

控制与决策

Control and Decision

基于改进差分进化的稀土萃取能效分离系数优化

朱建勇, 常文佳, 徐芳萍, 杨辉

引用本文:

朱建勇, 常文佳, 徐芳萍, 杨辉. 基于改进差分进化的稀土萃取能效分离系数优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(6): 1524–1532.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1671>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于多策略差分进化的分解多目标进化算法

A novel decomposition multi-objective evolutionary algorithm based on differential evolution model with multi-strategy

控制与决策. 2022, 37(2): 387–392 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1196>

融合柯西折射反向学习和变螺旋策略的 WSN 象群定位算法

Cauchy refraction opposition-based learning and variable helix mechanism of elephant herding localization algorithm in WSN

控制与决策. 2022, 37(12): 3183–3189 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0315>

一种基于 MOEA/D 的组合权重方法

A combination weight method based on MOEA/D

控制与决策. 2021, 36(12): 3056–3062 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0592>

基于改进烟花算法的并联冷机负荷分配优化

Load distribution optimization of parallel chillers based on improved firework algorithm

控制与决策. 2021, 36(11): 2618–2626 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0823>

嵌入 Circle 映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and one-dimensional oppositional learning based small hole imaging

控制与决策. 2021, 36(5): 1173–1180 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

基于改进差分进化的稀土萃取能效分离系数优化

朱建勇^{1,2}, 常文佳^{1,2}, 徐芳萍^{1,2}, 杨 辉^{1,2†}

(1. 华东交通大学 电器与自动化工程学院, 南昌 330013; 2. 江西省先进控制与优化重点实验室, 南昌 330013)

摘要: 基于机理模型的稀土萃取工艺流程没有考虑萃取槽中搅拌机的能效, 导致求解得到的各级组分含量与工业实际生产数据有较大误差. 通过引入能效分离系数概念, 建立符合实际萃取工艺的各萃取槽稀土元素组分含量模型, 构建求解能效分离系数的优化目标函数. 针对该优化目标函数多峰、多变量的特点, 提出一种种群规模线性减小的混沌双变异自适应差分进化改进算法 (LCTADE). 首先, 将混沌序列嵌入改进算法中生成初始种群, 增强种群多样性; 其次, 针对进化不同阶段对突变策略性能要求不同, 提出基于 DE/current-to-pbest/1 和 DE/rand/1 的双变异策略方法; 最后, 采用参数自适应方法分别设置 F 、CR 及 NP 值. 在仿真实验中, 将所提出的 LCTADE 方法针对 CEC 2017 的函数进行测试并与其他算法比较, 显示出其优越性, 并通过求解基于能效分离系数的稀土萃取工艺流程优化目标函数, 表明所提出方法的有效性.

关键词: 稀土萃取流程; 能效分离系数; 差分进化算法; 混沌; 双变异策略; 自适应

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1671

引用格式: 朱建勇, 常文佳, 徐芳萍, 等. 基于改进差分进化的稀土萃取能效分离系数优化 [J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1524-1532.

Efficiency separation coefficient optimization of rare earth extraction based on improved differential evolution

ZHU Jian-yong^{1,2}, CHANG Wen-jia^{1,2}, XU Fang-ping^{1,2}, YANG Hui^{1,2†}

(1. School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization of Jiangxi Province, Nanchang 330013, China)

Abstract: The rare earth extraction process based on mechanism models does not consider mixer's energy efficiency in the extraction tank leading to a large error with the solvable content at each level and the industrial production data. This paper introduces the concept of energy efficiency separation coefficient, establishes a model which meets the actual content of rare earth elements in each extraction tank, and constructs an optimized objective function for solving the energy efficiency separation coefficient. Aiming at the multi-peak and multi-variable characteristics of the optimized objective function, an improved chaotic double mutation adaptive differential evolution algorithm (LCTADE) with linear population reduction is proposed. Firstly, the chaotic sequence is embedded in the improved algorithm to generate the initial population, which enhances the diversity of the population. Then in view of the different performance requirements of the mutation strategy in different evolution stages, a method based on the DE/current-to-pbest/1 and DE/rand/1 double mutation strategy is proposed. Finally, different parameter adaptive methods are used to set the F , CR and NP values. In the simulation experiment, the function of the improved LCTADE on CEC 2017 is tested and compared with other algorithms. The results show that the LCTADE is significantly better than other algorithms. The proposed algorithm is used to solve the energy efficiency separation coefficient of rare earth extraction process and optimize the objective functions, which shows its effectiveness.

Keywords: rare earth extraction process; energy efficiency separation factor; differential evolution algorithm; chaos; two mutation strategies; self-adaptive

收稿日期: 2021-09-26; 录用日期: 2022-01-28.

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2020YFB1713700); 国家自然科学基金重点项目 (61733005); 国家自然科学基金地区项目 (61963015, 61863014); 江西省自然科学基金项目 (20202BAB202005).

责任编辑: 张国山.

†通讯作者. E-mail: yhshou@263.net.

0 引言

20世纪70年代,徐光宪^[1]教授对国内外稀土萃取的大量实验资料进行总结,建立了两组分稀土萃取理论.吴声等^[2]引入迭代矫正参量,通过逐级递推和迭代计算各级组分含量,优化设计了多组分体系分离工艺.这两种稀土组分含量方法应用于实际工业现场得到的数据表明,所设计的工艺参数多处不合理.王琦等^[3]基于多组分中分离切割位置相邻的2个稀土元素的分离系数来设计参数,但设计的误差偏大.钟学明^[4]提出的平均分数法根据萃取槽水相的平均摩尔分数计算有效分离系数,但计算精度在易萃组分摩尔分数较小时较低.丁永权等^[5]提出了相对分离系数模型,但未考虑实际分离效果,稳态时各组分含量模型输出值与实际值有误差.

以上方法常常用于工厂在开发新工艺时计算理想情况下生产工艺所需的级数^[1].为保证生产指标的实现,实际建厂过程中在计算级数的基础上增加了一些级数.但在实际稀土萃取生产过程中没有考虑萃取槽的能效问题,通过机理模型^[2-4]计算得到的各级组分含量与实际有较大误差,会相对于实际现场滞后几级、甚至几十级,与实际生产指标相差较大.例如,Ce/Pr生产工艺第20级萃取槽的组分含量(生产工艺指标)理论计算是0.85,与实际生产过程中第26级萃取槽的组分含量相等.显然,根据其得到最优工艺的参数较为理想化,不能指导实际生产,需要提出符合实际生产的组分含量计算模型.

本文在前人提出的相对分离系数模型的基础上,考虑实际生产时萃取槽的萃取效率对组分含量的计算造成的影响,提出能效分离系数的概念,建立符合实际工况的组分含量计算模型;并将能效分离系数的求解转化为优化问题,采用优化算法进行求解.

稀土萃取过程的多变量、非线性、强耦合等特点^[6]使得建立的目标优化函数多峰、多变量.差分进化算法^[7](differential evolution algorithm, DE)相较于粒子群算法、蚁群算法、遗传算法等具有结构简单、性能优越、参数简单、时间复杂度低等优点,成为具有竞争力的进化算法之一. DE算法将种群中的随机向量作为寻优个体,利用向量间的比例缩放和加减作为变异策略实现对整个搜索空间的寻优.但DE算法对高维、多峰的目标函数优化时,结果对参数缩放因子 F 、交叉概率 CR 和种群数量 NP 以及变异策略的选择非常敏感,可能出现搜索停滞和局部最优值的问题,需要对其进行改进^[8].文献[9](JADE算法)提出新的变异策略DE/current-to-pbest/1,随机从适应

度值最优的前100 p %个体中抽取个体,实现种群多样性和收敛速度的平衡, F 、 CR 则分别通过正态分布和柯西分布随机自适应更新.文献[10](SHADE算法)基于选择操作后成功个体对应的历史参数对 F 、 CR 进行自适应更新.文献[11](L-SHADE算法)则在SHADE的基础上对种群大小 NP 进行动态调整,提出了种群线性减少的方案,增强进化前期的种群多样性.文献[12](O-L-SHADE算法)提出新的变异策略DE/current-to-pbest-2order/1,变异策略中需随机选择种群中的两个个体进行适应度值排序,实现对L-SHADE算法的增强.文献[13](COBiDE算法)引入协方差矩阵,利用种群分布信息建立种群中个体与参数的关系的特征坐标系,交叉操作在特征坐标系下进行.文献[14](η _CODE算法)引入新的 η _柯西算子,提高COBiDE的全局和局部搜索能力.文献[15](DEwDVR算法)则创新性地提出使用每一代进化成功的个体对应的差分向量的信息,降低了算法计算的复杂度.文献[16](DSDE算法)通过设计一个双策略突变方案来平衡后代的探索和利用.从上述文献可知,变异策略的选择以及参数 F 、 CR 、 NP 的生成方式对于算法优化结果具有较大的影响,且当使用双变异策略时,两个变异策略选择的不同以及进化阶段生成试验向量的比例会对算法的精度造成影响,需要针对目标函数的特点选择合适的变异策略和参数,选择最优的策略和参数.

综上所述,本文提出一种基于改进差分进化的稀土萃取能效分离系数优化.首先,提出能效分离系数的概念,利用最小二乘法建立基于能效分离系数的目标函数;之后,使用改进的差分进化算法即LCTADE求解符合实际生产工况的能效分离系数,先使用混沌序列初始化种群,后采用双变异策略改进变异操作,并针对经典DE中参数 F 、 CR 、 NP 固定,在优化不同的函数时需要提前设置的问题,对其进行自适应更新;最后,使用求解得到的能效分离系数建立基于能效分离系数的各级组分含量计算模型.

1 基于能效分离系数的流程优化

1.1 稀土萃取工艺流程模拟分析

图1描述了具有 m 级洗涤和 n 级萃取的分离稀土元素串级萃取生产流程^[7],萃取剂从第1级加入,在萃取槽中电动机和搅拌机的作用下从左向右流动;洗涤剂则是从第 $n+m$ 级加入,从右向左流动;料液从第 n 级加入有机相,从右向左移动,在萃取剂和洗涤剂作用下,通过搅拌和澄清,稀土溶液分为上下两层,上层为萃取液(有机相),下层为萃余液(水相).最

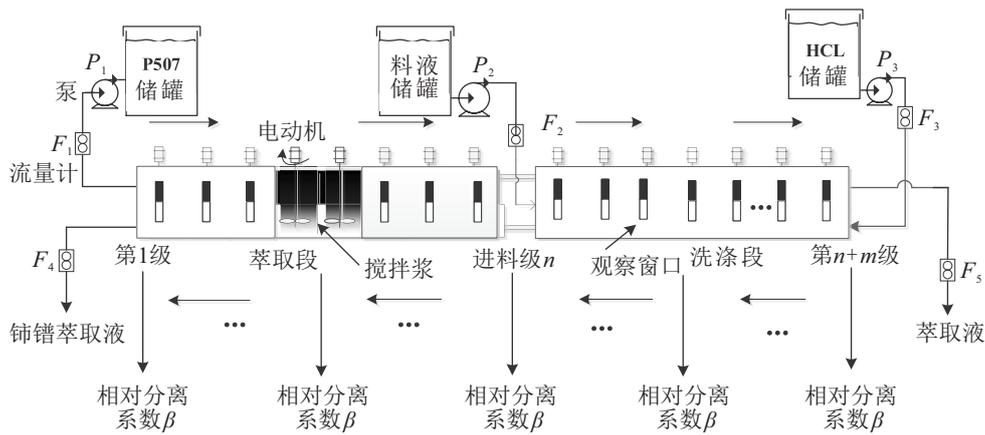


图1 稀土串级萃取生产流程

后在第1级得到下层的难萃产品(记为A,组分含量为 Y_A),第 $n+m$ 级得到上层的易萃产品(记为B,组分含量为 Y_B)。

每一级中不同组分间的相对分离系数计算方式为:第 $l(l=1,2,\dots,N)$ 组分相对于第1(难萃元素)组分的相对分离系数的表达通式为

$$\beta_{1/l} = \frac{Y_l X_1}{Y_1 X_l} \quad (1)$$

同理,第 $l(l=1,2,\dots,N)$ 组分相对于最后(易萃元素)组分的相对分离系数的表达通式为

$$\beta_{l/N} = \frac{Y_N X_l}{Y_l X_N} \quad (2)$$

其中: X 和 Y 是稀土萃取体系达到稳定时水相和有机相的组成。

1.2 基于能效分离系数的萃取工艺优化函数

通过式(1)和(2)计算得到的相对分离系数可以推导得到稀土元素的各级各组分含量^[5],推导过程不再叙述。计算萃取段有机相组分组成 Y_{cl} 和洗涤段水相组分组成 X_{wl} 的相对分离系数模型为

$$Y_{cl} = \frac{X_{cl} \prod_{k=1}^l \beta_{k/1}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(X_{c\alpha} \prod_{k=1}^l \beta_{k/1} \right)} \quad (3)$$

$$X_{wl} = \frac{Y_{wl} \prod_{k=1}^l \beta_{k/N}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(Y_{w\alpha} \prod_{k=1}^l \beta_{k/N} \right)} \quad (4)$$

其中: X_{cl} 为水相出口组分组成中第 l 组分含量, Y_{wl} 为有机相出口组分组成中第 l 组分含量, $\beta_{k/1}$ 和 $\beta_{k/N}$ 分别为萃取段和洗涤段的相对分离系数,组分序号 $l=1,2,\dots,N$ 。当计算Ce/Pr/Nd的各级组分含量时,组分数 $N=3$ 。

在实际萃取工业现场,由于萃取槽中的搅拌机具

有一定的能耗,稀土萃取体系达到稳定时水相和有机相的组成 X 和 Y 并不准确,导致由式(1)和(2)计算得到的相对分离系数 β 值不正确,进而导致由式(1)和(2)推导得到的式(3)和(4)计算得到的稀土元素各级各组分含量与实际工况不符。

在实际生产过程中 $\beta_{k/l}$ 已知,考虑搅拌机的能效,引入搅拌机的能效系数 η 将各组分含量计算公式转换为

$$Y_{cl} = \frac{X_{cl} \prod_{k=1}^l \eta \cdot \beta_{k/1}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(X_{c\alpha} \prod_{k=1}^l \eta \cdot \beta_{k/1} \right)} \quad (5)$$

$$X_{wl} = \frac{Y_{wl} \prod_{k=1}^l \eta \cdot \beta_{k/N}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(Y_{w\alpha} \prod_{k=1}^l \eta \cdot \beta_{k/N} \right)} \quad (6)$$

其中: η 为萃取槽搅拌机的能效系数, $0 < \eta < 1$;当 $\eta=1$ 时,其能效为100%,即为理想状态;当 $\eta=0$ 时,能效为0,说明搅拌机没有工作。

本文定义 $\beta'_{k/l} = \eta \cdot \beta_{k/l}$ 为萃取槽的能效分离系数,得到符合实际工况的萃取段有机相和洗涤段水相组分组成分别为

$$Y_{cl} = \frac{X_{cl} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(X_{c\alpha} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1} \right)} \quad (7)$$

$$X_{wl} = \frac{Y_{wl} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/N}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(Y_{w\alpha} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/N} \right)} \quad (8)$$

为求取能效分离系数 β' ,采用最小二乘法使式(7)和(8)所计算的组分含量与实际各级组分含量之

差的平方和最小,得到萃取段有机相和洗涤段水相中的优化目标函数为

$$\min J = \sum_{l=1}^N \left(Y_{cl}^* - \frac{X_{cl} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(X_{c\alpha} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1} \right)} \right)^2, \quad (9)$$

$$\min J = \sum_{l=1}^N \left(X_{wl}^* - \frac{Y_{wl} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1}}{\sum_{\alpha=1}^N \left(Y_{w\alpha} \prod_{k=1}^l \beta'_{k/1} \right)} \right)^2. \quad (10)$$

其中: Y_{cl}^* 和 X_{wl}^* 分别表示萃取段有机相和洗涤段水相中第 l 组分含量的实际值,式(9)和(10)中能效分离系数 β' 的求解需要采用优化算法.

2 改进的差分进化算法

2.1 改进算法LCTADE

本文采用差分进化算法对各级能效分离系数进行求解,经典DE的寻优主要通过初始化、变异、交叉、选择进行种群中个体向最优解靠近^[7].为了更好地根据稀土萃取过程建立的多峰、多变量的目标函数进行优化,提出一种种群规模线性减小的混沌双变异自适应差分进化改进算法LCTAD.

2.1.1 混沌序列初始化

种群由NP个 D 维个体组成, $\mathbf{X}_{i,G}$ 表示第 G 代种群中的第 i ($i = 1, 2, \dots, NP$) 个个体,是目标函数的一个可行解,即

$$\mathbf{X}_{i,G} = (x_{1,i,G}, x_{2,i,G}, x_{3,i,G}, \dots, x_{D,i,G}). \quad (11)$$

初始化生成的初始种群对基于种群的启发式算法的进化过程具有较大影响,进而影响最优解的求解^[18].经典DE算法的初始种群是通过随机方式生成的,种群个体在解的空间分布可能会出现不均匀的现象.混沌对于初值较为敏感,可以按照一定的规律随机、有界、不重复地遍历所有状态,因此可以将混沌序列嵌入改进算法中生成初始种群,增强种群多样性.

使用混沌模型中的立方映射初始化种群,产生的混沌序列分布与常用的Logistic映射相比较为平均^[19],表达式为

$$h(n+1) = 4h(n)^3 - 3h(n). \quad (12)$$

其中: $-1 \leq h(n) \leq 1; n = 0, 1, 2, \dots$

混沌空间映射到目标函数解空间的方法如下:

1) 随机生成一个范围在 $-1 \leq h_i \leq 1, 1 \leq i \leq d$ 的 D 维的混沌变量 $H = (h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_d)$;

2) 将生成的 H 的每一维通过式(12)分别进行

NP-1次迭代得到NP-1个混沌变量;

3) 根据 $x_{id} = x_{\min,d} + (1 + h_{id}) \frac{x_{\max,d} - x_{\min,d}}{2}$ 将生成NP个 D 维的混沌变量映射到目标函数的解空间,得到种群数量为NP的 D 维初始种群, $x_{\min,d}$ 和 $x_{\max,d}$ 为目标向量的取值范围.

2.1.2 双变异策略

父本种群中的个体 $\mathbf{X}_{i,G}$ 通过变异策略产生一个变异个体 $\mathbf{V}_{i,G}$.不同的突变策略适用于求解不同的优化函数,对于一个特定的优化问题在进化的不同阶段,最合适的突变策略也可能不同.因此,选择较好的适应不同优化函数的突变策略是非常重要的.研究表明,变异策略“DE/rand/1”在进化过程中对全局搜索能力较强的随机个体进行突变,可以在进化的早期阶段增强种群多样性,但缺乏最优个体的引导,收敛速度较慢^[20].变异策略“DE/current-to-pbest/1”基于父本和最优个体进行突变,收敛精度高,但易陷入局部最优^[21].

在进化不同阶段对突变策略的性能要求不同,为了平衡算法的收敛速度与精度,提出基于DE/current-to-pbest/1和DE/rand/1的双变异策略方法,即

$$\mathbf{V}_{i,G} = \gamma \mathbf{V}_{i1,G} + (1 - \gamma) \mathbf{V}_{i2,G}. \quad (13)$$

$\mathbf{V}_{i1,G}$ 和 $\mathbf{V}_{i2,G}$ 由变异策略DE/current-to-pbest/1和DE/rand/1分别得到,有

$$\mathbf{V}_{i1,G} = \mathbf{X}_{i,G} + F_i (\mathbf{X}_{\text{best},G}^p - \mathbf{X}_{i,G}) + F_i (\mathbf{X}_{r_4^i,G} - \mathbf{X}_{r_5^i,G}), \quad (14)$$

$$\mathbf{V}_{i2,G} = \mathbf{X}_{r_1^i,G} + F_i (\mathbf{X}_{r_2^i,G} - \mathbf{X}_{r_3^i,G}). \quad (15)$$

其中: F_i 是对应于每个个体的比例因子, $\mathbf{X}_{\text{best},G}^p$ 是从第 G 代种群中适应度值较优的前 $NP \times p$ ($p \in [0, 1]$) 个个体中随机抽取, $\mathbf{X}_{r_1^i,G}, \mathbf{X}_{r_2^i,G}, \mathbf{X}_{r_3^i,G}, \mathbf{X}_{r_4^i,G}$ 是从第 G 代中随机抽取, $\mathbf{X}_{r_5^i,G}$ 则是随机从第 G 代种群与 A 的并集中抽取, A 为进化后适应度值较差的个体集合, $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5 \neq i$ 是 $[1, NP]$ 中的随机数.

$\gamma \in [0, 1]$ 为变异尺度控制因子.大多数进化算法搜索过程的前期阶段比后期重要,需要加大DE/current-to-pbest/1生成的变异向量比例,使搜索范围向最优解靠近,加快收敛速度, γ 值在前期阶段较大;后期由于种群多样性差,算法容易陷入局部最优解,需要加大DE/rand/1生成的变异向量的比例, γ 值在后期阶段应较小.根据进化特性定义的动态调整策略为

$$\gamma = \frac{a}{\sqrt{1 + \left(\frac{5G}{\text{Maxgem}} \right)^{10}}} + b. \quad (16)$$

其中: G 为当前进化代数, Maxgem 为最大迭代代数. 根据 γ 值在进化前期大、后期小且 $\gamma \in [0, 1]$ 的特性, a 和 b 应满足 $a + b = 1$, 且 a 取较大值, b 取较小值.

2.1.3 参数自适应

目前, 研究人员提出了许多有效的参数自适应方法, 对优化问题采用不同的参数适应方法, 会产生不同的结果. 在本文中, 使用不同的参数自适应方法来实现 F 、 CR 以及 NP 值的设置.

交叉概率 CR 决定试验向量继承目标向量的概率, 每一次迭代过程中成功个体的历史信息可以反馈给下一代种群, 利用这些信息可以自适应生成符合当前阶段的 CR ^[9]. 首先通过均值为 μCR 、标准差为 0.1 的正态分布产生种群中每个个体的 CR , 初始设置为 0.5, 有

$$\text{CR}_i = \text{randi}(\mu\text{CR}, 0.1). \quad (17)$$

将每一代成功的个体的 CR 值存储起来, 即为 S_{CR} , 在每一次迭代后, 更新 μCR 的值为

$$\mu\text{CR} = (1 - c) \times \mu\text{CR} + c \times \text{mean}_{\text{WL}}(S_{\text{CR}}). \quad (18)$$

其中: μCR 的取值范围在 $[0, 1]$, c 为常值, 设置为 0.5; $\text{mean}_{\text{WL}}(S_{\text{CR}})$ 代表 S 中所有 CR 的加权平均数, 即

$$\text{mean}_{\text{WL}}(S_{\text{CR}}) = \frac{\sum_{\lambda=1}^{|S_{\text{CR}}|} \omega_{\lambda} \cdot S_{\lambda, \text{CR}}^2}{\sum_{\lambda=1}^{|S_{\text{CR}}|} \omega_{\lambda} \cdot S_{\lambda, \text{CR}}}, \quad (19)$$

$$\omega_{\lambda} = \frac{\Delta f_{\lambda}}{\sum_{\lambda=1}^{|S_{\text{CR}}|} \Delta f_{\lambda}}, \quad (20)$$

$$\Delta f_{\lambda} = |f(\mathbf{U}_{i, G}) - f(\mathbf{X}_{i, G})|. \quad (21)$$

ω_{λ} 为集合 S_{CR} 中的第 λ 个 CR_i 对应个体的权重系数, Δf_{λ} 为种群中个体进化后与进化前的适应度值差值的绝对值.

比例因子 F 决定变异向量的生成, 上一代种群中的最优和最劣个体反映了当前代的解的分布, 利用进化过程中每一代种群个体的最优和最劣适应度值更新 F , 有

$$F_i = \begin{cases} \text{randc}_i(0.5, 0.1), & f(\mathbf{X}_{\text{best}}) = f(\mathbf{X}_{\text{worst}}); \\ \frac{f(\mathbf{X}_{\text{worst}}) - f(\mathbf{X}_i)}{f(\mathbf{X}_{\text{worst}}) - f(\mathbf{X}_{\text{best}})}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (22)$$

其中: $\mathbf{X}_{\text{worst}}$, \mathbf{X}_{best} 分别为第 G 代种群中适应度值最差和最优的个体.

若使种群数量 NP 线性减小, 则能够在进化前期使种群数量较大, 增加种群多样性, 进化后期种群数

量较小, 加快收敛速度^[11]. 所以下一代种群数量设置方式为

$$\text{NP}_{G+1} = \text{round} \left[\left(\frac{\text{NP}_{\text{max}} - \text{NP}_{\text{min}}}{\text{Max_n}_{fe}} \right) n_{fe} + \text{NP}_{\text{min}} \right]. \quad (23)$$

其中: NP_{max} 为最大种群数目, 一般设置为 $18D$; NP_{min} 为最小种群数目; n_{fe} 为适应度值评估次数, 随进化代数的增加而增加, Max_n_{fe} 为适应度值评估的最大次数, 取为 $1000D$.

2.2 LCTADE 复杂度分析

算法的运算复杂度主要取决于适应度值的评估次数, 将本文提出的 LCTADE 改进算法与经典 DE 和 JADE 进行复杂度分析和比较. DE 的复杂度为 $O(\text{NP} \times D \times G_{\text{max}})$, 其中 G_{max} 为最大运行代数, JADE 算法为 $O(\text{NP}[D + \log(\text{NP})]G_{\text{max}})$. LCTADE 算法与 JADE 相比, 虽然在变异和参数适应上做了一些改变, 但算法的运算框架和最大适应度值评估次数基本相同, 所以只在混沌初始化时增加了计算量, 运行复杂度为 $O(\text{NP}[2D + \log(\text{NP})]G_{\text{max}})$. 所以 LCTADE 算法在运行时不会产生较大的负担.

3 实验结果与分析

为了分析本文提出的能效分离系数的可行性, 首先使用 LCTADE 对 CEC 2017 函数库中提供的基准函数进行求解, 并与其他 DE 改进算法进行比较, 验证本文提出算法 LCTADE 的优越性; 之后使用 LCTADE 对稀土萃取目标函数进行优化得到稀土元素的各级能效分离系数; 最后根据能效分离系数建立的各级组分含量计算模型验证所提出的能效分离系数的有效性.

3.1 求解优化基准函数

首先, 测试本文提出的改进 DE 算法 LCTADE 的性能和可行性, 将 LCTADE 用于求解 CEC 2017 函数库的 30 个优化基准函数, 主要分为以下 4 类: 1) 单峰函数 ($f_1 \sim f_3$); 2) 简单多峰函数 ($f_4 \sim f_{10}$); 3) 混合函数 ($f_{11} \sim f_{20}$); 4) 组合函数 ($f_{21} \sim f_{30}$).

为了进行综合评价, 本文算法与 5 种 DE 改进算法 (JADE^[19], SHADE^[10], COBiDE^[13], O-L-SHADE^[12], DEwDVR^[15]) 进行比较.

5 种对比算法的参数设置与它们的原始论文相同, 实验环境与本文算法相同. 本文算法 LCTADE 的参数设置为: $\text{NP}_{\text{max}} = 18D$, $\text{NP}_{\text{min}} = 4$, $\mu\text{CR} = 0.5$, $\text{Max_n}_{fe} = 1000D$, $\text{Maxgem} = 3000$, a 和 b 的值经过实验的反复交叉验证取为 $a = 0.87$, $b = 0.13$.

采用求解误差测度 $f(x) - f(\hat{x}^*)$, 其中 x 是算法

运行得到的最佳解, \hat{x}^* 是每个基准函数的给定最优解, 误差值和标准偏差值小于 $1e-8$ 的值均视为 0. 设置函数的解的维度 $D = 30$, 本文算法与另外 5 种对比的改进算法在 CEC 2017 中的 30 个测试函数上分别

独立运行 51 次, 计算误差和标准偏差的均值数据如表 1 所示. Means 表示误差均值, STD 表示标准偏差均值, Nob 表示每个改进算法 CEC 2017 函数库中的 30 个函数与其他算法对比取得较好结果的数目.

表 1 本文算法与 JADE、SHADE、COBiDE、O-L-SHADE、DEwDVR 和 LCTADE 在 $D = 0$ 维的实验结果

	JADE	SHADE	COBiDE	O-L-SHADE	DEwDVR	本文算法
1	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00
2	1.33e+19/9.09e+19	0.00e+00/0.00e+00	1.71e+03/7.09e+03	0.00e+00/0.00e+00	9.10e+04/6.41e+05	9.38e+04/4.69e+05
3	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	7.86E-05/2.46E-04	0.00e+00/0.00e+00
4	5.73e+01/3.57e+01	5.75e+01/8.25e+00	4.90e+01/2.26e+01	0.00e+00/0.00e+00	5.62e+01/1.44e+01	7.40e+01/1.00e+01
5	5.45e+01/7.92e+00	1.74e+01/2.73e+00	4.16e+01/1.01e+01	1.26e+01/2.09e+00	4.00e+01/1.67e+01	8.46e+00/1.53e+00
6	8.44e-08/3.85e-08	3.62e-08/1.56e-07	2.32e-08/3.32e-08	1.18e-08/5.25e-08	1.34e-07/3.31e-07	0.00e+00/0.00e+00
7	7.67e+01/5.91e+00	4.77e+01/2.68e+00	7.08e+01/1.10e+01	4.33e+01/1.96e+00	8.11e+01/1.91e+01	4.04e+01/1.54e+01
8	4.96e+01/5.77e+00	1.82e+01/2.81e+00	4.49e+01/1.16e+01	1.36e+01/1.89e+00	4.23e+01/1.77e+01	8.61e+00/1.59e+00
9	1.26e+02/6.04e+01	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00	0.00e+00/0.00e+00
10	2.14e+03/2.00e+02	1.75e+03/2.18e+02	2.34e+03/4.34e+02	2.32e+03/5.81e+02	3.38e+03/9.01e+02	2.30e+03/2.62e+02
11	1.73e+02/6.82e+01	3.48e+01/2.91e+01	3.49e+01/2.22e+01	3.71e+02/5.40e+01	2.21e+01/2.20e+01	3.26e+01/2.65e+01
12	1.06e+06/3.94e+05	2.08e+03/2.52e+03	5.98e+03/7.37e+03	4.26e+03/5.51e+03	4.05e+03/5.15e+03	4.93e+02/1.86e+02
13	1.78e+05/6.38e+04	1.66e+02/1.65e+02	2.30e+01/9.03e+00	6.26e+01/7.08e+01	3.59e+01/1.70e+01	2.69e+01/1.17e+01
14	7.79e+04/4.71e+04	3.51e+01/8.21e+00	1.92e+01/1.18e+01	2.60e+01/8.33e+00	3.01e+01/1.35e+01	2.34e+01/2.00e+00
15	3.20e+04/1.90e+04	3.57e+01/2.65e+01	8.84e+00/3.92e+00	1.83e+00/1.08e+00	7.00e+00/4.00e+00	9.78e+00/2.24e+00
16	6.19e+02/1.23e+02	2.20e+02/1.04e+02	4.97e+02/2.08e+02	9.48e+02/3.37e+02	8.85e+02/3.23e+02	2.44e+02/1.14e+02
17	1.28e+02/4.18e+01	4.55e+01/1.10e+01	1.14e+02/8.93e+01	4.24e+01/8.35e+01	2.18e+02/1.36e+02	5.53e+01/8.70e+00
18	2.64e+05/1.20e+05	1.44e+02/7.57e+01	2.33e+01/5.18e+00	3.11e+01/3.71e+01	2.31e+02/6.67e+00	2.30e+01/1.44e+00
19	2.64e+04/1.35e+04	1.99e+01/1.09e+01	5.53e+00/1.97e+00	9.44e+00/5.37e+00	5.65e+00/2.62e+00	8.86e+00/1.89e+00
20	1.69e+02/5.19e+01	6.81e+01/4.66e+01	9.18e+01/8.37e+01	1.32e+02/8.71e+01	1.52e+02/1.15e+02	9.03e+01/3.57e+01
21	2.23e+02/4.33e+01	2.19e+02/3.15e+00	2.42e+02/1.08e+01	2.14e+02/2.41e+00	2.41e+02/1.93e+01	2.10e+02/1.73e+00
22	1.22e+02/1.92e+00	1.00e+02/0.00e+00	1.36e+03/1.40e+03	1.00e+02/0.00e+00	1.56e+03/1.91e+03	1.00e+02/0.00e+00
23	4.02e+02/7.55e+00	3.69e+02/3.91e+00	3.93e+02/1.40e+01	3.72e+02/9.93e+00	3.95e+02/1.57e+01	3.54e+02/2.77e+00
24	4.96e+02/2.75e+01	4.41e+02/3.72e+00	4.63e+02/1.38e+01	4.44e+02/1.59e+01	4.66e+02/1.88e+01	4.30e+02/1.70e+00
25	3.87e+02/5.79e+01	3.87e+02/2.26e+01	3.87e+02/4.76e+02	4.79e+02/2.37e+01	3.87e+02/3.78e+02	3.87e+02/1.96e+02
26	1.03e+03/4.36e+02	1.12e+03/4.77e+01	1.48e+03/1.45e+02	1.37e+03/4.89e+02	1.34e+03/1.66e+02	1.03e+03/3.74e+01
27	5.09e+02/3.52e+00	5.09e+02/7.63e+00	4.97e+02/7.48e+00	1.41e+03/1.57e+02	4.97e+02/1.01e+00	5.14e+02/1.11e+01
28	4.31e+02/4.84e+00	3.40e+02/6.20e+01	3.23e+02/4.42e+01	1.14e+03/3.04e+02	3.33e+02/5.46e+01	3.69e+02/4.46e+01
29	5.29e+02/5.12e+01	4.61e+02/2.72e+01	4.89e+02/8.60e+01	1.51e+03/3.55e+02	4.83e+02/7.57e+01	4.59e+02/1.51e+01
30	1.96e+04/5.85e+03	2.17e+03/1.66e+02	2.05e+03/7.80e+01	2.01e+03/6.65e+01	2.01e+03/6.63e+02	1.98e+03/4.90e+01
No.	2	8	9	8	5	17

最后, 从统计的角度分析本文算法与对比的改进算法最优解的质量, 采用了两种假设检验方法: Wilcoxon 符号秩检验和 Friedman 检验.

本文算法与 JADE、SHADE、COBiDE、O-L-SHADE、DEwDVR 等算法在单峰函数 ($f_1 \sim f_3$) 和简单多峰函数 ($f_4 \sim f_{10}$) 上分别有 2、4、3、6、2 和 6 个函数的效果最好. 在混合函数 ($f_{11} \sim f_{30}$) 上分别有 1、0、1、1、3 和 11 个函数的结果最好. 因此可以得出: 本文提出的 LCTADE 改进算法对于多峰和混合函数具有较好的优化效果, 所提出的多变异策略和参数自适应方法能够有效降低算法对不同函数的敏感程度, 提高算法对多种函数的适应程度.

JADE 和 SHADE 使用的变异策略为 DE/current-to-pbest/1, COBiDE 则在 DE/rand/1 基础上加入协方差矩阵, O-L-SHADE 提出了新的变异策略 DE/current-to-pbest-2order/1. 分析实验结果可知, 与上述

变异策略相比, 本文算法提出的基于 DE/current-to-pbest/1 和 DE/rand/1 双变异策略, 通过变异尺度控制因子能够有效避免局部最优值的出现, 收敛速度和精度都得到提升.

此外, 将这 5 种改进算法分别与本文算法 LCTADE 进行 Wilcoxon 秩检验和 Friedman 测试, 证明本文算法与其他算法的差异性和优越性, 结果如表 2 和表 3 所示. Wilcoxon 秩检验通过对配对样本进行分析, 判断两个样本之间是否存在差异. 将本文提出的改进算法 LCTADE 与其他算法分别进行 Wilcoxon 秩检验, 表 2 结果显示: 在 $\alpha = 0.05$ 和 $\alpha = 0.1$ 的显著性水平下, 本文算法与其他算法分别对比得到的值都

表 2 Wilcoxon 秩检验结果

	JADE	SHADE	COBiDE	O-L-SHADE	DEwDVR
$\alpha = 0.05$	0.04	0.038	0.024	0.015	0.001
$\alpha = 0.1$	0.047	0.039	0.022	0.017	0.002

表3 Friedman测试的排序结果

排名	算法	秩均值
1	LCTADE	2.48
2	SHADE	3.31
3	O-L-SHADE	3.47
4	JADE	3.86
5	COBiDE	3.88
6	DEwDVR	4

低于 α , 说明有 95% 或 90% 的概率确保本文算法与

其他改进算法具有显著性差异. Friedman 检验是一种非参数检验方法, 用于比较所有算法的性能. 表3结果显示: 本文算法与其他算法对比得到的秩均值最小, 排名第1, 说明本文算法的性能最好.

最后, 为了直观地表现LCTADE的优越性, 绘制如图2所示6种算法在5个CEC 2017中的测试函数5、8、12、30上随进化代数变化的适应度值误差的收敛曲线.

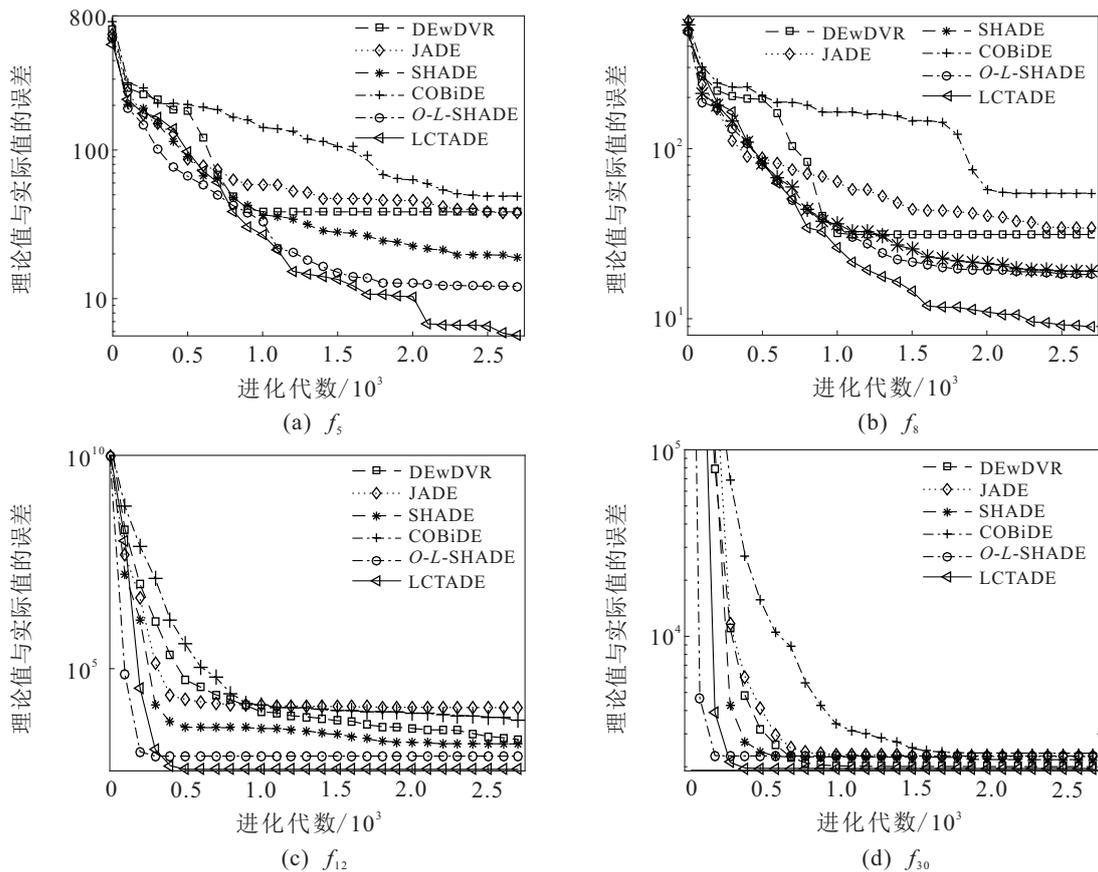


图2 各个改进算法在不同函数上的误差迭代对比曲线

分析图2中不同算法的收敛曲线可知, LCTADE 进化前期收敛速度较慢, 但在进化后期能够快速得到优于其他算法的最小适应度值误差. 这是因为进化前期使用“DE/rand/1”尽可能多的探索解空间, 避免得到局部最优值, 进化后期则使用“DE/current-to-pbest/1”加快收敛速度.

3.2 求解稀土萃取能效分离系数优化函数

本文仿真实例为Ce/Pr/Nd稀土萃取工艺流程. 为了通过式(7)和(8)获得稀土萃取流程各级Ce、Pr、Nd三种组分含量值, 需要确定稀土串级萃取流程中各级的能效分离系数.

本文采用稀土萃取分离公司提供的稳态下各级Ce、Pr、Nd组分含量值的实际数据, 采用最小二乘法建立基于能效分离系数的优化函数(9)和(10). 使

用改进的差分进化算法LCTADE对其进行优化, 求解各级的能效分离系数: $\min J$ 和 $\min W$ 分别求解, 表示为适应度函数 $f(\cdot)$. 先对 $\min J$ 表示的优化目标求解能效分离系数 $\beta'_{k/1}$, 元素组分数 $N = 3$, 其中当 $k = 1$ 时, $\beta'_{1/1} = 1$ 为已知量, 因此求解的目标函数的解为 $k = 2, 3$ 时 $\beta'_{2/1}$ 和 $\beta'_{3/1}$ 的值. 设置优化函数的可行解的维数, Ce/Pr的能效分离系数 $\beta'_{2/1}$ 和 Pr/Nd的能效分离系数 $\beta'_{3/1}$ 对应于使用LCTADE进化完成后种群中适应度值最小个体, 即目标函数的优化解的第1维和第2维, 同理对 $\min W$ 进行求解. 对稀土串级萃取过程萃取段和洗涤段的每一级使用LCTADE算法进行优化求解20次, 得到的均值即为各级Ce/Pr和Pr/Nd的能效分离系数, 如图3所示.

将计算得到的各级能效分离系数分别代入基于

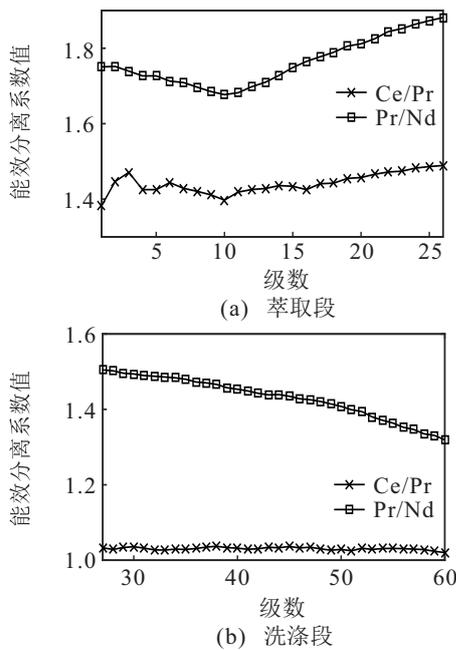


图3 萃取段和洗涤段的各级能效分离系数

能效分离系数的实际模型(7)和(8), 计算得到稀土元素Ce、Pr、Nd的各级组分含量, 将其与实际数据进行对比, 结果如图4所示. 可以得出, 本文模型计算得到的各个元素的各级组分含量与实际值基本一致, 说明本文提出的引入能效分离系数建立的稀土萃取流程模拟符合实际工况. 使用最大相对误差(MAXRE)、平均相对误差(MEANRE)以及均方根误差(RMSE)这三种评价指标对本文模型的可靠性进行准确评估.

对Ce、Pr、Nd三种元素分别进行计算, 结果如图

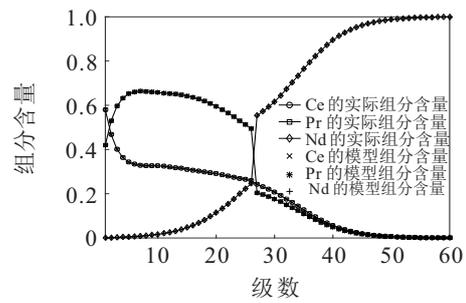


图4 模型与实际组分含量对比曲线

5所示, 基于LCTADE算法优化的能效分离系数模型计算的组分含量与实际现场数据的误差极小. 之后将其与相关参考文献中的最新研究成果计算得到的结果进行对比, 如表4所示. 基于本文提出的方法计算得到的MAXRE、MEANRE、RMSE均优于其他改进DE算法和斐波那契树优化算法^[22](Fibonacci tree optimization, FTO)计算得到的性能指标, 说明了本文提出的基于改进差分进化的能效分离系数优化符合实际工况.

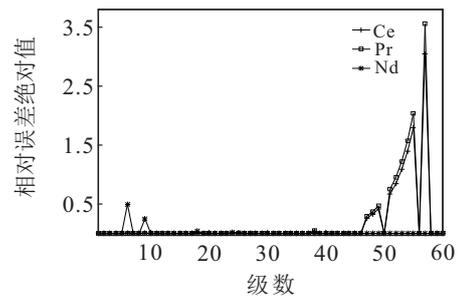


图5 模型各级组分含量与实际值的相对误差绝对值

表4 不同算法计算得到的性能指标

元素	性能指标	FTO	DE	JADE	SHADE	O-L-SHADE	本文算法
Ce	MAXNRE/%	3.89e-01	4.67e-03	3.05e-05	3.05e-05	3.05e-05	3.05e-05
	MEANNRE/%	4.4792	1.53e-04	1.66e-06	1.66e-06	1.66e-06	1.66e-06
	RMSE	6.71e-05	1.10e-06	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10
Pr	MAXNRE/%	3.51e-01	9.30e-03	3.56e-05	3.56e-05	3.56e-05	3.56e-05
	MEANNRE/%	3.9512	2.64e-04	1.88e-06	1.88e-06	1.88e-06	1.88e-06
	RMSE	4.23e-05	1.37e-06	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10
Nd	MAXNRE/%	1.79e-01	3.21e-03	4.96e-06	4.96e-06	4.96e-06	4.96e-06
	MEANNRE/%	3.7665	6.47e-06	1.42e-07	1.42e-07	1.42e-07	1.42e-07
	RMSE	3.91e-05	2.76e-07	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10	1.67e-10

4 结论

传统的基于机理模型的计算没有考虑到萃取槽能效的影响, 得到的各级组分含量与实际工厂数据有较大差距, 不能满足实际萃取流程模拟的要求. 本文引入能效分离系数的概念, 利用改进的LCTADE算法对最小二乘法构建目标函数求解得到各级能效分离系数, 得到了符合实际工况的优化组分含量计算模型, 对新工艺开发、现有稀土萃取过程工艺流程重组和工艺参数再优化提供重要参考, 具有重要的现实意

义.

参考文献(References)

[1] 徐光宪. 稀土[M]. 第2版. 北京: 冶金工业出版社, 1995: 45-98.
(Xu G X. Rare earths[M]. The 2nd edition. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1995, 45-98.)

[2] 吴声, 廖春生, 贾江涛, 等. 多组分多出口稀土串级萃取静态优化设计研究(I): 静态设计算法[J]. 中国稀土学报, 2004, 22(1): 17-21.
(Wu S, Liao C S, Jia J T, et al. Static design for multiple

- components and multiple outlets rare earth countercurrent extraction (I): Algorithm of static design[J]. Journal of the Chinese Rare Earth Society, 2004, 22(1): 17-21.)
- [3] 王琦, 张丽萍. 串级萃取中多组份作为二组份的积累计算[J]. 稀土, 1984, 5(4): 17-20.
(Wang Q, Zhang L P. Accumulation calculation of multiple components as two components in countercurrent extraction[J]. Chinese Rare Earths, 1984, 5(4): 17-20.)
- [4] 钟学明. 多组分稀土串级萃取有效分离系数的研究[J]. 稀土, 2009, 30(2): 57-60.
(Zhong X M. Study on effective separation factor for multi-component rare earths in counter-current extraction[J]. Chinese Rare Earths, 2009, 30(2): 57-60.)
- [5] 丁永权, 衷路生, 杨辉. 任意组分两出口体系串级萃取静态优化设计研究[J]. 中国稀土学报, 2010, 28(1): 53-59.
(Ding Y Q, Zhong L S, Yang H. Static optimization design study of two outlets cascade extraction for any component[J]. Journal of the Chinese Rare Earth Society, 2010, 28(1): 53-59.)
- [6] 朱建勇, 杨辉, 陆荣秀, 等. 基于静态设定和动态补偿的铈镧/铈萃取过程药剂量优化控制[J]. 自动化学报, 2019, 45(6): 1186-1197.
(Zhu J Y, Yang H, Lu R X, et al. Static setting and dynamic compensation based optimal control for the flow rate of the reagent in CePr/Nd extraction process[J]. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(6): 1186-1197.)
- [7] Storn R, Price K. Differential evolution — A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [8] 邹杰, 李俊. 多策略协方差矩阵学习差分进化算法[J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(7): 78-87.
(Zou J, Li J. Multi-strategy covariance matrix learning differential evolution algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2021, 57(7): 78-87.)
- [9] Zhang J Q, Sanderson A C. JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 945-958.
- [10] Wang Y, Cai Z X, Zhang Q F. Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 55-66.
- [11] Tanabe R, Fukunaga A S. Improving the search performance of SHADE using linear population size reduction[C]. 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Beijing, 2014: 1658-1665.
- [12] Mousavirad S J, Rahnamayan S. Enhancing SHADE and L-SHADE algorithms using ordered mutation[C]. 2020 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence. Canberra, 2020: 337-344.
- [13] Wang Y, Li H X, Huang T W, et al. Differential evolution based on covariance matrix learning and bimodal distribution parameter setting[J]. Applied Soft Computing, 2014, 18: 232-247.
- [14] Deng L B, Sun H L, Zhang L L, et al. η -CODE: A differential evolution with η -Cauchy operator for global numerical optimization[J]. IEEE Access, 2019, 7: 88517-88533.
- [15] Ghosh A, Das S, Das A K, et al. Reusing the past difference vectors in differential evolution — A simple but significant improvement[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(11): 4821-4834.
- [16] Wang Z J, Zhan Z H, Lin Y, et al. Dual-strategy differential evolution with affinity propagation clustering for multimodal optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(6): 894-908.
- [17] 索永喜. 稀土元素的分离方法[J]. 中国高科技, 2021(1): 151-152.
(Suo Y X. Improved Rare earth element separation method[J]. China High and New Technology, 2021(1): 151-152.)
- [18] 张楠楠. 差分进化算法的性能研究[D]. 兰州: 西北师范大学, 2019.
(Zhang N N. Research on the performance of differential evolution algorithm[D]. Lanzhou: Northwest Normal University, 2019.)
- [19] 余胜东, 吴洪涛, 马金玉. 应用混沌萤火虫算法的无人机航迹规划[J]. 机械设计与制造, 2018(11): 113-116.
(Yu S D, Wu H T, Ma J Y. Path planning for unmanned air vehicle based on chaotic glowworm swarm optimization[J]. Machinery Desig & Manufacture, 2018(11): 113-116.)
- [20] Price K, Storn R, Lampinen J. Differential evolution: A practical approach to global optimization (natural computing series)[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [21] Storn R, Price K. Differential evolution — A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [22] 杨辉, 代文豪, 陆荣秀, 等. 基于分离系数校正的稀土萃取流程模拟[J]. 化工学报, 2020, 71(7): 3180-3190.
(Yang H, Dai W H, Lu R X, et al. Simulation of rare earth extraction process based on separation coefficient correction[J]. CIESC Journal, 2020, 71(7): 3180-3190.)

作者简介

朱建勇(1977—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂工业过程控制与优化、大数据分析等研究, E-mail: zhujyemail@163.com;

常文佳(1997—), 女, 硕士生, 从事工业过程控制、优化算法的研究, E-mail: 15237423503@163.com;

徐芳萍(1986—), 女, 讲师, 博士生, 从事复杂系统建模与优化控制、智能检测的研究, E-mail: xufangping@163.com;

杨辉(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模、控制与优化等研究, E-mail: yhshuo@263.net.