

控制与决策

Control and Decision

基于可信度的基本不确定区间犹豫模糊广义TODIM应急群决策方法

梁薇, 王应明

引用本文:

梁薇,王应明. 基于可信度的基本不确定区间犹豫模糊广义TODIM应急群决策方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1988–1996.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1970>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于软粗糙集的犹豫模糊三支决策方法](#)

Hesitant fuzzy three-way decision method based on soft rough sets

控制与决策. 2023, 38(3): 834–842 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1662>

[指数型犹豫模糊熵在多属性决策中的应用](#)

Application of exponential hesitation fuzzy entropy in multi-attribute decision making

控制与决策. 2022, 37(6): 1460–1468 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1532>

[基于新型距离测度的概率犹豫模糊多属性群决策方法](#)

Probabilistic hesitant fuzzy multi-attribute group decision-making based on new distance measure

控制与决策. 2022, 37(3): 729–736 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1118>

[概率区间值直觉犹豫模糊Maclaurin对称平均算子及决策方法](#)

Probabilistic interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Maclaurin symmetric mean operators and decision method

控制与决策. 2021, 36(5): 1249–1258 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1370>

[基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用](#)

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure

控制与决策. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

基于可信度的基本不确定区间犹豫模糊 广义 TODIM 应急群决策方法

梁 薇¹, 王应明^{1,2†}

(1. 福州大学 决策科学研究所, 福州 350116;

2. 福州大学 空间数据挖掘与信息共享教育部重点实验室, 福州 350116)

摘要: 针对应急决策环境所存在的信息不完备、认知不足等问题, 区间犹豫模糊集能充分表达决策者在信息评价时的犹豫性和模糊性, 但随着研究的深入, 发现其存在无法保证信息质量的缺陷. 为此, 提出更符合实际决策需求、信息表达更加灵活的基本不确定区间犹豫模糊集, 其为包含区间犹豫模糊集和确定度的二维信息集. 在此基础上, 定义基本不确定区间犹豫模糊加权平均算子、犹豫度及可信度, 提出基于可信度的专家权重调整方法和属性权重确定方法, 充分考虑了决策专家提供评价信息的可靠程度. 最后, 将广义 TODIM 方法拓展到基本不确定区间犹豫模糊环境, 通过应急决策案例验证所提方法的可行性, 并利用灵敏度分析和对比分析验证该方法的稳定性和有效性.

关键词: 应急决策; 区间犹豫模糊集; 基本不确定区间犹豫模糊集; 可信度; 广义 TODIM 方法; 多属性群决策
中图分类号: C934 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1970

引用格式: 梁薇, 王应明. 基于可信度的基本不确定区间犹豫模糊广义 TODIM 应急群决策方法 [J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1988-1996.

Generalized TODIM emergency group decision making method for basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy set based on reliability degree

LIANG Wei¹, WANG Ying-ming^{1,2†}

(1. Decision Sciences Institute, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China; 2. Key Laboratory of Spatial Data Mining & Information Sharing of Ministry of Education, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: Aiming at the problems of incomplete information and insufficient cognition under an emergency decision-making environment, the interval-valued hesitant fuzzy sets can fully express the hesitation and fuzziness of decision-makers in the information evaluation process. However, with the deepening of research, it is found that it has the defect of being unable to ensure the quality of information. Therefore, this paper proposes a concept of basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy sets, which is more flexible in expressing decision information and more consistent with the requirements of practical decision. It is two-tuple information set containing an interval-valued hesitant fuzzy set and its certainty degree. On this basis, the basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy weighted average operator, hesitance degree, and reliability degree are defined, and then the expert weights adjustment method and attribute weights determination method based on reliability degree are proposed, which fully consider the reliability of the evaluation information provided by the experts. Finally, the generalized TODIM method is extended to the basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy environment. The feasibility of the proposed method is proved by a case of emergency decision-making, and the stability and effectiveness of the proposed method are verified by sensitivity analysis and comparative analysis.

Keywords: emergency decision making; interval-valued hesitant fuzzy sets; basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy sets; reliability degree; generalized TODIM method; multiple attribute group decision making

收稿日期: 2021-11-13; 录用日期: 2022-04-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61773123).

责任编委: 刘宝碇.

†通讯作者. E-mail: msymwang@hotmail.com.

0 引言

突发事件通常是指突然发生的紧急事件, 存在造成人员伤亡、经济损失、生态环境破坏和严重社会危害的可能性^[1-2]. 据 2020 年世界灾难报告统计^[3], 过去 10 年间, 共发生了 2 850 起突发事件, 有 1 749 292 785 人受到了影响, 致使 742 736 人死亡. 仅仅在 2019 年, 就发生了 308 起突发事件, 有 9 760 万人受到了影响, 24 396 人死亡, 其波及范围之广、影响程度之深, 对社会环境和经济环境所造成的负面作用是全球各界都不愿见到的. 因此, 在突发事件发生时, 如何及时、有效地选择一个最优的决策方案, 降低其影响, 成为相关学者近年来研究的重点和难点. 同时, 瞬息万变、错综复杂的应急决策环境通常要求决策者快速作出决策, 仅仅依靠一个决策者容易造成决策角度单一、决策结果过于片面的问题, 因此在决策过程中需要多个决策者共同参与, 避免由于单个决策者的认知水平、偏好差异等造成的决策失误, 实现最大程度地降低决策风险. 由于突发事件的随机性、紧迫性和不确定性, 决策者能够获得的决策信息是模糊的、不完整的, 因此存在预判困难、难以精准分析等问题. 区间犹豫模糊集^[4]作为模糊信息的有效表达形式之一, 允许元素的隶属度用多个区间数来表示, 缓解了决策者在信息不完全或能力水平受限时必须用精确数表达的压力, 使其在应急决策过程中能够较为完整地表达自己的偏好.

区间犹豫模糊集在信息表达上存在的绝对优势使其成为一个具有重要意义的研究课题, 在应急决策^[5-6]、供应商选择^[7-9]、信息系统评估^[10]等方面都得到广泛的应用. Liang 等^[5]针对区间犹豫模糊集的群体满意度进行研究, 提出了基于后悔理论的随机多属性决策方法; Zhang 等^[11]根据决策者不同的风险偏好, 构建了多粒度三支决策模型, 并应用于并购目标选择; Tang 等^[12]定义了区间犹豫模糊偏好乘法一致性模型, 提出了基于区间犹豫模糊偏好的群决策方法; Ding 等^[6]提出了区间犹豫模糊 TODIM 方法, 应用于大型森林火灾应急决策方案的选择. 上述研究证明了区间犹豫模糊集在处理决策问题上的积极作用, 极大地丰富和完善了区间犹豫模糊决策模型, 但同时也发现, 区间犹豫模糊集只能考虑决策者在决策过程中所产生的犹豫性和模糊性, 忽略了决策专家所提供评价信息的可信程度. 突发事件具有时间压力大、决策信息不足、不确定性高、破坏性强等特点, 决策者的专业性和可靠性尤为重要, 很大程度地影响了决策结果. 另一方面, 信息处理过程中存在部分缺乏确定性的操作, 如决策者个人的偏好或主观置信度等, 这

些都造成了信息的不确定性表达带有一定程度的主观色彩.

Jin 等^[13]为了解决过分看重决策者偏好的缺陷, 提出了基本不确定信息 (basic uncertain information, BUI), 决策者在信息评价过程中不仅需要提供评价价值, 还需要提供确定度, 即对所给出信息的可靠性进行测量, 这种信息表达形式提供了一种简单直接的方式来评估决策者偏好的质量. 基本不确定信息的提出给模糊决策问题提供了一个新的思路, 但关于其的应用和研究相对较少. Mesiar 等^[14]讨论了基本不确定信息的运算法则、聚合函数等, 使其理论框架更加丰富. 接着, Chen 等^[15]对基本不确定信息进行拓展, 提出了基本不确定语言信息, 并构建了新的混合多属性群决策模型. Tao 等^[16]将软集和基本不确定信息相结合, 定义了基本不确定软集 (basic uncertain information soft set), 并给出了集运算和比较规则等. 然而, 已有的基本不确定信息及其拓展形式只能应用于精确数或语言的形式, 关于区间信息的研究仍未涉及, 且未能描述决策者面对不确定性时产生的犹豫性. 同时, 如前文所述, 为了克服区间犹豫模糊集所存在的不足, 有必要对其进行相应的改进, 将基本不确定信息拓展到区间犹豫模糊环境实属必然. 因此, 本文在区间犹豫模糊集和基本不确定信息的基础上, 提出基本不确定区间犹豫模糊集 (basic uncertain information interval-valued hesitant fuzzy set, BUIVHFS) 的概念, 决策者在利用区间犹豫模糊集进行表达观点的同时, 用确定度来衡量决策者提供信息的可靠程度及确定程度, 尽可能保证信息的准确性和完整性, 从而提高决策结果的科学性.

基于以上介绍, 本文在区间犹豫模糊环境下, 针对其表达方式所存在的缺陷, 提出新的信息表达模型——基本不确定区间犹豫模糊集. 在此基础上, 本文定义了基本不确定区间犹豫模糊环境下的加权平均算子、犹豫度和可信度, 并构建了基于可信度的专家权重调整模型及属性权重确定模型. 然后, 将广义 TODIM 方法拓展到基本不确定区间犹豫模糊环境, 提出了一个新的决策方法. 最后, 通过“8·12”天津爆炸案的案例来说明本文方法的有效性和可行性.

1 相关概念

1.1 区间犹豫模糊集

区间犹豫模糊集作为模糊集重要的拓展形式之一, 能够同时用多个区间数来表达决策者的偏好, 定义如下.

定义 1^[4] 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 是一个给定的非空集合, $D[0, 1]$ 表示区间 $[0, 1]$ 上所有子闭区间构

成的集合,称

$$A = \{ \langle x, \tilde{h}_A(x) \rangle | x \in X \}$$

为 X 上的区间犹豫模糊集, $\tilde{h}_A(x) = \{ \tilde{\gamma} | \tilde{\gamma} = [\gamma^L, \gamma^U] \in \tilde{h}_A(x) \}$ 为若干个区间数所构成的集合,表示 X 中的元素属于集合 A 的所有可能区间隶属度所构成的集合,通常将其称为区间犹豫模糊元. 其中, $[\gamma^L, \gamma^U]$ 为 $[0, 1]$ 上的区间数,特别地,当 $\gamma^L = \gamma^U$ 时,区间犹豫模糊元退化为犹豫模糊元.

定义 2^[4] 令 $\tilde{h}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为一组区间犹豫模糊元, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 为 $\tilde{h}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 相应的权重向量,且 $w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n w_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$,若

$$\text{IVHFWA}(\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_n) = \bigoplus_{i=1}^n (w_i \tilde{h}_i) = \left\{ \left[1 - \prod_{i=1}^n (1 - \gamma_i^L)^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \gamma_i^U)^{w_i} \right] \mid \tilde{\gamma}_1 \in \tilde{h}_1, \dots, \tilde{\gamma}_n \in \tilde{h}_n \right\},$$

则称IVHFWA为区间犹豫模糊加权平均算子.

定义 3^[17] 设 $\tilde{h} = \{ \tilde{h}_i | \tilde{h}_i = [\gamma_i^L, \gamma_i^U], i = 1, 2, \dots, l_{\tilde{h}} \}$ 为区间犹豫模糊元, $l_{\tilde{h}}$ 为区间犹豫模糊元 \tilde{h} 中的元素个数,区间犹豫度为

$$\varphi(\tilde{h}) = \frac{1}{2} \left(S_{\tilde{h}}^2 + \left(1 - \frac{1}{l_{\tilde{h}}} \right) \right). \quad (1)$$

其中

$$S_{\tilde{h}}^2 = \frac{1}{3l_{\tilde{h}}} \sum_{i=1}^{l_{\tilde{h}}} ((\gamma_i^L)^2 + (\gamma_i^U)^2 + \gamma_i^L \times \gamma_i^U) - \frac{1}{4l_{\tilde{h}}^2} \left[\sum_{i=1}^{l_{\tilde{h}}} (\gamma_i^L + \gamma_i^U) \right]^2$$

为区间犹豫模糊元的方差.

1.2 基本不确定信息

基本不确定信息是由Jin等^[13]提出的一个二元组,包含单位区间内的清晰数及其确定度,它提供了一种简单有效的途径描述评价质量的优劣,自提出以来,受到众多学者的青睐,具体定义如下.

定义 4^[13] 设 $\tilde{x} = \langle x; c \rangle$ 为基本不确定信息(BUI). 其中: x 为区间 I 上的实数, $c \in [0, 1]$ 是确定 x 值所提供的确定度. 当确定度 $c = 1$ 时, BUI退化为精确数;当确定度 $c = 0$ 时, BUI可以为区间上的任何数. 不失一般性,通常认为区间 I 为 $[0, 1]$.

通常,对于单个 $\tilde{x} = \langle x; c \rangle$, 根据具体的决策场景,确定度 c 可能具有不同的实际意义. 如对于给定的评价价值 x , c 可以是该评估值的稳定性或可靠性;通过语义上的一些简单变化, c 还可以作为 x 数据来源的重

要性等.

为方便计算, Mesiar等^[14]提出了BUI聚合函数的几个性质,并提出了如下聚合函数.

定义 5^[14] 令 $J = \{ \langle x; c \rangle | x, c \in [0, 1] \}$ 为一组BUI, $A : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ 为一个聚合函数,且 $\langle x_1, c_1 \rangle, \langle x_2, c_2 \rangle, \dots, \langle x_n, c_n \rangle \in J$, 映射 $\tilde{A} : J^n \rightarrow J$ 为

$$\tilde{A}(\langle x_1, c_1 \rangle, \langle x_2, c_2 \rangle, \dots, \langle x_n, c_n \rangle) = \langle A(x_1, \dots, x_n); 1 - A(1 - c_1 + c_1 x_1, \dots, 1 - c_n + c_n x_n) \rangle,$$

称为BUI聚合函数.

2 基本不确定区间犹豫模糊信息

模糊数能更好地模拟人类的思维方式,提供更加灵活、更加有效的表达形式,且由于决策环境的日益复杂和人类认知的局限性,决策者更加倾向于用模糊数而不是精确数来表达自己的偏好. 区间犹豫模糊数作为模糊数重要的拓展形式之一,允许决策专家用多个区间数来描述其偏好信息,从而能够完整表达决策过程中所产生的犹豫性和模糊性. 因此,自提出以来,受到了广大相关学者的认可和关注,各种区间犹豫模糊决策方法应运而生. 然而,现有的区间犹豫模糊决策方法并没有考虑决策者在做出评价时信息的可靠性程度,完全信任每个决策者所给出的主观判断,从而造成决策结果产生偏差. Jin等^[13]提出的基本不确定信息,同时包含精确数和可靠性程度两个维度来描述决策者的判断,提供了一个评估信息质量的途径,为决策过程的科学性提供了一定的保障. 基于以上考虑,本文提出基本不确定区间犹豫模糊集,其由区间犹豫模糊数和确定度构成,描述决策者的犹豫性和模糊性的同时,还能够反映决策信息的可靠性程度,避免了不同决策者由于能力水平、时间等限制所给出的不恰当的评价.

定义 6 设 $\tilde{h} = \{ \tilde{h}_i | \tilde{h}_i = [\gamma_i^L, \gamma_i^U], i = 1, 2, \dots, l_{\tilde{h}} \}$ 为一个区间犹豫模糊元,则称 $b = \langle \tilde{h}(x_i) | i = 1, 2, \dots, l_{\tilde{h}}; c \rangle$ 为基本不确定区间犹豫模糊元. 其中: $c \in [0, 1]$ 为 \tilde{h} 的确定度, $l_{\tilde{h}}$ 为区间犹豫模糊元中的元素个数. 特别地,当确定度 $c = 1$ 时,基本不确定区间犹豫模糊元退化为区间犹豫模糊元.

例 1 某个决策者在特定属性下对某应急响应方案以基本不确定区间犹豫模糊信息的形式进行评估为 $\{ \{ [0.2, 0.4], [0.3, 0.4] \}; 0.8 \}$, 前者代表决策专家认为某应急响应方案在某个属性下的表现用区间犹豫模糊元表示为 $\{ [0.2, 0.4], [0.3, 0.4] \}$, 0.8表示决策专家对其评价信息的确定度或所提供的信息质量优劣程度.

为更方便地利用基本不确定区间犹豫模糊集进行计算,定义了加权平均算子、犹豫度和可信度。

基于 Jin 等^[13]所提出的 BUI 聚合方法,本文提出基本不确定区间犹豫模糊加权平均算子。

定义7 设 $B = \{b_i = \langle \tilde{h}_i; c_i \rangle | c_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, n\}$ 为一组基本不确定区间犹豫模糊元, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为 $b_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的权重向量,且满足 $w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n w_i = 1$, 则基本不确定区间犹豫模糊加权平均算子 (BUIVHFWA) 可以定义如下:

$$\begin{aligned} & \text{BUIVHFWA}(b_1, b_2, \dots, b_n) = \\ & \text{BUIVHFWA}(\langle \tilde{h}_1; c_1 \rangle, \langle \tilde{h}_2; c_2 \rangle, \dots, \langle \tilde{h}_n; c_n \rangle) = \\ & \langle \text{IVHFWA}(\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_n); 1 - \text{WA}(1 - c_1 + c_1 \tilde{h}_1, \\ & \dots, 1 - c_n + c_n \tilde{h}_n) + \text{WA}(c_1 \tilde{h}_1, \dots, c_n \tilde{h}_n) \rangle = \\ & \langle \text{IVHFWA}(\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_n); \text{WA}(c_1, \dots, c_n) \rangle = \\ & \left\langle \left[1 - \prod_{i=1}^n (1 - \gamma_{il}^L)^{w_i}, \right. \right. \\ & \left. \left. 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \gamma_{il}^U)^{w_i} \right] \middle| \tilde{\gamma}_{il} \in \tilde{h}_i \right\rangle; \sum_{i=1}^n w_i c_i \end{aligned} \quad (2)$$

其中: IVHFWA 为区间犹豫模糊加权平均算子, WA 为加权平均算子。

在决策过程中,由于决策者感知能力、时间等限制,决策者的评估值带有一定的主观倾向或者说是完全不确定的,从而影响到决策结果的合理性和有效性^[18]。决策专家所提供评价信息的可信度量取决于多个相关因素,在基本不确定区间犹豫模糊环境下,主要考虑由专家决策的犹豫度和确定度两个因素来衡量。

犹豫度作为犹豫模糊理论中一个重要的信息测度,能够反映决策者的犹豫程度。现已有学者进行了相应的研究^[17,19-21]:文献[19]根据元素间的偏差程度定义犹豫度,文献[20]根据犹豫模糊元的元素个数对犹豫度进行测量,文献[17,21]同时考虑了这两个方面。基本不确定区间犹豫模糊集作为新的信息表达形式,决策者的犹豫度主要反映在区间犹豫模糊元中的元素个数、元素之间的偏差程度、确定度3个方面。区间犹豫模糊元中的元素个数越多、元素之间的偏差程度越大、确定度越低,则表明决策者的犹豫程度越高;反之,则决策者的犹豫程度越低。如果决策者用精确数来表达他们的评估值,则表明决策者没有犹豫性。因此,基于以上思路,本文将基本不确定区间犹豫模糊元的犹豫度定义如下。

定义8 设 $b = \langle \tilde{h}_i(x) | i = 1, 2, \dots, l_{\tilde{h}}; c \rangle$ 为一个基本不确定区间犹豫模糊元, $l_{\tilde{h}}$ 为区间犹豫模糊元中的元素个数,则对应的犹豫度定义如下:

$$\phi(b) = \frac{1}{3} \times \left(c \times s(\tilde{h}_i(x)) + \left(1 - \frac{1}{l_{\tilde{h}}} \right) + (1 - c) \right). \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} s(\tilde{h}_i(x)) = & \frac{1}{3l_{\tilde{h}}} \sum_{i=1}^{l_{\tilde{h}}} ((\gamma_i^L)^2 + (\gamma_i^U)^2 + \gamma_i^L \times \gamma_i^U) - \\ & \frac{1}{4l_{\tilde{h}}^2} \left[\sum_{i=1}^{l_{\tilde{h}}} (\gamma_i^L + \gamma_i^U) \right]^2 \end{aligned}$$

为区间犹豫模糊元的方差。

$\phi(b)$ 同时考虑了区间犹豫模糊元素的个数、偏差和确定度,且满足如下性质。

性质1 1) $0 \leq \phi(b) \leq 1$;

2) 当基本不确定区间犹豫模糊元为精确数且确定度为1时, $\phi(b) = 0$ 。

证明 1) 由于 $s(\tilde{h}_i(x)) \in [0, 1]$, 有 $c \times s(\tilde{h}_i(x)) \in [0, 1], 0 = \frac{1}{3}(0 + 0 + 0) \leq \phi(b) \leq \frac{1}{3}(1 + 1 + 1) = 1$ 显然成立。

2) 当区间犹豫模糊元为精确数时, $s(\tilde{h}_i(x)) = 0$, 元素个数为1, $c = 1$, 因此 $\phi(b) = 0$ 显然成立。□

同时,为了衡量评价信息的可靠性,本文定义了可信度这一概念。某备选方案在特定的属性下犹豫度越高,表明专家在这个属性下作出的评估是越不确定的,则这个专家的可信度越低。因此,本文根据相似度与距离之间的关系,将基本不确定区间犹豫模糊元的可信度定义如下。

定义9 设 $b = \langle \tilde{h}_i(x) | i = 1, 2, \dots, l_{\tilde{h}}; c \rangle$ 为一个基本不确定区间犹豫模糊元,则其可信度为

$$R(b) = 1 - \phi(b), \quad (4)$$

其中 $\phi(b)$ 为基本不确定区间犹豫模糊元 b 的犹豫度。

根据犹豫度的性质可知,可信度具有如下性质。

性质2 1) $0 \leq R(b) \leq 1$;

2) 当基本不确定区间犹豫模糊元为精确数且确定度为1时, $R(b) = 1$ 。

3 基本不确定区间犹豫模糊环境下的广义 TODIM 多属性群决策方法

3.1 问题描述

对于基本不确定区间犹豫模糊环境下的多属性群决策问题,设存在 m 个方案 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, n 个决策属性 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, q 个决策专家 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_q\}$; 属性权重为 $W = \{w_j | j = 1, 2, \dots, n\}$, 满足 $w_j \in [0, 1]$ 且 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$; 决策者权重为 $\omega = \{\omega_k | k = 1, 2, \dots, q\}$, 满足 $\omega_k \in [0, 1]$ 且 $\sum_{k=1}^q \omega_k = 1$; 假

设 k 个决策专家对各个备选方案的某个属性进行评估, 得到决策矩阵为 $B^k = [b_{ij}^k]_{m \times n}$, 其中 b_{ij}^k 表示决策专家 d_k 对方案 A_i 在决策属性 c_j 下的评估值.

3.2 决策专家权重的调整

每个决策专家的知识水平、擅长的领域不同, 在信息评估时必然会存在一定的偏差, 因此在应急群决策过程中需要确定决策者的权重, 过度信任一个决策专家的评价会导致决策结果过于片面. 通常, 决策专家权重是主观确定的, 代表了该专家所提供的决策信息在决策过程中的重要性程度, 如何有效地确定专家权重对于决策结果有着巨大的影响. 因此, 本文提出基于决策专家可信度的专家权重调整方法, 在考虑主观的专家权重的基础上, 根据可信度对原有的专家权重进行调整, 为可信度高的决策专家分配更高的权重, 将可信度低的决策专家的权重降低, 从而获得更加符合实际情况的决策专家权重. 考虑以上思路, 基于可信度决策者权重调整公式为

$$\omega'_k = \frac{\omega_k}{1 + \omega_k - \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n R(b_{ij}^k)}. \quad (5)$$

其中: ω'_k 为调整后的决策者权重, 可以视为决策者 d_k 所提供的支持度, 满足 $\omega'_k \in [0, 1]$; $\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n R(b_{ij}^k)$ 为决策专家 d_k 的平均可信度.

接着, 对 ω'_k 归一化可得最终决策专家权重

$$\omega''_k = \omega'_k / \sum_{k=1}^l \omega'_k. \quad (6)$$

式(5)可以根据决策专家的可信度对专家权重进行调整, 当决策专家 d_k 可信度相对较高, 但其被赋予的权重较低时, 则会对该专家权重进行调整. 式(5)的分母小于1, 则调整后的专家权重大于调整前的专家权重 $\omega'_k > \omega_k$. 从而, 这位决策专家在决策意见聚合过程中会受到更多的重视, 更加有益于获得科学客观的综合决策意见. 同理, 当一位决策专家的可信度比较低, 而权重比较高时, 通过上述式子也可以降低其偏好在决策中的影响.

3.3 基于可信度的属性权重确定模型

属性权重的确定是决策过程中必不可少的一步, 不合适的属性权重确定方法会影响到决策结果的合理性. 本文提出的可信度同时考虑了属性数据间的差异、信息质量的好坏程度等, 可信度越高时, 越能反映出方案的真实情况. 因此, 为保证决策结果的合理性, 本文根据评估值的可信度来确定各个备选方案的属性权重, 也就是说, 在属性 c_j 下的方案评估值可

信度越高时, 认为该属性越重要, 被赋予的权重越高; 反之, 可信度越低, 则该属性被赋予的权重越低. 根据以上思路, 本文构建相应的属性权重确定模型M-1为

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_j R(b_{ij}); \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq w_j \leq 1, \sum_{j=1}^n w_j^2 = 1. \end{aligned}$$

其中: w_j 为属性权重, $R(b_{ij})$ 为评估值 b_{ij} 的可信度.

用拉格朗日函数对上述模型进行求解后, 归一化可得

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^m R(b_{ij})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n R(b_{ij})}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

3.4 基本不确定区间犹豫模糊广义TODIM方法

在实际决策过程中, 决策专家是有限理性的, TODIM方法是在前景理论的基础上提出的, 能够考虑到决策专家在面对风险时对损失和收益的不同心理行为对决策结果所产生的影响, 受到了相关学者的青睐^[6, 22-23]. 然而, Llamazares^[24]发现传统的TODIM方法存在两个悖论且决策步骤过于繁杂, 因此提出了广义TODIM方法, 不仅解决了悖论问题, 还简化了原有方法的决策步骤, 使TODIM理论得到了进一步的发展, 具有极为重大的研究意义. 鉴于此, 本文将广义TODIM方法拓展到基本不确定区间犹豫模糊环境. 决策步骤如下:

step 1: 决策专家对各方案进行评估, 得到决策矩阵 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$.

step 2: 计算在属性 c_j 下方案 A_i 相对于方案 A_t 的优势度, 得到方案 A_i 的优势度矩阵

$$\Phi_j(A_i, A_t) = \begin{cases} g_1(w_j) f_1(R_{ij} - R_{tj}), & R_{ij} \geq R_{tj}; \\ -g_2(w_j) f_2(R_{ij} - R_{tj}), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

其中: R_{ij} 为方案 A_i 在属性 c_j 下的可信度; $g_1, g_2 : (0, 1) \rightarrow (0, +\infty)$; $f_1, f_2 : (0, 1) \rightarrow (0, +\infty)$ 且 $f_1(0) = f_2(0) = 0$.

step 3: 计算方案 A_i 的总优势度, 并根据 $\Phi(A_i)$ 的值对方案进行排序.

$$\Phi(A_i) = \sum_{t=1}^m \sum_{j=1}^n \Phi_j(A_i, A_t). \quad (9)$$

从本质上来看, 广义TODIM方法与传统TODIM方法的总体思路是一致的, 但其在具体的处理过程中简化了相关计算步骤, 并克服了传统方法中所存在的两个悖论, 使其计算更加简洁. 为不失一般性, 在本文

中, $g_1(x) = f_1(x) = x^\alpha, g_2 = \frac{1}{\theta}x^\beta, f_2 = x^\beta$, 其中 $\alpha = \beta = 0.5, \theta = 2.25$, 与传统 TODIM 方法一致。

3.5 决策步骤

综上所述, 基于基本不确定区间犹豫模糊集和广义 TODIM 方法的具体决策步骤可以概括如下:

step 1: 由各决策专家对各备选方案在每个属性下的表现进行评估, 得到 q 个决策矩阵 $B^k (k = 1, 2, \dots, q)$;

step 2: 根据式 (3) 和 (4) 分别计算基本不确定区间犹豫模糊元 b_{ij}^k 的犹豫度 $\Phi(b_{ij}^k)$ 和可信度 $R(b_{ij}^k)$, 利用式 (5) 和 (6) 对主观专家权重进行调整, 得到调整后的专家权重 ω_k'' ;

step 3: 通过 BUIVHFWA 算子合成 q 个决策矩阵, 即式 (2), 得到综合决策矩阵 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$;

step 4: 计算综合决策矩阵的可信度, 并基于可信度构建属性权重确定模型 M-1, 通过式 (7) 得到属性权重向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$;

step 5: 根据式 (8) 计算各方案关于属性 c_j 的优势度 $\Phi_j(A_i, A_t)$, 从而得到优势度矩阵;

step 6: 通过式 (9) 计算方案 A_i 的总优势度 $\Phi(A_i)$, 并根据 $\Phi(A_i)$ 的大小, 对备选方案进行排序。

4 案例分析

4.1 决策实例

为验证本文方法的可行性, 采用“8·12 天津滨海新区爆炸事故”的案例背景对事件中的应急备选方案进行评估和排序, 从而选出一个最优的备选方案。

位于天津市的瑞海公司危险品仓库于 2015 年 8 月 12 日 22 时发生一起重大的火灾爆炸事件, 爆炸总

能量达到 450 吨 TNT 当量。鉴于此次事故的严重性和紧迫性, 政府迅速成立了应急指挥中心, 全力组织力量扑灭火势, 进行深入的现场搜救, 最大限度减少人员伤亡。在收集了相关信息后, 应急指挥中心紧急制定了 4 个应急备选方案。

A_1 : 天津消防总队全力进行灭火及救援工作, 同时利用直升机对现场进行航拍勘测隐患起火点, 科学安排救助活动。

A_2 : 调派小部分消防人员从外围控制火势, 同时调派直升机航拍现场, 勘测隐患起火点, 防化团网格式勘测搜救现场被困受伤人员。

A_3 : 为避免二次爆炸的发生, 暂缓大规模现场救援和灭火行动, 调派直升机对现场航拍勘测隐患起火点, 从北京、河北增调防化团协助天津消防总队参与救援工作。

A_4 : 为避免二次爆炸的发生, 暂缓大规模现场救援和灭火行动, 利用直升机对现场航拍勘测隐患起火点, 调派防化团深入事故现场灭火和搜救被困人员。

基于此次事故的紧迫性, 公安部门、消防部门和环保部门分别派 3 位决策者从人员伤亡情况 (c_1)、财产损失情况 (c_2)、环境污染情况 (c_3) 和救援速度 (c_4) 4 个属性对以上 4 个方案进行评估, 并提供相应评价信息的确定程度。如 $b_{23}^1 = \langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.7 \rangle$ 表示决策专家 d_1 认为方案 A_2 关于属性 c_2 的评估值为 $[0.4, 0.5]$, 而 0.7 表示决策专家对所提供决策信息的确定程度。各个决策专家所提供的具体评估值如表 1~表 3 所示。应急指挥中心将这 3 位决策专家的权重设置为 $\omega = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)^T$ 。

表 1 决策专家 d_1 所提供的决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
A_1	$\langle \{[0.5, 0.6], [0.6, 0.7]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.2, 0.3]\}; 0.5 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.2, 0.3], [0.3, 0.5]\}; 0.6 \rangle$
A_2	$\langle \{[0.3, 0.4]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.7, 0.8]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.5, 0.7]\}; 0.5 \rangle$
A_3	$\langle \{[0.6, 0.7], [0.8, 0.9]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.1, 0.2]\}; 0.9 \rangle$	$\langle \{[0.6, 0.8]\}; 0.9 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 1 \rangle$
A_4	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.5 \rangle$	$\langle \{[0.3, 0.4], [0.4, 0.5]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.2, 0.3]\}; 1 \rangle$	$\langle \{[0.3, 0.4]\}; 0.8 \rangle$

表 2 决策专家 d_2 所提供的决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
A_1	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.8, 0.9]\}; 1 \rangle$	$\langle \{[0.2, 0.5]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.1, 0.2]\}; 0.4 \rangle$
A_2	$\langle \{[0.7, 0.8]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.7, 0.9]\}; 0.9 \rangle$	$\langle \{[0.5, 0.6], [0.6, 0.8]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.5, 0.7], [0.6, 0.7]\}; 0.6 \rangle$
A_3	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.3, 0.5]\}; 1 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.6]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.55, 0.6]\}; 1 \rangle$
A_4	$\langle \{[0.3, 0.5]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.6, 0.7]\}; 1 \rangle$	$\langle \{[0.1, 0.3]\}; 0.5 \rangle$	$\langle \{[0.3, 0.4], [0.5, 0.6]\}; 0.8 \rangle$

表 3 决策专家 d_3 所提供的决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
A_1	$\langle \{[0.8, 0.9]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.7, 0.9]\}; 0.4 \rangle$	$\langle \{[0.3, 0.5]\}; 0.5 \rangle$	$\langle \{[0.2, 0.3]\}; 1 \rangle$
A_2	$\langle \{[0.75, 0.8]\}; 0.9 \rangle$	$\langle \{[0.5, 0.7], [0.6, 0.8]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.6]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.8, 0.9]\}; 0.8 \rangle$
A_3	$\langle \{[0.55, 0.6]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.8 \rangle$	$\langle \{[0.55, 0.7], [0.6, 0.7]\}; 0.5 \rangle$	$\langle \{[0.55, 0.6]\}; 1 \rangle$
A_4	$\langle \{[0.75, 0.9]\}; 0.7 \rangle$	$\langle \{[0.6, 0.7]\}; 0.6 \rangle$	$\langle \{[0.4, 0.5]\}; 0.9 \rangle$	$\langle \{[0.8, 0.9]\}; 0.8 \rangle$

step 1: 根据式(3)和(4),得到决策专家 d_k 关于方案 A_i 在属性 c_j 下的犹豫度和可信度.接着,通过式(5)和(6)对专家权重进行调整,得到调整后的专家权重如下:

$$\omega_k'' = (0.3249, 0.3358, 0.3393)^T.$$

step 2: 根据式(2),利用BUIVHFWA算子将初始决策信息聚合成综合决策矩阵 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$,如表4所示.

表4 综合决策矩阵 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$

	c_1	c_2	c_3	c_4
A_1	$\langle\{[0.6105, 0.7306], [0.6377, 0.7547]\}; 0.6679\rangle$	$\langle\{[0.6399, 0.8118]\}; 0.6340\rangle$	$\langle\{[0.3037, 0.5000]\}; 0.6646\rangle$	$\langle\{[0.1667, 0.2679], [0.2031, 0.3437]\}; 0.6685\rangle$
A_2	$\langle\{[0.6286, 0.7142]\}; 0.7668\rangle$	$\langle\{[0.5531, 0.7551], [0.5857, 0.7866]\}; 0.7332\rangle$	$\langle\{[0.5494, 0.6807], [0.5820, 0.7470]\}; 0.6989\rangle$	$\langle\{[0.6336, 0.7933], [0.6600, 0.7933]\}; 0.6354\rangle$
A_3	$\langle\{[0.5230, 0.6073], [0.6192, 0.7252]\}; 0.7339\rangle$	$\langle\{[0.2791, 0.4175]\}; 0.8997\rangle$	$\langle\{[0.5230, 0.7104], [0.5417, 0.7104]\}; 0.7307\rangle$	$\langle\{[0.5059, 0.5699]\}; 1\rangle$
A_4	$\langle\{[0.5305, 0.7104]\}; 0.6350\rangle$	$\langle\{[0.5202, 0.6242], [0.5437, 0.6458]\}; 0.7343\rangle$	$\langle\{[0.2451, 0.3755]\}; 0.7982\rangle$	$\langle\{[0.5424, 0.6733], [0.5913, 0.7149]\}; 0.7321\rangle$

step 3: 根据式(3)和(4)计算综合决策矩阵的可信度,进而构建基于可信度的属性权重确定模型M-1,由式(7)得到属性权重向量为

$$W = (0.2506, 0.2528, 0.2528, 0.2438)^T.$$

step 4: 由式(8),可得属性 c_j 下的优势度矩阵 Φ_j 如下:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.3968 & -0.1300 & -0.3500 \\ 0.2237 & 0 & 0.2114 & 0.1054 \\ 0.0733 & -0.3749 & 0 & -0.3250 \\ 0.1974 & -0.1869 & 0.1833 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1565 & -0.3134 & 0.1556 \\ -0.2751 & 0 & -0.4188 & -0.0280 \\ 0.1783 & 0.2372 & 0 & 0.2366 \\ -0.2736 & 0.0159 & -0.4161 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1980 & 0.1912 & -0.1872 \\ -0.3481 & 0 & -0.0907 & -0.3952 \\ -0.3361 & 0.0516 & 0 & -0.3847 \\ 0.1065 & 0.2248 & 0.2188 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0.0518 & -0.4742 & -0.1310 \\ -0.0944 & 0 & -0.4835 & -0.1615 \\ 0.2601 & 0.2652 & 0 & 0.2500 \\ 0.0719 & 0.0886 & -0.4557 & 0 \end{bmatrix}.$$

step 5: 通过式(9)计算可得方案 A_i 的总优势度为

$$\begin{aligned} \Phi(A_1) &= -0.4359, \Phi(A_2) = -1.7548, \\ \Phi(A_3) &= 0.1315, \Phi(A_4) = -0.2252. \end{aligned}$$

step 6: 根据 $\Phi(A_i)$ 的大小,得到各方案的优劣次序为 $A_3 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_2$.

4.2 灵敏度分析

本文涉及了3种不同的参数,分别为风险偏好系数 θ 和敏感性系数 α, β ,为验证本文所提方法的稳健性,分别对不同的参数取值进行计算,具体如下:

1) 当 $\alpha = \beta = 0.5$ 时,通过选取不同的风险偏好系数 θ ,计算各方案的总优势度并排序,结果如图1所示.

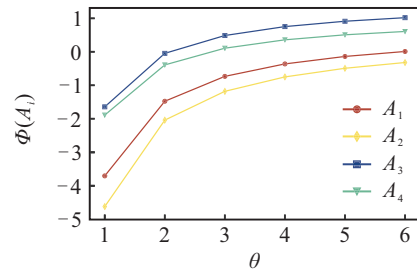


图1 不同 θ 值对方案排序的影响

2) 当 $\theta = 2.25, \beta = 0.5$ 时,选取不同的参数 α 并得到各方案的总优势度及排序,结果如图2所示.

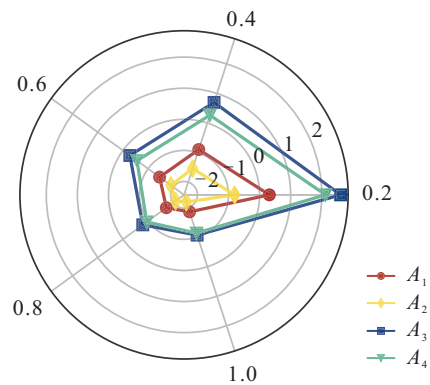


图2 不同 α 值对方案排序的影响

3) 当 $\theta = 2.25, \alpha = 0.5$ 时,选取不同的参数 β 并得到各方案的总优势度及排序,结果如图3所示.

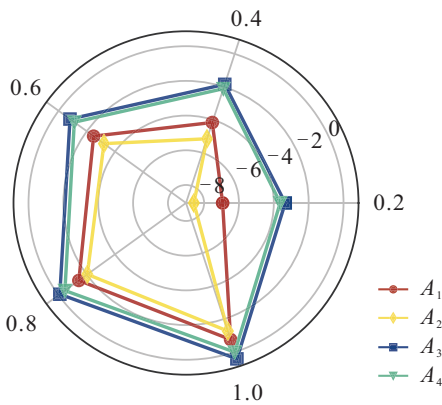


图3 不同β值对方案排序的影响

由图1~图3可以清晰地看出:

1) 不论3种参数如何取值,方案的排序始终不变, A_3 为最优方案.

2) 不同参数取值的区别在于,采用不同的参数,方案的总优势度不同,方案间的区分度也不同.

① 显然,随着 θ 值的增加,各方案的总优势度也随之增加. θ 反映了决策者对于风险的敏感性程度, θ 值越大,代表决策者的风险厌恶程度越低,也就是说,在面对风险时,损失对决策者的心理状态产生的影响越小,方案间的优势度的差距也越小.反之, θ 值越小,代表决策者的风险厌恶程度越高,方案间优势度的差距越大.

② 随着 α 值的增加,方案的总优势度逐渐减小,且方案间的差距也逐渐缩小.方案的总优势度随着 β 值的增大而增大,同时不同方案间的差距缩小.

从以上分析可得, θ 、 α 、 β 值的改变会对总优势度产生影响,但并未影响到方案最终排序结果,说明排序结果对于参数值的变化并不敏感,足以证明本文方法的稳定性.

4.3 对比分析

相较区间犹豫模糊集而言,本文所提出的基本不确定区间犹豫模糊集增加了确定度维度,以衡量评价信息的质量及决策者的可靠程度.因此,为进一步说明本文所提方法的有效性和优越性,本节将与传统的区间犹豫模糊多属性决策方法进行对比,即在决策过程中不考虑确定度.

决策步骤如3.5节所示,但由于区间犹豫模糊集忽略了确定度,犹豫度计算由式(1)获得.依照上述步骤,得到总优势度为

$$\Phi(A_1) = 0.5123, \Phi(A_2) = -1.7215,$$

$$\Phi(A_3) = -0.5547, \Phi(A_4) = -0.3251.$$

根据 $\Phi(A_i)$,得到备选方案的排序结果为 $A_1 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2$.

两个不同方法的计算结果如表5所示,可以明显看出基于区间犹豫模糊集的决策方法与本文所提出的方法得到的排序结果不同.主要原因是,区间犹豫模糊集仅仅只考虑到了决策专家的犹豫性和模糊性,忽略了决策专家所提供的信息质量及可靠程度,从而在计算可信度时与本文方法产生了一定的偏差.本文所提出的基本不确定区间犹豫模糊集在区间犹豫模糊集的基础上增加了确定度维度,相对于传统的区间犹豫模糊集而言,增加考虑了决策专家对于评价信息的确定程度,有效衡量了信息的质量,本文采用的信息表达方式考虑更加周全,同时也更适合不确定的决策环境.

表5 两种不同决策方法所得到的排序结果

方案	区间犹豫模糊多属性决策方法		本文所提方法	
	总优势度	排序	总优势度	排序
A_1	0.5123	1	-0.4359	3
A_2	-1.7215	4	-1.7548	4
A_3	-0.5547	3	0.1315	1
A_4	-0.3251	2	-0.2252	2

5 结论

由于应急群决策环境的特点及决策专家的能力水平等限制,在决策过程中有效衡量决策专家所提供信息的可靠程度是十分重要的.本文提出了基本不确定区间犹豫模糊集,在研究区间模糊性的情况下考虑了决策专家的确定度,同时结合了基本不确定信息和区间犹豫模糊集的优点,能够更加精确地表达决策专家的判断,更加符合实际决策需求.然后,根据可信度对专家权重进行调整,并基于可信度构建了一个属性权重确定模型,从而获得更加可靠的群体意见.最后,将广义 TODIM 方法拓展到基本不确定区间犹豫模糊环境,在考虑决策专家面对损失和收益的不同态度的前提下对决策方案排序,获得最优方案,从而提高决策信息的准确性,降低决策过程中的不确定性.

本文方法计算过程简洁、步骤简单,在考虑决策信息可信度的基础上,有效解决了应急群决策问题,但随着决策环境变得越来越复杂,在今后的工作中,可将基本不确定区间犹豫模糊集拓展到大群体环境、动态群决策等问题中进行研究.

参考文献(References)

[1] 中华人民共和国国务院法制办. 国家突发公共事件总体应急预案[M]. 北京: 中国法制出版社, 2006. (Legislative Affairs Office of the State Council of the People's Republic of China. Master state plan for rapid response to public emergencies[M]. Beijing: China Legal Publishing House, 2006.)

- [2] 中华人民共和国国务院法制办. 中华人民共和国突发事件应对法[M]. 北京: 中国法制出版社, 2007. (Legislative Affairs Office of the State Council of the People's Republic of China. Emergency response law of the People's Republic of China[M]. Beijing: China Legal Publishing House, 2007.)
- [3] IFRC. World disaster report[EB/OL]. [2020-11-17] (2021-05-07). <https://media.ifrc.org/ifrc/world-disaster-report-2020/>.
- [4] Chen N, Xu Z S, Xia M M. Interval-valued hesitant preference relations and their applications to group decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 37: 528-540.
- [5] Liang W, Wang Y M. Interval-valued hesitant fuzzy stochastic decision-making method based on regret theory[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2020, 22(4): 1091-1103.
- [6] Ding Q Y, Goh M, Wang Y M. Interval-valued hesitant fuzzy TODIM method for dynamic emergency responses[J]. Soft Computing, 2021, 25(13): 8263-8279.
- [7] Krishankumar R, Ravichandran K S, Gandomi A H, et al. Interval-valued probabilistic hesitant fuzzy set-based framework for group decision-making with unknown weight information[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33(7): 2445-2457.
- [8] Gitinavard H, Ghaderi H, Pishvae M S. Green supplier evaluation in manufacturing systems: A novel interval-valued hesitant fuzzy group outranking approach[J]. Soft Computing, 2018, 22(19): 6441-6460.
- [9] Liang W, Wang Y M. A probabilistic interval-valued hesitant fuzzy gained and lost dominance score method based on regret theory[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 159: 107532.
- [10] Mousavi S M. Group decision on the evaluation of outsourcing for information systems employing interval-valued hesitant fuzzy modeling[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33(7): 2183-2194.
- [11] Zhang C, Li D Y, Liang J Y. Interval-valued hesitant fuzzy multi-granularity three-way decisions in consensus processes with applications to multi-attribute group decision making[J]. Information Sciences, 2020, 511: 192-211.
- [12] Tang J, Meng F Y. New method for interval-valued hesitant fuzzy decision making based on preference relations[J]. Soft Computing, 2020, 24(17): 13381-13399.
- [13] Jin L S, Mesiar R, Borkotokey S, et al. Certainty aggregation and the certainty fuzzy measures[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2018, 33(4): 759-770.
- [14] Mesiar R, Borkotokey S, Jin L S, et al. Aggregation under uncertainty[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(4): 2475-2478.
- [15] Chen Z S, Martínez L, Chang J P, et al. Sustainable building material selection: A QFD-and ELECTRE III-embedded hybrid MCGDM approach with consensus building[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2019, 85: 783-807.
- [16] Tao Z F, Shao Z Y, Liu J P, et al. Basic uncertain information soft set and its application to multi-criteria group decision making[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2020, 95: 103871.
- [17] 阮传扬, 韩莉娜. 考虑区间元素个数的区间犹豫模糊决策方法[J]. 计算机科学与探索, 2018, 12(9): 1513-1521. (Ruan C Y, Han L N. Interval-valued hesitant fuzzy decision making method considering number of interval-valued elements[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2018, 12(9): 1513-1521.)
- [18] Fu C, Yang J B, Yang S L. A group evidential reasoning approach based on expert reliability[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 246(3): 886-893.
- [19] Li D Q, Zeng W Y, Zhao Y B. Note on distance measure of hesitant fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2015, 321: 103-115.
- [20] Zhang X L, Xu Z S. Hesitant fuzzy QUALIFLEX approach with a signed distance-based comparison method for multiple criteria decision analysis[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(2): 873-884.
- [21] 梁薇, 王应明. 考虑群体一致性的区间犹豫模糊 TOPSIS 决策方法[J]. 系统科学与数学, 2020, 40(7): 1146-1156. (Liang W, Wang Y M. Interval-valued hesitant fuzzy TOPSIS decision making method with group consistency[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2020, 40(7): 1146-1156.)
- [22] Liu P D, Shen M J, Teng F, et al. Double hierarchy hesitant fuzzy linguistic entropy-based TODIM approach using evidential theory[J]. Information Sciences, 2021, 547: 223-243.
- [23] Lu Z M, Gao Y, Zhao W H. A TODIM-based approach for environmental impact assessment of pumped hydro energy storage plant[J]. Journal of Cleaner Production, 2020, 248: 119265.
- [24] Llamazares B. An analysis of the generalized TODIM method[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 269(3): 1041-1049.

作者简介

梁薇(1994—), 女, 博士生, 从事决策理论与方法的研究, E-mail: bbt_wei@outlook.com;

王应明(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与方法、数据包络分析、规则库推理等研究, E-mail: msymwang@hotmail.com.