

控制与决策

Control and Decision

灰色关联模型关联序结果的稳定性检验方法及应用

杨绍闻, 党耀国, 王俊杰, 周慧敏

引用本文:

杨绍闻, 党耀国, 王俊杰, 周慧敏. 灰色关联模型关联序结果的稳定性检验方法及应用[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1679–1686.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0536>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于MEMD和空间层次聚类的PM2.5三角模糊序列多因子组合预测](#)

Multi-factor combination prediction of PM2.5 triangular fuzzy series based on MEMD and spatial hierarchical clustering

控制与决策. 2023, 38(2): 537–545 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1163>

[基于面板数据的灰色四面体网格关联分析模型及应用](#)

Grey tetrahedral grid incidence analysis model based on panel data and its application

控制与决策. 2022, 37(11): 3033–3041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0753>

[基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题](#)

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem

控制与决策. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

[区间条件下基于GRA和TOPSIS的辐射源威胁评估](#)

Combining TOPSIS and GRA for emitter threat evaluation with interval number

控制与决策. 2021, 36(6): 1516–1522 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1559>

[基于WGRA-FCM样本相似性度量的转炉炼钢终点碳温软测量方法](#)

End point carbon temperature measurement method based on WGRA-FCM for sample similarity measurement

控制与决策. 2021, 36(9): 2170–2178 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0128>

灰色关联模型关联序结果的稳定性检验方法及应用

杨绍闻[†], 党耀国, 王俊杰, 周慧敏

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106)

摘要: 针对目前灰色关联理论中模型结果检验方法的不足, 提出一种对相近性灰色关联模型关联序结果稳定性检验的方法. 首先, 以序列间对应观测点的数值差异作为构造序列间量级大小变化的最简单单元, 用以表征和定义序列间的相近性灰色关联度; 其次, 引入信息熵的基本思想, 基于序列间量级大小变化的最简单单元构建信息灰熵作为相近性视角下序列间关系稳定程度的度量标准; 然后, 通过将研究对象的行为序列平均划分为不同阶段来计算在不同阶段变化下序列间相近性灰色关联度的变动值, 以动态关联数值与信息灰熵共同构造相近性灰色关联模型的稳定性检验系数, 通过比较检验系数大小最终确定模型间结果的稳定程度; 最后, 选取几种常见的相近性灰色关联模型对 2016 年~2021 年南京市主要大气污染物进行影响因素分析, 根据计算得到的检验系数对各模型的分析结果进行验证和筛选.

关键词: 相近性灰色关联模型; 信息灰熵; 稳定性检验; 关联度检验系数; 关联序检验系数; 大气污染

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0536

引用格式: 杨绍闻, 党耀国, 王俊杰, 等. 灰色关联模型关联序结果的稳定性检验方法及应用[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1679-1686.

Stability test method and application of incidence order results of the grey incidence model

YANG Shao-wen[†], DANG Yao-guo, WANG Jun-jie, ZHOU Hui-min

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: A test idea for the stability of the correlation order results of the proximity grey incidence model is proposed for the lack of test methods for model results in the current grey incidence theory. Firstly, the numerical difference of the corresponding observation points between the sequences is used as the simplest element to construct the magnitude change between the sequences to characterize and define the proximity grey incidence degree. Secondly, the basic idea of information entropy is introduced, and the information grey entropy is constructed by using the simplest element of the change of magnitude and size between sequences. The information grey entropy is used to measure the stability degree of the relationship between sequences from the perspective of proximity. Then, the behavior sequence of the research object is divided into different stages on average, and the change value of the proximity grey incidence degree between sequences under the change of different phases is calculated. The size of the tested coefficient finally determines the stability between the models. Finally, several standard grey correlation models are selected to analyze the influencing factors of the main air pollutants in Nanjing from 2016 to 2021. The results of each model are verified and screened according to the stability test coefficient obtained by calculation.

Keywords: proximity grey incidence model; information grey entropy; stability test; correlation test coefficient; correlation order test coefficient; air pollution

0 引言

灰色关联分析是灰色系统理论的重要分支之一, 是一种为确定因子间的影响程度或因子对主行为的

贡献测度所提出的分析方法, 相比于传统的数理统计分析方法, 更加擅长处理具有“有效数据少, 信息不完全”特征的数据. 自邓聚龙^[1]提出灰色关联模型以来,

收稿日期: 2022-04-02; 录用日期: 2022-09-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71771119, 72001107); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(19YJC630167); 中国博士后科学基金项目(2020T130297, 2019M660119); 江苏省自然科学基金青年项目(BK20190426); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NP2022104).

责任编辑: 李登峰.

[†]通讯作者. E-mail: ysw00886@nuaa.edu.cn.

*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

已逐渐成为研究不确定性系统的一个重要理论方法.

灰色关联分析理论的基本思想是,基于行为因子序列的几何相近,将观察序列的离散点转化为连续的分段折线,通过提取折线的几何特征差异构造灰色关联模型. 众多学者基于不同的几何特征差异构造出了新的灰色关联模型. 如刘思峰^[2]以序列间所夹的积分面积作为几何特征差异,构造了一类广义灰色关联模型,并在此基础上作出了改进^[3]. 党耀国等^[4]构造了以相邻序列点的斜率差为几何特征差异的斜率灰色关联模型. 钱吴永等^[5]引入“水平”距离、“增量”距离以及“变异”距离等3种几何特征差异,构造了基于面板数据时空特征的灰色矩阵关联模型. 吴利丰等^[6]用相关因素之间的相对凸度的接近性作为关联程度的度量,提出了灰色凸关联模型. 李雪梅等^[7]利用累加灰色生成构建了灰色准指数律的灰色生成速率关联模型. Wang等^[8]基于三角函数定义了序列发展趋势的特征差异,从而构造变趋势灰关联模型. 总体来看,灰色关联度可表现为序列间量级大小变化的接近性和发展趋势变化的相似性,因此,可将灰色关联模型大致划分为接近性和相似性两类.

研究灰色关联模型的性质与机理是明确灰色关联模型类别的重要依据,韦保磊等^[9]系统地研究了几种灰色关联序列算子的性质并对广义灰色关联模型作了统一表征. 魏勇等^[10]逐条解析了灰色关联四公理的实际意义及必要性. 谢乃明等^[11]研究了多种常见的灰色关联分析模型的平行性与一致性. 刘震^[12-13]提出了灰色关联模型稳定性、趋势性的检验算法. 此外,在灰色关联分析的应用方面,罗宁等^[14]利用改进的邓氏灰色关联模型对配电网运行的可靠性进行了评价. Weng等^[15]利用邓氏灰色关联模型对异构社会网络中的隐性关系进行了分析与挖掘. Huang等^[16]对碳排放的潜在影响因素进行了灰色关联分析. Yang等^[17]基于改进的灰色关联方法对分布式能源供应系统的规划方案进行了评价. 陈洪涛等^[18]利用广义绝对关联模型研究了各地区石油期货价格之间的关联度.

通过上述讨论,当前灰色关联理论研究的不足主要表现为以下两个方面:

1) 缺乏对灰色关联分析模型类别的明确划分与定义. 早期的点联系数的灰色关联模型和广义灰色关联模型对于相似性和接近性的不同没有进行明确界定^[9],随着研究的深入,新型灰色关联模型种类的不断增多,更容易使模型之间产生概念的混淆与定位用途的模糊. 而早期传统灰色关联模型在国内外

研究文献中的应用范围更广,更需要对该类模型进行明确而统一的划分与定义.

2) 缺乏灰色关联模型筛选与分析结果优劣的检验方法. 同类视角下的不同灰色关联模型在分析实际问题时可能出现分析结果的不一致,目前基本没有对灰色关联模型分析结果检验方法的研究,只有刘震^[12]曾系统地提出过对灰色关联模型的检验算法,为相关研究工作提供了极大的参考价值,但文献^[12]没有考虑模型之间结构与几何特征差异会使关联度之间不具有直接的可比性,因此存在一定的局限.

针对以上两点不足,本文以序列间对应观测点的数量差异值为基本单元,基于相近性视角定义了一类包括邓氏灰色关联模型、广义灰色关联模型在内的传统灰色关联模型类别;其次,通过引入信息熵的基本思想构造原始数据序列间的信息灰熵来表征在相近性视角下序列关系的稳定程度;然后计算不同阶段原始数据相近性灰色关联度的变动值,结合信息灰熵构造相近性灰色关联模型的检验系数,用来比较模型结果之间的稳定程度;最后,基于3种主要相近性灰色关联模型对2016年~2021年南京市主要大气污染物的主要影响因素进行识别分析,根据本文所提出的检验方法,对3种模型结果进行稳定性检验.

1 相近性灰色关联度的稳定性检验方法

1.1 相近性灰色关联模型的定义及表征

一般地,按照灰色关联分析模型的测度视角可将其分为接近性和相似性两类,而从灰色关联分析的目的考虑,又将其分为考量指标间的相关性以及模式间的空间距离,前者考量序列几何形状的相似程度,后者考量序列间空间距离的接近程度. 为了区别测度视角与分析目的的不同,本文将灰色关联模型划分为相近性、接近性以及相似性3类,如表1所示.

表1 不同灰色关联模型类别的划分

灰色关联模型类别	差异测度视角	分析目的
相近性	序列间量级大小的变化	几何形状的相似程度
相似性	序列间发展趋势的变化	几何形状的相似程度
接近性	序列间量级大小的变化	空间距离的接近程度

由表1可知,根据模型的测度视角与分析目的的不同,将灰色关联模型划分为3种类型,其中接近性与相似性灰色关联模型可视为两类完全不同的灰色关联模型,是对指标相关程度与模式接近程度的不同度量,应具有明确的划分界限. 在此基础上,可将以序列间量级大小差异来分析序列间折线相似程度的这类灰色关联模型称为相近性灰色关联模型.

定义1 设 $X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}$ 与 $X_j = \{x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(n)\}$ 为系统行为序列, 称

$$l_{ij}(k) = x_i(k) - x_j(k) \quad (1)$$

为序列 x_i 与 x_j 关于第 k 项的差异值, 其中 $k = 1, 2, \dots, n$, 并称

$$L_{ij} = \{l_{ij}(1), l_{ij}(2), \dots, l_{ij}(n)\} \quad (2)$$

为序列 x_i 与 x_j 的差异序列。

如定义1所示, 差异值 $l_{ij}(k)$ 表示序列 x_i 与 x_j 上

任意对应观测点的差值, 将差异值作为表征序列间量级大小变化这一描述的最简单单元, 可统一地构造出该类测度视角下的几何特征差异. 例如邓氏灰色关联模型、广义灰色关联模型以及相关的改进模型均是以序列间量级大小变化的相近程度作为度量的灰色关联模型, 一般选取系统因素序列间对应观测点的距离、序列折线间的所夹面积等几何特征差异来定义灰色关联度, 这一类模型的几何特征差异可通过差异值进行表征, 如表2所示。

表2 基于序列间量级大小变化的几何特征差异表征

灰色关联模型	灰色关联度计算公式	几何特征差异	基于差异值的表征
邓氏关联模型 ^[1]	$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{m + \xi M}{ x_i(k) - x_j(k) + \xi M}$	$ x_i(k) - x_j(k) $	$ l_{ij}(k) $
点关联模型 ^[20]	$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\xi M}{ x_i(k) - x_j(k) + \xi M}$		
广义灰色关联模型 ^[2]	$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + s_i + s_j }{1 + s_i + s_j + s_i - s_j }$	$ s_i - s_j $	$\left \sum_{k=2}^{n-1} l_{ij}(k) + \frac{1}{2} l_{ij}(n) \right $
灰色相似关联模型 ^[3]	$\rho_{ij} = \frac{1}{1 + s_i - s_j }$	$ s_i - s_j $	$\left \sum_{k=2}^{n-1} l_{ij}(k) + \frac{1}{2} l_{ij}(n) \right $
灰色接近关联模型 ^[3]			$\left \frac{1}{2} l_{ij}(1) + \sum_{k=2}^{n-2} l_{ij}(k) + \frac{1}{2} l_{ij}(n) \right $

此外需要指出: 构造差异值的目的在于为具有相同测度方式的灰关联模型提供一定的比较依据. 当差异值能够表征出所选模型的几何特征差异时, 反映各模型几何特征差异的实质依然是以序列对应点与点间的距离作为度量标准, 因此可以进行比较. 当灰色关联模型的测度视角不同时, 表明差异值无法同时表征各模型的几何特征差异, 因此不具备可比性. 在构造序列的差异值时应确保序列间的量纲一致, 若原始数据序列的量纲不同, 则应先对原始数据进行无量纲化处理。

定义2 设 $L_{ij} = \{l_{ij}(1), \dots, l_{ij}(k), \dots, l_{ij}(n)\}$ 为系统行为序列 X_i 与 X_j 的差异序列, 其中 $k = 1, 2, \dots, n$, 若存在 n 元函数 $\gamma_{ij} = f(l_{ij}(k)), \forall l_{ij}(k) \in R$, 且 γ_{ij} 满足: 1) 规范性: $0 < \gamma_{ij} \leq 1, \gamma_{ij} = 1 \Leftrightarrow X_i = X_j$; 2) 接近性: $l_{ij}(k) \rightarrow 0, \gamma_{ij} \rightarrow 1$; 3) 平行性: $l_{ij}(1) = l_{ij}(2) = \dots = l_{ij}(n) = \text{const} \Leftrightarrow \gamma_{ij} = 1$. 则称 γ_{ij} 为序列 X_i 与 X_j 的相近性灰色关联度。

由定义2可知, 相近性灰色关联度 γ_{ij} 需要满足规范性、接近性以及平行性条件, 该关联度反映了序列间基于相近性视角下折线形状的相似程度. 将符合定义2中条件1)、2)、3)的灰色关联模型统称为相近性灰色关联模型. 由于不同关联模型的构造存在差异, 使用 $\gamma_{ij} = f(l_{ij}(k))$ 来统一表示相近性关联

度与序列各点差异值之间的联系, 其中序列差异值 $l_{ij}(k)$ 与相近性灰色关联度 γ_{ij} 的关系如图1所示。

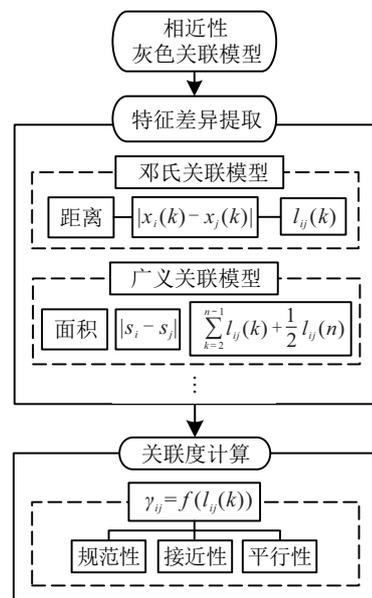


图1 序列差异值与相近性灰色关联度的联系

命题1 表2中邓氏灰色关联度、广义灰色绝对关联度、灰色相似关联度均为相近性灰色关联度。

证明 即证明3种灰色关联度均满足定义2中条件1)、2)、3)。其中条件1)和条件2)由表2与灰色关联二公理易得. 根据文献[11]可知, 邓氏灰色关联度、

广义灰色绝对关联度满足平行性,因此,邓氏灰色关联度、广义灰色绝对关联度为相近性灰色关联度. 对于灰色相似关联度,若已知序列 $L_{ij} = \{l_{ij}(1), l_{ij}(2), \dots, l_{ij}(n)\}$ 为序列 X_i 与 X_j 的差异序列,则当 $l_{ij}(1) = l_{ij}(2) = \dots = l_{ij}(n) = \text{const}$ 时,有

$$\begin{aligned} x_i(k) &= x_i(k) - x_i(1), \\ x_j(k) &= x_j(k) - x_j(1) = \\ (x_i(k) - l_{ij}(k)) - (x_i(1) - l_{ij}(1)) &= \\ x_i(k) - x_i(1), \end{aligned}$$

可得 $l_{ij}(1) = l_{ij}(2) = \dots = l_{ij}(n) = 0$. 此时关联度为1,因此,灰色相似关联度满足平行性,故灰色相似关联度为相近性灰色关联度. \square

1.2 相近性视角下数据序列间信息灰熵的构建

灰色关联分析通过灰色关联序来描述相关因素对系统的影响程度,而不依赖于关联度数值本身. 对此考虑以关联序稳定性作为判别灰色关联分析结果优劣的依据. 关联序的稳定取决于各行行为序列间的关系是否稳定:当稳定性较差时,行为序列间不同阶段的灰色关联度出现的浮动较大,从而更可能导致关联序发生变化;当稳定性较好时,灰色关联度的浮动较小,关联序更不易发生变化.

在不确定性系统中,各行行为因素之间的关系存在一定程度的不确定性,随着不确定性信息的增多,所反映出数据序列间的稳定性将不断下降. 为了考量相近性灰色关联模型在这种不确定信息下的稳定性,本文借鉴信息熵的信息度量思想,基于相近性视角对序关系中存在的确定性信息进行量化,以此来考量序列关系间的稳定性.

定义3 设 $L_{ij} = \{l_{ij}(1), \dots, l_{ij}(k), \dots, l_{ij}(n)\}$ 为系统行为序列 X_i 与 X_j 的差异序列,其中 $k = 1, 2, \dots, n$,若 L_{ij} 不为常数序列,且 $l_{ij}^*(k) = |l_{ij}(k) - \bar{l}_{ij}|$, $\bar{l}_{ij} = \sum_{k=1}^n l_{ij}(k) / n$,则称映射

$$\begin{aligned} \varphi : L &\rightarrow P, \\ p_{ij}(k) &\triangleq \frac{l_{ij}^*(k)}{\sum_{k=1}^n l_{ij}^*(k)}, p_{ij}(k) \in P, \end{aligned} \quad (3)$$

为差异序列 L_{ij} 的信息差异映射, $p_{ij}(k)$ 为信息差异映射关于第 k 项的信息差异度. 若

$$\Delta l_{ij} = \max\{l_{ij}(k)\} - \min\{l_{ij}(k)\}. \quad (4)$$

$$h_{ij}(k) = \begin{cases} p_{ij}(k) \cdot \ln p_{ij}(k), & p_{ij}(k) \neq 0; \\ 0, & p_{ij}(k) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

则称函数

$$H_{ij} = - \frac{\Delta l_{ij}}{\sum_{k=1}^n h_{ij}(k)} \quad (6)$$

为序列 X_i 与 X_j 的信息灰熵.

由定义3可知,信息灰熵 H_{ij} 越小,表明序列间对应观测点距离的差异越小,则序列间关系的不确定性信息越少,稳定程度就越好,反之亦然. 信息灰熵为信息熵的倒数形式并增加了修正项 Δl_{ij} ,这是为了更加符合主观的认知:当序列各点的距离越趋于相等时,序列关系就越稳定,熵值就越小. 而修正项 Δl_{ij} 对两条序列存在相互交叉时可能产生的失真现象进行修正.

性质1 序列 X_i 与 X_j 在第 k 点的信息差异度 $p_{ij}(k)$ 满足 $\forall k, p_{ij}(k) \geq 0, \sum_{k=1}^n p_{ij}(k) = 1$,且信息灰熵 $H_{ij} > 0$.

证明 根据定义3可知 L_{ij} 不为常数序列,则 $\Delta l_{ij} > 0$,且 $l_{ij}^*(k)$ 不全为0. 因此,由式(3)、(5)可得 $\forall k, p_{ij}(k) \geq 0, \sum_{k=1}^n p_{ij}(k) = 1, \sum_{k=1}^n h_{ij}(k) < 0$. 综上与式(6)可得 $H_{ij} > 0$. \square

性质2 当序列 X_i 与 X_j 的相近性灰色关联度为1时, X_i 与 X_j 间的关系不包含任何不确定性信息,此时信息灰熵无意义.

证明 由相近性灰色关联度的平行性可知,当序列 X_i 与 X_j 的相近性灰色关联度为1时,序列 X_i 与 X_j 的各项差异值 $l_{ij}(1) = l_{ij}(2) = \dots = l_{ij}(n) = \text{const}$,因此 $l_{ij}^*(k) = |l_{ij}(k) - \bar{l}_{ij}| = 0, p_{ij}(k)$ 的分母为0. 根据式(5)和(6)可知,此时信息灰熵 H_{ij} 无意义. \square

命题2 设序列 X_i 与 X_j 的差异序列为 $L_{ij} = \{l_{ij}(1), l_{ij}(2), \dots, l_{ij}(n)\}$, H_{ij} 为序列 X_i 与 X_j 的信息灰熵,则任何使 $l_{ij}(1), l_{ij}(2), \dots, l_{ij}(n)$ 由均等变为不均等的变动都会使熵增大.

证明 参照文献[21]给出证明过程. 令 $a_{ij} = - \sum_{k=1}^n h_{ij}(k)$,其结构与信息熵完全相同,由信息熵的上凸性可得 $a_{ij} = - \sum_{k=1}^n h_{ij}(k)$ 具有极大值,对 a_{ij} 与约束条件 $\sum_{k=1}^n p_{ij}(k) = 1$ 应用拉格朗日极值法,可得

$$Q = - \sum_{k=1}^n p_{ij}(k) \ln p_{ij}(k) + \lambda \left(\sum_{k=1}^n p_{ij}(k) - 1 \right).$$

对于 $\max a_{ij}$ 有 $-1 - \ln p_{ij}(k) + \lambda = 0, k = 1, 2,$

..., n, $p_{ij}(k) = e^{(\lambda-1)}$, 由 $\sum_{k=1}^n p_{ij}(k) - 1 = 0$ 可得

$$p_{ij}(k) = \frac{1}{n}.$$

因此, 当 $l_{ij}(1) = l_{ij}(2) = \dots = l_{ij}(n) = \text{const}$ 时, $-\sum_{k=1}^n h_{ij}(k)$ 可取得最大值, $\Delta l_{ij} = 0$ 可取得最小值, 此时 $-\sum_{k=1}^n h_{ij}(k)$ 无意义. 但可观察到, 当变动任意项 $l_{ij}(k)$ 时, 均会使 $-\sum_{k=1}^n h_{ij}(k)$ 减小, Δl_{ij} 增大, 此时信息灰熵必将增大. □

1.3 相近性灰色关联模型关联序的稳定性检验系数构建

由于不同灰色关联模型在构造结构上存在差异, 通过静态对比模型间灰色关联度无法有效得出检验结果, 对此, 本文通过将已知的系统行为特征序列与各相关因素序列划分为多个相互独立的子阶段, 分别计算各阶段下的灰色关联度, 结合信息灰熵所表征的原始序列间关系的稳定程度, 动态地分析关联度的变动情况, 以此对不同相近性灰色关联模型的稳定性进行检验.

定义4 设 X_i 与 X_j 为系统行为序列, 将序列 X_i 与 X_j 平均划分为 q 个相互独立的子序列, 则 γ_{ij}^t 表示序列 X_i 与 X_j 在第 t 个子序列下的相近性灰色关联度, 其中 $t = 1, 2, \dots, q$. 称

$$\Delta\gamma_{ij}^q = \frac{1}{q-1} \sum_{t=1}^{q-1} |\gamma_{ij}^{t+1} - \gamma_{ij}^t| \quad (7)$$

为相近性灰色关联度关于序列 X_i 与 X_j 的阶段变动值. 若 H_{ij} 是序列 X_i 与 X_j 的信息灰熵, 则称

$$\beta_{ij} = \frac{|\ln \Delta\gamma_{ij}^q|}{e^{H_{ij}}} \quad (8)$$

为相近性灰色关联模型关于系统行为序列 X_i 与 X_j 的关联度检验系数.

由定义4可知, 关联度检验系数 β_{ij} 反映了相近性灰色关联模型分析指定序列 X_i 与 X_j 结果的稳定程度. 其中: 分子 $|\ln \Delta\gamma_{ij}^q|$ 与关联度的阶段变动值呈对数关系, 各阶段的关联度变动越小, 分子 $|\ln \Delta\gamma_{ij}^q|$ 就越大, 表示因关联度变化而导致关联序产生变化的可能性越低, 因而两序列的关系更加稳定, 反之亦然; 分母 $e^{H_{ij}}$ 确保了不同相近性灰色关联模型的可比性, 将各模型的计算结果放在相同的不确定性信息量中进行比较, 同时也区别了不同序列信息灰熵水平对灰色关联度的影响.

定义5 设系统特征行为序列为 X_0 , 相关因素序

列分别为 X_1, X_2, \dots, X_m , 若已知序列 X_0 与相关因素序列 X_1, X_2, \dots, X_m 在相近性灰色关联度下的稳定检验系数分别为 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$, 则称

$$B = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \beta_j \quad (9)$$

为关于该系统下相近性灰色关联模型的关联序检验系数.

由定义5可知, 关联序检验系数 B 反映了相近性灰色关联模型对于分析该系统下特征行为序列与其他相关因素序列结果的稳定性指标, 是对模型关于关联度检验系数的综合考量. 关联序检验系数 B 越大, 表明该模型对于系统特征行为序列 X_0 与相关因素序列 X_1, X_2, \dots, X_m 的关联序结果越稳定; 关联序检验系数 B 越小, 表明系统特征行为序列 X_0 与其他相关因素序列 X_1, X_2, \dots, X_m 的关联度变动越大, 关联序可能出现更多变化. 在稳定性检验的视角下, 可选择各模型中关联序检验系数高的关联序结果作为主要的参考依据.

稳定性检验的前提假设是, 所研究时段内因素间的关联保持不变或变动较小, 其合理性是建立在不同阶段内因素间的关联性基本保持相同的基础上进行的, 因此, 需要充分考虑阶段划分的可行性. 否则, 即使筛选出结果相对稳定的灰色关联模型, 但在实际应用中对决策者并没有实质上的帮助与意义.

1.4 相近性灰色关联模型结果稳定性的检验流程

step 1: 对原始数据序列进行数据预处理;

step 2: 根据定义1计算序列 X_i 与 X_j 的差异序列;

step 3: 基于差异序列 L_{ij} 和定义3计算序列 X_i 与 X_j 的信息灰熵;

step 4: 根据定义4和定义5计算序列 X_i 与 X_j 模型的关联度检验系数以及关联序检验系数;

step 5: 通过对比关联度检验系数与关联序检验系数, 得出相对最稳定的相近性灰色关联模型.

2 实例分析

2.1 样本数据来源

本节以2016年~2021年南京市主要大气污染物浓度的月度数据为研究对象, 基于邓氏灰色关联模型(分辨系数取0.5)、灰色绝对关联模型以及灰色相似关联模型等3种主要的相近性灰色关联模型, 对南京市PM2.5进行影响因素分析, 通过本文提出的检验方法对3种灰关联模型进行检验筛选. 在相关因素指标选取上, 参考现有对PM2.5与其他主要大气污染物之间的关联性研究^[22-23]以及《环境空气质

量标准》(GB 3095-2012),选取可吸入颗粒物PM 10、二氧化硫SO₂、二氧化氮NO₂、一氧化碳CO、臭氧O₃等5项主要大气污染物浓度作为相关因素指标,选用数据来源于2016年~2021年国家生态环境部发布的《全国城市空气质量报告》(<http://www.mee.gov.cn/hjzl/dqhj/cskqzlzkyb/>).

2.2 模型分析结果的检验

为保证所选指标间的量纲一致,对所选数据进行均值化处理并利用3种相近性灰色关联模型计算2016年~2021年南京市PM 2.5与其他5种主要大气污染物指标的灰色关联度,计算结果如表3所示.

表3 2016年~2021年南京市PM 2.5与主要大气污染物的灰色关联度

年份	邓氏灰色关联度					关联序
	PM 10	CO	NO ₂	SO ₂	O ₃	
2016年	0.8928	0.7947	0.7905	0.7924	0.5264	PM 10 > CO > SO ₂ > NO ₂ > O ₃
2017年	0.8476	0.7779	0.8042	0.7490	0.5358	PM 10 > NO ₂ > CO > SO ₂ > O ₃
2018年	0.8613	0.8026	0.8559	0.8098	0.5764	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃
2019年	0.8519	0.7264	0.7918	0.7767	0.5853	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃
2020年	0.8260	0.7256	0.7764	0.8040	0.6328	PM 10 > SO ₂ > NO ₂ > CO > O ₃
2021年	0.9051	0.7294	0.8441	0.7817	0.5782	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃

年份	灰色绝对关联度					关联序
	PM 10	CO	NO ₂	SO ₂	O ₃	
2016年	0.8471	0.8475	0.7640	0.7687	0.5175	CO > PM 10 > SO ₂ > NO ₂ > O ₃
2017年	0.7802	0.8185	0.6299	0.9359	0.5228	SO ₂ > CO > PM 10 > NO ₂ > O ₃
2018年	0.8014	0.6812	0.7080	0.7559	0.5140	PM 10 > SO ₂ > NO ₂ > CO > O ₃
2019年	0.8261	0.5885	0.7243	0.7029	0.5152	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃
2020年	0.7379	0.5172	0.6088	0.7104	0.5164	PM 10 > SO ₂ > NO ₂ > CO > O ₃
2021年	0.9941	0.7263	0.8890	0.6669	0.5183	PM 10 > NO ₂ > CO > SO ₂ > O ₃

年份	灰色相似关联度					关联序
	PM 10	CO	NO ₂	SO ₂	O ₃	
2016年	0.8853	0.8646	0.8924	0.8428	0.5178	NO ₂ > PM 10 > CO > SO ₂ > O ₃
2017年	0.8469	0.7484	0.7602	0.7579	0.4903	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃
2018年	0.7897	0.7209	0.7664	0.7975	0.4765	SO ₂ > PM 10 > NO ₂ > CO > O ₃
2019年	0.8075	0.6327	0.8115	0.7293	0.4772	NO ₂ > PM 10 > SO ₂ > CO > O ₃
2020年	0.7409	0.5331	0.6544	0.6366	0.4387	PM 10 > NO ₂ > SO ₂ > CO > O ₃
2021年	0.9177	0.6875	0.9141	0.6661	0.4869	PM 10 > NO ₂ > CO > SO ₂ > O ₃

根据表3所示,3种模型的关联序结果并不相同,需要对分析结果进行筛选.基于长期视角来看,大气污染物的相互作用关系不易发生变化,因此,考虑对关联序结果进行稳定性检验.因为O₃在3种模型的关联序结果中均未发生变化,所以只对另外4种污染

物的关联序结果进行检验.由于大气污染物浓度存在较强的周期性,将南京市2016年~2021年期间各年的月度数据视为一个阶段,计算每年关联度的变动值.根据上述检验步骤,计算结果如表4所示.

表4 2016年~2021年期间南京市主要大气污染物与PM 2.5的相关模型稳定性检验指标

指标	信息灰熵	邓氏关联模型检验系数		绝对关联模型检验系数		相似关联模型检验系数	
		β	B	β	B	β	B
		PM 10	0.1922	2.7743	1.9738		2.1784
SO ₂	0.4009	2.4851	1.4913	1.7144	1.5612	1.8579	
NO ₂	0.2695	2.4118	1.5892		1.6190		
CO	0.2881	2.4639	1.8032		2.0728		

根据表4中的计算结果,得出邓氏灰色关联模型的检验系数最大,其关联序相比于其他模型具有更强的稳定性.从表3中也可直观看出邓氏关联模型的关联排序更为固定.为进一步考察检验系数的有效性,

分别将表4内各模型关联度检验系数最高和最低的污染物指标进行剔除,观察原关联序的排序情况,结果如表5所示.

表5 剔除检验系数最高与最低指标后各模型的关联序情况

年份	去掉最小关联度检验系数的各模型关联序		
	邓氏灰色关联模型	灰色绝对关联模型	灰色相似关联模型
2016年	PM 10 > CO > SO ₂	CO > PM 10 > NO ₂	NO ₂ > PM 10 > CO
2017年	PM 10 > CO > SO ₂	CO > PM 10 > NO ₂	PM 10 > NO ₂ > CO
2018年	PM 10 > SO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO
2019年	PM 10 > SO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO	NO ₂ > PM 10 > CO
2020年	PM 10 > SO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO
2021年	PM 10 > SO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO	PM 10 > NO ₂ > CO

年份	去掉最大关联度检验系数的各模型关联序		
	邓氏灰色关联模型	灰色绝对关联模型	灰色相似关联模型
2016年	CO > SO ₂ > NO ₂	CO > SO ₂ > NO ₂	NO ₂ > CO > SO ₂
2017年	NO ₂ > CO > SO ₂	SO ₂ > CO > NO ₂	NO ₂ > SO ₂ > CO
2018年	NO ₂ > SO ₂ > CO	SO ₂ > NO ₂ > CO	SO ₂ > NO ₂ > CO
2019年	NO ₂ > SO ₂ > CO	NO ₂ > SO ₂ > CO	NO ₂ > SO ₂ > CO
2020年	SO ₂ > NO ₂ > CO	SO ₂ > NO ₂ > CO	NO ₂ > SO ₂ > CO
2021年	NO ₂ > SO ₂ > CO	NO ₂ > CO > SO ₂	NO ₂ > CO > SO ₂

根据表5可以明显看出:当除去各模型中关联度检验系数最小的指标后,各模型在每年关联序结果的一致性上显著增强;而当去掉各模型中关联度检验系数最大的指标后,各模型在每年关联序结果上更加紊乱,表明关联度检验系数有效识别了模型结果中各指标稳定程度.根据上述分析和计算结果,在南京市2016年~2021年大气污染物的主要影响因素识别分析中,最终考虑选用邓氏灰色关联模型的分析结果作为主要的参考依据.

3 结论

本文针对相近性灰色关联模型,提出了一种对关联序稳定性的检验方法:1)讨论了相近性、相似性、接近性灰色关联模型的区别与联系,并对相近性灰色关联度进行了明确的定义;2)构造了相近性视角下序列间的信息灰熵来表示序列间关系的稳定程度;3)构造了相近性灰色关联模型的两种稳定性检验系数,分别反映了序列间模型关联度与关联序的稳定性;4)检验了3种最为常见的相近性灰色关联模型对2016年~2021年南京市大气污染物主要影响因素分析结果,筛选出了相对最为稳定的灰色关联模型.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 63-170.
(Deng J L. Grey theory basis[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002:

63-170.)
[2] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 第9版. 北京: 科学出版社, 2021: 67-119.
(Liu S F. Grey system theory and its application[M]. The 9th edition. Beijing: Science Press, 2021: 67-119.)
[3] 刘思峰, 谢乃明, Jeffery F. 基于相似性和接近性视角的新型灰色关联分析模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(5): 881-887.
(Liu S F, Xie N M, Jeffery F. On new models of grey incidence analysis based on visual angle of similarity and nearness[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(5): 881-887.)
[4] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 灰色斜率关联度的改进[J]. 中国工程科学, 2004, 6(3): 41-44.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Improvement on degree of grey slope incidence[J]. Engineering Science, 2004, 6(3): 41-44.)
[5] 钱吴永, 王育红, 党耀国, 等. 基于多指标面板数据的灰色矩阵关联模型及其应用[J]. 系统工程, 2013, 31(10): 70-74.
(Qian W Y, Wang Y H, Dang Y G, et al. Grey matrix relational modeling and its application based on multivariate panel data[J]. Systems Engineering, 2013, 31(10): 70-74.)
[6] 吴利丰, 王义闹, 刘思峰. 灰色凸关联及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(7): 1501-1505.
(Wu L F, Wang Y N, Liu S F. Grey convex relation and its properties[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2012, 32(7): 1501-1505.)
[7] 李雪梅, 党耀国, 王俊杰. 基于灰色准指数律的灰色生成速率关联模型的构建及应用[J]. 控制与决策, 2015,

- 30(7): 1245-1250.
(Li X M, Dang Y G, Wang J J. Grey generation rate relational analysis model based on grey exponential law and its application[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1245-1250.)
- [8] Wang J J, Hipel K W, Dang Y G. An improved grey dynamic trend incidence model with application to factors causing smog weather[J]. Expert Systems with Applications, 2017, 87: 240-251.
- [9] 韦保磊, 谢乃明. 广义灰色关联分析模型的统一表述及性质[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(1): 226-235.
(Wei B L, Xie N M. Unified representation and properties of generalized grey relational analysis models[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2019, 39(1): 226-235.)
- [10] 魏勇, 曾柯方. 关联度公理的简化与特殊关联度的公理化定义[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(6): 1528-1534.
(Wei Y, Zeng K F. The simplified relational axioms and the axiomatic definition of special incidence degrees[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(6): 1528-1534.)
- [11] 谢乃明, 刘思峰. 几类关联度模型的平行性和一致性[J]. 系统工程, 2007, 25(8): 98-103.
(Xie N M, Liu S F. The parallel and uniform properties of several relational models[J]. Systems Engineering, 2007, 25(8): 98-103.)
- [12] 刘震. 灰色关联与预测建模技术及其应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016: 57-64.
(Liu Z. Grey incidence and grey forecasting models with their application[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016: 57-64.)
- [13] 刘震, 谢玉梅, 党耀国. 矩阵型灰色关联度的特征检验方法及其应用[J]. 运筹与管理, 2020, 29(9): 131-138.
(Liu Z, Xie Y M, Dang Y G. Characteristic test method of matrix grey incidence degree and its application[J]. Operations Research and Management Science, 2020, 29(9): 131-138.)
- [14] 罗宁, 陈露东, 卢嗣斌, 等. 基于聚类分析和改进灰色关联的配电网运行可靠性评价[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2020, 53(7): 636-642.
(Luo N, Chen L D, Lu S B, et al. Reliability evaluation of distribution network operation based on cluster analysis and improved grey relation[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2020, 53(7): 636-642.)
- [15] Weng L J, Zhang Q S, Lin Z B, et al. Harnessing heterogeneous social networks for better recommendations: A grey relational analysis approach[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 174: 114771.
- [16] Huang Y S, Shen L, Liu H. Grey relational analysis, principal component analysis and forecasting of carbon emissions based on long short-term memory in China[J]. Journal of Cleaner Production, 2019, 209: 415-423.
- [17] Yang K, Ding Y, Zhu N, et al. Multi-criteria integrated evaluation of distributed energy system for community energy planning based on improved grey incidence approach: A case study in Tianjin[J]. Applied Energy, 2018, 229: 352-363.
- [18] 陈洪涛, 周德群, 韩谊. 基于灰色关联理论的中外石油期货价格时差[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(3): 166-170.
(Chen H T, Zhou D Q, Han Y. Study on the time difference between prices of China and international oil futures based on grey relativity theory[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2008, 28(3): 166-170.)
- [19] 刘思峰, 蔡华, 杨英杰, 等. 灰色关联分析模型研究进展[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(8): 2041-2046.
(Liu S F, Cai H, Yang Y J, et al. Advance in grey incidence analysis modelling[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2013, 33(8): 2041-2046.)
- [20] 肖新平. 关于灰色关联度量化模型的理论研究和评论[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(8): 76-81.
(Xiao X P. Theoretical study and reviews on the computation method of grey interconnect degree[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1997, 17(8): 76-81.)
- [21] 张岐山, 郭喜江, 邓聚龙. 灰关联熵分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(8): 7-11.
(Zhang Q S, Guo X J, Deng J L. Grey relational entropy analysis method[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1996, 16(8): 7-11.)
- [22] 赵艳艳, 张晓平, 陈明星, 等. 中国城市空气质量的区域差异及归因分析[J]. 地理学报, 2021, 76(11): 2814-2829.
(Zhao Y Y, Zhang X P, Chen M X, et al. Regional variation of urban air quality in China and its dominant factors[J]. Acta Geographica Sinica, 2021, 76(11): 2814-2829.)
- [23] 刘金培, 汪官镇, 陈华友, 等. 基于VAR模型的PM_{2.5}与其影响因素动态关系研究——以西安市为例[J]. 干旱区资源与环境, 2016, 30(5): 78-84.
(Liu J P, Wang G Z, Chen H Y, et al. Dynamic relationship between PM_{2.5} and its influence factors in Xi'an city based on the VAR model[J]. Journal of Arid Land Resources and Environment, 2016, 30(5): 78-84.)

作者简介

杨绍闻(1994—), 男, 博士生, 从事灰色系统理论的研究, E-mail: ysw00886@nuaa.edu.cn;

党耀国(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济等研究, E-mail: iamdangyg@163.com;

王俊杰(1988—), 男, 副教授, 博士, 从事灰色系统理论的研究, E-mail: wangjj@nuaa.edu.cn;

周慧敏(1991—), 女, 博士生, 从事灰色系统理论的研究, E-mail: 1468678684@qq.com.