

# 控制与决策

Control and Decision

## 面向多源干扰的动力定位船舶精细抗干扰控制

余文墨, 陈浩宇, 徐海祥, 魏跃峰

引用本文:

余文, 陈浩宇, 徐海祥, 魏跃峰. 面向多源干扰的动力定位船舶精细抗干扰控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(7): 2035–2041.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1805>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 一类非最小相位系统未知频率正弦干扰的观测器设计

Observer design of unknown frequency sinusoidal disturbance for a class of nonminimum phase

*控制与决策*. 2023, 38(7): 1895–1900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1906>

#### 基于模型信息的电静液作动器降阶线性自抗扰控制

Reduced order linear active disturbance rejection control based on model information of electro–hydrostatic actuator

*控制与决策*. 2023, 38(3): 681–689 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1339>

#### 船舶动力定位系统的精细抗干扰控制

Elegant anti–disturbance control for dynamic positioning system of ships

*控制与决策*. 2022, 37(10): 2593–2599 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1271>

#### 基于ESO的船舶航向鲁棒自适应控制

NESO based ship heading robust adaptive control

*控制与决策*. 2022, 37(8): 2157–2162 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0327>

#### 一种反向递推正弦干扰观测器的设计方法

Design method of reverse recursive sinusoidal disturbance observer

*控制与决策*. 2021, 36(2): 403–410 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0769>

# 面向多源干扰的动力定位船舶精细抗干扰控制

余文墨<sup>1,2</sup>, 陈浩宇<sup>2</sup>, 徐海祥<sup>1,2†</sup>, 魏跃峰<sup>3</sup>

1. 武汉理工大学 高性能舰船技术教育部重点实验室, 武汉 430063;
2. 武汉理工大学 船海与能源动力工程学院, 武汉 430063;
3. 中国船舶及海洋工程设计研究院 喷水推进技术重点实验室, 上海 200011)

**摘要:** 针对动力定位船舶非线性模型以及多源干扰导致的定位不精确问题, 考虑不同干扰的特点及其在非线性和模型中的响应特性提出一种基于无源精细化扩张状态观测器的鲁棒自适应抗扰控制方法. 首先, 建立动力定位船舶数学模型和多源干扰模型, 并根据系统模型设计无源精细化扩张状态观测器实时估计船舶状态及其所受的多源干扰; 然后, 在此基础上引入动态面控制技术, 在控制律中设计鲁棒自适应项以补偿估计误差; 最后, 证明该闭环级联系统所有误差信号一致最终有界. 对一艘动力定位船舶进行仿真实验, 实验结果表明, 该方法在干扰估计和状态估计方面均优于传统扩张状态观测器, 验证了该控制方法的有效性.

**关键词:** 动力定位; 多源干扰; 无源精细化扩张状态观测器; 精细化抗扰控制; 鲁棒自适应控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1805

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 余文墨, 陈浩宇, 徐海祥, 等. 面向多源干扰的动力定位船舶精细抗干扰控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 2035-2041.

## Elegant anti-disturbance control of dynamic positioning in the presence of multi-source disturbance

YU Wen-zhao<sup>1,2</sup>, CHEN Hao-yu<sup>2</sup>, XU Hai-xiang<sup>1,2†</sup>, WEI Yue-feng<sup>3</sup>

- (1. Key Laboratory of High Performance Ship Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China; 2. School of Naval Architecture, Ocean and Energy Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China; 3. Science and Technology on Water Jet Propulsion Laboratory, Marine Design and Research Institute of China, Shanghai 200011, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of inaccurate positioning caused by nonlinear models and multi-source disturbance of dynamic positioning (DP) vessel models, a robust adaptive anti-disturbance control method based on a passive elegant extended state observer (PEESO) is proposed, which takes into account the characteristics of different disturbances and their responses in the nonlinear model. Firstly, the DP vessel model and multi-source disturbance model are established, and a PEESO is designed to estimate the vessel states and multi-source disturbance in real time according to the system model. Then, based on the model and estimated values of vessel state and disturbance, the dynamic surface control technique is introduced and the robust adaptive term is designed in the control law to compensate the estimation error. Finally, it is proven that all error signals of the DP closed-loop cascade system are consistent and ultimately bounded. The simulation results show that the proposed method is superior to the traditional ESO in disturbance estimation and state estimation, which verifies the effectiveness of the proposed control method.

**Keywords:** DP; multi-source disturbance; PEESO; elegant anti-disturbance control; robust adaptive control

## 0 引言

动力定位(dynamic positioning, DP)是海洋资源勘探开发的关键技术, 如今已广泛应用于各类工程船、科考船和海洋平台<sup>[1]</sup>. 实际海上作业时, 动力定位

船舶会受到各种来源不同且性质各异的干扰, 如传感器测量噪声、外界时变环境干扰、系统模型不准或参数摄动导致的不确定干扰等, 这些不可忽略的动态未知扰动不仅影响定位精度, 而且会损害船舶安全性.

收稿日期: 2021-10-20; 录用日期: 2022-03-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51879210, 51979210); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2019III040, 2019III132CG).

责任编辑: 张维海.

†通讯作者. E-mail: qukaiyang@163.com.

因此,设计一种抗扰和鲁棒性能强的控制方法对于动力定位控制问题的研究十分重要。

上世纪末,韩京清提出自抗扰控制技术(active disturbance rejection control, ADRC).该控制技术将扰动扩展为一个新状态,然后使用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)对其进行观测,最后将扰动观测值引入控制律中进行补偿.由于ADRC具有良好的抗扰性能且不完全依赖模型,近年来已广泛应用于各种工业控制.然而,文献[2]指出当系统存在高频干扰时,作为ADRC核心的扩张状态观测器会存在干扰估计精度与滤波性能之间的矛盾。

针对上述问题,文献[3]在ESO输入通道中加入滤波器,用于滤除系统输出值中的高频噪声,并利用超前滞后校正改进二阶自抗扰,提高观测器带宽的同时减小了相位滞后,但增加了系统参数整定的复杂性.文献[4]针对系统输出含有噪声的情况设计了积分型ESO,仿真表明积分型ESO具有良好的滤波特性.文献[5]将滤波方程引入ESO以补偿输出信号的相位滞后,仿真表明其对噪声有一定的滤除作用,且能够校正滤波器产生的相位滞后.文献[6]设计了基于fal函数反馈结构的ESO,并将其应用于DP船中,以滤除测量噪声和一阶波浪力产生的高频量,仿真表明该ESO具有一定的滤波效果.文献[7]指出高阶线性ESO在估计和滤波性能方面与传统线性ESO相当,但在常值干扰抑制能力方面优于传统线性ESO.文献[8]构建了一种新型非线性光滑galm函数以重新设计ESO,仿真表明其在传感器噪声污染下依然能够保持良好的观测性.综上,上述方法虽然能够缓解ESO干扰估计与滤波性能之间的矛盾,但是其将高频干扰整合为等价干扰,并没有充分考虑各干扰特性.此外,大多数改进方法会增大ESO阶数,使得ESO的参数数量增加,导致参数整定困难。

近年来,精细化抗扰控制因其在解决多源干扰问题上具有良好的控制性能而受到广泛关注<sup>[9-10]</sup>.其能够充分利用不同扰动性质以达到更高的抗扰控制精度.因此,本文借鉴精细化抗扰控制思想,提出一种基于无源精细化ESO(passive elegant extended state observer, PEESO)的鲁棒自适应抗干扰控制策略.本文主要内容有:1)充分利用干扰信息并结合高频运动模型与无源观测器,提出一种无源精细化ESO以估计高频位置量、低频环境干扰并滤除高频运动和传感测量噪声.2)设计基于PEESO的鲁棒自适应控制器,引入动态面技术求解虚拟控制律导数,并采用双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 构造自适应鲁棒项进而补偿观

测器估计误差.3)根据李雅普诺夫稳定性理论验证PEESO的收敛性和PEESO输入下的级联控制系统信号的一致渐近有界.最后以一艘DP模型进行仿真,验证所提出方法的有效性。

## 1 DP数学模型

为便于描述DP船的运动,采用固定于地球上的北东坐标系( $\{n\}$ 坐标系,  $O_E-X_EY_EZ_E$ )和固定于船舶上的运动坐标系( $\{b\}$ 坐标系,  $O-XYZ$ )进行描述,如图1所示。

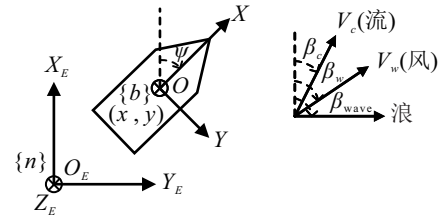


图1  $\{n\}$ 坐标系和 $\{b\}$ 坐标系

DP船运动学和动力学模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \mathbf{R}(\psi)\boldsymbol{\nu}, \\ \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} = -\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - \mathbf{D}\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\tau}_E + \boldsymbol{\tau}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$ 为船舶在 $\{n\}$ 坐标系中的位置和姿态; $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]^T$ 为船舶在 $\{b\}$ 坐标系中的线速度和转船角速度; $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$ 、 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 分别为系统惯性矩阵、系统科里奥利向心力矩阵和系统阻尼矩阵; $\boldsymbol{\tau} = [\tau_u, \tau_v, \tau_r]^T$ 为外界未知环境干扰向量,其由外界风(风速为 $V_w$ ,风向角为 $\beta_w$ )、浪(浪向角为 $\beta_{\text{wave}}$ )和流(流速为 $V_c$ ,流向角为 $\beta_c$ )产生; $\mathbf{R}(\psi) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为坐标转换矩阵。

考虑一阶波浪力和传感器测量噪声,建立高频运动模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\xi}}_h = \mathbf{A}_h\boldsymbol{\xi}_h + \mathbf{E}_h\boldsymbol{\omega}_h, \\ \boldsymbol{\eta}_h = \mathbf{C}_h\boldsymbol{\xi}_h, \\ \mathbf{y} = \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}_h + \mathbf{v}. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\boldsymbol{\xi}_h = [\xi_x, \xi_y, \xi_z, x_h, y_h, z_h]^T$ 为 $\{n\}$ 坐标系下的船舶高频向量; $\mathbf{y} = [y_x, y_y, y_z]^T$ 为传感器测量向量; $\mathbf{A}_h \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 和 $\mathbf{C}_h \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 为系数矩阵,具体形式见文献[11]; $\mathbf{E}_h \in \mathbf{R}^{6 \times 3}$ 为噪声幅值矩阵; $\boldsymbol{\omega}_h \in \mathbf{R}^3$ 和 $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ 分别为高频噪声向量和测量噪声向量。

## 2 PEESO设计和分析

为便于描述和简化观测器设计,定义如下符号:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_E(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) = \mathbf{R}(\psi)\mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\tau}_E, \\ \mathbf{f}_{NL}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) = \\ -\mathbf{R}(\psi)\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}))\boldsymbol{\nu} + \dot{\mathbf{R}}(\psi)\boldsymbol{\nu}, \\ \mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) = \mathbf{f}_E(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) + \mathbf{f}_{NL}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t). \end{cases} \quad (3)$$

其中  $f_E(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$ 、 $f_{NL}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$  和  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$  分别为未知环境扰动、系统非线性项和集总不确定扰动。

**假设1** 状态估计值由估计误差驱动, 因此  $\boldsymbol{\omega}_h$  在观测器模型和收敛性分析中可忽略。此外, 相较于高频量  $\boldsymbol{\eta}_h$ , 噪声  $\mathbf{v}$  在收敛分析中也可忽略<sup>[12]</sup>。

**假设2**  $f_E(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$  对其所有自变量是连续可微的, 且存在正常数  $K$ , 使其对时间  $t$  的一阶导数  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$  满足  $\|\mathbf{h}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)\| \leq K$ ,  $\|\cdot\|$  为 Euclid 范数。

**假设3** 对于向量  $\mathbf{L} = [L_1, L_2, L_3]^T$ , 存在常数  $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 、 $\sigma$ 、 $\alpha$  和正定连续可微函数  $V, W: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^1$ , 使其满足<sup>[13]</sup>

$$\lambda_1 \|\mathbf{L}\|^2 \leq V(\mathbf{L}) \leq \lambda_2 \|\mathbf{L}\|^2, \quad (4)$$

$$\lambda_3 \|\mathbf{L}\|^2 \leq W(\mathbf{L}) \leq \lambda_4 \|\mathbf{L}\|^2;$$

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\partial V}{\partial L_i} (L_{i+1} - g_i(L_1)) - \frac{\partial V}{\partial L_3} g_3(L_1) \leq -W(\mathbf{L}); \quad (5)$$

$$\left| \frac{\partial V}{\partial L_3} \right| \leq \sigma \|\mathbf{L}\|, \quad \left| \frac{\partial V}{\partial L_2} \right| \leq \alpha \|\mathbf{L}\|; \quad (6)$$

$$|f(t, \mathbf{x}) - f(t, \mathbf{y})| \leq \rho \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|, \quad \alpha\rho < \lambda_3. \quad (7)$$

其中:  $g_i(L_1)$  表示自变量为  $L_1$  的连续标量函数,  $f(\cdot): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^1$  表示自变量为矢量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  或  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$  的标量函数,  $\rho$  为  $f(\cdot)$  的 Lipschitz 常数。

对动力定位船舶非线性数学模型(1)和(2)进行坐标转换, 并令  $\mathbf{x}_0 = \boldsymbol{\xi}_h, \mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\eta}, \mathbf{x}_2 = \dot{\boldsymbol{\eta}}$  和  $\mathbf{x}_3 = f_E(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$ , 得到

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{A}_h \mathbf{x}_0 + \mathbf{E}_h \mathbf{w}_h, \\ \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{R}(\psi) \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau} + f_{NL}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) + \mathbf{x}_3, \\ \dot{\mathbf{x}}_3 = \mathbf{h}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t), \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{C}_h \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}. \end{cases} \quad (8)$$

基于上述模型设计如下 PEESO:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_0 = \mathbf{A}_h \hat{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\beta}_0 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = \hat{\mathbf{x}}_2 + \boldsymbol{\beta}_1 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = \hat{\mathbf{x}}_3 + \boldsymbol{\beta}_2 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.5, \delta) + f_{NL}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, t) + \mathbf{R}(\psi) \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_3 = \boldsymbol{\beta}_3 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.25, \delta), \\ \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{C}_h \hat{\mathbf{x}}_0. \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$  为输出估计误差;  $\hat{\mathbf{x}}_0, \hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2$  和  $\hat{\mathbf{x}}_3$  分别为  $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  和  $\mathbf{x}_3$  的估计值;  $\text{fal}(\cdot): \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  为非线性函数, 其形式见文献[6];  $\delta$  为  $\text{fal}(\cdot)$  函数中的系数;  $\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2$  和  $\boldsymbol{\beta}_3$  为系数矩阵, 且  $\boldsymbol{\beta}_0$  满足

$$\boldsymbol{\beta}_0 = \begin{bmatrix} \text{diag}([k_{11}, k_{12}, k_{13}]) \\ \text{diag}([k_{21}, k_{22}, k_{23}]) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中:  $k_{1i} = -2\omega_{ci}(\zeta_{ni} - \zeta_i)/\omega_{oi}, k_{2i} = -2\omega_{oi}(\zeta_{ni} - \zeta_i) (i = 1, 2, 3)$ ;  $\omega_{ci}, \omega_{oi} (i = 1, 2, 3)$  分别为陷波滤波器的截止频率和主峰频率;  $\zeta_{ni}, \zeta_i (i = 1, 2, 3)$  分别为陷波滤波器和一阶波浪的相对阻尼系数。

令  $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i (i = 0, 1, 2, 3)$ , 由式(8)和(9)并结合假设1, 得到 PEESO 的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 = \mathbf{A}_h \boldsymbol{\varepsilon}_0 - \boldsymbol{\beta}_0 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\beta}_1 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = \boldsymbol{\varepsilon}_3 - \boldsymbol{\beta}_2 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.5, \delta) + \boldsymbol{\Delta}, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_3 = \boldsymbol{\beta}_3 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.25, \delta) + \mathbf{h}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t). \end{cases} \quad (11)$$

其中  $\boldsymbol{\Delta} = f_{NL}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t) - f_{NL}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, t)$  为已知非线性项的估计偏差。

**定理1** 若系统(11)满足假设1~假设3和式(10), 则观测器估计误差满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\varepsilon}_i\| = 0 (i = 0, 1, 2, 3)$ , 即系统观测误差  $\boldsymbol{\varepsilon}_i (i = 0, 1, 2, 3)$  均能够收敛至0。

**证明** 若增益系数  $\boldsymbol{\beta}_0$  满足式(10), 则观测器估计误差  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  是一致最终有界的, 即存在一个连续 Lyapunov 函数  $V_0(\boldsymbol{\varepsilon}_0)$ , 对于常数  $a > 0, b > 0$  有  $\dot{V}_0(\boldsymbol{\varepsilon}_0) \leq -aV_0(\boldsymbol{\varepsilon}_0) + b$ , 具体证明过程见文献[12]。

考虑单自由度误差方程, 式(11)可改写为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1^i = \boldsymbol{\varepsilon}_2^i - \boldsymbol{\beta}_1^i \tilde{\mathbf{y}}^i, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2^i = \boldsymbol{\varepsilon}_3^i - \boldsymbol{\beta}_2^i \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}^i, 0.5, \delta) + \boldsymbol{\Delta}^i, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^i = -\boldsymbol{\beta}_3^i \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}^i, 0.25, \delta) + h^i. \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $\boldsymbol{\varepsilon}_j^i (i, j = 1, 2, 3)$  为误差向量  $\boldsymbol{\varepsilon}_j$  的第  $i$  个分量,  $\boldsymbol{\beta}_j^i$  为增益系数矩阵  $\boldsymbol{\beta}_j$  的第  $i$  个对角元素,  $\text{fal}(\cdot): \mathbf{R}^1 \rightarrow \mathbf{R}^1$  为函数  $\text{fal}(\cdot)$  的标量形式,  $h^i$  和  $\boldsymbol{\Delta}^i$  分别为矢量函数  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}, t)$  和  $\boldsymbol{\Delta}$  的第  $i$  个分量。

函数  $V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)$  沿系统(12)对时间  $t$  求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i) &= \frac{\partial V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_1^i} (\boldsymbol{\varepsilon}_2^i - \boldsymbol{\beta}_1^i \tilde{\mathbf{y}}^i) + \\ &\quad \frac{\partial V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_2^i} (\boldsymbol{\varepsilon}_3^i - \boldsymbol{\beta}_2^i \text{fal}(\boldsymbol{\beta}_1^i \tilde{\mathbf{y}}^i, 0.5, \delta) + \boldsymbol{\Delta}^i) - \\ &\quad \frac{\partial V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_3^i} (\boldsymbol{\beta}_3^i \text{fal}(\boldsymbol{\beta}_1^i \tilde{\mathbf{y}}^i, 0.25, \delta) + h^i). \end{aligned} \quad (13)$$

由假设2和假设3可将式(13)转化为

$$\dot{V}_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i) \leq \frac{\alpha\rho}{\lambda_1} V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i) + \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\lambda_1} \sigma K \sqrt{V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)} - \frac{\lambda_3}{\lambda_2} V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i). \quad (14)$$

进一步, 得到

$$\frac{d\sqrt{V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)}}{dt} \leq \sqrt{V_1^i(\boldsymbol{\varepsilon}^i)} \left( -\frac{\lambda_3}{2\lambda_2} + \frac{\alpha\rho}{2\lambda_1} \right) + \frac{\sqrt{\lambda_1}}{2\lambda_1} \sigma K. \quad (15)$$

由假设3可知

$$\|\varepsilon^i\| \leq \sqrt{\frac{V_1^i(\varepsilon^i)}{\lambda_1}}. \quad (16)$$

求解微分不等式(15)并代入(16),得到

$$|\varepsilon_j^i| \leq \frac{\sqrt{\lambda_1 V_1^i(\varepsilon^i|_{t=0})}}{\lambda_1} e^{-\frac{\lambda_3 \lambda_1 + \alpha \rho \lambda_2}{2\lambda_1 \lambda_2} t} + \frac{\sigma K}{2\lambda_1} \int_0^t e^{-\frac{\lambda_3 \lambda_1 + \alpha \rho \lambda_2}{2\lambda_1 \lambda_2} (t-s)} ds. \quad (17)$$

由式(17)和前述分析可知,当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $|\varepsilon_j^i| \rightarrow 0$ , 误差向量 $\varepsilon_j$ 的第 $i$ 个分量收敛于0,即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\varepsilon^i\| = 0$ .  $\square$

### 3 鲁棒自适应控制器设计

#### 3.1 控制器设计

采用反步法并结合动态面技术设计动力定位鲁棒自适应控制器,设计过程如下.

step 1: 定义动力定位船舶位置误差向量

$$z_1 = \hat{x}_1 - \eta_d, \quad (18)$$

其中 $\eta_d \in \mathbf{R}^3$ 为动力定位船舶的期望位置点.

为保证式(18)收敛,构造如下Lyapunov函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^T z_1. \quad (19)$$

式(19)关于时间 $t$ 的导数为

$$\dot{V}_2 = z_1^T (\mathbf{R}(\psi) \hat{\nu} + \beta_1 \tilde{y} - \dot{\eta}_d), \quad (20)$$

其中 $\hat{\nu}$ 为速度 $\nu$ 的估计值.

为保证式(20)负定,将 $\mathbf{R}(\psi) \hat{\nu}$ 视作虚拟控制向量,引入虚拟镇定函数

$$\varphi = -C_1 z_1 - D_1 z_1 + \dot{\eta}_d. \quad (21)$$

其中: $C_1, D_1 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为严格正定对角矩阵,用于镇定 $z_1$ 中的确定性项; $D_1 = \bar{d} \beta_1^T \beta_1$ 用于镇定观测器的估计误差, $\bar{d} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为严格正定对角矩阵.

依据文献[14]提出的动态面技术,将虚拟镇定函数 $\varphi$ 输入一阶低通滤波器中,得到

$$T_d \dot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{X}_d = \varphi. \quad (22)$$

其中: $\mathbf{X}_d \in \mathbf{R}^3$ 为输出向量, $T_d$ 为时间常数.

step 2: 定义动力定位船舶速度误差向量

$$z_2 = \mathbf{R}(\psi) \hat{\nu} - \mathbf{X}_d. \quad (23)$$

对 $z_2$ 求导,并代入式(9),得到

$$\dot{z}_2 = \hat{x}_3 + \beta_2 \text{fal}(\tilde{y}, 0.5, \delta) + \mathbf{f}_{NL}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, t) + \mathbf{R}(\psi) M^{-1} \tau_0 - \dot{\mathbf{X}}_d. \quad (24)$$

设计如下鲁棒自适应反馈控制律:

$$\tau = \mathbf{M} \mathbf{R}^T(\psi) (-C_2 z_2 - \mathbf{f}_{NL}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, t) - \hat{x}_3 + \dot{\mathbf{X}}_d - \Xi \hat{d}). \quad (25)$$

其中: $C_2 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为严格正定对角矩阵; $\Xi \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为

双曲正切函数构成的对角矩阵,其具体形式为

$$\Xi = \text{diag} \left( \left[ \tanh \left( \frac{z_{2,1}}{l_1} \right), \tanh \left( \frac{z_{2,2}}{l_2} \right), \tanh \left( \frac{z_{2,3}}{l_3} \right) \right] \right). \quad (26)$$

其中: $z_{2,i} (i=1, 2, 3)$ 为误差向量 $z_2$ 的第 $i$ 个分量, $l = [l_1, l_2, l_3]^T$ 为正的设计参数. $d = [d_1, d_2, d_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 为PEESO的观测误差,其具体形式为

$$d = \mathbf{M} \mathbf{R}^T(\psi) (\mathbf{f}_{NL}(\eta, \dot{\eta}, t) - \mathbf{f}_{NL}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, t) + \mathbf{f}_E(\eta, \dot{\eta}, t) - \hat{x}_3),$$

式中 $\hat{d} = [\hat{d}_1, \hat{d}_2, \hat{d}_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 为观测误差 $d$ 的估计值,其一阶导数的具体形式为

$$\dot{\hat{d}} = \Gamma (\Xi z_2 - \Lambda (\hat{d} - d_0)). \quad (27)$$

其中: $\Gamma = \text{diag}([\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ,  $\Lambda = \text{diag}([\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3]) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 均为待设计正定对角矩阵; $d_0 = [d_1^0, d_2^0, d_3^0]^T \in \mathbf{R}^3$ ,  $d_i^0 (i=1, 2, 3)$ 为正常数.

#### 3.2 系统稳定性分析

**定理2** 对于存在外界多源干扰的动力定位船舶非线性数学模型(1)和(2),在假设1~假设3和式(10)成立的前提下,若式(25)参数满足

$$C_1 + D_1 > I, 2C_2 > I, \frac{1}{T_d} > 1, \quad (28)$$

则动力定位船舶位置 $x$ 、 $y$ 和艏向角 $\psi$ 收敛并保持在期望值上,闭环系统所有误差信号一致最终有界.其中 $I \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为单位矩阵.

**证明** 考虑系统误差,结合式(13)与(19)构造PEESO输入下的级联系统的Lyapunov函数为

$$V_3 = V_0(\varepsilon_0) + \sum_{i=1}^3 V_1^i(\varepsilon^i) + V_2 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}^T \tilde{\varphi} + \frac{1}{2} \tilde{d}^T \Gamma^{-1} \tilde{d}. \quad (29)$$

其中: $\tilde{\varphi} = \mathbf{X}_d - \varphi$ 为低通滤波器的跟踪误差, $\tilde{d} = \hat{d} - d$ 为观测误差边界的估计误差.

$V_2$ 对时间 $t$ 求导并应用Young不等式<sup>[15]</sup>,有

$$\dot{V}_2 \leq \frac{1}{4} \tilde{y}^T \Omega \tilde{y} + \frac{1}{2} z_2^T z_2 + \frac{1}{2} \tilde{\varphi}^T \tilde{\varphi} - z_1^T (C_1 + D_1 - I) z_1, \quad (30)$$

其中 $\Omega \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为正定矩阵.

对于 $z_2^T z_2$ ,考虑 $d$ 为观测误差边界,满足不等式 $z_2^T \beta_2 \text{fal}(e, 0.5, \delta) \leq z_2^T d$ ,并应用 $\tanh(\cdot)$ 性质,得到

$$\sum_{i=1}^3 \left( z_{2,i} - z_{2,i} \tanh \left( \frac{z_{2,i}}{l_i} \right) \right) \hat{d}_i \leq \sum_{i=1}^3 \gamma_l \hat{d}_i,$$

则

$$z_2^T z_2 \leq \sum_{i=1}^3 \gamma_l \hat{d}_i - z_2^T C_2 z_2. \quad (31)$$

其中: $\hat{d}_i (i=1, 2, 3)$ 为观测误差边界 $\hat{d}$ 的第 $i$ 个分量; $\gamma$

为正常数,取值为0.275 8.

对于  $\tilde{\varphi}^T \dot{\tilde{\varphi}}$ , 由式(21)和(22), 得到

$$\tilde{\varphi}^T \dot{\tilde{\varphi}} = \tilde{\varphi}^T \left( -\frac{\tilde{\varphi}}{T_d} - \mathbf{B}_1(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \hat{\mathbf{d}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d) \right), \quad (32)$$

其中  $\dot{\varphi} = \mathbf{B}_1(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \hat{\mathbf{d}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d)$  为连续函数, 且存在正数  $\mu$ , 满足  $\|\mathbf{B}_1(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \hat{\mathbf{d}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d)\| \leq \mu$ .

应用 Young 不等式, 式(32)可写为

$$\tilde{\varphi}^T \dot{\tilde{\varphi}} \leq -\frac{\tilde{\varphi}^T \tilde{\varphi}}{T_d} + \frac{\tilde{\varphi}^T \tilde{\varphi}}{2} + \frac{\mu^2}{2}. \quad (33)$$

对于  $\tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{d}}}$ , 考虑不等式  $-(\hat{d}_i - d_i)(\hat{d}_i - d_i^0) \leq -\frac{1}{2}(\hat{d}_i - d_i)^2 + \frac{1}{2}(d_i - d_i^0)^2$ , 可转化为

$$\tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{d}}} \leq \mathbf{z}_2^T \boldsymbol{\Xi}(\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}) + \sum_{i=1}^3 \kappa_i \left[ \frac{1}{2}(d_i - d_i^0)^2 - \frac{1}{2}(\hat{d}_i - d_i)^2 \right], \quad (34)$$

其中  $d_i$  为向量  $\mathbf{d}$  的第  $i$  个元素.

定义  $q = \sum_{i=1}^3 \gamma_i d_i + \frac{\mu^2}{2} + b + \frac{3\sigma K \sqrt{\lambda_1}}{2\lambda_1}$ ,  $p = \min \left\{ a, \frac{-2\lambda_1 \lambda_3 + 2\alpha \lambda_2 + \sigma K \sqrt{\lambda_1} \lambda_2}{2\lambda_1 \lambda_2}, 2\lambda_{\min}(\mathbf{C}_1 + \mathbf{D}_1 - \mathbf{I}), 2\lambda_{\min}(\mathbf{C}_2 - \frac{1}{2}\mathbf{I}), 2\left(1 - \frac{1}{T_d}\right), \lambda_{\min}(\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}) \right\}$  并代入式(30)、(31)和式(33)、(34), 则式(29)可写为

$$\dot{V}_3 \leq -pV_3 + q. \quad (35)$$

求解微分不等式(35), 有

$$0 \leq V_3 \leq \frac{q}{p} + \left( V_3(0) - \frac{q}{p} \right) e^{-pt}, \quad (36)$$

其中  $V_3(0)$  为函数  $V_3$  的初始值.

由式(36)可得,  $V_3$  一致最终有界, 闭环系统所有误差信号一致最终有界, 系统位置跟踪误差满足

$$\|\mathbf{z}_1\| \leq \sqrt{\frac{2q}{p}} + 2\left( V_3(0) - \frac{q}{p} \right) e^{-pt}. \quad (37)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时, 位置跟踪误差  $\|\mathbf{z}_1\| \leq \sqrt{2q/p}$ . 通过选取适当的参数, 即增大  $p$ , 可使得位置跟踪误差  $\|\mathbf{z}_1\|$  收敛至 0, 进而使得船舶位置  $x$ 、 $y$  和艏向角  $\psi$  以任意精度收敛并保持在期望值.  $\square$

#### 4 仿真结果和分析

本节以一艘动力定位模型船为研究对象, 验证所提出基于 PEESO 的鲁棒自适应控制方法的有效性. 模型系数矩阵  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{C}(\nu)$  见文献[1].

动力定位船舶的初始位置和姿态设为  $\boldsymbol{\eta}_0 = [0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0^\circ]^T$ , 初始速度设为  $\boldsymbol{\nu}_0 = [0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0^\circ/\text{s}]^T$ , 期望位置和姿态设为  $\boldsymbol{\eta}_d = [10 \text{ m}, 10 \text{ m}, 45^\circ]^T$ , 采样步长为 0.5 s, 仿真周期设为 1000. 高频环境噪声  $\boldsymbol{\omega}_h$  由均值为 0, 标准差分别为 1 m、1 m 和  $1^\circ$  的正态分布随机数生成. 测量噪声  $\mathbf{v}$  由均值为 0, 标准差分别为

0.1 m、0.1 m 和  $0.1^\circ$  的正态分布随机数生成. 外界环境参数如表 1 所示.

表 1 外界环境力参数

环境项	环境力参数		
	符号	定义	值
风	$V_w / (\text{m/s})$	风速	2.0
	$\beta_w / (^\circ)$	风向角	20
流	$V_c / (\text{m/s})$	流速	0.20
	$\beta_c / (^\circ)$	流向角	20
浪	$H_{\text{wave}} / \text{m}$	平均波高	0.05
	$\beta_{\text{wave}} / (^\circ)$	浪向角	-90
	$\omega_o / \text{Hz}$	主波频率	diag([0.90, 0.90, 0.90])
	$\zeta$	阻尼系数	diag([0.26, 0.26, 0.26])
	$\mathbf{K}_{\text{wave}}$	波浪强度	diag([0.18, 0.18, 0.18])

为验证基于 PEESO 的鲁棒自适应控制方法的有效性, 设计了基于传统 ESO 的鲁棒控制方法, 传统 ESO 的具体形式如下式所示:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = \hat{\mathbf{x}}_2 + \boldsymbol{\beta}_1 \tilde{\mathbf{y}}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = \hat{\mathbf{x}}_3 + \boldsymbol{\beta}_2 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.5, \delta) + \mathbf{f}_{NL}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, t) + \mathbf{R}(\psi) \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_3 = \boldsymbol{\beta}_3 \text{fal}(\tilde{\mathbf{y}}, 0.25, \delta), \\ \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}_1. \end{cases} \quad (38)$$

设置 PEESO 增益参数为

$$\boldsymbol{\beta}_0 = [\text{diag}([0.52, 0.52, 0.52]), \text{diag}([0.44, 0.44, 0.44])],$$

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \text{diag}([0.12, 0.12, 0.12]),$$

$$\boldsymbol{\beta}_2 = \text{diag}([0.075, 0.04, 0.133]),$$

$$\boldsymbol{\beta}_3 = \text{diag}([0.0032, 0.0032, 0.0096]), \delta = 2.5.$$

设置传统 ESO 增益参数与 PEESO 增益参数相同, 鲁棒自适应控制器参数为

$$\mathbf{C}_1 = \text{diag}([0.06, 0.09, 0.09]), \mathbf{C}_2 = \text{diag}([30, 30, 30]),$$

$$\mathbf{D}_1 = \text{diag}([0.018, 0.018, 0.018]),$$

$$\mathbf{\Gamma} = \text{diag}([10, 10, 10]), \mathbf{l} = [0.02, 0.01, 0.01]^T,$$

$$\mathbf{A} = \text{diag}([0.15, 0.05, 0.001]),$$

$$\mathbf{d}_0 = [0.001, 0.001, 0.001]^T.$$

仿真结果如图 2~图 5 所示. 图 2 为传统 ESO 与 PEESO 的位置估计偏差对比, 由图 2 可见, 两种方法均能够观测出船舶实际位置, 且均能够滤除位置测量信号中包含的噪声. 然而, 传统 ESO 滤波后的位置量仍然含有较多的高频振荡信号, 且振荡幅值和频率较高. 相比之下, 改进后 PEESO 的位置估计值在振荡

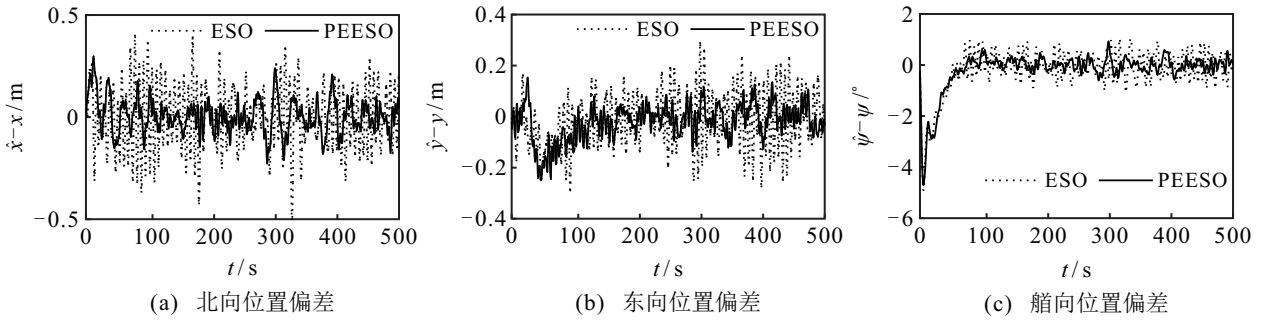


图2 位置估计偏差对比

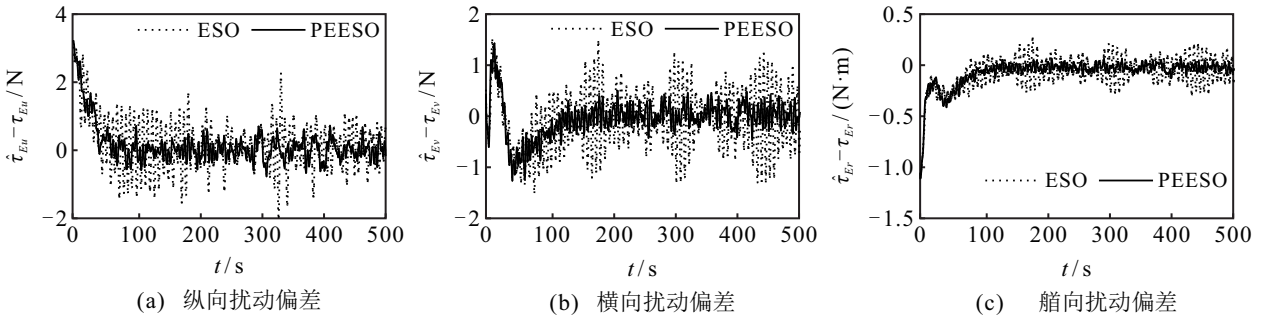


图3 扰动估计偏差对比

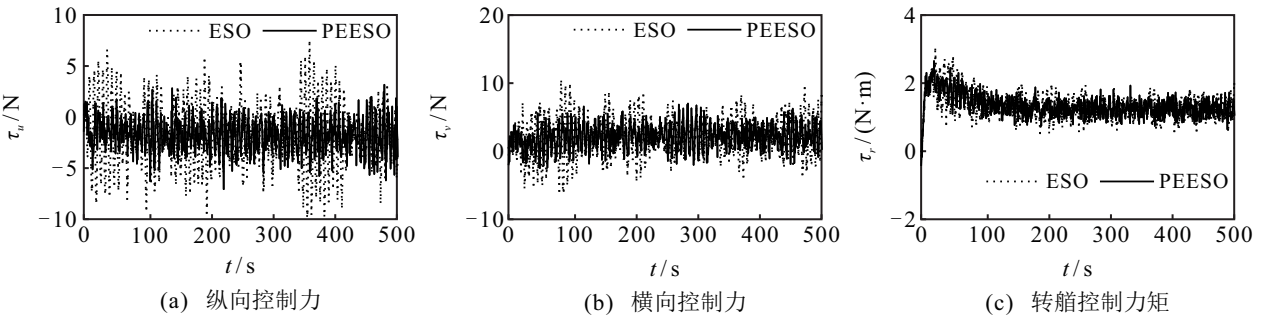


图4 控制力对比

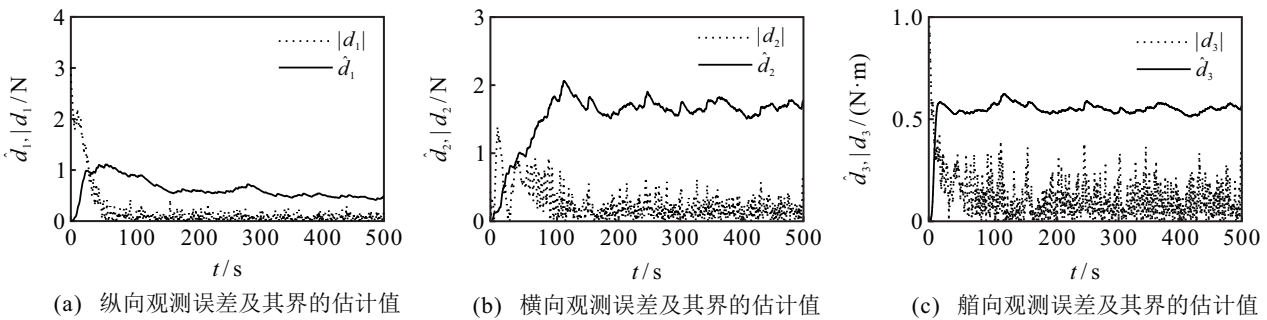


图5 估计偏差 $|d|$ 及其界的估计值 $\dot{d}$ 的时历曲线

幅值和频率方面明显降低.产生上述结果的主要原因是PEESO建立了一阶波浪力的高频响应模型,其能够精准地估计动力定位船舶各自由度上的高频位置量,并在观测器输入通道中引入高频位置估计值,进而削弱由一阶波浪力产生的高频振荡信号,使得估计结果更加精确,滤波效果更好.

两种方法对扰动的估计结果如图3所示.由于高频噪声对扰动测量影响较大,传统ESO难以对扰动进行准确估计.相比之下,PEESO因在设计时建立了

一阶波浪力的响应模型,考虑了测量信号中的高频运动特性,使其在扰动估计方面效果更佳.

图4为控制力对比,相较于传统ESO,PEESO对动力定位船舶状态量的估计更为准确,其后端的控制器对高频量的响应较小,所产生的控制力振动更小,此外,  $\tanh(\cdot)$  函数的引入也进一步抑制了由常规滑模控制中切换面不连续导致的控制量抖振现象.图5为PEESO估计偏差的上界估计曲线,鲁棒自适应项能够很好地跟踪观测器产生的观测误差上界,进而可将

误差镇定至收敛范围内,避免了位置和姿态结果产生波动,提高了系统的鲁棒性。

## 5 结论

本文研究多源时变干扰下的动力定位问题,提出了一种基于PEESO的鲁棒自适应控制策略。观测器方面,考虑高频运动特性,结合无源观测器与精细化抗扰的思想,将高频运动模型引入ESO,利用观测器估计高频位置、低频状态和干扰,改善了传统ESO干扰估计与滤波性能间的矛盾。控制器方面,根据PEESO的输出,设计了一种鲁棒自适应控制器,利用动态面技术避免了虚拟控制律求导复杂的问题,并构造自适应项,实时补偿由观测器的估计误差产生的影响,对闭环系统进行镇定,提高了级联系统的鲁棒性。最后,基于一艘动力定位船舶模型进行对比仿真实验,验证了该控制方法在抑制多源干扰方面的有效性和优越性。

## 参考文献(References)

- [1] Yu W Z, Xu H X, Han X, et al. Fault-tolerant control for dynamic positioning vessel with thruster faults based on the neural modified extended state observer[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(9): 5905-5917.
- [2] Sun H, Madonski R, Li S H, et al. Composite control design for systems with uncertainties and noise using combined extended state observer and Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(4): 4119-4128.
- [3] 杨林, 曾江, 马文杰, 等. 基于改进二阶线性自抗扰技术的微网逆变器电压控制[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(4): 146-153.  
(Yang L, Zeng J, Ma W J, et al. Voltage control of microgrid inverter based on improved second-order linear active disturbance rejection control[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(4): 146-153.)
- [4] 宋金来, 甘作新, 韩京清. 自抗扰控制技术滤波特性的研究[J]. 控制与决策, 2003, 18(1): 110-112.  
(Song J L, Gan Z X, Han J Q. Study of active disturbance rejection controller on filtering[J]. Control and Decision, 2003, 18(1): 110-112.)
- [5] 林飞, 孙湖, 郑琼林, 等. 用于带有量测噪声系统的新型扩张状态观测器[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 995-998.  
(Lin F, Sun H, Zheng Q L, et al. Novel extended state observer for uncertain system with measurement noise[J]. Control Theory & Applications, 2005, 22(6): 995-998.)
- [6] 刘聪. 自抗扰控制在DP船控制中的应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018: 1-30.  
(Liu C. Research on application of active disturbance rejection control for dynamic positioning ships control[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2018: 1-30.)
- [7] 邵星灵, 王宏伦. 线性扩张状态观测器及其高阶形式的性能分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 815-822.  
(Shao X L, Wang H L. Performance analysis on linear extended state observer and its extension case with higher extended order[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 815-822.)
- [8] 杨文奇, 卢建华, 姜旭, 等. 基于改进ESO的四旋翼姿态自抗扰控制器设计[EB/OL]. [2022-01-08]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20210928.0312.006.html>.  
(Yang W Q, Lu J H, Jiang X, et al. Design of quadrotor attitude active disturbance rejection controller based on improved ESO[EB/OL]. [2022-01-08]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20210928.0312.006.html>.)
- [9] Wei Y L, Wei X J, Zhang H F, et al. Composite hierarchical anti-disturbance control for stochastic systems with multiple heterogeneous disturbances[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(15): 4398-4408.
- [10] Dong L W, Wei X J, Hu X, et al. Disturbance observer-based elegant anti-disturbance saturation control for a class of stochastic systems[J]. International Journal of Control, 2020, 93(12): 2859-2871.
- [11] Fossen T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2011: 1-20.
- [12] Fossen T I, Strand J P. Passive nonlinear observer design for ships using Lyapunov methods: Full-scale experiments with a supply vessel[J]. Automatica, 1999, 35(1): 3-16.
- [13] Guo B Z, Zhao Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(6): 420-430.
- [14] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [15] Kittaneh F, Manasrah Y. Improved young and heinz inequalities for matrices[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2010, 361(1): 262-269.

## 作者简介

余文墨(1989—), 男, 讲师, 博士, 从事动力定位、智能船舶运动控制等研究, E-mail: wzyu@whut.edu.cn;

陈浩宇(1996—), 男, 硕士生, 从事动力定位系统控制、无人艇协同控制的研究, E-mail: 1843204603@qq.com;

徐海祥(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事动力定位系统、智能船舶技术、传感器信息处理与融合等研究, E-mail: qukaiyang@163.com;

魏跃峰(1981—), 男, 高级工程师, 博士, 从事船舶与海洋平台耐波性等研究, E-mail: 2332003424@qq.com.