

# 控制与决策

Control and Decision

有界扰动下异质车辆队列分布式鲁棒经济预测控制

穆建彬, 冯阳辉, 何德峰

引用本文:

穆建彬,冯阳辉,何德峰. 有界扰动下异质车辆队列分布式鲁棒经济预测控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1386–1394.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1351>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[约束不确定系统的误差有界无偏跟踪](#)

Error-bounded and offset-free tracking for constrained uncertain systems

*控制与决策*. 2023, 38(2): 450–458 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1348>

[约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制](#)

Distributed multi-objective model predictive control for constrained nonlinear vehicle platoons

*控制与决策*. 2022, 37(12): 3122–3128 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0510>

[基于收缩约束模型预测控制的无人车辆路径跟踪](#)

Unmanned vehicle path tracking based on contraction constraint model predictive control

*控制与决策*. 2022, 37(3): 625–634 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1239>

[非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制](#)

Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties

*控制与决策*. 2022, 37(1): 160–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1069>

[丢包和量化约束下的不确定系统分布式滚动时域估计](#)

Distributed moving horizon estimation for stochastic uncertain system with packet dropouts and quantized measurements

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1771–1778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1603>

# 有界扰动下异质车辆队列分布式鲁棒经济预测控制

穆建彬, 冯阳辉, 何德峰<sup>†</sup>

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

**摘要:** 针对有界扰动下异质车辆队列节能与稳定分布式协同控制问题, 提出一种新的分布式鲁棒经济模型预测控制 (economic model predictive control, EMPC) 策略. 首先采用不确定误差模型描述有界扰动下异质车辆队列纵向行驶动态特性, 再应用 tube 思想对系统约束进行紧缩设计, 补偿有界扰动对系统造成的不确定性. 其次, 采用局部车辆行驶能耗模型描述车辆队列分布式经济性能优化的有限时域最优控制问题, 并利用传统跟踪性能指标设计附加稳定收缩约束函数. 进一步, 基于系统收缩原理, 建立车辆队列闭环系统关于有界扰动的输入-状态稳定性条件. 最后, 通过与车辆队列传统分布式鲁棒模型预测控制策略的数值仿真对比结果验证了所提出策略的有效性和优越性.

**关键词:** 模型预测控制; 车辆队列; 鲁棒性; 燃油经济性; 协同控制; 有界扰动

**中图分类号:** TP273 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2022.1351

**引用格式:** 穆建彬, 冯阳辉, 何德峰. 有界扰动下异质车辆队列分布式鲁棒经济预测控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1386-1394.

## Distributed robust economic predictive control of heterogeneous vehicle platoons under bounded disturbances

MU Jian-bin, FENG Yang-hui, HE De-feng<sup>†</sup>

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** A new distributed robust economic model predictive control (EMPC) strategy is proposed to solve the problem of distributed cooperative control of heterogeneous vehicle platoons under bounded disturbances for energy saving and stability. Firstly, the uncertain error model is used to describe the longitudinal driving dynamic characteristics of heterogeneous vehicle platoons under bounded disturbances, and the system constraints are tightened by applying the tube idea to compensate the uncertainty of the bounded disturbances on the system. Secondly, the finite-time optimal control problem of vehicle platoon distributed economic performance optimization is described based on the local vehicle driving energy consumption model, and the additional stability shrinkage constraint function is designed by using the traditional tracking performance index. Furthermore, based on the principle of system shrinkage, the conditions about input-to-state stability of the vehicle platoon closed-loop system with respect to bounded disturbances are established. Finally, compared with the numerical simulation results of the traditional distributed robust model predictive control strategy for vehicle platoons, the effectiveness and superiority of the strategy proposed in this paper are verified.

**Keywords:** model predictive control; vehicle platoon; robustness; fuel economy; cooperative control; bounded disturbance

## 0 引言

随着汽车保有量和能耗成本的增加, 如何缓解交通压力、降低行驶能耗引起了国内外学者的广泛关注<sup>[1-5]</sup>. 车辆队列技术是一种基于车对车 (vehicle-to-vehicle, V2V) 通信技术实现的多车协同控制技术, 其主要功能是使多辆车在同一车道上保持相同速度

和期望车间距行驶. 车辆队列控制可以使车辆间维持更小的车间距, 从而增大交通容纳量, 减小空气阻力. 因此, 车辆队列控制被认为是提高交通效率、安全和能量效率的有效解决方法之一.

目前, 车辆队列控制的研究已有一定的成果, 如: 考虑车路协同下的路径规划和协同控制<sup>[6]</sup>, 城市和高

收稿日期: 2022-07-28; 录用日期: 2022-11-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173303, 61773345).

责任编委: 杨涛.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn.

速道路等不同工况下的鲁棒控制<sup>[7]</sup>等. 虽然在频域中分析车辆队列稳定性的方法已较为成熟<sup>[8-9]</sup>, 但是在频域中很难显式处理安全约束、车辆稳定性和能量规划等. 因此, 可以显式处理多约束和多目标问题的模型预测控制(model predictive control, MPC)被广泛应用于车辆队列控制问题中<sup>[10-14]</sup>, 例如: 文献[13]提出了两步非迭代分布式MPC以实现多车队的合并; 文献[14]针对双向通信拓扑的车辆队列考虑了更严格的约束来保证车队实现 $\gamma$ 增益弦稳定.

上述工作并没有明确考虑建模误差的影响, 而在实际环境中, 车辆、路面以及行驶速度等因素都会使车辆的空气、滚动摩擦和坡度阻力发生改变<sup>[15]</sup>; 而且, 在车辆建模过程中, 阻力参数无法通过测量获取, 在动力学建模过程中往往根据经验将相关参数提前用常数来代替. 因此, 对于传统MPC方法, 其模型失配可能会随着时间的推移越来越大, 导致控制器不能达到预期的控制效果, 不稳定, 甚至引起安全问题. 鲁棒模型预测控制(robust model predictive control, RMPC)因其可以显式处理扰动的影响而被广泛用于处理扰动和模型不确定的控制问题, 例如: 文献[16]通过最大化扰动的影响来处理有界扰动, 提出了一种min-max MPC算法, 使系统具有较好的鲁棒性; 文献[17]基于tube的思想, 通过离线处理扰动变化的影响, 将实际状态轨迹控制在名义轨迹的tube域内, 提出了tube MPC算法来保证系统的稳定性.

对于处理具有扰动的车辆队列控制问题, 现有的控制器设计主要致力于保证鲁棒稳定性与弦稳定性等单一的性能指标, 并没有综合考虑油耗经济性等与稳定性指标冲突的性能指标. 研究表明: 当滚动阻力减小10%~20%时, 对应的燃油消耗可以减少2.5%~3.6%<sup>[18]</sup>; 当车辆高速行驶时, 空气阻力急剧增加, 导致车辆有50%的燃料消耗用于克服空气阻力<sup>[19]</sup>. 因此, 有必要分析阻力变化对车辆燃油消耗的影响, 这对车辆队列控制具有重要的研究意义和应用价值. 为此, 本文针对车辆队列在行驶过程中常见的有界扰动, 设计一种基于tube的鲁棒经济模型预测控制(robust economic MPC, REMPC)策略, 在保证系统鲁棒稳定性的前提下实现更高的经济性能.

符号说明:  $M_1 \oplus M_2 = \{m_1 + m_2 | m_1 \in M_1, m_2 \in M_2\}$  表示集合  $M_1$  和  $M_2$  的闵可夫斯基和运算;  $M_1 \ominus M_2 = \{m_1 | m_1 + m_2 \in M_1, \forall m_2 \in M_2\}$  表示  $M_1$  和  $M_2$  的庞特里亚金减运算.  $\bigoplus_{i=1}^n F_i = F_1 \oplus F_2 \oplus \dots \oplus F_n$ . 其中:  $F_1, F_2, \dots, F_n \subset \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbb{R}^m$  表示  $m$  维的向量空间.  $\|x\|_P = x^T P x$ .  $I_{\geq 0}$  表示非负整数集合.  $\mathbb{Z}_{[a,b]}$

表示  $a$  到  $b$  的整数集合. 连续函数  $h_1: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$  称为  $\mathcal{K}$  类函数, 是指对于  $s > 0$ ,  $h_1(s)$  满足严格单调递增且  $h_1(0) = 0$ ; 连续函数  $h_2: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$  称为  $\mathcal{K}_\infty$  类函数, 是指当  $h_2$  是一个  $\mathcal{K}$  类函数, 且  $s \rightarrow \infty$  时, 有  $h_2(s) \rightarrow \infty$ ; 连续函数  $h_3: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$  称为  $\mathcal{KL}$  类函数, 是指  $h_3(s, t)$  对于任意固定  $t \geq 0$  是一个  $\mathcal{K}$  类函数, 对于任意固定  $s > 0$ ,  $h_3(s, t)$  关于  $t$  严格单调递减, 且当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $h_3(s, t) \rightarrow 0$ .

## 1 问题描述

考虑在同一车道上行驶的领航车(编号为0)和  $M$  辆跟随车(编号为1~ $M$ ,  $M$  表示最后一辆车)组成的异质车辆队列, 使用PF(predecessor-follower)通信拓扑, 即每辆车通过V2V通信技术获取前车信息, 跟踪前车的状态, 同时将自身的信息广播给后车.

### 1.1 车辆纵向动力学模型

考虑到行驶过程中空气阻力、滚动阻力和斜坡阻力对车辆能耗和稳定性的重要影响, 给出车辆  $i$  的纵向动力学模型描述如下:

$$p_i(k+1) = p_i(k) + v_i(k)\Delta t, \quad (1)$$

$$v_i(k+1) = v_i(k) + a_i(k)\Delta t, \quad (2)$$

$$a_i(k+1) = a_i(k) + \frac{\Delta t}{\tau_d}(a_{i,\text{des}}(k) - a_i(k)). \quad (3)$$

其中:  $\Delta t$  为系统采样时间;  $\tau_d$  为驱动时延; 带下标  $i$  的参数对应于车辆  $i$  且  $i \in \mathbb{Z}_{[1,M]}$ ;  $m_i$  和  $R_{w_i}$  分别是车辆  $i$  的质量和轮胎半径,  $p_i(k)$ 、 $v_i(k)$  和  $a_i(k)$  表示车辆  $i$  在  $k$  时刻的位置、速度和加速度, 理想加速度  $a_{i,\text{des}}(k) = \frac{T_i(k)}{m_i R_{w_i}} - \frac{F_{f_i}(k)}{m_i}$ ,  $T_i(k)$  和  $F_{f_i}(k)$  分别为车辆  $i$  在  $k$  时刻的驱动/制动扭矩和阻力, 且

$$F_{f_i}(k) = \frac{1}{2}\rho_i(k)C_i v_i^2(k) + m_i g \sin(\theta(k)) + m_i g \mu_i(k) \cos(\theta(k)). \quad (4)$$

$\rho_i(k)$  为空气阻力系数,  $C_i$  为车辆  $i$  的迎风面积,  $g$  为重力系数,  $\theta(k)$  为道路坡度,  $\mu_i(k)$  为滚动阻力系数. 现有结果通常将空气阻力系数视为常数<sup>[13,18,20]</sup>, 但是, 在实际控制过程中空气阻力系数会随着车间距离的变化而改变. 为此, 本文采用文献[21]中空气阻力系数关于前后车间距离和迎风面积相关的函数对车辆  $i$  的空气阻力系数  $\rho_i(k)$  进行描述. 该空气阻力系数建模的结果与实际结果的偏差在5%以内, 考虑到该偏差的影响, 在之后的控制器设计中将引入空气阻力引起的有界扰动.

记状态变量  $x_i(k) = [p_i(k), v_i(k), a_i(k)]^T$ , 控制输入  $u_i(k) = T_i(k)$  为驱动/制动扭矩, 则车辆  $i$  的纵向动力学模型的状态空间方程可表示为

$$x_i = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + G_i(k) + g_i(k). \quad (5)$$

其中: 矩阵

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 - \Delta t/\tau_d \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta t/\tau_d m_i R_{w_i} \end{bmatrix},$$

$$G_i(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta t(-g\mu_i(k) \cos \theta_i(k) - g \sin \theta_i(k))/\tau_d \end{bmatrix},$$

$$g_i(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Delta t \rho_i(k) C_i v_i^2(k)/2\tau_d m_i \end{bmatrix}.$$

令  $j|k$  表示模型在  $k$  时刻对  $k + j$  时刻的预测,  $j = 0, 1, \dots, N$ . 同时考虑 PF 通信拓扑, 给出车辆  $i$  的误差预测模型如下:

$$x_{e,i}(j+1|k) = A_{e,i} x_{e,i}(j|k) + B_{e,i} u_i(j|k) + D_i a_{i-1}(j|k) + G_i(j|k) + g_i(j|k). \quad (6)$$

其中: 状态误差  $x_{e,i}(k) = [\Delta p_i(k), \Delta v_i(k), a_i(k)]^T$  表示  $k$  时刻车辆  $i$  与车辆  $i-1$  状态轨迹之间的差值,  $\Delta v_i = v_i - v_{i-1}$ ,  $\Delta p_i = p_i - (p_{i-1} - (v_i t_h + d_0))$ ,  $t_h$  表示车头时距,  $d_0$  表示固定安全间距, 矩阵

$$A_{e,i} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & t_h \Delta t \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\Delta t}{\tau_d} \end{bmatrix},$$

$$B_{e,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\Delta t}{\tau_d m_i R_{w_i}} \end{bmatrix}, \quad D_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta t \\ 0 \end{bmatrix}.$$

这里采用的是车头时距的间距策略, 车间距会随着车速变化而变化, 从而保证了车辆在紧急情况下所需的制动时间, 因此, 相较于固定间距策略, 在实际环境中更加适用. 由于式(6)中关于坡度和滚动阻力的参数对于实际预测模型是不确定的, 在名义预测模型下只能将其视为固定常数, 有

$$\bar{x}_{e,i}(j+1|k) = A_{e,i} \bar{x}_{e,i}(j|k) + B_{e,i} \bar{u}_i(j|k) + D_i \bar{a}_{i-1}(j|k) + \bar{G}_i + \bar{g}_i(j|k). \quad (7)$$

其中: 上标  $\bar{\cdot}$  表示名义模型所对应的参数,  $\bar{G}_i$  中的坡度和滚动阻力系数在预测时域取常数,  $\bar{g}_i(j|k)$  基于空气阻力系数  $\rho_i(k)$  计算得到. 名义模型(7)和实际模型(6)的失配表示为  $w_i(j|k) = x_{e,i}(j|k) - \bar{x}_{e,i}(j|k)$ . 在实际环境中, 空气阻力系数、坡度和滚动阻力系数的不确定性带来的扰动是有界的, 因此  $w_i(j|k)$  是有界

的, 即

$$w_i(j|k) \in \mathbb{W}_i = [w_{i,\min}, w_{i,\max}]. \quad (8)$$

## 1.2 队列控制目标

车辆队列控制的主要目标是使车辆状态可以收敛于期望状态, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} p_{i-1}(k) - p_i(k) - d_{\text{des}}(k) \\ v_{i-1}(k) - v_i(k) \\ a_i(k) \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (9)$$

其中期望车间距  $d_{\text{des}}(k) = t_h v_i(k) + d_0$ . 此外, 还需要保证系统满足物理约束, 即

$$\begin{cases} \Delta v_{\min} \leq \Delta v_i \leq \Delta v_{\max}, \\ \Delta p_{\min} \leq \Delta p_i \leq \Delta p_{\max}, \\ \Delta a_{\min} \leq \Delta a_i \leq \Delta a_{\max}, \\ \Delta T_{\min} \leq \Delta T_i \leq \Delta T_{\max}. \end{cases} \quad (10)$$

上式可以等价表示为  $x_{e,i}(k) \in \mathbb{X}_i$ ,  $u_i(k) \in \mathbb{U}_i$ , 其中  $\mathbb{X}_i$  和  $\mathbb{U}_i$  分别表示所对应维数的状态和输入多面体.

在保证车辆稳定性的前提下, 本文设计的控制器考虑实现更高的能耗经济性. 车辆的能耗取决于诸多因素, 如发动机转速、扭矩、温度、齿轮传动比等<sup>[22]</sup>, 因此, 精确的能耗模型表达式推导比较复杂. 考虑到发动机的扭矩和车辆的速度是影响汽车油耗的关键因素, 结合本文控制需求, 将能耗模型近似简化为如下与车辆速度和驱动/制动力矩相关的单位时间能耗模型<sup>[23]</sup>:

$$f_{\text{fuel},i}(k) = \Delta t \left[ \sum_{q=0}^3 b_q v_i^q(k) + (1 - \sigma) \frac{T_i(k)}{R_{w_i} m_i} \sum_{l=0}^2 c_l v_i^l(k) \right]. \quad (11)$$

其中:  $b_q$  和  $c_l$  是常数;  $\sigma$  的取值由  $T_i$  决定, 当  $T_i < 0$  时  $\sigma = 1$ , 其他情况等于 0.

## 2 分布式鲁棒EMPC控制器设计

为了满足所提出的控制目标, 首先设计由 tube MPC 和反馈控制组成的综合控制律, 对应车辆  $i$  的控制律可以表示为

$$u_i(k) = \bar{v}_i^*(0|k) + K_i x_{e,i}(k). \quad (12)$$

其中:  $\bar{v}_i^*(0|k)$  为通过 tube MPC 求解优化问题得到的最优决策变量序列的第一个元素,  $K_i$  为反馈控制增益.

### 2.1 不变集设计

令  $N \in I_{\geq 0}$  为预测步长, 定义  $k$  时刻名义模型预测控制序列  $\bar{\mathbf{u}}_i(k) = [\bar{u}_i(0|k), \bar{u}_i(1|k), \dots, \bar{u}_i(N-1|k)]$ , 预测状态序列  $\bar{\mathbf{x}}_{e,i}(k) = [\bar{x}_{e,i}(0|k), \bar{x}_{e,i}(1|k), \dots,$

$\bar{x}_{e,i}(N|k)$ , 实际模型预测控制序列为  $\mathbf{u}_i(k) = [u_i(0|k), u_i(1|k), \dots, u_i(N-1|k)]$ , 预测状态序列为  $\mathbf{x}_{e,i}(k) = [x_{e,i}(0|k), x_{e,i}(1|k), \dots, x_{e,i}(N|k)]$ . 其中:  $\bar{u}_i(j|k) = \bar{v}_i(j|k) + K_i \bar{x}_{e,i}(j|k)$ ,  $u_i(j|k) = \bar{v}_i(j|k) + K_i x_{e,i}(j|k)$ ,  $j \in \mathbb{Z}_{[0, N-1]}$ . 名义预测模型中的预测状态序列和预测控制序列与实际模型存在失配, 即  $x_i(j|k) - \bar{x}_i(j|k)$  和  $u_i(j|k) - \bar{u}_i(j|k)$  会随着  $j$  的增加而增加. 借鉴文献[24]的推导过程, 名义预测模型在  $k$  时刻对  $k+j$  时刻预测的失配表示为

$$\begin{aligned} x_{e,i}(j|k) - \bar{x}_{e,i}(j|k) &= \sum_{q=0}^{j-1} A_{K_i}^q w_i(q|k), \\ u_i(j|k) - \bar{u}_i(j|k) &= K_i \sum_{q=0}^{j-1} A_{K_i}^q w_i(q|k). \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $A_{K_i} = A + BK_i$ , 反馈增益  $K_i$  通过线性二次型调节器确定. 由式(8)可知  $w(q|k)$  是有界的, 进而得到

$$\begin{aligned} x_{e,i}(j|k) - \bar{x}_{e,i}(j|k) &\in \mathcal{R}_i(j), \\ u_i(j|k) - \bar{u}_i(j|k) &\in K_i \mathcal{R}_i(j), \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\mathcal{R}_i(j) = \bigoplus_{q=0}^{j-1} A_{K_i}^q \mathbb{W}_i (\forall j > 0)$  表示包含所有  $k$  到  $k+j$  内扰动  $w(j|k)$  的集合. 文献[25]中的最大输出容许集被广泛应用于终端不变集  $\mathbb{X}_{f_i}$  的构造,  $\mathbb{X}_{f_i}$  被定义为一个包含所有初始状态误差  $x_{e,i}(0)$  的集合, 这样系统(5)从  $\mathbb{X}_{f_i}$  开始的任何轨迹都将在控制律  $u_i = K_i x_{e,i}$  的作用下包含在  $\mathbb{X}_{f_i}$  中. 本文的终端不变集定义为

$$\begin{aligned} A_{K_i} \mathbb{X}_{f_i} \oplus \mathbb{W} &\subseteq \mathbb{X}_{f_i}, \\ \mathbb{X}_{f_i} &= \{x_{e,i} \in \mathbb{X} \mid A_{K_i}^j x_{e,i} \in \mathbb{X} \oplus \mathcal{R}_i(j), \\ K_i A_{K_i}^j x_{e,i} &\in \mathbb{U} \oplus K_i \mathcal{R}_i(j), \forall j \geq 0\}. \end{aligned} \quad (15)$$

**注1** 本节所讨论的扰动集和终端不变集的计算均在离线阶段完成.

### 2.2 预测控制器

为了得到车辆队列最优油耗经济目标, 首先定义车辆  $i$  的经济目标函数

$$J_{e,i}(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{u}}_i(k)) = \Delta t \sum_{j=0}^N f_{\text{fuel},i}(j|k). \quad (16)$$

其物理意义为  $N$  步预测时域内, 车辆  $i$  的总油耗 (ml). 为保证系统稳定, 优化问题设计如下:

#### 问题1

$$\min_{\bar{\mathbf{v}}_i} J_{e,i}(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{u}}_i(k)); \quad (17a)$$

$$\text{s.t. } \bar{u}_i(j|k) = \bar{v}_i(j|k) + K_i \bar{x}_{e,i}(j|k), \quad (17b)$$

$$\bar{x}_{e,i}(j+1|k) =$$

$$A_{e,i} \bar{x}_{e,i}(j|k) + B_{e,i} \bar{u}_i(j|k) +$$

$$D_i \bar{u}_{i-1}(j|k) + \bar{G}_i + \bar{g}_i(j|k), \quad (17c)$$

$$\bar{x}_{e,i}(j|k) \in \mathbb{X}_i \ominus \mathcal{R}_i(j), \quad (17d)$$

$$\bar{u}_i(j|k) \in \mathbb{U}_i \ominus K_i \mathcal{R}_i(j), \quad (17e)$$

$$\bar{x}_{e,i}(N|k) \in \mathbb{X}_{f_i}, \quad (17f)$$

$$\bar{x}_{e,i}(0|k) = x_{e,i}(k), \quad (17g)$$

$$V_i(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{v}}_i(k)) \leq \phi(x_{e,i}(k), \alpha). \quad (17h)$$

其中:  $j \in \mathbb{Z}_{[0, N]}$ , 式(17h)为待定的鲁棒稳定性收缩约束,  $\alpha \in (0, 1)$  为收缩因子. 记  $\bar{\mathbf{v}}_i^*(k) = [\bar{v}_i^*(1|k), \dots, \bar{v}_i^*(N-1|k)]$  为优化问题(17)的代价函数取到最小值时所对应的解. 由于优化问题(17)的目标函数只考虑了经济性能, 需要设计收缩约束函数  $\phi(\cdot)$  来保证优化问题(17)的鲁棒稳定性. 针对式(16)作为目标函数无法直接保证车辆队列跟踪的稳定性指标的问题, 首先选取传统的车辆跟踪目标函数作为 Lyapunov 函数, 即

$$\begin{aligned} V_i(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{v}}_i(k)) &= \\ &\sum_{j=0}^{N-1} L_a(\bar{x}_{e,i}(j|k), \bar{u}_i(j|k)) + L_N(\bar{x}_{e,i}(N|k)). \end{aligned} \quad (18)$$

其中: 目标函数  $V_i(\cdot)$  由阶段代价函数  $L_a(\cdot)$  和终端代价函数  $L_N(\cdot)$  组成, 具体表达式为

$$\begin{aligned} L_a(\bar{x}_{e,i}(j|k), \bar{u}_i(j|k)) &= \|\bar{x}_{e,i}(j|k)\|_{Q_i} + \|\bar{u}_i(j|k)\|_{R_i}, \\ L_N(\bar{x}_{e,i}(N|k)) &= \|\bar{x}_{e,i}(N|k)\|_{P_i}, \end{aligned}$$

$Q_i$ 、 $R_i$  和  $P_i$  都是适当维数的加权矩阵且其选取满足不等式

$$A_{K_i}^T P_i A_{K_i} - P_i + Q_i + K_i^T R_i K_i \leq 0. \quad (19)$$

以式(18)为目标函数来保证车辆队列纵向系统的跟踪稳定性, 车辆  $i$  在  $k$  时刻的优化问题表示如下:

$$\min_{\bar{\mathbf{v}}_i} \{V_i(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{u}}_i(k)) \mid \text{式(17b)} \sim \text{(17g)}\}. \quad (20)$$

记  $\bar{\mathbf{v}}_i^0(k)$  是优化问题(20)的最优解, 实际上, 式(17)的经济指标和式(20)稳定性指标所对应的平衡点是冲突的, 在优化目标函数(17a)时, 需要通过式(17h)中的收缩约束函数  $\phi(\cdot)$  来保证优化问题(17)的稳定性, 即确保  $\bar{\mathbf{v}}_i^0(k)$  也是式(17)的可行解. 有

$$V_i^a(x_{e,i}(k)) = V_i(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{v}}_i^*(k)), \quad (21)$$

$$V_i^0(x_{e,i}(k)) = V_i(x_{e,i}(k), \bar{\mathbf{v}}_i^0(k)). \quad (22)$$

据此定义收缩约束函数  $\phi(\cdot)$  为

$$\phi(x_{e,i}(k), \alpha) =$$

$$V_i^0(x_{e,i}(k)) + \alpha [V_i^a(x_{e,i}(k)) - V_i^0(x_{e,i}(k))]. \quad (23)$$

**注2** 显然  $0 \leq V_i^0(x_{e,i}(k)) \leq V_i^a(x_{e,i}(k))$ ,  $\forall k \in I_{\geq 0}$ . 由于  $\alpha \in (0, 1)$ , 可以得到  $V_i^0(x_{e,i}(k)) \leq$

$\phi(x_{e,i}(k), \alpha) \leq V_i^a(x_{e,i}(k))$ . 进而可以确定  $\bar{v}_i^0(k)$  是优化问题(17)在  $k$  时刻的可行解.

有界扰动下车辆队列 REMPC 算法总结如下.

**算法1** REMPC 算法.

step 1: 初始化预测时域  $N$ 、参数  $\alpha$ 、时刻  $k = 0$  所对应的约束范围, 以及加权矩阵  $Q_i$ 、 $R_i$  和  $P_i$ , 令  $\phi(x_{e,i}(0), \alpha)$  足够大;

step 2: 利用 LQR 离线计算控制增益  $K_i$ ;

step 3: 迭代计算扰动集  $\mathcal{R}_i(j)$  和终端不变集  $\mathbb{X}_{f_i}$ , 给定初始状态  $x_{e,i}(0)$ ;

step 4: 若  $k > 0$ , 则更新  $\phi(x_{e,i}(k), \alpha)$ ;

step 5: 车辆  $i$  接收前车状态预测信息, 得到对应的参考轨迹;

step 6: 车辆  $i$  求解优化问题(17)得到最优解  $\bar{v}_i^*(k)$  并保存, 结合当前状态计算控制信号  $u_i(k) = \bar{v}_i^*(0|k) + K_i x_{e,i}(k)$ ;

step 7: 将  $u_i(k)$  代入系统(5)进行状态更新;

step 8:  $k = k + 1$ , 返回 step 4.

### 3 性能分析

为了证明算法的有效性, 本节将对递推可行性和稳定性进行分析.

#### 3.1 递推可行性

首先分析优化问题(17)的递推可行性.

**引理1** 如果优化问题(17)在  $k - 1$  时刻有解, 则在控制律(12)作用下, 系统(7)满足物理约束

$$x_{e,i}(k) \in \mathbb{X}_i, u_i(k - 1) \in \mathbb{U}_i. \quad (24)$$

**证明** 通过在  $k - 1$  时刻求解式(17), 得  $u_i^*(k - 1) = \bar{v}_i^*(0|1) + K_i x_{e,i}(k - 1) \in \mathbb{U}_i \ominus K_i \mathcal{R}_i(0)$ . 因为  $\mathcal{R}_i(0) = \{0\}$ , 所以  $u_i^*(k - 1) \in \mathbb{U}_i$ . 又  $x_{e,i}(k) = A_{K_i} x_{e,i}(k - 1) + B_{e,i} \bar{v}_i^*(0|k - 1) + \bar{G}_i + \bar{g}_i(0|k - 1) + w_i(0|k - 1) = \bar{x}_{e,i}^*(1|k - 1) + w_i(0|k - 1)$ . 其中:  $w_i(0|k - 1) \in \mathcal{R}_i(1)$ ,  $\bar{x}_{e,i}^*(1|k - 1) \in X \ominus \mathcal{R}_i(1)$ . 所以  $x_{e,i}(k) \in \mathbb{X}_i \ominus \mathcal{R}_i(1) \oplus \mathcal{R}_i(1) = \mathbb{X}_i$ .  $\square$

**引理2** 如果优化问题(17)在  $k - 1$  时刻有解, 则在  $k$  时刻, 式(17)同样有解.

**证明** 在  $k - 1$  时刻, 将名义模型在求解式(17)时得到的预测控制序列和状态序列分别定义为  $\bar{u}_i^*(k - 1) = [\bar{u}_i^*(0|k - 1), \dots, \bar{u}_i^*(N - 1|k - 1)]$  和  $\bar{x}_{e,i}^*(k - 1) = [\bar{x}_{e,i}^*(0|k - 1), \dots, \bar{x}_{e,i}^*(N|k - 1)]$ .

将决策变量序列  $\bar{v}_i^*$  作用在  $k$  时刻的名义系统上, 得到对应的预测控制序列和状态序列分别表示为  $\bar{u}_i^a(k) = [\bar{u}_i^a(0|k), \dots, \bar{u}_i^a(N - 1|k)]$  和  $\bar{x}_{e,i}^a(k) = [\bar{x}_{e,i}^a(0|k), \dots, \bar{x}_{e,i}^a(N|k)]$ .

参考式(13)可得,  $\forall j \in \mathbb{Z}_{[0, N-1]}$  有

$$\bar{x}_{e,i}^a(j|k) = \bar{x}_{e,i}^*(j + 1|k - 1) + A_{K_i}^j w_i(1|k - 1),$$

$$\bar{x}_{e,i}^a(j|k) \in \mathbb{X}_i \ominus \mathcal{R}_i(j) \oplus A_{K_i}^j \mathbb{W}_i \subset \mathbb{X}_i; \quad (25)$$

$\forall j \in \mathbb{Z}_{[0, N-2]}$  有

$$u_i^a(j|k) = \bar{u}_i^*(j + 1|k - 1) + K_i A_{K_i}^j w_i(1|k - 1),$$

$$u_i^a(j|k) \in \mathbb{U}_i \ominus K_i \mathcal{R}_i(j) \oplus K_i A_{K_i}^j \mathbb{W}_i \subset \mathbb{U}_i. \quad (26)$$

当  $j = N$  时, 有  $\bar{x}_{e,i}^a(N|k) = A_{K_i}^2 \bar{x}_{e,i}^*(N - 1|k - 1) + A_{K_i}^N w_i(1|k - 1)$ . 在  $k - 1$  时刻有  $\bar{x}(N - 1|k - 1) \in \mathbb{X}_{f_i} \ominus \mathcal{R}_i(N)$ , 结合式(15)可得  $\bar{x}_{e,i}^a(N|k) \in \mathbb{X}_{f_i} \ominus \mathcal{R}_i(N) \oplus A_{K_i}^N \mathbb{W}_i \subset \mathbb{X}_{f_i} \subset \mathbb{X}_i$ . 至此, 在  $\bar{v}_i^*(k)$  作用下状态序列和控制序列均满足约束(17b)~(17g), 即优化问题(20)在  $k$  时刻有解. 结合式(17h)的构造过程可以确定优化问题(20)在  $k$  时刻的最优解是(17)在  $k$  时刻的可行解.

综上所述, 如果式(17)在  $k - 1$  时刻有解, 则在  $k$  时刻也一定存在可行解.  $\square$

**定理1** 如果优化问题(17)在初始时刻有解, 即初始状态  $x_i \in \mathbb{X}_i$ , 则式(17)对于所有  $k \in I_{\geq 0}$  均有解.

**证明** 结合引理1和引理2可得式(17)对于所有  $k \in I_{\geq 0}$  都是递推可行的. 如果式(17)在初始时刻有解, 则其对于所有  $k \in I_{\geq 0}$  都是有解的.  $\square$

#### 3.2 输入-状态稳定性

在优化问题(17)中, 采用收约束(17h)来保证系统的输入到状态的稳定性(input-to-state stability, ISS). 本节将基于 Lipschitz 条件进行稳定性分析. 根据文献[26]可知  $\|\bar{x}_{e,i}(j|k)\|_{Q_i}$ 、 $\|\bar{u}_i(j|k)\|_{R_i}$  和  $\|\bar{x}_{e,i}(N|k)\|_{P_i}$  分别在 Lipschitz 域  $\mathbb{X}_i$ 、 $\mathbb{U}_i$  和  $\mathbb{X}_{f_i}$  内, 其对应的 Lipschitz 常数分别为  $L_{Q_i}$ 、 $L_{R_i}$  和  $L_{P_i}$ . 预测控制序列  $\bar{u}_i^*(k - 1)$  和  $\bar{u}_i^a(k)$ , 预测状态序列  $\bar{x}_{e,i}^*(k - 1)$  和  $\bar{x}_{e,i}^a(k)$  分别满足下列关系:

$$\|\bar{u}_i^a(j|k)\|_{R_i}^2 - \|\bar{u}_i^*(j + 1|k - 1)\|_{R_i}^2 \leq L_{R_i} \|\bar{u}_i^a(j|k) - \bar{u}_i^*(j + 1|k - 1)\|, \quad (27)$$

$$\|\bar{x}_{e,i}^a(j|k)\|_{Q_i}^2 - \|\bar{x}_{e,i}^*(j + 1|k - 1)\|_{Q_i}^2 \leq L_{Q_i} \|\bar{x}_{e,i}^a(j|k) - \bar{x}_{e,i}^*(j + 1|k - 1)\|, \quad (28)$$

其中  $j \in \mathbb{Z}_{[0, N-2]}$ .

$$\|\bar{x}_{e,i}^a(N - 1|k)\|_{P_i}^2 - \|\bar{x}_{e,i}^*(N|k - 1)\|_{P_i}^2 \leq L_{P_i} \|\bar{x}_{e,i}^a(N - 1|k) - \bar{x}_{e,i}^*(N|k - 1)\|. \quad (29)$$

约束(17f)保证了  $\bar{x}_{e,i}^a(N - 1|k)$  和  $\bar{x}_{e,i}^*(N - 1|k)$  都在终端不变集  $\mathbb{X}_{f_i}$  内. 根据式(25)和(26)可得以下关系:

$$\|\bar{u}_i^a(j|k) - \bar{u}_i^*(j + 1|k - 1)\| \leq \|K_i A_{K_i}^j w_i(1|k - 1)\|, \quad \forall j \in \mathbb{Z}_{[0, N-2]}; \quad (30)$$

$$\|\bar{x}_{e,i}^a(j|k) - \bar{x}_{e,i}^*(j + 1|k - 1)\| \leq \|A_{K_i}^j w_i(1|k - 1)\|, \quad \forall j \in \mathbb{Z}_{[0, N-1]}. \quad (31)$$

**定义1** 给定系统

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), w(k)).$$

其中:  $w, x \in \mathbb{R}^n; u \in \mathbb{R}^m$ . 如果存在一个  $\mathcal{KL}$  函数  $\beta$  和一个  $\mathcal{K}$  函数  $\kappa$ , 对于输入  $u$  和扰动  $w$  满足

$$\|x(k, w, u)\| \leq \beta(\|w\|, k) + \kappa(\|u\|), k \in I_{\geq 0},$$

则称系统是ISS的.

**定义2**<sup>[27]</sup> 在定义1系统的基础上, 对于一个连续函数  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , 如果满足下列条件:

1) 存在  $\mathcal{K}_\infty$  函数  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  且满足

$$\alpha_1(\|w\|) \leq V(w) \leq \alpha_2(\|w\|), \forall w \in \mathbb{R}^n;$$

2) 存在  $\mathcal{K}_\infty$  函数  $\alpha_3$  和  $\mathcal{K}$  函数  $\sigma$  且满足

$$V(f(w, u)) - V(w) \leq \alpha_3(\|w\|) + \sigma(\|u\|), \forall w \in \mathbb{R}^n, \forall u \in \mathbb{R}^m.$$

则函数  $V(\cdot)$  被称为ISS-Lyapunov 函数.

**定理2** 系统(6)在优化问题(17)求解到的控制输入作用下是ISS的.

**证明** 将式(18)中的  $V(\cdot)$  作为 Lyapunov 函数. 为了简化表示, 将问题(17)的解所对应的 Lyapunov 函数记为  $V_i^*(x_{e,i}(k)) = V(x_{e,i}(k), \mathbf{v}_i^*(k))$ . 令

$$\Delta J_i = V_i^a(x_{e,i}(k)) - V_i^*(x_{e,i}(k-1)), \quad (32)$$

将式(18)代入(32)并展开, 有

$$\begin{aligned} \Delta J_i = & \sum_{j=0}^{N-2} \{ \|\bar{x}_{e,i}^a(j|k)\|_{Q_i} + \|\bar{u}_i^a(j|k)\|_{R_i} - \\ & \|\bar{x}_{e,i}^*(j+1|k-1)\|_{Q_i} - \|\bar{u}_i^*(j+1|k-1)\|_{R_i} \} + \\ & \|\bar{x}_{e,i}^a(N-1|k)\|_{Q_i} + \|\bar{u}_i^a(N-1|k)\|_{R_i} - \\ & \|\bar{x}_{e,i}^*(0|k-1)\|_{Q_i} - \|\bar{u}_i^*(0|k)\|_{R_i} + \\ & \|\bar{x}_{e,i}^a(N|k)\|_{P_i} - \|\bar{x}_{e,i}^*(N|k-1)\|_{P_i}. \end{aligned} \quad (33)$$

结合Lipschitz条件(27)~(29)可得

$$\begin{aligned} \Delta J_i \leq & \sum_{j=0}^{N-2} \{ L_{Q_i} \|A_{K_i}^j w_i(1|k-1)\| + \\ & L_{R_i} \|K_i A_{K_i}^j w_i(1|k-1)\| \} + \\ & L_{P_i} \|A_{K_i}^{N-1} w_i(1|k-1)\| - \\ & \|\bar{x}_{e,i}^*(0|k-1)\|_{Q_i} - \|\bar{u}_i^*(0|k)\|_{R_i} + \\ & \|\bar{x}_{e,i}^a(N-1|k)\|_{Q_i} + \|\bar{u}_i^a(N-1|k)\|_{R_i} + \\ & \|\bar{x}_{e,i}^a(N|k)\|_{P_i} - \|\bar{x}_{e,i}^*(N-1|k)\|_{P_i}. \end{aligned} \quad (34)$$

综合式(17b)和(19), 可得

$$\begin{aligned} & \|\bar{x}_{e,i}^a(N-1|k)\|_{Q_i} + \|\bar{u}_i^a(N-1|k)\|_{R_i} + \\ & \|\bar{x}_{e,i}^a(N|k)\|_{P_i} - \|\bar{x}_{e,i}^*(N-1|k)\|_{P_i} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\bar{x}_{e,i}^a(N-1|k))^T (Q_i + K_i^T R_i K_i + \\ & A_{K_i}^T P_i A_{K_i} - P_i) \bar{x}_{e,i}^a(N-1|k) \leq 0. \end{aligned} \quad (35)$$

将式(35)代入(34), 可得

$$\begin{aligned} \Delta J_i \leq & \sum_{j=0}^{N-2} \{ L_{Q_i} \|A_{K_i}^j w_i(k-1)\| + \\ & L_{R_i} \|K_i A_{K_i}^j w_i(k-1)\| \} + \\ & L_{P_i} \|A_{K_i}^{N-1} w_i(k-1)\| - \\ & \|\bar{x}_{e,i}^*(0|k-1)\|_{Q_i} - \|\bar{u}_i^*(0|k)\|_{R_i}. \end{aligned} \quad (36)$$

因为扰动是有界的, 所以存在常数  $\lambda$  满足  $\|w_i(j|k-1)\| \leq \lambda, \forall j \in \mathbb{Z}_{[0, N-1]}$ . 代入式(36), 可得

$$\begin{aligned} \Delta J_i \leq & \sum_{j=0}^{N-2} \{ L_{Q_i} \|A_{K_i}^j\| \lambda + L_{R_i} \|K_i A_{K_i}^j\| \lambda \} + \\ & L_{P_i} \|A_{K_i}^{N-1}\| \lambda - \|\bar{x}_{e,i}^*(0|k-1)\|_{Q_i}. \end{aligned} \quad (37)$$

因  $\bar{x}_i^*(0|k-1) = x_i(k-1)$ , 结合范数乘法性质和几何序列求和, 可得

$$\begin{aligned} \Delta J_i \leq & \left[ (L_{Q_i} + L_{R_i} \|K_i\|) \frac{1 - \|A_{K_i}^{N-2}\|}{1 - \|A_{K_i}\|} + \right. \\ & \left. L_{P_i} \|A_{K_i}^{N-1}\| \right] \lambda - \|x_{e,i}(k-1)\|_{Q_i}. \end{aligned} \quad (38)$$

选取标量常数  $\xi_1$  和  $\xi_2$ , 分别满足  $\xi_1 = (L_{Q_i} + L_{R_i} \|K_i\|) \frac{1 - \|A_{K_i}^{N-2}\|}{1 - \|A_{K_i}\|} + L_{P_i} \|A_{K_i}^{N-1}\|$  和  $\xi_2 = \|x_{e,i}(k-1)\|_{Q_i}$ , 即有

$$\Delta J_i \leq \xi_1 \lambda - \xi_2. \quad (39)$$

序列  $\tilde{v}_i^*(k)$  是优化问题(20)在  $k$  时刻的可行解, 因此有  $V_i^a(x_{e,i}(k)) \geq V_i^*(x_{e,i}(k))$ . 显然  $V_i^*(x_{e,i}(k)) - V_i^*(x_{e,i}(k-1)) \leq \Delta J_i$ , 从而有

$$V_i^*(x_{e,i}(k)) - V_i^*(x_{e,i}(k-1)) \leq \xi_1 \lambda - \xi_2. \quad (40)$$

系统(6)在(17)的控制下是ISS的.  $\square$

## 4 仿 真

本节以由5辆车组成的车辆队列为研究对象, 分析所提出REMPC算法的控制性能, 并与传统以跟踪性能指标为目标函数的基于tube的RMPC进行比较. 整个仿真过程在仿真软件Matlab2018a上进行, CPU为AMD Ryzen 7 4800 H (主频2.90 GHz). 车辆的驱动时延  $\tau_d = 0.2$  s, 油耗模型参数借鉴文献[23]分别为  $b_0 = 0.1569, b_1 = 0.0245, b_2 = 7.145 \times 10^{-4}, b_3 = 5.975 \times 10^{-5}, c_0 = 0.07224, c_1 = 9.681 \times 10^{-2}, c_2 = 1.075 \times 10^{-3}$ , 其他参数如表1所示. RMPC和REMPC的反馈控制增益  $K_i$  以及扰动不变集都通过MPT3工具箱<sup>[28]</sup>计算得到.

表1 模型参数

参数	数值	参数	数值
$\Delta t/s$	0.2	$N$	10
$R_{w_i}/m$	0.315	$t_h/s$	1
$\mu_i(0)$	0.02	$g/(N/kg)$	9.8
$\theta_i(0)/(^{\circ})$	0	$d_0/m$	5.5
$\Delta v_{min}/(m/s)$	-5	$\Delta v_{max}/(m/s)$	5
$\Delta p_{min}/m$	-8	$\Delta p_{max}/m$	8
$\Delta w_{min}/(m/s^2)$	-0.1	$\Delta w_{max}/(m/s^2)$	0.1
$T_{min}/(N\cdot m)$	-1500	$T_{max}/(N\cdot m)$	1500
$a_{min}/(m/s^2)$	-4	$a_{max}/(m/s^2)$	4
$Q_i$	diag(10,10,11)	$R_i$	$1 \times 10^{-6}$
$m_i/kg$	$1500 + 50i$	$C_i/m^2$	$2.45 + 0.05i$

4.1 鲁棒性能验证

考虑一个由初始速度 16 m/s 加速到 24 m/s 的加速工况,5辆车的初始状态误差均为0.阻力变化会直接影响车辆的加速度状态,因此在仿真过程中,用正弦信号作为综合扰动来模拟环境参数变化的影响,扰动信号如图1所示.

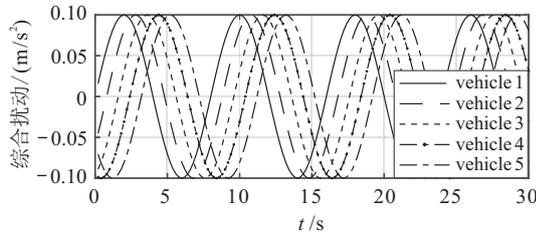


图1 外部输入综合扰动

采用 REMPC 策略(其中  $\alpha = 0.1$ )的5车仿真结果如图2~图4所示.

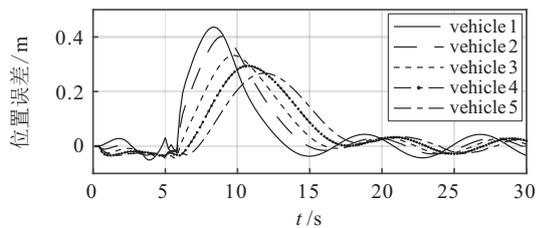


图2 5车位置误差对比

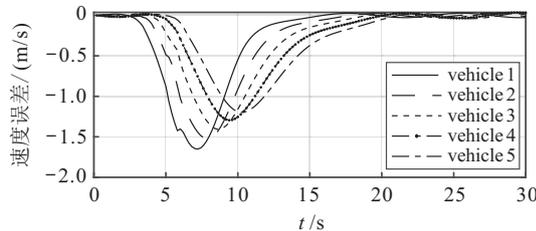


图3 5车速度误差对比

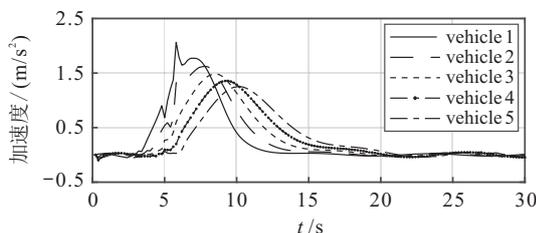


图4 5车加速度对比

图2~图4分别为车队位置误差、速度误差和实际加速度的仿真结果.从图2和图3可以看出,在加速过程中,车辆会因前车状态变化而出现误差,且误差随着车队行驶反方向递减.从图2~图4的结果可以看出,当加速到期望速度后,在扰动影响下车辆状态仍可以收敛于平衡点附近,算法的鲁棒稳定性得以验证.

通过计算可得传统 RMPC 下5车30s内的总油耗为 349.32 ml,而本文所提出算法的油耗为 349.00 ml.虽然降低了油耗但效果并不明显,这是由于本文算法在经济性方面的优势主要体现在收敛到平衡点的动态过程.为此设计了如下仿真实验.

4.2 经济性能验证

考虑一个 16 m/s 的匀速工况,5辆车的初始状态误差分别为  $x_{e,1}(0) = [-5, 0, 0]^T$ ,  $x_{e,2}(0) = [4, 0, 0]^T$ ,  $x_{e,3}(0) = [2, 0, 0]^T$ ,  $x_{e,4}(0) = [-2, 0, 0]^T$ ,  $x_{e,5}(0) = [-3, 0, 0]^T$ ,其中,位置误差为负代表实际车间距小于期望车间距.为了分析本文所提出控制策略的经济性,将其与传统 RMPC 进行比较,同时分析  $\alpha$  不同取值对经济性能的影响.

图5是 REMPC 在不同  $\alpha$  取值情况下和 RMPC 的5辆车油耗总对比,显然,REMPc策略下车队的总油耗小于 RMPC 的并且  $\alpha$  取值与经济性能呈正相关.稳定性与经济性能是相互冲突的性能指标,为了综合分析  $\alpha$  取值对稳定性的影响,本文对比了每辆车在不同  $\alpha$  取值下的状态收敛情况和油耗情况.

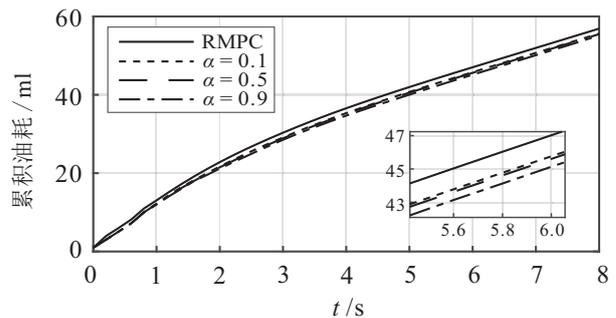


图5 REMPC不同 $\alpha$ 取值和RMPC的5车油耗总对比

图6和图7分别为 REMPC 不同  $\alpha$  取值和 RMPC 的位置误差对比以及速度误差对比,可以看出,由于每辆车的初始状态不同,每辆车需要进行不同的加减速操作来使车辆收敛到期望轨迹.表2是8s内每辆车在4种情况下的油耗对比,可以看出,本文所提出的 REMPC 算法相较于传统 RMPC 算法可以降低约 2.22%~3.11%的油耗.该组仿真反映出不同  $\alpha$  取值对鲁棒稳定性和经济性的影响也会不同,可以根据实际情况调整  $\alpha$  的大小来对稳定性和经济性进行权衡.

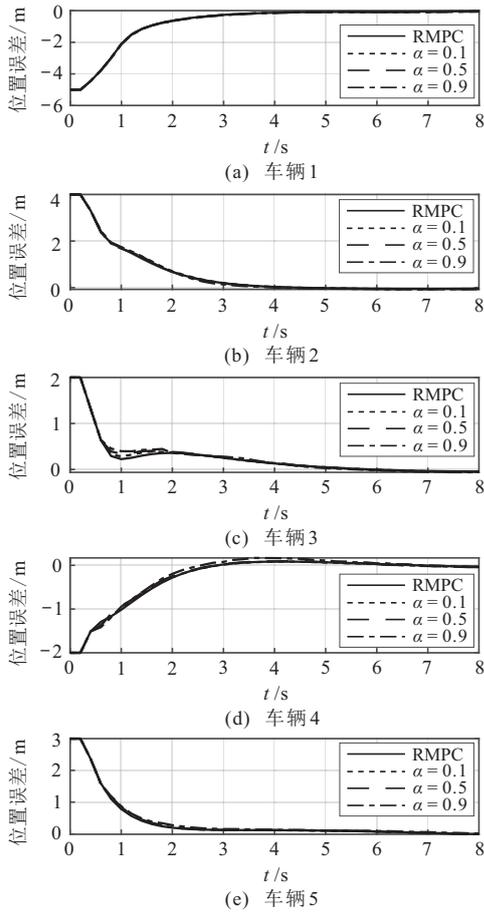


图6 REMPC不同 $\alpha$ 取值和RMPC的5车位置误差对比

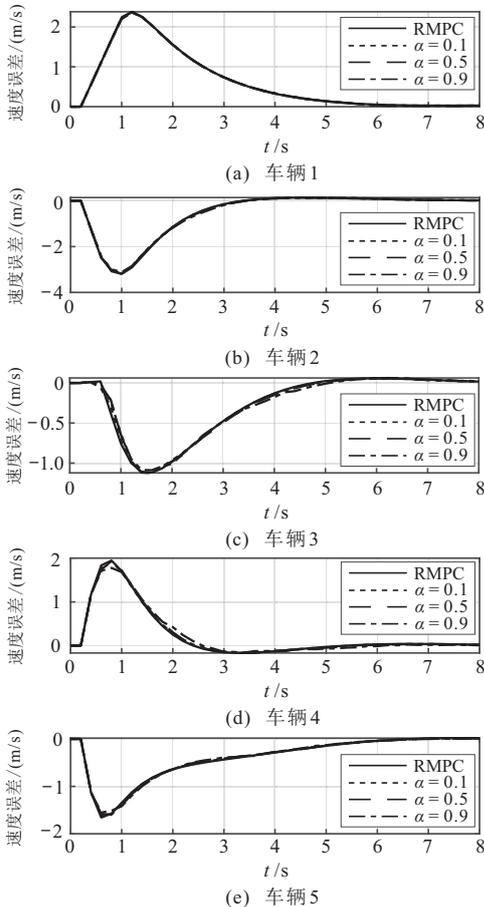


图7 REMPC不同 $\alpha$ 取值和RMPC的5车速度误差对比

表2 5车油耗(l/100 km)对比

编号	1	2	3	4	5	总和
REMP( $\alpha = 0.1$ )	9.55	8.81	8.79	6.87	8.17	42.19
REMP( $\alpha = 0.5$ )	9.53	8.85	8.73	6.87	8.11	42.09
REMP( $\alpha = 0.9$ )	9.53	8.81	8.65	6.74	8.08	41.81
RMPC	9.55	8.86	8.88	7.66	8.20	43.15

### 5 结论

本文提出了一种在有界扰动下应用于车辆队列的鲁棒经济模型预测控制策略. 考虑到外界干扰和阻力模型参数不确定性, 基于tube的思想计算扰动鲁棒不变集, 并对原系统约束进行了收缩处理, 进而采用油耗函数作为目标函数进行优化问题设计. 在油耗函数非凸的情况下, 给出了保证车辆队列稳定性的充分条件. 通过两种工况仿真说明了本文所提出算法的稳定性和经济性, 并通过与传统分布式鲁棒模型预测控制方法的比较表明, 本文方法在保持稳定性的前提下可以进一步降低油耗. 未来应进一步考虑通信延迟以及加入横向控制耦合的动力学模型来研究相关车辆队列控制问题.

### 参考文献(References)

- [1] Alam A, Gattami A, Johansson K. An experimental study on the fuel reduction potential of heavy duty vehicle platooning[C]. The 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. Funchal, 2010: 306-311.
- [2] Peters A A, Middleton R H, Mason O. Leader tracking in homogeneous vehicle platoons with broadcast delays[J]. Automatica, 2014, 50(1): 64-74.
- [3] Maiti S T, Winter S, Kulik L. A conceptualization of vehicle platoons and platoon operations[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2017, 80: 1-19.
- [4] 宋秀兰, 陈雨, 陈新, 等. 联合通信资源分配的网联车协同自适应巡航时滞反馈控制[J]. 控制与决策, DOI:10.13195/j.kzyjc.2022.0214. (Song X L, Chen Y, Chen X, et al. Joint communication resource allocation and cooperative adaptive cruise delay-feedback control of connected vehicles[J]. Control and Decision, DOI:10.13195/j.kzyjc.2022.0214.)
- [5] 陈龙, 何德峰, 李壮. 约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3122-3128. (Chen L, He D F, Li Z. Distributed multi-objective model predictive control for constrained nonlinear vehicle platoons[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3122-3128.)
- [6] Zhang H T, Chen Z Y, Mo X Y. Effect of adding edges to consensus networks with directed acyclic graphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(9): 4891-4897.

- [7] HomChaudhuri B, Vahidi A, Pisu P. A fuel economic model predictive control strategy for a group of connected vehicles in urban roads[C]. 2015 American Control Conference. Chicago, 2015: 2741-2746.
- [8] Liu Y G, Gao H L. Stability, scalability, speedability, and string stability of connected vehicle systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(5): 2819-2832.
- [9] Yu S M, Wu S N, Zhao Y B, et al. Delayed feedback MPC algorithms of vehicle platoons subject to constraints on measurement range and driving behaviors[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(6): 2260-2270.
- [10] 何德峰. 约束非线性系统稳定经济模型预测控制[J]. 自动化学报, 2016, 42(11): 1680-1690.  
(He D F. Stabilizing economic model predictive control of constrained nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(11): 1680-1690.)
- [11] 何德峰, 韩平, 王青松. 有界扰动下约束非线性系统鲁棒经济模型预测控制[J]. 自动化学报, 2022, 48(2): 572-581.  
(He D F, Han P, Wang Q S. Robust economic MPC of constrained nonlinear systems with bounded disturbances[J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(2): 572-581.)
- [12] He D F, Shi Y J, Li H P, et al. Multiobjective predictive cruise control for connected vehicle systems on urban conditions with InPA-SQP[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2019, 40(3): 479-498.
- [13] Liu P, Kurt A, Ozguner U. Distributed model predictive control for cooperative and flexible vehicle platooning[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2019, 27(3): 1115-1128.
- [14] Li H P, Shi Y, Yan W S. Distributed receding horizon control of constrained nonlinear vehicle formations with guaranteed  $\gamma$ -gain stability[J]. Automatica, 2016, 68: 148-154.
- [15] 尹锡权, 许爱民, 周锋. 车辆行驶工况滚动阻力系数的测定[J]. 汽车技术, 1999(2): 23-25.  
(Yin X Q, Xu A M, Zhou F. Measurement of rolling resistant coefficient of motor vehicle during driving[J]. Automobile Technology, 1999(2): 23-25.)
- [16] Lan J L, Zhao D Z. Min-max model predictive vehicle platooning with communication delay[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(11): 12570-12584.
- [17] Luo Q Y, Nguyen A T, Fleming J, et al. Unknown input observer based approach for distributed tube-based model predictive control of heterogeneous vehicle platoons[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(4): 2930-2944.
- [18] 冉茂平, 杨艳梅, 黄乐源, 等. 路面纹理对胎-路滚动阻力的影响分析[J]. 公路交通科技, 2021, 38(3): 23-29.  
(Ran M P, Yang Y M, Huang L Y, et al. Analysis on influence of pavement texture on tire-road rolling resistance[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2021, 38(3): 23-29.)
- [19] 闫茂德, 杜正源, 左磊. 空气流动阻力下非线性车辆队列最优能耗控制方法[J]. 计算机测量与控制, 2022, 30(1): 98-105.  
(Yan M D, Du Z Y, Zuo L. Optimal energy consumption control for nonlinear vehicle platoon with air flow resistance[J]. Computer Measurement & Control, 2022, 30(1): 98-105.)
- [20] He D F, Qiu T X, Luo R S. Fuel efficiency-oriented platooning control of connected nonlinear vehicles: A distributed economic MPC approach[J]. Asian Journal of Control, 2020, 22(4): 1628-1638.
- [21] Luo Q Y, Li J X, Zhang H. Drag coefficient modeling of heterogeneous connected platooning vehicles via BP neural network and PSO algorithm[J]. Neurcomputing, 2022, 484: 117-127.
- [22] Rakha H A, Ahn K, Moran K, et al. Virginia tech comprehensive power-based fuel consumption model: Model development and testing[J]. Transportation Research—Part D: Transport and Environment, 2011, 16(7): 492-503.
- [23] Kamal M A S, Mukai M, Murata J, et al. Ecological vehicle control on roads with up-down slopes[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2011, 12(3): 783-794.
- [24] Lin X H, Görges D. Robust model predictive control of linear systems with predictable disturbance with application to multiobjective adaptive cruise control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(4): 1460-1475.
- [25] Kolmanovsky I, Gilbert E G. Maximal output admissible sets for discrete-time systems with disturbance inputs[C]. 1995 American Control Conference (ACC). Seattle, 1995: 1995-1999.
- [26] Paulavičius R, Žilinskas J. Analysis of different norms and corresponding lipschitz constants for global optimization[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2006, 12(4): 301-306.
- [27] Jiang Z P, Wang Y. Input-to-state stability for discrete-time nonlinear systems[J]. Automatica, 2001, 37(6): 857-869.
- [28] Herceg M, Kvasnica M, Jones C N, et al. Multi-parametric toolbox 3.0[C]. 2013 European Control Conference. Zurich, 2013: 502-510.

### 作者简介

穆建彬(1991—), 男, 讲师, 博士, 从事分布式系统控制与优化、网络化系统结构能控性分析与设计等研究, E-mail: jianbinmu@zjut.edu.cn;

冯阳辉(1998—), 男, 硕士生, 从事车辆队列经济模型预测控制的研究, E-mail: 2112003359@zjut.edu.cn;

何德峰(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能系统预测控制理论与应用、智能系统节能与安全控制等研究, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)