

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于观测器的无人车 $H_\infty$ 预瞄控制器设计

王恒, 梁永裕, 李擎, 王莉

引用本文:

王恒, 梁永裕, 李擎, 王莉. 基于观测器的无人车 $H_\infty$ 预瞄控制器设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1737–1744.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1302>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于观测器的受扰多项式系统 $H_\infty$ 输出跟踪控制

Observer-based  $H_\infty$  output tracking control for a class of polynomial systems with external disturbances  
控制与决策. 2023, 38(6): 1611–1619 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1792>

#### 非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制

Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties  
控制与决策. 2022, 37(1): 160–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1069>

#### 考虑侧倾的无人车NMPC轨迹跟踪控制

Trajectory tracking control for automated vehicle based on NMPC considering vehicle rolling motion  
控制与决策. 2022, 37(10): 2535–2542 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1018>

#### DoS攻击下信息物理系统的无模型 $H_\infty$ 控制

Model-free  $H_\infty$  control for cyber-physical systems under DoS attacks  
控制与决策. 2022, 37(10): 2565–2574 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0278>

#### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint  
控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

# 基于观测器的无人车 $H_\infty$ 预瞄控制器设计

王 恒<sup>1,2</sup>, 梁永裕<sup>1</sup>, 李 擎<sup>1,3†</sup>, 王 莉<sup>1</sup>

- (1. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100083;
2. 北京科技大学 工业过程知识自动化教育部重点实验室, 北京 100083;
3. 北京科技大学 顺德研究生院, 广东 佛山 528300)

**摘要:** 为抑制道路曲率干扰并提高无人车路径跟踪精度, 提出一种基于观测器的无人车  $H_\infty$  预瞄控制器设计方法. 首先, 将无人车非线性路径跟踪模型转换为线性变参数 (linear parameter varying, LPV) 系统; 然后, 建立关于路径曲率的预瞄模型, 并将无人车路径跟踪模型与预瞄模型相结合构建增广系统; 接着, 考虑传感器测量噪声对无人车路径跟踪精度的影响, 设计基于观测器的  $H_\infty$  状态反馈控制器, 并将控制器设计问题转化为满足一组线性矩阵不等式的优化问题. Simulink/CarSim 联合仿真结果表明, 所提出的基于观测器的无人车  $H_\infty$  预瞄控制方法可以有效减小测量噪声对系统性能的影响, 与已有最优控制方法相比, 可以取得更好的路径跟踪精度.

**关键词:** 无人车; LPV 系统; 预瞄控制器; 基于观测器的控制器设计; 路径跟踪;  $H_\infty$  性能指标

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1302

引用格式: 王恒, 梁永裕, 李擎, 等. 基于观测器的无人车  $H_\infty$  预瞄控制器设计 [J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1737-1744.

## Design of observer-based $H_\infty$ preview controller for autonomous guided vehicles

WANG Heng<sup>1,2</sup>, LIANG Yong-yu<sup>1</sup>, LI Qing<sup>1,3†</sup>, WANG Li<sup>1</sup>

- (1. School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. Key Laboratory of Knowledge Automation for Industrial Processes of Ministry of Education, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
3. School of Shunde Graduate, University of Science and Technology Beijing, Foshan 528300, China)

**Abstract:** In order to reject the effects of disturbances on the path tracking accuracy of autonomous guided vehicles (AGVs), an observer-based  $H_\infty$  preview controller is proposed. Firstly, the path tracking error model of the AGV is converted into a linear variable parameter (LPV) model. Then, a preview model of the path curvature is established, and an augmented system is constructed by combining the path tracking model and the preview model. Considering the influence of sensor measurement noises on the path tracking accuracy, an observer-based  $H_\infty$  state-feedback controller is designed, the design conditions of which are converted into solving a set of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, the results of simulation utilizing Simulink/CarSim show that, the proposed  $H_\infty$  preview controller receives better path tracking results compared with existing methods, where measurement noises are attenuated effectively.

**Keywords:** autonomous guided vehicle; linear variable parameter system; preview control; observer-based controller design; path tracking;  $H_\infty$  performance index

## 0 引 言

随着人工智能和无人驾驶技术的快速发展, 无人车有望极大地改善交通安全, 缓解交通拥堵<sup>[1-2]</sup>. 无人车系统按照功能模块划分, 可看作由定位与环境感知、路径规划以及决策控制 3 个模块构成<sup>[3]</sup>. 其中, 决

策控制模块作为无人驾驶技术的关键, 由横向控制和纵向控制两部分组成<sup>[3]</sup>.

横向控制直接影响无人车的操纵稳定性和乘坐舒适性, 根据是否使用车辆模型, 无人车横向控制可分为无模型控制和基于模型控制两种方法. PID 控制

收稿日期: 2021-07-26; 录用日期: 2021-12-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173029); 科技创新 2030-“新一代人工智能重大项目” (2020AAA0108703); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (FRF-BD-19-002A); 汽车安全与节能国家重点实验室开放基金课题项目 (KFY2214).

†通讯作者. E-mail: liqing@ies.ustb.edu.cn.

是典型的无模型控制算法,其特点是结构简单,但该算法对外界干扰的鲁棒性较差<sup>[4]</sup>.基于几何追踪的纯跟踪控制(pure pursuit)算法同样无需考虑车辆的运动学模型和动力学模型,其控制参数少且鲁棒性较好<sup>[5]</sup>.在基于车辆模型的控制方法中,线性二次调节控制(linear quadratic regulator, LQR)方法的计算复杂度低,适用于以状态空间形式表达的线性系统<sup>[6-7]</sup>.为了克服无人车系统模型中的不确定性影响,文献[8-9]提出了基于横向误差的自适应滑模控制方法,该方法能够较好地克服系统的不确定性,但会出现抖动现象.此外,模型预测控制(model predictive control, MPC)可生成未来有限时间步控制指令,路径跟踪效果好,但在线求解耗时较长<sup>[10]</sup>.

另一方面,预瞄控制通过提前选取预瞄点以改善路径跟踪性能,与一般LQR控制和MPC相比,其计算复杂度低,实时性更好<sup>[10-11]</sup>.文献[12]将预瞄控制应用于无人车车道保持问题,并在频域内分析了预瞄控制对无人车路径跟踪性能的提升.考虑到车辆线控底盘的控制信号存在输入延迟和转向滞后问题,文献[13]设计了具有延时补偿的预瞄控制器,将输入延迟系统转换为无延迟系统,使得无人车转向更平滑,跟踪精度更高.针对无人车预瞄时间设定问题,文献[14]将横摆角偏差作为优化指标,自适应选取预瞄时间,实现了无人车在有边界约束条件下的稳定行驶.文献[15]结合车速与道路曲率信息,提出了基于粒子群的预瞄距离自适应优化算法,提高了无人车对车况和路况的适应性.需要指出的是,文献[12-15]均假设无人车纵向速度为定值,且未考虑测量噪声对路径跟踪精度的影响.

针对上述问题,本文考虑无人车纵向速度波动和传感器易受噪声影响的情况,提出一种基于观测器的无人车预瞄控制方法.首先,将非线性车辆动力学模型转换为线性变参数模型,建立关于路径曲率的预瞄模型;然后,设计观测器估计系统中不可测量的横向误差变化率和偏航角误差变化率;接着,基于鲁棒控制理论,设计状态反馈控制器抑制干扰对系统性能的影响,并将设计条件转化为求解含有一组线性矩阵不等式约束条件的优化问题;最后,通过Simulink/CarSim联合仿真结果验证了所提出方法的有效性.

## 1 系统模型

### 1.1 车辆模型

假设车辆行驶在水平路面,将无人车模型简化为自行车模型<sup>[13]</sup>,如图1所示.在车辆坐标系中,横向偏

差 $e_y$ 为点 $p$ 沿着车辆 $y$ 轴方向到车辆坐标系原点 $o$ 的距离,偏航角误差 $e_\psi$ 为期望偏航角 $\psi_{req}$ 与车辆实际偏航角 $\psi$ 间的偏差,其余参数如表1所示.

选取状态空间变量为

$$x(t) = [e_y(t) \quad \dot{e}_y(t) \quad e_\psi(t) \quad \dot{e}_\psi(t)]^T. \quad (1)$$

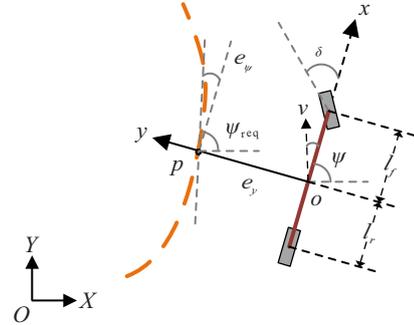


图1 车辆动力学模型

表1 车辆模型参数

变量	含义	变量	含义
$m$	车辆质量	$l_f/l_r$	前/后车轴长
$F_{yf}/F_{yr}$	前/后车轮侧向力	$I_z$	车辆Z轴转动惯量
$C_{\alpha f}/C_{\alpha r}$	前/后轮胎的侧偏刚度	$v_x$	纵向速度

控制输入为前车轮的转向角度 $\delta(t)$ ,将参考点对应的道路曲率作为外部干扰,系统状态空间为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta(t) + Dd(t). \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\varrho_1}{mv_x} & \frac{\varrho_1}{m} & \frac{\varrho_2}{mv_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\varrho_2}{I_z v_x} & \frac{-\varrho_2}{I_z} & \frac{\varrho_3}{I_z v_x} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}l_f}{I_z} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\varrho_2}{m} - v_x^2 \\ 0 \\ \frac{\varrho_3}{I_z} \end{bmatrix},$$

$$\varrho_1 = 2(C_{\alpha f} + C_{\alpha r}), \quad \varrho_2 = -2(l_f C_{\alpha f} - l_r C_{\alpha r}),$$

$$\varrho_3 = -2(l_f^2 C_{\alpha f} + l_r^2 C_{\alpha r}).$$

假设采样时间为 $T$ ,系统(2)可转化为离散系统

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Dd(k). \quad (3)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-T\varrho_1}{mv_x} & \frac{T\varrho_1}{m} & \frac{T\varrho_2}{mv_x} \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & \frac{T\varrho_2}{I_z v_x} & \frac{-T\varrho_2}{I_z} & 1 + \frac{T\varrho_3}{I_z v_x} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2TC_{\alpha f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2TC_{\alpha f}l_f}{I_z} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T\rho_2}{m} - Tv_x^2 \\ 0 \\ \frac{T\rho_3}{I_z} \end{bmatrix}.$$

这里车辆的纵向速度  $v_x$  波动上下界分别为  $\bar{v}_x$  和  $\underline{v}_x$ , 则  $1/v_x \in [1/\bar{v}_x, 1/\underline{v}_x]$ ,  $v_x^2 \in [\underline{v}_x^2, \bar{v}_x^2]$ . 定义矩阵

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-T\rho_1}{m\underline{v}_x} & \frac{T\rho_1}{m} & \frac{T\rho_2}{m\underline{v}_x} \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & \frac{T\rho_2}{I_z\underline{v}_x} & \frac{-T\rho_2}{I_z} & 1 + \frac{T\rho_3}{I_z\underline{v}_x} \end{bmatrix},$$

$$A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-T\rho_1}{m\bar{v}_x} & \frac{T\rho_1}{m} & \frac{T\rho_2}{m\bar{v}_x} \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & \frac{T\rho_2}{I_z\bar{v}_x} & \frac{-T\rho_2}{I_z} & 1 + \frac{T\rho_3}{I_z\bar{v}_x} \end{bmatrix},$$

$$D_1 = D_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T(\rho_2 - m\underline{v}_x^2)}{m} \\ 0 \\ \frac{T\rho_3}{I_z} \end{bmatrix},$$

$$D_2 = D_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T(\rho_2 - m\bar{v}_x^2)}{m} \\ 0 \\ \frac{T\rho_3}{I_z} \end{bmatrix},$$

则系统(3)可转换为

$$x(k+1) = A(\alpha)x(k) + Bu(k) + D(\alpha)d(k). \quad (4)$$

其中

$$A(\alpha) = \sum_{j=1}^4 \alpha_j A_j, D(\alpha) = \sum_{j=1}^4 \alpha_j D_j,$$

$$\alpha_1 = \frac{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|}{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|}, \alpha_2 = \frac{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \underline{v}_x^2|}{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|},$$

$$\alpha_3 = \frac{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\underline{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|}{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|}, \alpha_4 = \frac{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\underline{v}_x} \right| |v_x^2 - \underline{v}_x^2|}{\left| \frac{1}{v_x} - \frac{1}{\bar{v}_x} \right| |v_x^2 - \bar{v}_x^2|}.$$

定义  $y(k)$  为系统的测量输出,  $n_y(k)$  为测量噪声, 系统输出方程如下式所示:

$$y(k) = Cx(k) + n_y(k),$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

### 1.2 预瞄模型

为减少  $d(k)$  对系统状态的影响, 对道路曲率进行预瞄, 如图2所示. 假设  $h$  为预瞄步长, 超出预瞄范围的参考点对应曲率为0, 即

$$d(i) = 0, i \in (k+h+1, \infty). \quad (6)$$

预瞄模型为

$$y_r(k+1) = A_r y_r(k) + B_r w_r(k). \quad (7)$$

其中

$$w_r(k) = d(k+h),$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & I_{(h-1) \times (h-1)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} 0_{(h-1) \times 1} \\ I \end{bmatrix},$$

$$y_r^T(k) = [d(k) \quad d(k+1) \quad \dots \quad d(k+h-1)].$$

此时, 系统(4)可转换为

$$x(k+1) = A(\alpha)x(k) + Bu(k) + D_r(\alpha)y_r(k), \quad (8)$$

其中  $D_r(\alpha) = [D(\alpha) \quad 0 \quad \dots \quad 0]$ .

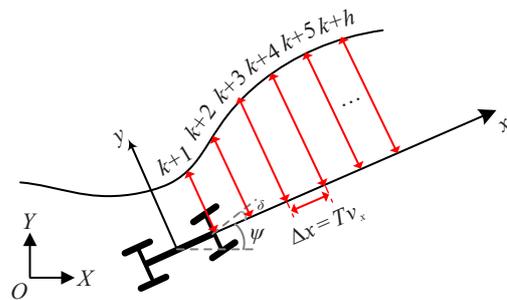


图2 车辆动力学模型

## 2 基于观测器的状态反馈控制器设计

本文设计如下观测器:

$$\hat{x}(k+1) = A(\alpha)\hat{x}(k) + Bu(k) + L(\alpha)\tilde{y}(k),$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k). \quad (9)$$

其中:  $\tilde{y}(k) = \hat{y}(k) - y(k)$ ,  $\hat{x}(k)$  为观测器状态,  $\hat{y}(k)$  为观测器输出,  $L(\alpha)$  为观测器增益矩阵.

定义

$$\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x(k), \Xi_1 = A(\alpha) + BK_1(\alpha),$$

$$\Xi_2 = A(\alpha) + L(\alpha)C, \Xi_3 = BK_2(\alpha) + D_r(\alpha).$$

则有

$$\tilde{x}(k+1) = \Xi_2\tilde{x}(k) - L(\alpha)n_y(k) - D_r(\alpha)y_r(k),$$

$$\tilde{y}(k) = C\tilde{x}(k) - n_y(k). \quad (10)$$

定义如下增广系统状态变量:

$$\xi(k) = [x^T(k) \quad \tilde{x}^T(k) \quad y_r^T(k)]^T. \quad (11)$$

设计控制器为

$$u(k) = K_1(\alpha)\hat{x}(k) + K_2(\alpha)y_r(k). \quad (12)$$

将式(12)代入(8),得到

$$x(k+1) = \Xi_1 x(k) + BK_1(\alpha)\tilde{x}(k) + \Xi_3 y_r(k). \quad (13)$$

由式(7)、(10)和(13),得到

$$\xi(k+1) = \bar{A}(\alpha)\xi(k) + \bar{B}_1(\alpha)w(k), \quad (14)$$

$$\tilde{y}(k) = \bar{C}\xi(k) + \bar{D}w(k). \quad (15)$$

其中

$$\bar{A}(\alpha) = \begin{bmatrix} \Xi_1 & BK_1(\alpha) & BK_2(\alpha) + D_r(\alpha) \\ 0 & \Xi_2 & -D_r(\alpha) \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -L(\alpha) & 0 \\ 0 & B_r \end{bmatrix}, \quad w(k) = \begin{bmatrix} n_y(k) \\ w_r(k) \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = [0 \ C \ 0], \quad \bar{D} = [-I \ 0].$$

为了抑制干扰的影响,给定如下性能指标<sup>[16]</sup>:

$$J = \sum_{k=k_0}^{\infty} [\xi(k)^T R_1 \xi(k) + u(k)^T R_2 u(k)]. \quad (16)$$

其中

$$R_1 = \tilde{C}^T Q \tilde{C}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & C_{13} \\ C_{21} & 0 & C_{23} \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad C_{21} = [0 \ 0 \ 1 \ 0],$$

$$C_{13} =$$

$$\left[ -1 \quad -1 + \frac{1}{h} \quad -1 + \frac{2}{h} \quad \underbrace{\dots}_{h-4} \quad -1 + \frac{h-1}{h} \right],$$

$$C_{23} = \left[ \frac{1}{v_x T} \quad -\frac{1}{v_x T} \quad 0 \quad \underbrace{\dots}_{h-4} \quad 0 \right],$$

对角矩阵  $Q = \text{diag}\{Q_1, Q_2\}$  为半正定矩阵,  $Q_1$  对应横向偏差的权重,  $Q_2$  对应偏航角误差的权重,  $R_2$  为正定矩阵, 对应控制输入的权重. 式(16)等价于

$$J = \sum_{k=k_0}^{\infty} z_L(k)^T z_L(k), \quad z_L(k) = C_z \xi(k) + D_z u(k). \quad (17)$$

其中

$$C_z = \begin{bmatrix} C_{11} Q_1^{1/2} & 0 & C_{13} Q_1^{1/2} \\ C_{21} Q_2^{1/2} & 0 & C_{23} Q_2^{1/2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_2^{1/2} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

将式(12)代入(17),得到

$$z_L(k) = \bar{C}_z(\alpha)\xi(k), \quad (19)$$

$$\bar{C}_z(\alpha) = \begin{bmatrix} C_{11} Q_1^{1/2} & 0 & C_{13} Q_1^{1/2} \\ C_{21} Q_2^{1/2} & 0 & C_{23} Q_2^{1/2} \\ R_2^{1/2} K_1(\alpha) & R_2^{1/2} K_1(\alpha) & R_2^{1/2} K_2(\alpha) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

将式(14)、(15)与(19)合并,得到如下系统:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}(\alpha)\xi(k) + \bar{B}_1(\alpha)w(k), \\ \tilde{y}(k) = \bar{C}\xi(k) + \bar{D}w(k), \\ z_L(k) = \bar{C}_z(\alpha)\xi(k). \end{cases} \quad (21)$$

在系统(21)中,为了抑制外部扰动对系统的影响,给定如下两个性能指标:

$$\|T_{w\tilde{y}}(z)\|_{\infty} < \gamma_1, \quad (22)$$

$$\|T_{wz_L}(z)\|_{\infty} < \gamma_2. \quad (23)$$

其中:  $T_{w\tilde{y}}(z)$  为扰动输入  $w(k)$  到系统输出  $\tilde{y}(k)$  的传递函数,  $T_{wz_L}(z)$  为扰动输入  $w(k)$  到  $z_L(k)$  的传递函数. 性能指标(22)和(23)分别用以抑制干扰  $w(k)$  对观测误差和系统控制性能的影响. 下面给出保证性能指标(22)和(23)成立的具体不等式条件.

**引理1** 考虑如下线性时不变离散系统<sup>[17]</sup>:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bw(k),$$

$$z(k) = Cx(k) + Dw(k).$$

其中:  $x(k)$  为状态向量,  $w(k)$  为外部扰动,  $z(k)$  为测量输出. 给定常数  $\gamma > 0$ , 下列两个条件等价.

1) 系统渐近稳定且

$$\|T_{wz}(z)\|_{\infty} < \gamma,$$

其中  $T_{wz}(z)$  为外部扰动  $w(k)$  到测量输出  $z(k)$  的传递函数;

2) 存在一个对称正定矩阵  $P$ , 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} P & AP & B & 0 \\ * & P & 0 & PC^T \\ * & * & I & D^T \\ * & * & * & \gamma I \end{bmatrix} > 0. \quad (24)$$

**引理2** 给定两个矩阵  $X$  和  $Y$ , 则对于任何对称正定矩阵  $S$ , 有如下不等式成立<sup>[18]</sup>:

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S^{-1} X + Y^T S Y. \quad (25)$$

**定理1** 给定系统(21), 若下列不等式同时成立, 即

$$\Theta_{1ij} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ * & s_3 \end{bmatrix} > 0, \quad (26)$$

$$\Theta_{2ij} = \begin{bmatrix} s_1 & \vartheta_2 \\ * & \vartheta_3 \end{bmatrix} > 0, \quad (27)$$

则系统(21)渐近稳定且同时满足性能指标(22)和(23). 其中

$$\varsigma_1 = \begin{bmatrix} P_{1i} & 0 & 0 & \bar{E}_1 & 0 & \bar{E}_2 & 0 & 0 \\ * & Y_{1i} & 0 & 0 & \bar{E}_3 & \bar{E}_4 & \bar{E}_5 & 0 \\ * & * & Y_{2i} & 0 & 0 & \bar{E}_6 & 0 & \bar{E}_7 \\ * & * & * & P_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & Y_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & Y_{2i} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & I \end{bmatrix},$$

$$\vartheta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & BK_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{E}_8 & \bar{E}_9 & R_2^{1/2} \hat{K}_{1i}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ Q_1^{1/2} C_{13}^T & Q_2^{1/2} C_{23}^T & R_2^{1/2} K_{2i}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\vartheta_3 = \begin{bmatrix} \gamma_2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \gamma_2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \gamma_2 I & 0 & R_2^{1/2} \hat{K}_{1i} \\ * & * & * & \frac{1}{\epsilon_2} P_{1i} & 0 \\ * & * & * & * & \frac{1}{\epsilon_2} P_{1i} \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ (B\hat{K}_{1i})^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\varsigma_3 = \begin{bmatrix} \gamma_1 I & 0 & 0 \\ * & \frac{1}{\epsilon_1} P_{1i} & 0 \\ * & * & \epsilon_1 P_{1i} \end{bmatrix}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 4,$$

$\bar{E}_1 = A_j P_{1i} + B\hat{K}_{1i}$ ,  $\bar{E}_2 = BK_{2i} + D_{rj}$ ,  
 $\bar{E}_3 = Y_{1i} A_j + \hat{L}_i C$ ,  $\bar{E}_4 = -Y_{1i} D_{rj}$ ,  
 $\bar{E}_5 = -\hat{L}_i$ ,  $\bar{E}_6 = Y_{2i} A_r$ ,  $\bar{E}_7 = Y_{2i} B_r$ ,  
 $\bar{E}_8 = Q_1^{1/2} P_{1i} C_{11}^T$ ,  $\bar{E}_9 = Q_2^{1/2} P_{1i} C_{21}^T$ ,  
 $Y_{1i} = P_{2i}^{-1}$ ,  $Y_{2i} = P_{3i}^{-1}$ ,  $\hat{K}_{1i} = K_{1i} P_{1i}$ ,  $\hat{L}_i = P_{2i}^{-1} L_i$ ,  
 $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  均为大于0的常数. 矩阵  $\hat{K}_{1i}$ 、 $K_{2i}$ 、 $\hat{L}_i$ 、 $P_{1i}$ 、 $Y_{1i}$   
 和  $Y_{2i}$  为变量, 观测器增益  $L(\alpha)$ 、控制器增益  $K_1(\alpha)$   
 和  $K_2(\alpha)$  分别为

$$K_1(\alpha) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i K_{1i} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \hat{K}_{1i} P_{1i}^{-1},$$

$$K_2(\alpha) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i K_{2i},$$

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i L_i = \sum_{i=1}^4 \alpha_i Y_{1i}^{-1} \hat{L}_i.$$

**证明** 由引理1可得, 若下列不等式

$$\begin{bmatrix} P_i & \bar{A}_j P_i & \bar{B}_{1i} & 0 \\ * & P_i & 0 & P_i \bar{C}^T \\ * & * & I & \bar{D}^T \\ * & * & * & \gamma_1 I \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, 4 \quad (28)$$

成立, 则性能指标(22)成立.

定义矩阵  $P_i$  为

$$P_i = \text{diag}\{P_{1i}, P_{2i}, P_{3i}\}. \quad (29)$$

将式(29)代入(28), 得到

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix} > 0. \quad (30)$$

其中

$$M_{11} = \begin{bmatrix} P_{1i} & 0 & 0 & E_1 & E_2 & E_3 & 0 & 0 \\ * & P_{2i} & 0 & 0 & E_4 & E_5 & -L_i & 0 \\ * & * & P_{3i} & 0 & 0 & A_r P_{3i} & 0 & B_r \\ * & * & * & P_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & P_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & P_{3i} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & I \end{bmatrix},$$

$$M_{12} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ CP_{2i} \ 0 \ -I \ 0], \quad M_{22} = \gamma_1 I.$$

$$E_1 = (A_j + BK_{1i})P_{1i}, \quad E_2 = BK_{1i}P_{2i},$$

$$E_3 = (BK_{2i} + D_{rj})P_{3i}, \quad E_4 = (A_j + L_i C)P_{2i},$$

$$E_5 = -D_{rj}P_{3i}.$$

定义矩阵  $T$  为

$$T = \text{diag}[I \ P_{2i}^{-1} \ P_{3i}^{-1} \ I \ P_{2i}^{-1} \ P_{3i}^{-1} \ I \ I \ I].$$

将式(30)左右两侧同时乘以矩阵  $T$  和  $T^T$ , 则式(30)可  
 写为

$$\begin{bmatrix} \varsigma_1 & \bar{M}_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix} + \varpi_1 > 0. \quad (31)$$

其中

$$\varpi_1 = \text{sys}\{v_1^T \ v_2\}, \quad v_2^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ I \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\bar{M}_{12}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ C \ 0 \ -I \ 0],$$

$$v_1^T = [\vartheta_1^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \vartheta_1 = BK_{1i},$$

$$\bar{E}_1 = A_j P_{1i} + B\hat{K}_{1i}, \quad \bar{E}_2 = BK_{2i} + D_{rj},$$

$$\bar{E}_3 = Y_{1i} A_j + \hat{L}_i C, \quad \bar{E}_4 = -Y_{1i} D_{rj},$$

$$\bar{E}_5 = -\hat{L}_i, \quad \bar{E}_6 = Y_{2i} A_r, \quad \bar{E}_7 = Y_{2i} B_r.$$

由引理2, 得到

$$\varpi_1 \geq -v_2 \epsilon_1 P_{1i}^{-1} v_2^T - v_1 \frac{P_{1i}}{\epsilon_1} v_1^T.$$

式(31)可转换为

$$\begin{bmatrix} \varsigma_1 & \bar{M}_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix} - v_2 \epsilon_1 P_{1i}^{-1} v_2^T - v_1 \frac{P_{1i}}{\epsilon_1} v_1^T > 0. \quad (32)$$

由Schur补引理可知, 式(32)等价于(26), 因此, 式(26)  
 保证系统(21)稳定且满足性能指标(22).

类似地, 式(27)保证系统(21)满足性能指标  
 (23).  $\square$

由定理1可知, 待确定的控制器和观测器增益可

通过求解如下优化问题得到:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2; \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(26)和(27)}, i, j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $c_1, c_2$  为给定权重系数.

### 3 仿真验证

#### 3.1 Simulink 仿真

为了将所提出方法与已有基于线性二次调节(LQR)最优路径跟踪控制方法<sup>[6]</sup>进行比较分析,假设车辆初始位置和偏航角均为0,给定无人车参考路径如图3所示,路径响应曲率如图4(a)所示.考虑车辆纵向速度  $v_x$  在 5~7 m/s 间波动,图4(b)为车辆纵向速度随时间的变化关系.设  $\epsilon_1 = 0.2215, \epsilon_2 = 0.2315$ ,关于参考路径的信息已知.车辆质量为 1573 kg,前轴  $l_f$  长为 1.1 m,后轴  $l_r$  长为 1.58 m,前后车轮的侧偏刚度  $C_{\alpha_f}$  和  $C_{\alpha_r}$  均为 80000 N/rad,转动惯量  $I_z$  为 2873 kg·m<sup>2</sup>.通过求解优化问题(33)可得到控制器和观测器增益.设定预瞄步长为 30 和 20 时,图5为所提出方法与已有最优路径跟踪控制的对比,其中考虑测量噪声为  $n_y^T(k) = [0.01 \sin(\pi t) \quad 0.01 \sin(\pi t)]$ .由图5(a)横向误差对比可见,在参考路径曲率发生变化时,预瞄点的选取使得车辆提前对道路曲率变化产生响

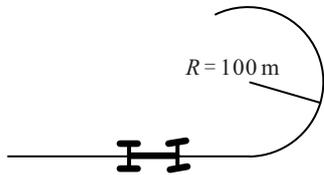
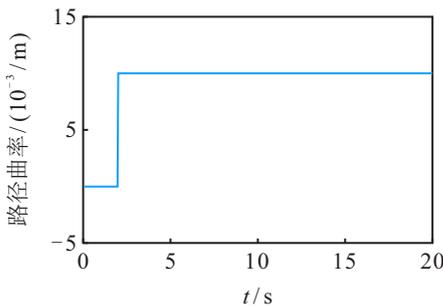
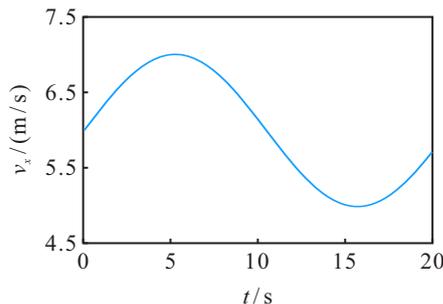


图3 无人车参考路径

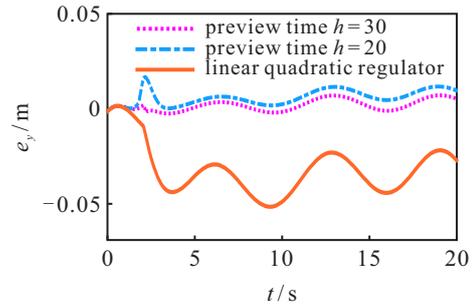


(a) 参考路径曲率

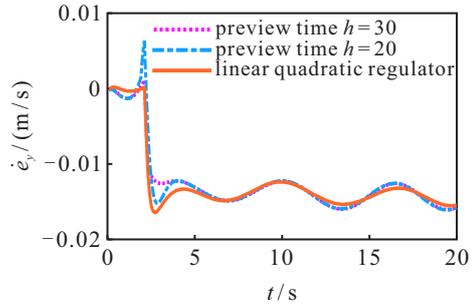


(b) 车辆纵向速度

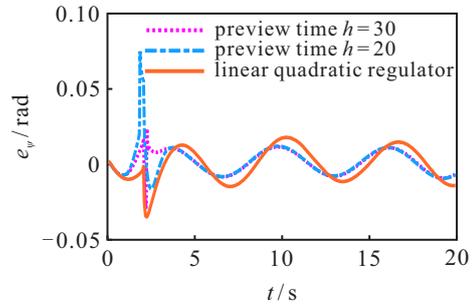
图4 车辆纵向速度和路径曲率



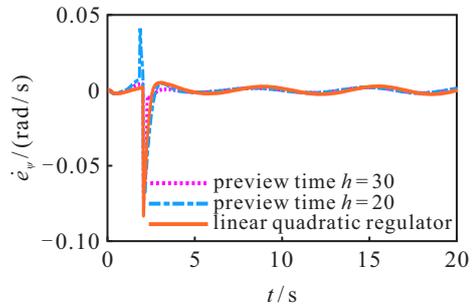
(a) 横向误差



(b) 横向误差变化率



(c) 偏航角误差



(d) 偏航角误差变化率

图5 路径跟踪误差对比

应,有效地避免车辆进入弯道导致转向角度突增的情况,从而提高车辆进入弯道的平滑度.随着预瞄时间的增加,预瞄控制器的跟踪误差  $e_y$  逐渐趋于0.由图5(a)和图5(c)可见,在纵向速度发生波动时,偏航角误差相差不大,但所提出方法可得到更小的路径跟踪误差.

#### 3.2 Simulink/CarSim 联合仿真

在 Simulink/CarSim 联合仿真环境下,验证所提出的控制器和不考虑纵向速度波动的 LQR 控制器路径跟踪效果.设定预瞄步长为 30,参考路径曲率如

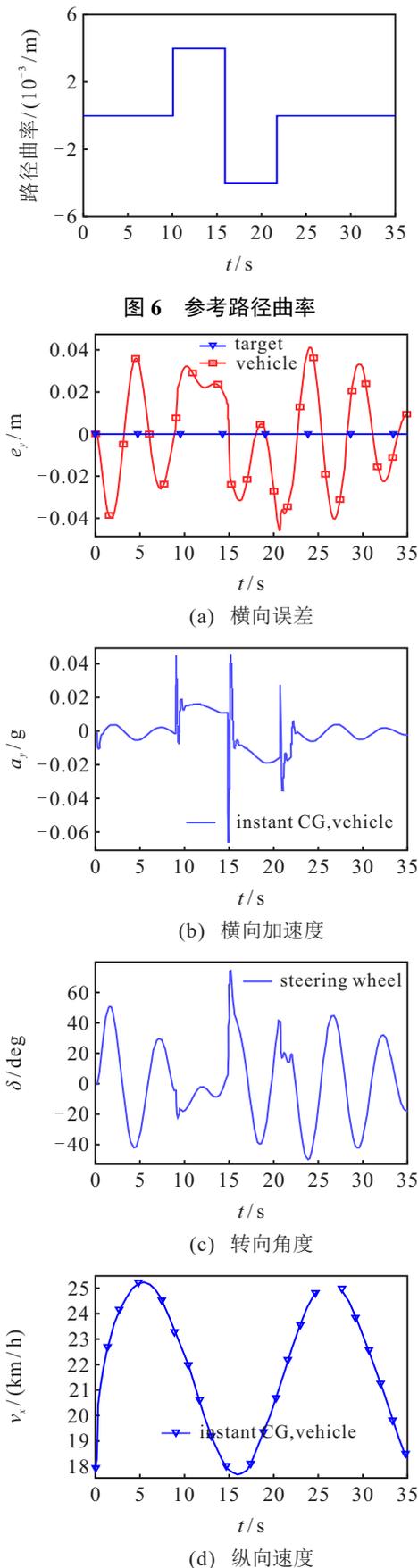


图7 CarSim输入输出曲线

图6所示,车辆纵向速度波动如图7(d)所示,车辆其余参数与第3.1节保持一致.设定车辆初始位置和偏航角均为0,系统的测量噪声为 $n_y(k) = [0.02\sin(0.4\pi t)]^T$ .

图7(a)~图7(c)分别为路径跟踪误差、车辆侧向加速度和转向角变化曲线.图8为所提出方法与已有最优控制路径跟踪误差比较.图9为车辆全局路径跟踪效果.由图5、图8和图9中的路径跟踪误差曲线可见,所设计的控制器与不考虑车速变化的最优控制策略相比,路径跟踪误差和偏航角误差更小,可取得更好的路径跟踪效果.

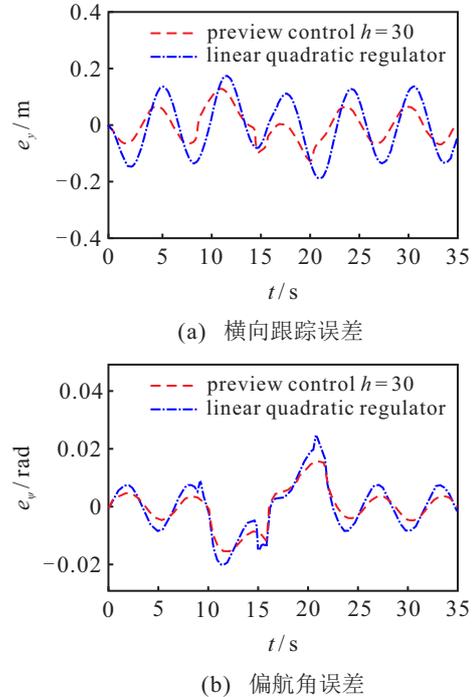
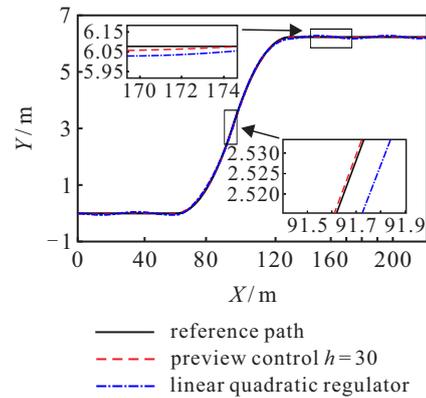


图8 路径跟踪误差



### 4 结论

本文针对无人车路径跟踪问题,通过满足一定的 $H_\infty$ 性能指标,给出一种基于观测器的预瞄控制器设计方法,使得无人车能够提前响应参考路径的曲率变化,进而提高路径跟踪精度.通过求解带线性矩阵不等式约束条件的优化问题得到控制器和观测器增益.仿真结果表明,所提出方法能够有效抑制传感器噪声对无人车路径跟踪性能的影响.

## 参考文献(References)

- [1] 陈慧岩, 熊光明, 龚建伟, 等. 无人驾驶汽车概论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014: 1-20.  
(Chen H Y, Xiong G M, Gong J W, et al. Introduction to self-driving car[M]. Beijing: Beijing Insititute of Technology Press, 2014: 1-20.)
- [2] 陈慧岩, 陈舒平, 龚建伟. 智能汽车横向控制方法研究综述[J]. 兵工学报, 2017, 38(6): 1203-1214.  
(Chen H Y, Chen S P, Gong J W. A review on the research of lateral control for intelligent vehicles[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(6): 1203-1214.)
- [3] 胡云峰, 曲婷, 刘俊, 等. 智能汽车人机协同控制的研究现状与展望[J]. 自动化学报, 2019, 45(7): 1261-1280.  
(Hu Y F, Qu T, Liu J, et al. Human-machine cooperative control of intelligent vehicle: Recent developments and future perspectives[J]. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(7): 1261-1280.)
- [4] Marino R, Scalzi S, Netto M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(12): 1459-1467.
- [5] Samuel M, Hussein M, Binti M. A review of some pure-pursuit based path tracking techniques for control of autonomous vehicle[J]. International Journal of Computer Applications, 2016, 135(1): 35-38.
- [6] Alcalá E, Puig V, Quevedo J, et al. Autonomous vehicle control using a kinematic Lyapunov-based technique with LQR-LMI tuning[J]. Control Engineering Practice, 2018, 73: 1-12.
- [7] 武星, 楼佩煌. 基于运动预测的路径跟踪最优控制研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 565-569.  
(Wu X, Lou P H. Optimal path tracking control based on motion prediction[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 565-569.)
- [8] 张家旭, 周时莹, 施正堂, 等. 采用滑模条件积分的无人驾驶汽车弯道超车路径规划与跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(2): 197-205.  
(Zhang J X, Zhou S Y, Shi Z T, et al. Path planning and tracking control for corner overtaking of driverless vehicle using sliding mode technique with conditional integrators[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(2): 197-205.)
- [9] 吴艳, 王丽芳, 李芳. 基于滑模自抗扰的智能车路径跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2150-2156.  
(Wu Y, Wang L F, Li F. Intelligent vehicle path following control based on sliding mode active disturbance rejection control[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2150-2156.)
- [10] Mayne D Q. Model predictive control: Recent developments and future promise[J]. Automatica, 2014, 50(12): 2967-2986.
- [11] Li L, Zhang Y F. Distributed preview control for large-scale systems with time-varying delay[J]. ISA Transactions, 2021, 109: 22-33.
- [12] Peng H E, Tomizuka M. Preview control for vehicle lateral guidance in highway automation[C]. American Control Conference. Boston, 1991: 3090-3095.
- [13] Xu S B, Peng H E, Tang Y F. Preview path tracking control with delay compensation for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(5): 2979-2989.
- [14] 李红志, 李亮, 宋健, 等. 预瞄时间自适应的最优预瞄驾驶员模型[J]. 机械工程学报, 2010, 46(20): 106-111.  
(Li H Z, Li L, Song J, et al. Optimal preview control driver model with adaptive preview time[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(20): 106-111.)
- [15] 赵治国, 周良杰, 朱强. 无人驾驶车辆路径跟踪控制预瞄距离自适应优化[J]. 机械工程学报, 2018, 54(24): 166-173.  
(Zhao Z G, Zhou L J, Zhu Q. Preview distance adaptive optimization for the path tracking control of unmanned vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(24): 166-173.)
- [16] Huang C, Huang H L. Observer-based robust preview tracking control for a class of non-linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(7): 991-998.
- [17] De Oliveira M C, Geromel J C, Bernussou J. Extended  $H_2$  and  $H$  norm characterizations and controller parametrizations for discrete-time systems[J]. International Journal of Control, 2002, 75(9): 666-679.
- [18] Zemouchek A, Zerrougui M, Boulkroune B, et al.  $H_\infty$  observer-based stabilization for Lipschitz nonlinear systems[C]. European Control Conference. Aalborg, 2016: 2017-2022.

## 作者简介

王恒(1980—), 男, 教授, 博士生导师, 从事无人车可靠控制、同时定位与地图构建等研究, E-mail: hengwang@ustb.edu.cn;

梁永裕(1996—), 男, 硕士生, 从事无人车路径跟踪控制、路径规划的研究, E-mail: yyliang1996@163.com;

李擎(1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化、智能控制等研究, E-mail: liqing@ies.ustb.edu.cn;

王莉(1971—), 女, 副教授, 博士, 从事人工智能、复杂系统的建模与控制等研究, E-mail: WL3927@126.com.