刘海明, 等. 通讯受限条件下的机器人编队算法[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 1091-1101.  
(Luo J X, Guan Z F, Liu H M, et al. Robot formation algorithm with limited communication[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(7): 1091-1101.)
- [20] 李浩亮, 杨任农, 席茜, 等. 基于分布式PID控制的时变时延多智能体系统的一致性[J]. 控制与决策, 2019, 34(1): 189-197.  
(Li H L, Yang R N, Xi X, et al. Consensus of multi-agent systems with time-varying delays based on distributed PID control[J]. Control and Decision, 2019, 34(1): 189-197.)
- [21] Hosseinzadeh Y M, Mahboobi E R. Distributed predictive formation control of networked mobile robots subject to communication delay[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 91: 194-207.
- [22] Li S H, Wang X Y. Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs[J]. Automatica, 2013, 49(11): 3359-3367.
- [23] Dunbar W B, Caveney D S. Distributed receding horizon control of vehicle platoons: Stability and string stability[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(3): 620-633.

### 作者简介

徐博(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事水下协同导航、协同控制等研究, E-mail: xubocarter@sina.com;  
王朝阳(1997—), 男, 博士生, 从事水下机器人编队协同控制的研究, E-mail: wangzhaoyang@hrbeu.edu.cn;  
王潇雨(1995—), 女, 博士生, 从事水下协同导航与编队构型的研究, E-mail: 810872490@qq.com;  
沈浩(1998—), 男, 硕士生, 从事水下编队任务分配的研究, E-mail: 1443596089@qq.com.

(责任编辑: 魏冰)