

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于一致性理论的多臂航天器协同控制方法

岳程斐, 孙英杰, 柳子然, 沈强, 陈雪芹

引用本文:

岳程斐, 孙英杰, 柳子然, 沈强, 陈雪芹. 基于一致性理论的多臂航天器协同控制方法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1430–1437.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1322>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于事件触发的非线性多智能体系统的固定时间分群一致性

Fixed-time group consensus control for nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism

*控制与决策*. 2023, 38(5): 1278–1285 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0406>

#### 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

#### 有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies

*控制与决策*. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 空间机器人捕获航天器操作的避撞柔顺复合自抗扰控制

Collision avoidance and compliant composite active disturbance rejection control of space robot capture spacecraft

*控制与决策*. 2021, 36(2): 355–362 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0507>

# 基于一致性理论的多臂航天器协同控制方法

岳程斐<sup>1</sup>, 孙英杰<sup>1</sup>, 柳子然<sup>2</sup>, 沈 强<sup>3</sup>, 陈雪芹<sup>2†</sup>

(1. 哈尔滨工业大学(深圳)空间科学与应用技术研究院, 广东 深圳 518071;  
2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001; 3. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200040)

**摘要:** 针对空间中自由漂浮多臂航天器的多臂协同问题, 提出一种基于一致性理论的协同控制方法, 采用有向通信拓扑与广义雅克比矩阵结合的方式, 实现自由漂浮航天器多机械臂间的协同. 首先, 建立多机械臂间的通信关系有向图, 确定“领导-跟随”体系下的主臂与从臂; 其次, 基于有向通信拓扑, 进行主从臂末端运动规划, 实现主臂运动向从臂的传递; 再次, 利用广义雅克比矩阵在动量守恒条件下进行末端运动向关节运动的映射, 并基于一致性理论设计关节空间内的多臂协同运动控制器; 最后, 基于李雅普诺夫稳定性理论证明控制器的稳定性, 并分析位置控制误差. 仿真结果表明, 所提出的控制方法可以实现多臂航天器系统空间操控任务中各机械臂的聚集、跟踪与位置协同.

**关键词:** 多臂航天器; 在轨操控; 有向图; 一致性理论; 协同控制

**中图分类号:** V44 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2022.1322

**引用格式:** 岳程斐, 孙英杰, 柳子然, 等. 基于一致性理论的多臂航天器协同控制方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1430-1437.

## Cooperative control method of multi-arm spacecraft based on consistency theory

YUE Cheng-fei<sup>1</sup>, SUN Ying-jie<sup>1</sup>, LIU Zi-ran<sup>2</sup>, SHEN Qiang<sup>3</sup>, CHEN Xue-qin<sup>2†</sup>

(1. Institute of Space Science and Applied Technology, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen 518071, China; 2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 3. School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200040, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of cooperation between multi manipulators of a free-floating spacecraft in space, a collaborative control method based on consistency theory is proposed. This method combines the directed graph communication topology with the generalized Jacobian matrix to realize the cooperation between multiple manipulators of the free-floating spacecraft. Firstly, the directed graph of communication relationship between multiple manipulators is established to determine the master arm and slave arm under the “leader-follower” system. Secondly, based on the directed communication topology, the planning of master and slave manipulators’ motion is carried out to realize the transmission of master arm’s motion to the slave arms. Thirdly, the generalized Jacobian matrix is used to map the end motion to joint motion under the condition of momentum conservation, and the multi-arms’ collaborative motion controller in the joint space is designed based on consistency theory. Finally, the stability of the controller is proved based on the Lyapunov stability theory, and the position control error is analyzed. The simulation results show that the proposed control method can realize the aggregation, tracking and position coordination of each manipulator in the space control task of the multi-arm spacecraft system.

**Keywords:** multi-arm spacecraft; on orbit manipulation; directed graph; consistency theory; collaborative control

## 0 引言

随着航天技术的发展, 具备在轨建造、在轨维修、空间碎片清理等功能的在轨服务系统得到了越来越多的关注<sup>[1]</sup>. 相比单臂系统, 多臂航天器系统具备更高灵活性及更强鲁棒性, 能够更好地满足空间操控任

务系统需求<sup>[2]</sup>.

为实现多机械臂有效协同, 需建立通信网络传递信息, 对多机械臂进行协同控制. 根据通信的方向性, 可分别表示为无向图与有向图<sup>[3]</sup>. 无向通信方面, Ren<sup>[4]</sup>提出了针对欧拉-拉格朗日系统的一致性

收稿日期: 2022-07-24; 录用日期: 2022-11-10.

责任编辑: 杨涛.

†通讯作者. E-mail: cxqhit@163.com.

控制框架,并验证了多智能体在该框架下的位置一致性;Nuño等<sup>[5-6]</sup>提出分布式通信框架,通过PD控制解决了固定基座机械臂在通信延迟下的一致性问題;Nuño等<sup>[7]</sup>随后又提出一种无源性分布式控制器,仅通过位置信息交互实现了多智能体系统的位置一致性.有向通信方面,Wang<sup>[8]</sup>采用坐标转换方法,通过引入新坐标系进行讨论,证明了有向图通信下系统的稳定性;Abdessameud等<sup>[9-10]</sup>提出了基于多维小增益框架的一致性控制方法,解决了通信延迟上界未知且时变情况下,有向通信控制系统的一致性问題;Feng等<sup>[11]</sup>提出一种估计与控制框架,在具有生成树的有向图上实现了有限时间的鲁棒性协同跟踪控制;Liang等<sup>[12]</sup>研究了离散时间的二阶多智能体系统一致性问題,其领导者能够通过邻居获得反馈,提高系统性能.以上系统通过有向/无向通信实现了固定基座多机械臂之间共同搬运重物、协同运动等操作.但在空间环境下,航天器系统中机械臂的运动将对基座状态造成影响,并对其他机械臂造成扰动,使针对固定基座系统的协同控制方法难以直接应用于漂浮基航天器.

针对航天器的多臂协同问題,Yoshida等<sup>[13]</sup>提出了广义雅克比矩阵概念,并通过一条臂的运动平衡另一条臂的扰动,在双臂航天器运动过程中保持了基座的稳定;Yan等<sup>[14-15]</sup>基于空间中的动量守恒推导了速度级广义雅克比矩阵,并采用零空间方法确定不同机械臂运动过程中的优先级,实现了双机械臂协同工作;Chen等<sup>[16]</sup>设计并优化了主臂的点对点路径规划,并基于基座平衡条件设计了从臂运动;Zhou等<sup>[17]</sup>以对基座扰动最小化为目标设计双臂航天器的运动轨迹,并采用粒子群算法进行优化,确保机械臂运动结束时基座姿态不变.以上控制方法虽实现了航天器多机械臂间的协同,但仍存在零空间矩阵伪逆带来的误差较大、平衡臂难以协同主臂进行操作等问題.此外,无领导模式下每条机械臂均需要得到理想轨迹信息,增加了系统工作量.

为解决上述问題,本文提出基于一致性理论的“领导-跟随”协同控制方法,将有向通信拓扑与广义雅克比矩阵结合,实现自由漂浮航天器多机械臂协同.该方法对机械臂运动进行统一规划,消除零空间矩阵伪逆带来的轨迹误差,提高控制精度;通过多机械臂的有向通信和基于一致性理论的协同控制,实现主臂与从臂协同运动,并降低对基座的影响,同时提高机械臂利用效率.

## 1 多臂航天器建模与图论基本概念

### 1.1 多臂航天器运动学与动力学模型

多臂航天器模型如图1所示.其中:右上标 $(\cdot)^k$ 表示第 $k$ 条机械臂的相关参数; $O$ 表示惯性坐标系原点; $r_0$ 表示基座质心在惯性系中的坐标; $C$ 表示多臂航天器系统质心; $R_i^k$ 表示第 $k$ 条机械臂的关节 $i$ 在惯性系中的坐标; $r_i^k$ 表示第 $k$ 条机械臂连杆 $i$ 的质心在惯性系中的坐标; $d_i^k$ 表示 $i$ 关节到 $i$ 连杆质心的向量在惯性系中的坐标; $f_i^k$ 表示 $i$ 连杆质心到 $i+1$ 关节的向量在惯性系中的坐标; $R_e^k$ 表示机械臂末端在惯性系中的坐标.

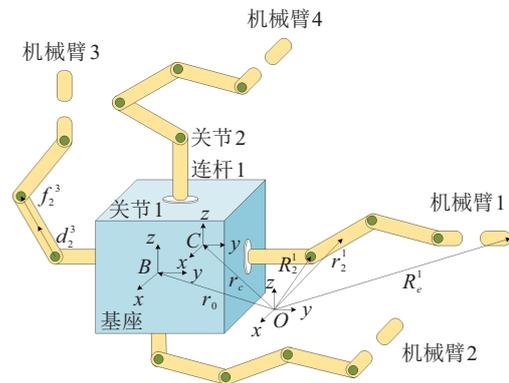


图1 多臂航天器系统

为了简化建模过程,同时保证建模的准确性,本文进行如下简化与假设:

- 1) 多臂航天器系统中的连杆、关节均为刚体,关节视为质点,忽略关节的柔性、间隙等干扰;
- 2) 忽略微重力梯度、地磁场、光压等外力,并忽略关节与连杆之间的摩擦阻力;
- 3) 在初始时刻,多臂航天器系统中所有部件的速度、角速度均为0;
- 4) 多臂航天器各部件在惯性空间中的位置、速度均可以进行满足精度要求的测量.

对于图1所示的多臂航天器系统,各机械臂末端位置可以表示为

$$R_e^k = r_0 + f_0^k + \sum_{i=1}^{n_k} (d_i^k + f_i^k). \quad (1)$$

对式(1)进行求导,则末端速度可以表示为

$$\begin{cases} v_e^k = v_0 + \omega_0 \times (R_e^k - r_0^k) + \sum_{i=1}^{n_k} (\dot{q}_i^k k_i^k) \times (R_e^k - r_i^k), \\ \omega_e^k = \omega_0 + \sum_{i=1}^{n_k} \dot{q}_i^k k_i^k. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\omega_e^k$ 、 $v_e^k$ 分别表示第 $k$ 条机械臂末端的速度和角

速度,  $\omega_0$ 、 $v_0$  分别表示基座的速度和角速度;  $\dot{q}_i^k$  表示第  $k$  条机械臂关节  $i$  的角速度的数值,  $k_i^k$  表示第  $k$  条机械臂关节  $i$  旋转轴方向的单位向量。

令  $\dot{x}_e^k = [v_e^{kT}, \omega_e^{kT}]^T$ , 将机械臂末端的速度表达式整理成矩阵形式, 有

$$\dot{x}_e^k = J_b^k \dot{x}_0 + J_m^k \dot{q}_k, \quad (3)$$

其中  $J_b^k$  与  $J_m^k$  的定义参见文献[18]。

使用拉格朗日方法建立多臂航天器系统的动力学模型。由于忽略重力梯度影响, 拉格朗日函数等于系统动能, 则动力学方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} H_b & H_{bm} \\ H_{bm}^T & H_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b \\ c_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_b \\ \tau_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_b^T \\ J_m^T \end{bmatrix} F_e. \quad (4)$$

其中:  $H_b$ 、 $H_{bm}$ 、 $H_m$  为系统的惯量矩阵;  $\ddot{q}$  为表示所有机械臂关节角加速度的向量, 对于具有  $n$  条机械臂的多臂航天器系统, 有  $\ddot{q} = [\ddot{q}^{1T}, \dots, \ddot{q}^{nT}]^T$ ;  $[F_b^T, \tau_m^T]^T$  表示作用于基座的力和力矩;  $c_c = [c_b^T, c_m^T]^T$  表示非线性力和力矩;  $[J_b, J_m]^T F_e$  表示作用于各机械臂末端的力和力矩在基座及关节空间中的映射。以上动力学与运动学过程在许多书籍与文献中均有较为详细的推导过程与说明<sup>[18-19]</sup>。

对于动量守恒系统, 基座与末端不受外力, 有

$$H\ddot{q} + c = \tau_m. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} H &= H_m - H_{bm}^T H_b^{-1} H_{bm}, \\ c &= c_m - H_{bm}^T H_b^{-1} c_b. \end{aligned}$$

设计控制律

$$\tau_m = H(-K\dot{e} + \ddot{q}_d) + c. \quad (6)$$

其中:  $K$  为正常数,  $\ddot{q}_d$  为理想关节速度的导数补偿。

定义速度误差  $\dot{e} = [\dot{e}^{1T}, \dots, \dot{e}^{nT}]^T$ , 其中

$$\dot{e}^k = \dot{q} - \dot{q}_d, \quad (7)$$

其中  $\dot{q}_d$  表示理想的关节速度。

## 1.2 广义雅克比矩阵推导

机械臂间的通信与规划主要在任务空间中进行, 而控制力矩需要施加在关节空间中, 因此需要通过广义雅克比矩阵对二者进行坐标转换。

多臂航天器系统线动量与角动量满足

$$\begin{cases} P = [ME_3 & Mr_{0c}^{T \times}] \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k (J_{T\omega}^i \dot{q}^i), \\ L = [Mr_c^{\times} & I_\omega] \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k I_\phi^i \dot{q}^i. \end{cases} \quad (8)$$

式中参数定义参见文献[15]。

为消除多臂系统运动过程中的耦合干扰, 需进行补偿。在本文的协同控制框架中, 扰动补偿通过整合多机械臂末端信息, 由广义雅克比矩阵统一控制完成。对于自由漂浮系统, 由于满足动量守恒条件, 且初始时刻系统内各组件速度均为0, 根据文献[15]中的推导过程, 可得末端速度与关节速度之间的广义雅克比矩阵

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e^a \\ \dot{x}_e^b \\ \dot{x}_e^c \\ \dot{x}_e^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\text{sum}}^a \\ J_{\text{sum}}^b \\ J_{\text{sum}}^c \\ J_{\text{sum}}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}^a \\ \dot{q}^b \\ \dot{q}^c \\ \dot{q}^d \end{bmatrix}. \quad (9)$$

其中

$$\dot{x}_e = [\dot{x}_e^{1T} \dots \dot{x}_e^{nT}]^T,$$

$$\dot{q} = [\dot{q}^{1T} \dots \dot{q}^{nT}]^T,$$

$$J_{\text{sum}}^k \in \mathbf{R}^{6 \times 28}.$$

$\dot{x}_e^k$  与  $\dot{q}$  之间的关系可以表示为

$$\dot{x}_e^k = J_m^k \dot{q}^k + J_b^k \begin{bmatrix} -\left(r_{0c}^{\times} I_s^{-1} I_\Theta + \frac{1}{M} J_{T\omega}\right) \\ -I_s^{-1} I_\Theta \end{bmatrix} \dot{q}. \quad (10)$$

式中参数参见文献[15]。

理想末端速度与关节速度同样满足映射关系

$$\dot{q}_d = (J_{\text{sum}})^+ \dot{x}_{ed}, \quad (11)$$

其中  $\dot{x}_{ed}$  为惯性空间中的理想末端速度。

## 1.3 广义雅克比矩阵推导

多臂航天器系统中, 机械臂间的通信关系可用有向图/无向图表示。包含  $n$  个节点的多智能体系统通信拓扑关系定义为  $G = (V, \varepsilon, A)$ 。其中:  $V$  为有限非空点集, 每条机械臂可视为一个节点;  $\varepsilon$  被称为边, 表示节点间的连接关系。定义系统邻接矩阵  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 若信息可以从节点  $i$  传递到节点  $j$ , 则使用  $A$  中对应的元素  $a_{ij} > 0$  表示该传输路径对应的权重; 若不能, 则有  $a_{ij} = 0$ 。通常情况下, 集合  $G$  中不存在自身边, 即  $a_{ii} = 0$ 。

定义  $D = [d_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为多智能体系统对应的度矩阵,  $L = D - A = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为拉普拉斯矩阵。二者的性质可参见文献[20]。

## 2 协同控制方法设计与稳定性证明

为消除系统运动过程中耦合对基座造成的影响, 需对系统整体进行规划与控制。本文基于有向通信拓扑实现信息传递与规划, 并通过广义雅克比矩阵完成操作空间到关节空间的映射, 从而完成多臂协同。具体的协同控制框架如图2所示。

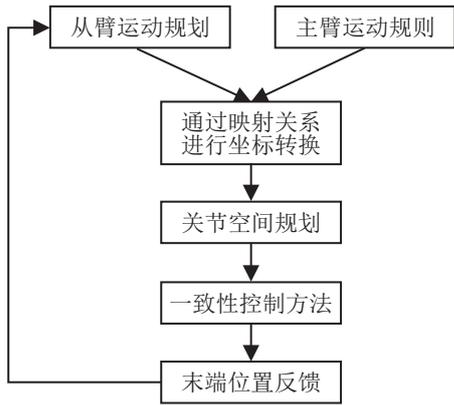


图2 协同控制框架

## 2.1 基于一致性理论的协同控制器设计

### 2.1.1 任务描述

对理想速度进行设置,可实现不同的任务.

聚集过程的数学语言可以描述为

$$x_e^i - x_e^j \rightarrow 0, \quad i, j \in 1, 2, \dots, k. \quad (12)$$

跟踪过程可以描述为

$$\begin{cases} x_e^i - x_e^i \rightarrow 0, \\ \dot{x}_e^{\text{main}} \neq 0, \end{cases} \quad i, j \in 1, 2, \dots, k, \quad (13)$$

其中  $\dot{x}_e^{\text{main}}$  为主臂的理想速度.

位置协同过程中机械臂  $i$  的末端位置满足

$$\begin{aligned} b_{i1}x_e^1 &= b_{i2}x_e^2 = \dots = b_{i(i-1)}x_e^{i-1} = \\ b_{i(i+1)}x_e^{i+1} &= \dots = b_{in}x_e^n = C, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $b_{ij}$  表示协同运动中节点  $i$  与节点  $j$  之间的位置关系.

### 2.1.2 运动规划与控制律设计

设计主臂理想末端速度为

$$\dot{x}_{ed}^{\text{main}} = -K_1(x_{ed}^{\text{main}} - x_e^{\text{main}}). \quad (15)$$

其中:  $x_{ed}^{\text{main}}$  为理想的主臂末端运动轨迹,  $x_e^{\text{main}}$  为主臂末端的实际位置,  $K_1$  为控制器位置误差反馈系数. 通过对  $x_{ed}^{\text{main}}$  进行设计,可以实现不同的功能.

聚集与跟踪运动的区别在于主臂速度,通信框架下从臂理想末端速度设置为

$$\dot{x}_{ed}^i = -K_1[a_{i1}(x_e^i - x_e^1) + \dots + a_{in}(x_e^i - x_e^n)]. \quad (16)$$

在多臂位置协同过程,从臂的理想末端速度设计为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ed}^i &= K_1 \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ij} x_e^j / \sum_{j=1}^n a_{ij} - x_e^i \right) = \\ &K_1(x_{ed}^i - x_e^i). \end{aligned} \quad (17)$$

为实现对理想速度的跟踪,关节加速度应满足

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d - K_2 \dot{e}. \quad (18)$$

其中  $\dot{e}$  为理想关节角速度  $\dot{q}_d$  与实际关节角速度  $\dot{q}$  之间的差,  $K_2$  为速度误差反馈系数.

## 2.2 运动过程中的稳定性证明与位置误差分析

本文采用李雅普诺夫理论对有向通信框架下的控制方法稳定性进行证明,无向通信可视为其特殊情况. 证明过程分为两部分,首先证明在控制系统作用下,关节空间中机械臂能够完成对理想速度的跟踪,此时末端速度与理想速度之间的误差可以忽略,随后证明操作空间中位置控制的稳定性.

在控制律(6)作用下,关节加速度为

$$\ddot{q} = -K\dot{e} + \ddot{q}_d. \quad (19)$$

根据李雅普诺夫稳定性理论,由于  $K$  为正常数,速度误差将以指数形式收敛为0,即  $\dot{x}_{ed} = \dot{x}_e$ . 通过映射关系(9)可以实现对不同理想速度的跟踪.

不同任务的稳定性证明如下.

### 1) 聚集与跟踪过程.

聚集过程与跟踪过程中从臂的理想速度相同,可采用文献[9]中坐标转换方法进行稳定性证明.

关节完成对理想速度的跟踪后,末端速度实现对理想末端速度的跟踪. 根据式(16),由于  $K_1$  的幅值不会对稳定性造成影响,在证明过程中将其设置为1. 此时系统的理想速度可以表示为

$$\dot{x}_e = (L \otimes E_n)x_e, \quad (20)$$

其中:  $L$  表示系统的拉普拉斯矩阵,  $\otimes$  表示克罗内克积,  $E_n$  表示  $n$  阶单位阵.

定义

$$z = (C \otimes E_n)x_e, \quad (21)$$

左乘  $B_\gamma \otimes E_n$ , 左乘  $C^{-T}$ , 有

$$(C^{-T}B_\gamma C^{-1} \otimes E_n)\dot{z} = -(C^{-T}B_\gamma L_A C^{-1} \otimes E_n)z. \quad (22)$$

其中:  $B_\gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ ,  $\gamma_i$  为归一化后的拉普拉斯矩阵零特征值对应的非负左特征向量;  $z = (C \otimes E_n)x_e$ ,  $C$  的定义及详细推导过程参见文献[20]. 整理后可得

$$\begin{cases} C^{-T}B_\gamma C^{-1} = \text{diag}(1, M), \\ C^{-T}B_\gamma L_A C^{-1} = \text{diag}(0, \bar{L}_A). \end{cases} \quad (23)$$

其中  $M$ 、 $\bar{L}_A + \bar{L}_A^T$  均为对称正定矩阵.

将式(23)代入(22)展开并整理,有

$$\begin{aligned} & \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \otimes E_n \right) \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_E \end{bmatrix} = \\ & - \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{L}_A \end{bmatrix} \otimes E_n \right) \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_E \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

$z_1(t) = z_1(0)$ 表明在节点间仅通过通信网络作用的情况下,所有节点组成点系的加权质心不变.

下半部分稳定性可使用李雅普诺夫函数分析:

$$V = \frac{1}{2} z_E^T (M \otimes I_n) z_E > 0, \quad (25)$$

其导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{z}_E^T (M^T \otimes E_n) z_E + z_E^T (M \otimes E_n) \dot{z}_E = \\ & - z_E^T (\bar{L}_A^T \otimes E_n) z_E - z_E^T (\bar{L}_A \otimes E_n) z_E = \\ & - z_E^T ((\bar{L}_A^T + \bar{L}_A) \otimes E_n) z_E < 0. \end{aligned} \quad (26)$$

结果表明机械臂末端最终都将收敛于  $z_1(0)$  点.至此,聚集与跟踪过程中的稳定性证明完毕.

## 2) 协同运动过程.

协同运动过程中,从臂的理想末端速度满足式

(17),完成对理想速度跟踪后可得微分方程

$$\dot{x}_e^i = K_1(x_{ed}^i - x_e^i). \quad (27)$$

求解可知,实际位置与理想位置关系满足

$$x_e^i(t) = x_{ed}^i + K e^{-K_1 t}, \quad (28)$$

其中  $K$  为常数.

由式(28)可知:理想位置不变时,从臂末端将以指数收敛到理想位置;当理想位置发生变化时,其稳定性证明思路与跟踪过程相同.

## 3 仿真校验

本文针对4条7自由度机械臂和立方体基座,并具有对称性分布结构的多臂航天器系统进行仿真验证.系统构型见图3,机械臂主要参数见表1.

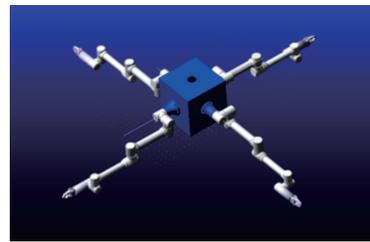


图3 多臂航天器结构

表1 多臂航天器参数

参数	base	link 1	link 2	link 3	link 4	link 5	link 6	link 7
质量/kg	500	4	2	6	2	6	2	2
$d_x/m$	0	0	0	0	0	0	0	0
$d_y/m$	0	0	0	0	0	0	0	0
$d_z/m$	0	0.25	0	0.5	0	0.5	0	0.25
$f_x/m$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_y/m$	0.5	0	0	0	0	0	0	0
$f_z/m$	0	0.25	0	0.5	0	0.5	0	0.25
$I_x/(kg \cdot m^2)$	50	0.012	0.003	0.052	0.003	0.052	0.003	0.003
$I_y/(kg \cdot m^2)$	50	0.012	0.003	0.052	0.003	0.052	0.003	0.003
$I_z/(kg \cdot m^2)$	50	0.002	0.0008	0.006	0.0008	0.006	0.0008	0.0008

采用 Spacedyn 函数<sup>[21]</sup>与 Adams 软件联合仿真的形式进行验证,前者用于计算控制力矩,搭建通信与协同控制系统框架;后者主要用于模型动力学、运动学分析与控制效果的反馈.

基座到末端关节坐标系的转换关系可使用  $X$ - $Y$ - $Z$  轴欧拉角组成的列向量表示.以1号臂为例,关节角度均为0时,关节坐标轴与坐标轴之间的姿态转换关系为

$$Q_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

多臂航天器系统初始时刻的关节角设置为

$$q^i = \left[ 0 \quad -\frac{\pi}{4} \quad 0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad -\frac{\pi}{4} \quad 0 \right]^T, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (30)$$

### 3.1 聚集过程仿真

为了说明系统在无领导状态下实现多臂位置一致性的能力,设计仿真实验对其进行验证.各机械臂之间的通信关系有向图邻接矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

设置参数  $K_1 = 8$ ,  $K_2 = 80$ ,仿真时间为5s,步长为0.01s.得到仿真结果如图4和图5所示.

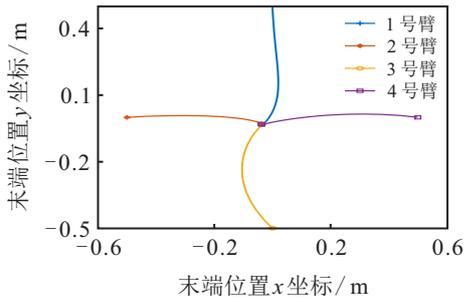
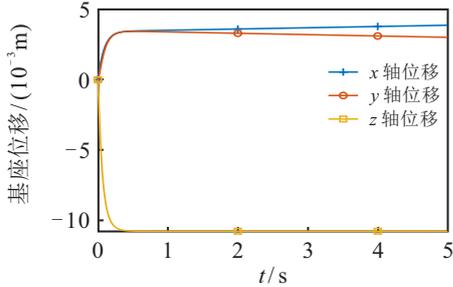
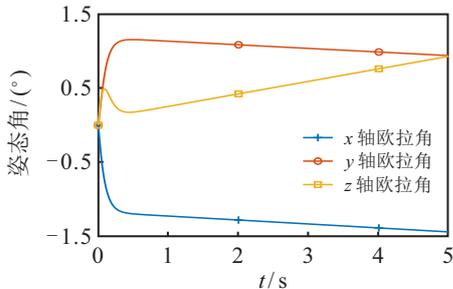


图4 聚集运动末端位置变化情况



(a) 基座位移



(b) 基座位姿变化

图5 聚集运动过程中基座位姿变化

观察图4可以发现,有向通信协同控制方法控制下的多臂航天器系统各机械臂将最终收敛于末端位置组成点系的加权质心,最终速度将收敛为0.

观察图5可以发现,机械臂的运动会对基座位姿造成影响.但多臂末端最终的聚集位置与初始时刻多臂末端组成点系的加权质心误差为毫米级,实现了较高精度的控制.由于不需要设计专门用于平衡的机械臂,所有的机械臂均参与了聚集过程,利用率较高.

### 3.2 跟踪过程仿真

为验证主臂带动从臂进行运动的能力,设计实验对跟踪运动过程进行验证.首先选取机械臂1为主臂,在跟踪过程中设置参数  $K_1 = 8, K_2 = 80$ ,仿真时间为50s,仿真步长为0.01s.设计主臂末端的运动轨迹为

$$\begin{cases} x = 0.25 \sin(0.2t), \\ y = 0.25 \cos(0.2t), \\ z = \sqrt{2}. \end{cases} \quad (32)$$

有向通信网络邻接矩阵变为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

仿真结果如6和图7图所示.

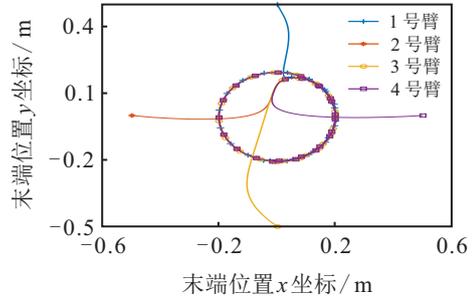
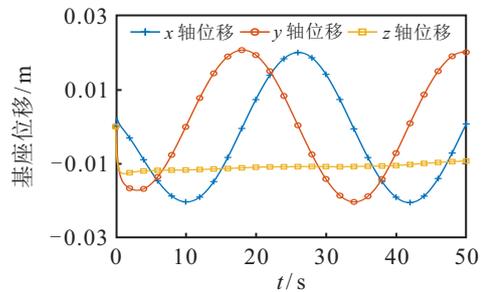
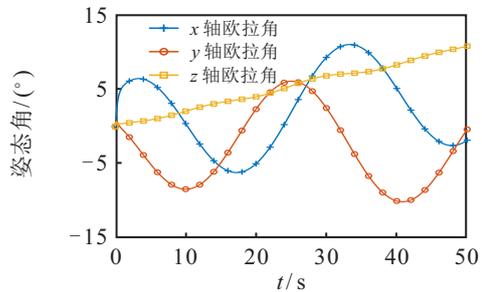


图6 跟踪运动末端位置变化情况



(a) 基座位移



(b) 基座位姿变化

图7 跟踪运动过程中基座位姿变化

从图6可以发现,有向通信下的协同控制方法成功实现了主臂带动从臂沿规划轨迹运动,系统始终保持稳定.图7结果表明,跟踪运动的过程同样会对基座位姿产生影响,但其影响程度较小.

主臂与从臂的末端位置之间存在一定的误差,但跟踪精度仍然在任务允许范围内.总之,在结果中显示的末端位置的跟踪误差较小,能够满足控制精度要求,且能够保证机械臂均参与跟踪过程,实现多臂航天器系统对机械臂的高效利用.

### 3.3 位置协同仿真

为验证主臂带动从臂按一定协同位置进行运动的能力,设计仿真实验对其进行验证.在协同运动仿真过程中,设置参数  $K_1 = 8, K_2 = 80$ ,主臂理想轨迹

为式(32), 2、3、4号机械臂末端在目标圆上位置与主臂末端位置的相位差分别为 $\pi/2$ 、 $\pi$ 、 $3\pi/2$ , 有向通信网络为式(33), 仿真时间为50s, 仿真步长为0.01s. 得到的仿真结果如图8~图10所示.

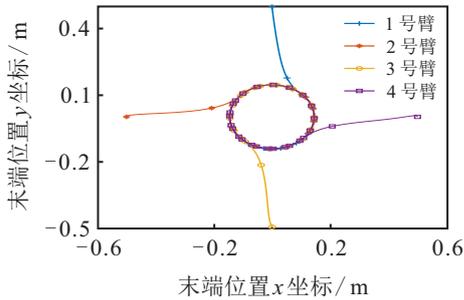


图8 协同运动末端位置变化情况

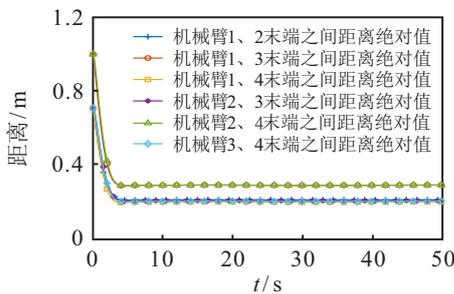
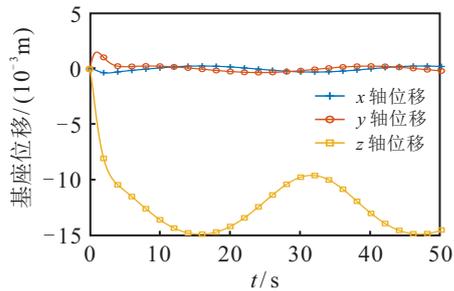
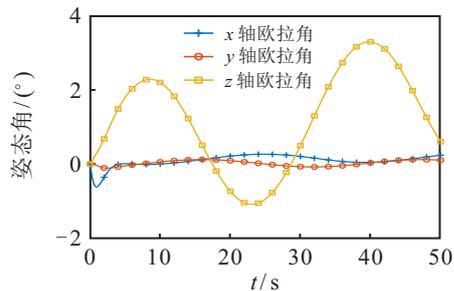


图9 协同运动末端间距变化情况



(a) 基座位移



(b) 基座位姿变化

图10 协同运动过程中基座位姿变化

图8结果表明, 基于有向通信的协同控制方法成功实现了多臂协同运动, 并保证系统的稳定与控制精度.

图9表明, 运动过程中多条机械臂之间的距离在稳定后的保持效果良好, 表明了机械臂构型在运动过程中的稳定性.

各机械臂均参与了协同工作, 实现了机械臂的高

效利用, 且从末端位置的协同结果来看, 控制精度能够满足需求. 图10展示了协同运动对基座的影响, 其结果验证了基座在运动过程中受到的扰动较小, 可以通过控制将其对末端位姿的影响控制在可接受范围内<sup>[22]</sup>, 使末端控制精度满足精度要求.

## 4 结论

本文针对自由漂浮多臂航天器系统多臂协同问题, 采用有向通信拓扑与广义雅克比矩阵结合的方式, 进行了多臂运动规划, 并基于一致性理论设计多臂协同控制器, 实现了自由漂浮航天器多机械臂间的协同. 与现有的多臂协同控制方法相比, 其优势为: 在从臂运动不影响主臂的基础上, 显著提高了控制精度; 同时, 当系统中的机械臂数量较多时, 该方法能够避免因任务分级较多带来的误差叠加. 仿真结果表明, 本文提出的有向通信下协同控制方法能够实现多臂的协同, 并且在多机械臂之间的聚集、跟踪与位置协同控制过程中具有较小跟踪误差和良好的稳定性. 但需要指出的是, 基于广义雅克比矩阵的映射方法在存在扰动情况下的稳健性依然不足, 存在进一步改进的空间.

## 参考文献(References)

- [1] 梁斌, 徐文福. 空间机器人: 建模、规划与控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017: 28-40.  
(Liang B, Xu W F. Space robotics: Modeling, planning and control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2017: 28-40.)
- [2] 孟光, 韩亮亮, 张崇峰. 空间机器人研究进展及技术挑战[J]. 航空学报, 2021, 42(1): 523963.  
(Meng G, Han L L, Zhang C F. Research progress and technical challenges of space robot[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(1): 523963.)
- [3] Feng Z. An overview of collaborative robotic manipulation in multi-robot systems[J]. Annual Reviews in Control, 2020, 49: 113-127.
- [4] Ren W. Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems[J]. International Journal of Control, 2009, 82(11), 2137-2149.
- [5] Nuño E, Ortega R, Basañez L, et al. Synchronization of networks of nonidentical Euler-Lagrange systems with uncertain parameters and communication delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(4): 935-941.
- [6] Nuño E, Sarras I, Basañez L. Consensus in networks of nonidentical Euler-Lagrange systems using PD controllers[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2013, 29(6): 1503-1508.

- [7] Nuño E, Ortega R. Achieving consensus of Euler-Lagrange agents with interconnecting delays and without velocity measurements via passivity-based control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(1): 222-232.
- [8] Wang H L. Flocking of networked uncertain Euler-Lagrange systems on directed graphs[J]. *Automatica*, 2013, 49(9): 2774-2779.
- [9] Abdessameud A, Polushin I G, Tayebi A. Synchronization of Lagrangian systems with irregular communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(1): 187-193.
- [10] Abdessameud A. Synchronization of nonlinear systems with communication delays and intermittent information exchange[J]. *Automatica*, 2015, 59: 1-8.
- [11] Feng Z, Hu G Q, Sun Y J, et al. Finite-time task-space synchronization of networked robotic manipulators[C]. *The 16th International Conference on Control & Automation*. Singapore, 2020: 1044-1049.
- [12] Liang S, Wang F Y, Liu Z X, et al. Necessary and sufficient conditions for leader-follower consensus of discrete-time multiagent systems with smart leader[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 2779-2788.
- [13] Yoshida K, Kurazume R, Umetani Y. Dual arm coordination in space free-flying robot[C]. *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*. Sacramento, 1991: 2516-2521.
- [14] Yan L, Mu Z G, Xu W F. Base centroid virtual manipulator modeling and applications for multi-arm space robots[C]. *The 13th International Conference on Control Automation Robotics & Vision (ICARCV)*. Singapore, 2014: 1542-1547.
- [15] Yan L, Yuan H, Xu W F, et al. Generalized relative Jacobian matrix of space robot for dual-arm coordinated capture[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, 41(5): 1202-1208.
- [16] Chen X Z, Qin S Y. Motion planning for dual-arm space robot towards capturing target satellite and keeping the base inertially fixed[J]. *IEEE Access*, 6: 26292-26306.
- [17] Zhou Q, Liu X F, Cai G P. Base attitude disturbance minimizing trajectory planning for a dual-arm space robot[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2022, 236(4): 704-721.
- [18] 王耀兵. 空间机器人[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2018: 12-36.  
(Wang Y B. *Space Robotics*[M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 2018: 12-36.)
- [19] Antonello A, Valverde A, Tsiotras P. Dynamics and control of spacecraft manipulators with thrusters and momentum exchange devices[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 42(1): 15-29.
- [20] 邓呈琳. 任务空间中的多机械臂协同控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.  
(Deng C L. *The collaborative control of multi-manipulator system in task space*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.)
- [21] Yoshida K. The SpaceDyn: A matlab toolbox for space and mobile robots[J]. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2000, 12(4): 411-416.
- [22] 薛智慧, 刘金国. 空间机械臂操控技术研究综述[J]. *机器人*, 2022, 44(1): 107-128.  
(Xue Z H, Liu J G. Review of space manipulator control technologies[J]. *Robot*, 2022, 44(1): 107-128.)

### 作者简介

岳程斐(1989—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事航天器总体设计、在轨服务等研究, E-mail: yuechengfei@hit.edu.cn;

孙英杰(1998—), 男, 硕士生, 从事多臂航天器控制的研究, E-mail: 15522994865@163.com;

柳子然(1998—), 男, 博士生, 从事多臂空间机器人控制的研究, E-mail: lzh1102@gmail.com;

沈强(1988—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事航天器控制、故障诊断和容错控制等研究, E-mail: qiangshen@sjtu.edu.cn;

陈雪芹(1982—), 女, 研究员, 博士生导师, 从事卫星姿态控制系统设计与系统仿真、控制系统故障诊断与容错控制、卫星电源系统设计等研究, E-mail: cxqhit@163.com.

(责任编辑: 齐 霖)